

算数授業は児童の方略をどのように変化させるか

—— 数学的概念に関する方略変化のプロセス ——

藤 村 宣 之¹ 太 田 慶 司²

本研究では、算数の授業における他者との相互作用を通じて児童の問題解決方略がどのように変化するかを明らかにすることを目的とした。小学校5年生2クラスを対象に「単位量あたりの大きさ」の導入授業が、児童の倍数関係の理解に依拠した指導法と従来の三段階指導法のいずれかを用いて同一教師により実施された。授業の前後に実施した速度や濃度などの内包量の比較課題と、授業時のビデオ記録とワークシートの分析から、以下の3点が明らかになった。1) 倍数関係の理解に依拠した指導法は従来の指導法に比べて、授業時と同一領域の課題解決の点で有効性がみられた。2) 授業過程において他者が示した方法を意味理解したうえで自己の方略に利用した者には、他者の方法を形式的に適用した者に比べて、洗練された方略である単位あたり方略への変化が授業後に多くみられた。3) 授業時の解法の発表・検討場面における非発言者も、発言者とほぼ同様に授業を通じて方略を変化させた。それらの結果をふまえて、教授・学習研究の新しい方向性や方略変化の一般的特質などについて考察した。

キーワード：方略変化、算数授業、内包量、多様性、授業過程

問 題

集団場面における他者との相互作用を通じて、子どもは自身の問題解決方略をどのように変化させるのであろうか。本研究では解法の発表とその比較検討という場面を組み込んだ算数の授業を通じて児童が数学的問題解決の方略をどのように変化させるかを明らかにすることを目的とする。その際、授業前後の方略の変化だけではなく、授業過程における遂行がどのように方略の変化と関わるのかについて明らかにすることを中心的な課題とする。

数学的概念に関わる方略変化研究においては、数の加法や保存、等式の理解等を材料として変化のプロセスが明らかにされている(Siegler & Jenkins, 1989; Siegler, 1995; Alibali & Goldin-Meadow, 1993 など)。それらの研究では、一般に方略の変化は漸進的であり新しい方略が発見されても既存の方略と共存すること、新しい方略の発見は既存の方略で失敗した場合だけでなく成功している場合にも起こること、事前の方略が多様である場合に方略の変化が生じやすいことなどの知見が得られてきている(Siegler, 1997)。

しかしながら、子どもに同種の課題を解決する機会を集中的に与えることで方略を頻繁に実行させ、その過

程の観察から方略変化のプロセスを明らかにするというマイクロジェネティック・アプローチの特質(Kuhn, 1995)から、想定されている変化の契機は、同種の課題に集中的に取り組むこと(Siegler & Jenkins, 1989)、それに加えて正誤のフィードバックが与えられたり実験者の推理を説明したりすること(Siegler, 1995)、基本的原理についての説明を実験者から受けること(Alibali & Goldin-Meadow, 1993; Alibali, 1999)など、実験者对被験児の個別場面に限定されている。また、子どもの既有知識と関連を持つような有意味な情報の呈示はあまり行われていない。子どもが自発的に方略を発見するプロセスを研究するには、他の要因を排除するうえでそれらの手続きが有効であるのかもしれないが、例えば、乗除法、比例、内包量、割合などのより難しい数学的概念を理解するには、自分自身の既有知識と関連づけられるような有意味な情報を得ることや、それらの情報を具体物などの操作過程で自発的に得るだけでなく、他者の課題解決方略を通じて得ることも有効であろう。他者との相互作用を通じて児童自身が方略を構成する過程を明らかにすることにより、従来の研究が指摘してきた方略変化の特質に新たな知見を加えることができるのではないかと考えられる。

算数の授業場面における集団討論に関しては、5年生の分数指導等に関する諸研究から、選択肢を提示して討論させる場合よりも児童に自発的に答えを構成させて討論させる場合にコメントがより多くなり、活発

¹ 埼玉大学教育学部 hge01342@nifty.ne.jp
〒338-8570 さいたま市下大久保255

² 埼玉県東松山市立青鳥小学校

に議論が展開されること(森田・稲垣, 1997), 討論時の発言者だけでなく非発言者でも事後テストの成績が高いこと(Inagaki, Hatano & Morita, 1998; Hatano & Inagaki, 1991), 討論の過程で他児が示した適切な説明を評価し, 記憶できること(Inagaki et al., 1998)などの知見が得られてきている。授業時の発言や他者の説明への対応という点を手がかりとして, 授業場面を通じた方略変化のプロセスについても検討することが可能なのではないかと推測される。特に他者の説明がどのように自分の方略に反映されるかについての検討が, 相互作用を通じた方略の構成を明らかにするうえで重要ではないかと考えられる。

集団討論を含めた授業過程については, 社会的構成主義の立場から談話分析が試みられ, ある児童の方法が他の児童の思考の道具として利用されて授業のディスコースが構成されていること(大谷, 1997), 教師が児童の発話に選択的に反応して課題解決を方向づけていること(藤江, 2000)などが明らかにされている。しかしながら, 社会的に構成された授業過程が参加者である各児童の概念理解にどのように反映されているかについては, 先述の Inagaki et al. (1998) など, 授業場面での発言の有無と事後・転移テストの成績との関連を検討した一部の研究を除いて十分に明らかにされていない。一方で数学的概念や科学的概念に関する特定の授業が児童の理解に及ぼす効果については, 条件間での事後テストの成績の比較や事前テストから事後テストにかけての変化の分析により明らかにされているが(例えば, 中川・新谷, 1996; 有川・丸野, 1998 など), 授業過程におけるどのような遂行が授業前後の変化をもたらしたのかが明らかでないと考えられる。授業過程における個々の児童の遂行が個々の児童の概念理解にどのような変化をもたらすかを明らかにすることは, 教室における談話分析と介入研究という2つのアプローチを統合して教授・学習過程研究に新たな可能性を示すことにつながるのではないかと考えられる。

さて, 本研究で扱う算数授業は小学校5年生における単元「単位量あたりの大きさ」の導入の授業である。この単元では, 速度, 密度のように2量の商で表される内包量(intensive quantity)の概念とそれを用いた文章題の解決などが指導されるが, 児童にとってその概念の理解は容易ではないことが指摘されてきている(Schwartz, 1988; Nunes & Bryant, 1996)。本単元の導入においては, 従来より三段階指導(①一方の量が共通, ②他方の量が共通, ③2量がともに異なる-倍数関係は含まない-)が広く実施されてきており, 各社の教科書もこの方法を用

いている。一方, 認知発達研究では, ①②は11, 12歳のほとんどの児童に解決可能であるが③の解決は一部の者に限られることが示されている(Siegler, 1981; Noeiting, 1980)。そこで本研究では, 子どもの既有知識に依拠して多様な方略を引き出す点から, 難易度としては②と③の中間に位置する課題を一題呈示するという新しい指導法を考案し, 方略変化の観点から従来の指導法との比較も試みることにした。具体的には, 「単位量あたりの大きさ」の学習以前でも倍数関係の理解は多くの児童にみられ, 単位あたり算出以外に倍数操作でも解決可能な課題の通過率は一般に①②より低く③より高いこと(藤村, 1990a など)を考慮して, 倍数関係の理解を解法に反映できる導入課題を設定した。なお, 授業の展開のプロセスとしては, 両指導法ともに, 個別課題解決(導入課題)→解法の発表と討論→個別課題解決(応用課題)の順で展開し, 他者の解法の呈示と比較検討の結果を直後の課題解決にいかに関与させるかについて検討することとした。

以上より, 本研究ではまず内包量に関する2つの指導法の効果を方略変化の観点から比較する。これに関しては, 従来の三段階指導(指導法Aとする)に比べて, 児童の倍数関係の理解に依拠した指導(指導法Bとする)では, 解法の発表・討論場面において児童が既存の方略(倍数操作方略)に依拠して多様な解決方略を比較し, それらの差異や共通点, 有効性などを理解できる点で, 単位あたり方略などの適切な方略の利用が事後テスト(授業時の題材と同一領域)で多くなると予測される(仮説1-1)。また, 授業時と異なる領域でも, 単位あたり方略への変化が指導法Aに比べて指導法Bで多くみられると予測される(仮説1-2)。

次に, 本研究の主たる目的として, 授業過程における要因(他者の説明への対応の仕方や発言の有無)と授業前後の方略変化との関連を明らかにする。なお, その関連の検討は, 相互作用を通じた方略変化がより大きいと想定される指導法Bを中心に行う。

第1に, 他者の説明への対応に関しては, 他者の示した新しい情報の取り入れ方が概念理解の水準を介して以後の方略適用に影響すると考えられる。したがって, 授業時(指導法B)に他者の示した解法の意味を理解し自分の解法として表現できた者(意味理解群とする)は, 他者の示した解法の手続きのみを形式的に適用した者(形式適用群とする)に比べて, 事後テスト(授業時と同一領域)で単位あたり方略の適用が多く(仮説2-1), 他領域における授業前後の方略変化も大きいであろう(仮説2-2)。また指導法Aとの関連では, 三段階指導によ

る学習直後には概念の意味理解が伴わない者が多くみられたこと（藤村, 1990b）から、事後の単位あたり方略の適用は意味理解群が指導法Aの経験児よりも多く、形式適用群と指導法Aの経験児の間には差がみられないと予測される（仮説2-3）。

第2に、授業過程における発言の有無に関しては、特に指導法Bの場合、非発言者であっても、他者が発表した方略と自分が考えた方略（既存方略）との関連を考えることで討論から適切な情報を得ることが可能であると考えられる。したがって、指導法Bにおける発言者、非発言者ともに（授業時とは異なる領域で）授業前後の方略変化がみられると予測される（仮説3-1）。一方、指導法Aでは難度の高い課題③に対して独力で有効な方略を生成する者は少なく、非発言者が既存方略に照らして他者の示した方略の意味を理解することが難しいと推測されることから、指導法Aでは発言者が非発言者に比べて事後テストで単位あたり方略を多く適用する一方、指導法Bでは発言者と非発言者の間に差がみられないことが予測される（仮説3-2）。

方 法

1. 対象

公立小学校5年生2クラスの児童（各27名、平均年齢、11;3）。

2. 調査課題

内包量に関する授業（題材は混み具合）以前の既存の方略と、授業後の方略（学習内容の転移効果）を測定するために、速度と濃度の領域の比較課題を各3問作成し、計6問を事前テストおよび事後テストにおいてそれぞれ実施した。また、学習の直接的効果を測定するために、混み具合の比較課題を1問作成し、事後テストでのみ実施した。なお、数値の組み合わせにより、次元内の数的関係が整数倍型（倍数操作、単位あたり方略のいずれかで解決可能）と非整数倍型（単位あたり方略で解決可能）の2種類を設定した。

(1)速度比較課題（整数倍型1問、非整数倍型2問）

人が歩く速さなどについて比較を行わせ、判断とその理由を記述させた。例えば、「まさお君は3 kmを48分で、みのる君は4 kmを72分で歩きました。どちらが速く歩きましたか？」という非整数倍型の小問では、距離の数値の3と4は非整数比であり、1 kmあたりにかかる時間などを比較する方略（単位あたり方略）により課題の解決が可能である。

(2)濃度比較課題（整数倍型2問、非整数倍型1問）

ジュースの濃さについて比較を行わせ、判断とその

理由を記述させた。例えば、「けんじ君は水2 dlにオレンジカルピス4カップをまぜて、ひろし君は水4 dlにオレンジカルピス8カップをまぜてそれぞれジュースを作りました。どちらのジュースが濃いですか？」という整数倍型の小問では、水の数値の2と4は整数比であり、水1 dlあたりに含まれているオレンジカルピスのカップ数などを比較する方略（単位あたり方略）に加えて、水もオレンジカルピスも一方が他方の倍になっていることに着目する方略（倍数操作方略）によっても課題の解決が可能である。

(3)混み具合比較課題（整数倍型1問）

公園の混み具合について比較を行わせ、判断とその理由を記述させた。用いた課題は、「北公園は面積が200 m²で、20人の子どもが遊んでいます。南公園は面積が500 m²で40人の子どもが遊んでいます。どちらの公園が混んでいますか？」と問うものであった。

3. 算数授業

「単位量あたりの大きさ」の単元の導入授業を、混み具合を題材として2種類設定し、各1クラスに対して同一の教師（本論文の第二著者）が実施した。実施時間は各クラス約45分であった。授業者は当該授業実施時点で当該2クラスの算数科のティームティーチングを担当している加配教員であり、教員歴は約13年であった。なお、授業および事前・事後テストの実施に先立ち、各クラスの担任教諭ならびに児童から研究協力許可を得ていた。

指導案の概要をTABLE 1に示す。指導法Aは一般に算数教科書で用いられている方法（三段階指導）であり、①一方の量が共通、②他方の量が共通の2題を解かせ

TABLE 1 「単位量あたりの大きさ」の導入に関する2種類の指導法

指導法A：三段階指導法（①-②-③）	指導法B：倍数関係の理解に依拠した指導法
1. 課題1の提示（例：公園の混み具合） 東公園 500m ² 40人 西公園 500m ² 30人 北公園 300m ² 30人	1. 課題1の提示（例：プールの混み具合） 東プール 200m ² 15人 西プール 400m ² 45人
①東公園と西公園ではどちらが混んでいるか ②西公園と北公園ではどちらが混んでいるか ③東公園と北公園ではどちらが混んでいるか	どちらのプールが混んでいるか？ (面積、人数ともに整数倍なので、単位あたり方略以外に倍数操作方略でも解決可能)
2. 個別の課題解決（③について）	2. 個別の課題解決
3. 解決方法の発表と比較検討	3. 解決方法の発表と比較検討
4. 課題2の提示（例：花だんの混み具合） 1組 15m ² 96個（なえの数） 2組 12m ² 84個（なえの数） どちらの花だんが混み合っているか？ (非整数倍なので単位あたり方略で解決可能)	4. 課題2の提示（例：プールの混み具合） 北プール 320m ² 48人 南プール 350m ² 56人 どちらのプールが混んでいるか？ (非整数倍なので単位あたり方略で解決可能)
5. 個別の課題解決	5. 個別の課題解決
6. 解決方法の発表とまとめ	6. 解決方法の発表とまとめ

た後に、③2量ともに共通でない課題を導入することで、単位あたり算出の必要性に気づかせることをめざしている点に特徴がある。③の課題について個別解決を行った後に解法をクラスで発表して討論を行い、その後で③と同レベルの別課題に個別に取り組む。一方、指導法Bは新たに考案した方法で、②と③の中間の難易度で倍数操作と単位あたりの両方で解決可能な課題を最初に実施することで子どもの多様な方略を引き出し、解法の発表と討論を通じて課題への意味理解を深めた後に(特に、数をそろえるという点に方略間の共通性があることを理解させた後に)、単位あたりのみで解決可能な課題(③と同レベルの課題)を導入して単位あたり方略の有効性に気づかせることをめざしている。

4. 手続き

事前テスト(速度・濃度各3問)、算数授業(指導法AまたはB)、事後テスト(速度・濃度各3問、混み具合1問)の順にクラス単位で実施した。事前テストは算数授業の約1週間前に、また事後テストは授業の翌日または翌々日に調査者(本論文の第一著者)により実施された。算数授業と事後テストの間には本研究の課題内容に関連する授業は行われなかった。算数授業は2台のビデオカメラを用いて観察者(本論文の第一著者と研究協力者)が録画し、授業過程の分析に用いた。また、授業時に児童が取り組んだ課題(課題1, 2)については、授業時に各児童が自身の解法を記したワークシートを回収して方略の分析に用いた。

結 果

結果の分析は、まず方略変化の観点から指導法の効果の比較を行い、次に授業過程についての分析を行った後、それをふまえて、本研究の中心的な目的である授業過程における遂行と授業前後の方略変化との関連に関する分析を行った。

1. 指導法の効果の比較

事前・事後テストで実施された速度と濃度の比較課題6問のうちで、洗練された方略である単位あたり方略が利用された平均小問数(標準偏差)は、指導法A($n=27$)では事前:1.37(1.55)、事後:1.85(1.75)であったのに対し、指導法B($n=27$)では事前:1.22(1.31)、事後:2.04(1.63)であった。単位あたり方略が利用された小問数について、指導法(A, B)×課題(事前, 事後)の2要因分散分析を行った結果、課題の主効果のみが有意であった($F_{(1,52)}=14.24, p<.001$)。また事後テストの混み具合課題に単位あたり方略等により正答した人数は、指導法Aが27名中8名(30%)であったのに対し、指導

法Bが27名中16名(59%)であった(単位あたり方略以外に倍数操作方略による正答が各指導法に2名ずつ含まれていた)。指導法Bを経験した場合の通過率は指導法Aを経験した場合の通過率よりも有意に高かった($\chi^2_{(1)}=4.80, p<.05$)。なお、単位あたり計算後の比較の誤り(誤方略)は、指導法Aが6名(22%)に対し、指導法Bは2名(7%)にみられた。

以上より、倍数関係の理解に依拠した指導法(指導法B)は、授業時と同一領域の課題解決という直接的効果の点では従来の三段階指導法(指導法A)に比べて優れていたが、他領域の課題解決という転移効果の点では指導法による差がみられなかった。指導法の優位性が限定的であった理由としては、45分の授業が介入として時間的に短く転移効果をもたらすには十分でなかったことのほかに、授業過程で他者が発表した解法の利用の仕方に、意味理解にもとづく利用が単なる手続きの適用かといった個人差があり、それが指導法全体としての効果に影響した可能性も推測される。以下の分析では、限定的ではあるが指導法の有効性が示された指導法Bについて授業過程の分析を行い、その授業過程における児童の遂行の個人差と授業前後の方略変化との関連について検討を行うこととした。

2. 授業過程の分析

(1)全般的な授業過程

ビデオ記録と児童のワークシートについての分析から指導法Bに関する授業過程とそこでの児童の遂行を明らかにすることとした。まずビデオ記録と授業観察時のメモから授業場面における児童と教師の発話・行動を文字化した。それをもとに授業過程の概要を示したのがTABLE 2である。

整数倍型の課題1に対しては、個別解決場面で倍数操作による方略や単位あたりによる方略など、授業実施前に予測していた多様な方略が用いられていた。机間巡視でそれらの方略の使用を確認した教師は、倍数操作方略を用いていた2名、単位あたり方略を用いていた2名を指名し、黒板でそれぞれの解法を発表させた。次に教師は解法を比較検討させるために、クラス全体に対して4つの解法の類似性や共通性を質問した後、どの解法が一番簡単かを尋ねた。これに対しては、解法の単純さから単位あたり方略を主張する児童がみられた一方で、数値の処理の易しさから倍数操作方略を主張する児童もみられた。なお、解法の発表とその後の討論(解法の比較検討)における発言者は9名であり、残りの18名はこの場面では発言を行わなかった。教師は次に非整数倍型の課題2を呈示し、個別解決を

TABLE 2 指導法Bにおける授業の展開（概要）

1. <u>課題1の呈示</u> (整数倍型)	東プール 200m ² 15人 西プール 400m ² 45人	どちらのプールが混んでいるか？
2. <u>個別の課題解決</u> (配布されたワークシートに各児童が計画, 解法と答えを記入した)		
3. <u>解決方法の発表</u>		
4名が以下の方法をそれぞれ黒板で発表した (教師による指名)。		
ア) 広さを倍にして比べる (倍数操作方略)		
イ) 広さを半分にして比べる (倍数操作方略)		
ウ) 1 m ² あたりの人数を比べる (単位あたり方略)		
エ) 1人あたりの面積を比べる (単位あたり方略)		
<u>解決方法の比較検討</u> (教師が行った発問とそれに対してなされた児童の回答)		
・4つの方法のなかで似たものはあるか? どのように似ているか?		
→「アとイは反対にしたらだけ」「ウとエは1 m ² と1人」など		
・全部の方法に共通することはどういうことか?		
→「西が混んでいる」「かけたりわたり」「数をそろえた」など		
・どの方法が一番簡単そうか?		
→「エ。ウは割り算が大変。イは割り算を何回もしないといけない」		
→「ア。ウとエは割ると小数になってややこしい。かけ算なら小数にならない」		
4. <u>課題2の呈示</u> (非整数倍型)	北プール 320m ² 48人 南プール 350m ² 56人	どちらのプールが混んでいるか?
5. <u>個別の課題解決</u> (ワークシートに各児童が計画, 解法と答えを記入した)		
6. <u>解決方法の発表</u>		
教師が2名の方法を黒板で紹介した。		
オ) 1人あたりの面積を比べる (単位あたり方略)		
カ) 1 m ² あたりの人数を比べる (単位あたり方略)		
<u>まとめ</u>		
オとカの両方で解決可能だが, アだと数字が変わるとうまくいかないことを教師が確認し, 今日学んだことをワークシートに書くように指示した。		

求めた。個別課題解決では多数の児童が単位あたり方略を利用していた。教師は机間巡視でそのうち2名に解法を小型の黒板に書くように指示し、その解法を黒板で他の児童に紹介した後、まとめを行った。

(2)授業過程における各児童の遂行

次に全体としての授業過程が各児童の遂行にどのよ

うに反映されているかを明らかにするために、ワークシートの分析を行った。指導法Bによる授業で実施された課題1, 2に対して児童が用いた方略とその間の変化パターンを、事後テスト（授業時と同一領域）にかけての変化も含めてFIGURE 1に示す。また授業時における発言者がどのパターンに属していたかについても記号で付記した。まず課題1（整数倍型）に対して用いられていた方略は、倍数操作方略（19名）、単位あたり方略（3名）、その他の方略（5名）であった。次に解法の発表と討論後の課題2（非整数倍型）に対しては、課題1で既に単位あたり方略を利用していた3名を除く24名のうち18名が新たに単位あたり方略の利用を試みた。

本研究で考案した指導法の一つの特質は、倍数操作を含む多様な方略をクラス場で発表させ比較検討を行うことで、児童が自身の方略とは異なる方略の存在に気づき、その方略を自分自身の方略レパトリーの一つとして利用するようになることをめざしている点にあった。そこで解法の発表と比較検討の後に実施された課題2において、他者の示した単位あたり方略を情報として用いながらどのように自身の方略を構成したかについての分析を試みた。課題2で新たに単位あたり方略を用いた児童18名のワークシートの記述をより詳細に分析した結果、TABLE 3に例示したように、「一人あたりの面積を求める」など計算の目的を書いた後に単位あたりの計算を行った者が10名、計算の式と答えのみを書いた者（誰が発表した方略であるかを付加した者も含む）が8名みられた。ここで前者を、他者の示した解法を自分自身のことばで言い換えて課題の目的に

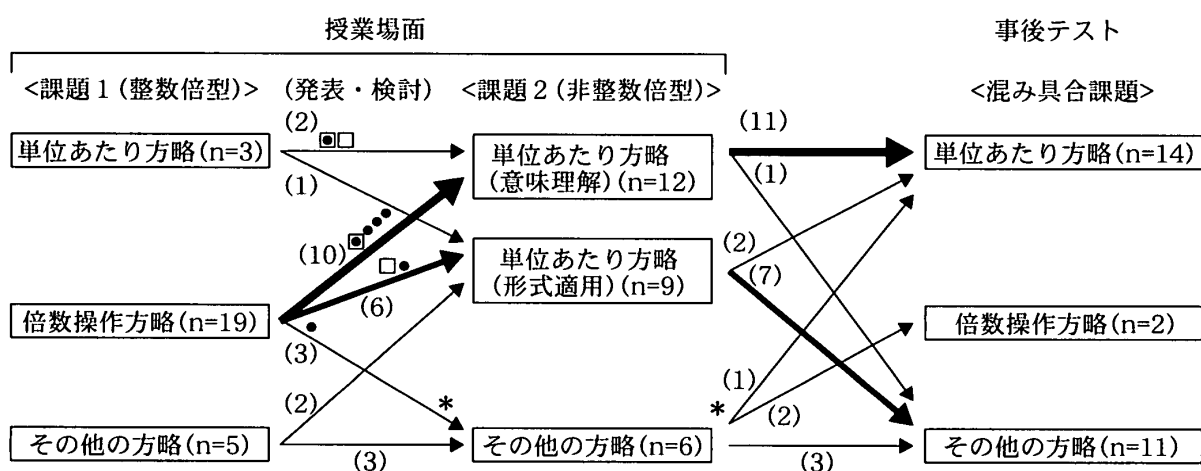


FIGURE 1 授業場面における方略適用と事後テストにかけての変化

- ・（ ）内の数字は人数を示す。
- ・発言者 □：解法の発表を行った児童
●：意見の表明を行った児童
- ・「その他の方略」における*は、課題2の前後で矢印どうしが対応することを示す。

TABLE 3 授業時の課題2に対する方略例

(1)単位あたり方略 (意味理解) : 計算の目的を書いた後に、単位あたり計算を行う。

「1人あたりの面積をもとめる

北 $320 \div 48 = 6.6\cdots$ 南 $350 \div 56 = 6.25$

南は1人あたりの面積がせまいからこんでる」

「1 m²あたりにいる人をしらべる

北 $48 \div 320 = 0.15$ 南 $56 \div 350 = 0.16$

北より南のほうが、人が多くいるからこんでいる」

(2)単位あたり方略 (形式適用) : 計算の式と答えのみを書く。判断が誤りの場合も含む。

「 $320 \div 48 = 6.66\cdots$ $350 \div 56 = 6.25$

北のほうがこんでいる」

「計画 ○○君の

$320 \div 320 = 1$ $350 \div 350 = 1$ $48 \div 320 = 0.15$ $56 \div 350 = 0.16$

南プールの方がこんでいる」

(3)その他の方略

「北

面積 $320 + 30 = 350$ ←あわせる→ 350

人数 $48 + 30 = 78$ ←くらべる→ 56

北プールがこんでいる

(理由) 面積をそろえたら、北プールの方が人数が多かったから」

対応させて用いている点で意味理解群とし、後者を、他者の示した解法の形式的側面 (大きな数値を小さな数値で割るなど) に着目している点で形式適用群とした。なお、課題2に対するその他の方略としては、差に依拠して一方の次元をそろえる方略などがみられた。

以上の授業過程における方略分析により、導入課題である課題1では倍数操作方略の利用が中心であったのに対し、解法の発表と検討後の課題2では単位あたり方略の利用が中心となり、その利用方法が意味理解型と形式適用型に二分されることが明らかになった。

3. 授業過程と方略変化との関連

2で示した単位あたり方略の適用タイプ (意味理解にもとづく適用か形式的な適用か) や発言の有無といった授業過程 (指導法B) における各児童の遂行が、授業前後の方略変化といかに関連するかについて次に検討することとした。

(1)授業過程における方略の適用タイプと方略変化との関連

まず、授業過程 (指導法B) で他者が示した方略の自己の方略への反映のさせ方によって、事前・事後テストの方略にどのような違いがみられるかを検討した (TABLE 4)。速度・濃度課題6問のうち単位あたり方略が適用された小問数について、授業時の適用タイプ (意味理解, 形式適用) × 課題 (事前, 事後) の2要因分散分析を行った結果、適用タイプ × 課題の交互作用が有意であった ($F_{(1,16)} = 4.55, p < .05$)。下位検定の結果、意味理解群では事前から事後にかけての増加が有意であった ($p < .05$) のに対して形式適用群では有意でなく、群間の差は事前テストで有意傾向であったのに対して、事後

TABLE 4 授業場面 (課題2) の方略適用タイプ別にみた方略変化

	単位あたり方略の平均適用数 (SD) (速度・濃度課題6問中)		倍数操作方略の平均適用数 (SD) (速度・濃度課題3問中)		単位あたり方略の 適用人数 (事後の 混み具合課題)
	事前	事後	事前	事後	
意味理解群* (n=10)	1.90 (1.29)	3.00 (1.25)	1.80 (0.92)	1.90 (0.88)	9 (90%)
形式適用群* (n=8)	0.88 (1.25)	0.88 (1.13)	0.50 (0.53)	1.50 (1.20)	2 (25%)
検定結果	タイプ × 課題の交互作用 ($p < .05$)		タイプ × 課題の交互作用 ($p < .10$)		直接確率計算法 $p < .05$
	意味理解群の課題差 ($p < .05$)		形式適用群の課題差 ($p < .01$)		
	事前のタイプ差 ($p < .10$)		事前のタイプ差 ($p < .01$)		
	事後のタイプ差 ($p < .001$)				

* 課題1で既に単位あたり方略を利用していた者 (3名) は分析の対象外とした。

テストでは有意であった ($p < .001$)。また、事後テストで実施された混み具合課題における単位あたり方略の適用率は、Fisherの直接確率計算法 (両側検定) の結果、意味理解群 (90%) が形式適用群 (25%) に比べて有意に高かった ($p < .05$)。なお、この意味理解群の適用率は指導法Aの経験児の適用率 (27名中6名: 22%) より有意に高く ($p < .001$)、形式適用群と指導法Aの経験児の間には有意な差がみられなかった。

一方、速度・濃度の整数倍型課題3問のうち倍数操作方略が適用された小問数について、授業時の適用タイプ (意味理解, 形式適用) × 課題 (事前, 事後) の2要因分散分析を行った結果、適用タイプ × 課題の交互作用が有意傾向であり ($F_{(1,16)} = 3.40, p < .10$)、参考として実施した下位検定により、意味理解群が形式適用群に比べて事前テストでの適用数が多いことや、形式適用群において事前から事後にかけて適用数が増加することが示唆された。

以上より、意味理解群は形式適用群に比べて、授業時と同一領域 (混み具合) の課題に対して単位あたり方略をより多く利用し (方略適用の詳細についてはFIGURE 1を参照)、また他領域の課題に対しても既存の方略を単位あたり方略へとより多く変化させることが明らかになった。一方、形式適用群では倍数操作方略の適用が事前から事後にかけて増加することが示唆された。これらの結果は、授業過程において他者の示した方法の自己の方略への反映のさせ方によって授業後の方略適用に差異が生じることを示している。

また事前テストでの方略適用に関して、意味理解群は形式適用群に比べて倍数操作方略や単位あたり方略を多く用いる傾向にあることが示唆された。このことは、授業以前に倍数操作等の多様な方略を用いていたことが、授業場面で単位あたり方略を意味理解する前

提となっていることを示唆していると考えられる。

(2)授業過程における発言と方略変化との関連

次に、授業（指導法B）における解法の発表と比較検討の場面での発言の有無によって、事前・事後テストの方略にどのような違いがみられるかを検討した（TABLE 5）。速度・濃度課題6問のうち単位あたり方略が適用された小問数について、授業時の発言（有無）×課題（事前、事後）の2要因分散分析を行った結果、課題の主効果のみが有意であった（ $F_{(1,25)}=10.42, p<.01$ ）。また、事後テストの混み具合課題における単位あたり方略の適用率には、直接確率計算法（両側検定）の結果、発言群（9名中7名：78%）が非発言群（18名中7名：39%）に比べて高いという有意傾向がみられた（ $p<.10$ ）。一方、指導法Aでは発言群の適用率（4名中3名：75%）が非発言群（23名中3名：13%）に比べて有意に高かった（ $p<.05$ ）。このことから指導法Bでは指導法Aと比べて非発言群と発言群の差が小さいと考えられるが、それは既存方略に依拠した場合の非発言群の潜在的学習能力の高さと同時に、発言群の発言内容に個人差が存在する可能性も示唆している。

そこで、指導法Bにおける発言群の発言内容を解法の発表と比較検討に区分し、前者を①倍数操作方略の発表と②単位あたり方略の発表に、また後者を③解法の形式的側面に関する発言（「かけたりわたりしている」「たすとひくた」など）、④解法の意味的側面に関する発言（「（人数を）そろえられる。3倍すれば」「1人あたりの面積を求めている」など）、⑤解法の評価に関する発言（「割ると小数になったりしてややこしいけど、かけ算なら小数にならない」など）に分類した。その結果、発言群9名のうち①または③のみの発言を行った2名は討論後の課題2で単位あたり方略を形式的に適用し、事後の混み具合課題では単位あたり方略を用いなかった。一方、残りの7名は②④⑤のうち少なくとも1つの発言を行い、事後の混み具合課題では単位あたり方略を用いた。以上より、授業時における解法の意味や評価に関わる発言が授業後の新たな方略の利用につながる可能性が示唆された。

TABLE 5 授業場面の発言・非発言別にみた方略変化

	単位あたり方略の平均適用数(SD) (速度・濃度課題6問中)		倍数操作方略の平均適用数(SD) (速度・濃度課題3問中)		単位あたり方略の 適用人数(事後の 混み具合課題)
	事前	事後	事前	事後	
発言群 (n=9)	1.67(1.22)	2.56(1.59)	1.89(0.93)	2.22(0.97)	7(78%)
非発言群 (n=18)	1.00(1.33)	1.78(1.63)	0.94(1.11)	1.22(1.06)	7(39%)
検定結果	課題(事前、事後)の主効果 ($p<.01$)		発言(有無)の主効果($p<.05$)		直接確率計算法 $p<.10$

一方、非発言群18名では、討論後の課題2で意味理解群に分類された6名のうち5名(83%)が事後の混み具合課題で単位あたり方略を用いたのに対し、残りの12名では2名(17%)に過ぎず、授業で他者の解法を意味理解した場合に事後の単位あたり方略の適用率が有意に高かった（直接確率計算法-両側検定-, $p<.05$ ）。

なお、速度・濃度の整数倍型課題3問のうち倍数操作方略が適用された小問数について、発言(有無)×課題(事前、事後)の2要因分散分析を行った結果、発言の主効果のみが有意であった（ $F_{(1,25)}=6.80, p<.05$ ）。

以上より、指導法Bにおいて、授業時と同一の領域では発言者が非発言者に比べて授業後に単位あたり方略を多く用いる傾向がみられたものの、全般的には発言者、非発言者ともに方略変化がみられた。また発言者では解法の意味や評価に関する発言を行った者が、非発言者では特に他者の解法を意味理解して利用した者が授業後に単位あたり方略を用いることが示唆された。一方、倍数操作方略の適用は事前・事後を通じて発言群が多く、倍数操作というやや洗練された方略を授業前から広く利用できていることが授業での意見の表明につながる可能性を示している。

考 察

以上の結果にもとづき、内包量に関する指導法の効果、授業過程と方略変化の関連、教授・学習研究の可能性、方略変化の特質、今後の課題の順に考察を行う。

1. 内包量に関する指導法の効果

まず指導法の効果に関する仮説を検証する。「従来の三段階指導（指導法A）に比べて児童の倍数関係の理解に依拠した指導（指導法B）では単位あたり方略などの適切な方略の利用が事後テスト（授業時の題材と同一領域）で多くなる」（仮説1-1）は、結果1の事後テスト（混み具合課題）の分析から支持された。一方、「授業時と異なる領域でも、単位あたり方略への変化が指導法Aに比べて指導法Bで多くみられる」（仮説1-2）は、結果1において速度・濃度領域の課題での単位あたり方略の適用が両指導法とも増加し、指導法による差はみられなかったため支持されなかった。

従来の指導法に対する新しい指導法の優位性が他領域の課題解決にまでは及ばなかったのは、先述したように45分という授業時間の制約とクラス内の個人差の存在によるところが大きいと考えられる。まず、新しい指導法の特質は、児童が2課題の解決を通じて既存の倍数操作を含む多様な方略を比較検討し、より有効な方略である単位あたり方略を児童自身で選択し獲得

していくことにあった (TABLE 2 参照)。しかしながら児童自身による課題解決を重視した結果、単位あたり方略を用いたのはほとんどの児童が後半の 1 課題のみとなり、その方略の有効性は認識できても広範な利用可能性を理解するには課題解決経験が十分でなかったと推察される。次に、他者が示した方略の利用の仕方には意味理解か形式適用かという個人差があり、事後の方略変化につながらない後者のタイプが前者とほぼ同数みられたことが、全体としての指導法の効果を限定的なものとしたことも考えられる。また後述するように授業を通じた方略変化は漸進的であり、方略の般化 (転移効果) に十分至らなかったことも推察される。

2. 授業過程と方略変化の関連

まず授業過程における方略適用タイプと方略変化の関連を検討する。「授業時 (指導法 B) に他者が示した解法に対する意味理解群は、形式適用群に比べて事後テスト (授業時と同一領域) で単位あたり方略の適用が多い」 (仮説 2-1)、および「意味理解群は形式適用群に比べて他領域における授業前後の方略変化が大きい」 (仮説 2-2) は、結果 3 (1) の事後テスト (混み具合課題) の分析結果、および速度・濃度領域の課題で意味理解群の単位あたり方略の適用が授業前後で有意に増加したのに対し形式適用群では変化がみられなかったことから支持された。また、「事後の単位あたり方略の適用は意味理解群が指導法 A の経験児よりも多く、形式適用群と指導法 A の経験児の間には差がみられない」 (仮説 2-3) も混み具合課題の結果から支持された。

談話分析を用いた授業研究 (大谷, 1997) では、他者の方法を思考の道具として利用することで授業のディスコースが構成されることが示されているが、本研究の結果は他者の方法が非発言者を含む個々の児童にも思考の道具として利用され、児童の方略の変化をもたらすことを示している。しかしながらすべての児童が同様の方法で他者の方法を利用するわけではなく、その利用方法 (意味理解にもとづく適用か、形式的な適用か) は児童の既有知識に依存することも示唆された。

次に授業過程における発言の有無と方略変化の関連を検討する。「指導法 B における発言者、非発言者ともに (授業時とは異なる領域で) 授業前後の方略変化がみられる」 (仮説 3-1) は、結果 3 (2) において、速度・濃度領域の課題で発言の有無にかかわらず単位あたり方略の適用が有意に増加したことから支持された。また、「指導法 A では発言者は非発言者に比べて事後の単位あたり方略の適用が多い一方、指導法 B では発言者と非発言者の間に差がみられない」 (仮説 3-2) は、事後の混み具

合課題に対する単位あたり方略の適用が、指導法 A では発言者が非発言者より有意に多かったが、指導法 B でも発言者が非発言者より多いという有意傾向がみられたため、指導法 A に比べるとその差は小さかったものの支持されなかった。有意傾向がみられた理由としては、発言者が発言を通じて理解を精緻化させたことのほか、授業前の倍数操作の利用などで非発言者よりも意味理解の前提が整っていた可能性も推測される。

立場に分かれての討論の授業では非発言者でも事後の理解度が高いことが示されているが (Inagaki et al., 1998), 児童が既存方略に依拠できる場合には解法の発表と比較検討を中心とした授業であってもそれと類似した結果が得られることを本研究は方略変化の点から示している。さらに、発言者でも発言内容により事後の方略適用が異なる可能性が示唆されたが、本研究では発言者が少なかったため、その検討は今後の課題である。また授業での発言を導く一つの要因として、授業前の既存方略が個人内で多様であることが示された。

3. 教授・学習研究の可能性

本研究では、談話分析などを行う授業過程研究と指導法等の効果を検討する介入研究とを統合することで、授業過程におけるどのような要因が個々の児童の概念理解に変化を及ぼすかを明らかにすることを目的の一つとしていた。そのための方法として、(1) 事前・事後テストの実施により授業に参加した各児童の概念や方略の変化を測定すること、(2) 授業時の発言の有無や発言内容、ワークシートへの言語記述の内容により授業過程における個々の児童の遂行を測定することを試みた。その結果、他者の方略の自己の方略への反映のさせ方や授業時の発言を児童の概念理解に変化を及ぼす可能性のある要因として指摘した。(1)(2) の測定を同時に実施すると同時に、談話分析等で用いられている指標やカテゴリーを参考に (2) の測定をより充実させることにより、教授・学習研究に一つの方向性が示されるのではないかと推察される。

4. 方略変化の特質

最後に、授業を通じた方略変化を扱った本研究での結果とマイクロジェネティック・アプローチを中心とした個別実験による方略変化研究の知見 (Siegler, 1997 など) との関連について考察する。

第 1 に、本研究の方略変化に関わる結果を総合すると、整数倍の関係を含む課題には正答できる点でやや洗練された方略 (倍数操作方略) を授業前に利用している場合に、授業過程では他者の方略を意味理解して自分の方略に活用し、授業後には獲得した単位あたり方略

を他の領域にも一定程度、般化するというプロセスが見いだされた。一方、FIGURE 1 にみられるように、授業時の導入課題で倍数操作や単位あたりといった方略を用いることができない場合には、応用課題でも他者の方略を形式的に適用するにとどまり、授業後もその方略の般化に至らないというプロセスも存在する。これらのプロセスはいずれも漸進的な変化を示しており、個別実験で示された方略変化の漸進性が、社会的相互作用を含む場面では他者の方略の反映の仕方などを媒介として現れると考えられる。

第2に、本研究の指導法Bは既存方略によって成功可能な課題（整数倍型）を導入に用いる方法であり、児童にとって非常に容易な2課題の後で難しい課題（非整数倍型）を呈示する指導法Aと比べて、成功経験を通じた方略変化を意図したものであった。その指導法が部分的にせよ有効性を示したことは、既存方略での成功に導かれた方略変化が、加法や保存の領域だけでなく内包量という理解のより難しい領域でも、他者の方略の呈示と検討という形で有意義な情報が与えられる場合には成り立つことを示している。

第3に、本研究の意味理解群が形式適用群に比べて事前テストで倍数操作などの多様な方略を用いていたことは、事前の方略が多様である場合に方略の変化が生じやすいという方略変化研究の一般的知見につながる結果であろう。授業以前に倍数操作を含む多様な方略を個人内で広く適用できていたことが、授業時に発表された単位あたり方略や倍数操作方略を比較し関連づけることに有利に働き、それが単位あたり方略の意味理解や他領域への般化につながったと推察される。

5. 今後の課題

以上の考察のなかでもいくつか課題を挙げてきたが、本研究で得られた結果をより一般化するには、対象人数（クラス数）をさらに増やして検討することも課題となるであろう。また、同一児童に対して他の単元で同形式の授業を実施して概念理解の変容を評価することにより、意味理解と形式適用という他者の示した情報を統合するタイプが個人内で一貫性を持つかどうかを判断することが可能になると考えられる。

引用文献

- Alibali, M.W. 1999 How children change their minds : Strategy change can be gradual or abrupt. *Developmental Psychology*, 35, 127—145.
- Alibali, M.W., & Goldin-Meadow, S. 1993

Gesture-speech mismatch and mechanisms of learning : What the hands reveal about a child's state of mind. *Cognitive Psychology*, 25, 468—523.

有川 誠・丸野俊一 1998 発熱体に対して中学生が持つメンタルモデルの分析 教育心理学研究, 46, 58—67.

藤江康彦 2000 一斉授業の話し合い場面における子どもの両義的な発話の機能—小学5年の社会科授業における教室談話の分析— 教育心理学研究, 48, 21—31.

藤村宣之 1990a 児童期における内包量概念の形成過程について 教育心理学研究, 38, 277—286.

藤村宣之 1990b 児童期の内包量概念の形成過程に関する縦断的研究 発達心理学研究, 1, 70—78.

Hatano, G., & Inagaki, K. 1991 Sharing cognition through collective comprehension activity. In L.B. Resnick, J.M. Levine, & S.D. Teasley (Eds.), *Perspectives on socially shared cognition*. Washington, D.C.: American Psychological Association. Pp.331—348.

Inagaki, K., Hatano, G., & Morita, E. 1998 Construction of mathematical knowledge through whole-class discussion. *Learning and Instruction*, 8, 503—526.

Kuhn, D. 1995 Microgenetic study of change : What has it told us ? *Psychological Science*, 6, 133—139.

森田英嗣・稲垣佳世子 1997 選択肢提示の有無が算数での集団討論の過程と所産に及ぼす効果 教育心理学研究, 45, 129—139.

中川恵正・新谷敬介 1996 児童の算数文章題の解決に及ぼす教授法の効果—自己統制訓練法の検討— 教育心理学研究, 44, 23—33.

Noelting, G. 1980 The development of proportional reasoning and the ratio concept : Part I. Differentiation of stages. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 217—253.

Nunes, T., & Bryant, P. 1996 *Children doing mathematics*. Oxford : Blackwell Publishers.

大谷 実 1997 授業における数学的実践の社会的構成—算数・数学科の授業を事例に— 平山満義（編）質的研究法による授業研究—教育学／教育工学／心理学からのアプローチ— 北大路書房 Pp.270—285.

- Schwartz, J.L. 1988 Intensive quantity and referent transforming arithmetic operations. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. Pp.41—52.
- Siegler, R.S. 1981 Developmental sequences within and between concepts. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 46 (Serial No.189).
- Siegler, R.S. 1995 How does change occur : A microgenetic study of number conservation. *Cognitive Psychology*, 28, 225—273.
- Siegler, R.S. 1997 Concepts and methods for studying cognitive change. In E. Amsel & K. A. Renninger (Eds.), *Change and development : Issues of theory, method, and application*. Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates. Pp.77—97.
- Siegler, R.S., & Jenkins, E. 1989 *How children discover new strategies*. Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

付 記

本研究の一部に，平成12年度日本学術振興会科学研究費補助金奨励研究(A) (課題番号：12710052, 研究代表者：藤村宣之) の補助を受けた。

本研究の実施に際してご協力いただいた小学校の先生方ならびに児童の皆様に心より感謝いたします。

(2001.5.25 受稿, 9.17 受理)

How Children Change Their Strategies Through Mathematics Instruction : Mathematical Problem Solving

NOBUYUKI FUJIMURA (FACULTY OF EDUCATION, SAITAMA UNIVERSITY) AND KEIJI OHTA (OHDORI ELEMENTARY SCHOOL)
JAPANESE JOURNAL OF EDUCATIONAL PSYCHOLOGY, 2002, 50, 33—42

The present study examined how children change their problem-solving strategies through social interaction in mathematics classrooms. A mathematics teacher taught a lesson on intensive quantity to 2 fifth-grade classes by means of either a method based on children's intuitive strategies or a conventional method. Children in both classes were asked to solve proportion problems before and after the lesson. Videotaped records of the lesson, and worksheets used by the children, were analyzed. Instruction based on children's intuitive thought was more useful when children were solving near-transfer tasks than was conventional instruction. Those who understood others' ideas presented in the classroom and incorporated those ideas into their own strategies used a sophisticated strategy (a unit strategy) on the posttest more often than those who superficially imitated others' ideas. Both children who had not said anything during the lesson and those who had made comments benefited from the experimental instruction method. A new direction of research in cognition and instruction, and general characteristics of strategy change, were discussed.

Key Words : strategy change, mathematics instruction, intensive quantity, variability, fifth grade pupils