

アレイ観測記録の解析手法の開発・体系化と  
学内アレイ観測網の拡充

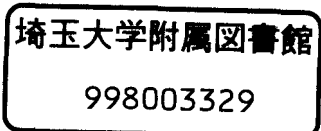
課題番号 10450171

平成10年度～平成12年度 科学研究費補助金（基盤研究B）  
研究成果報告書

平成13年 3月

研究代表者 川上 英二  
(埼玉大学工学部教授)

埼大コーナー



## は し が き

### 研究組織

研究代表者：川上 英二 (埼玉大学工学部教授)

研究分担者：渡邊 啓行 (埼玉大学工学部教授)

茂木 秀則 (埼玉大学工学部助手)

谷山 尚 (埼玉大学工学部助手)

韓 思雄 (埼玉大学工学部助教授) H.10

ハダディ ハミド レザ (埼玉大学工学部助手) H.11-

### 研究経費

平成10年度 4, 600千円

平成11年度 1, 200千円

平成12年度 1, 200千円

計 7, 000千円

### 研究発表

#### (1) 学会誌等

- 1) Ghayamghamian M.R. and Kawakami H.: On-Site Nonlinear Hysteresis Curves and Dynamic Soil Properties (Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, Vol.126, No.6, pp.543-555, 2000)
- 2) Kawakami H., Haddadi H.R. and Sun Y.: Wave propagation analysis of earthquake strong ground motion records of vertical arrays (Geo-Eng 2000, An International Conference on Geotechnical & Geological Engineering, CD-ROM, 2000)

- 3) 西田薫, 川上英二: 間隙水の比抵抗が岩石の比抵抗特性に及ぼす影響と並列回路モデルを用いた検討 (物理探査, Vol.53, No.2, pp.161-181, 2000)
- 4) 茂木秀則, 川上英二: SIGNAL データの統計解析に基づく最大加速度の空間的確率分布 (土木学会論文集, No.647/I-51, pp.369-378, 2000)
- 5) Haddadi, H.R. and Kawakami, H.: Estimation of Non-linear Site Amplification Using Downhole Recordings (12th World Conference on Earthquake Engineering, Paper No.440, 2000)
- 6) Kawakami, H. and Sharma S.: Statistical Study of Spatial Variation of Response Spectrum Using Free Field Records of Dense Strong Motion Arrays (Earthquake Engineering and Structural Dynamics, John Wiley & Sons, Ltd., Vol.28, pp.1273-1294, 1999)
- 7) 川上英二, 茂木秀則: 強震動アレーデータに基づく隣接二地点間の最大加速度比の確率分布 (土木学会論文集, No.626/I-48, pp.219-230, 1999)
- 8) Song, Y. and Kawakami, H.: Three-Dimensional Rigid Body Analysis and Simulation with Viscoelastic Binders (Electric Journal of Geotechnical Engineering, Vol.3, 1998)
- 9) Kawakami, H. and Haddadi, H.R.: Modeling Wave Propagation by Using Normalized Input-Output Minimization (NIOM) (Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Elsevier Science Ltd., Vol.17, pp.117-126, 1998)
- 10) 川上英二・茂木秀則・佐藤誠一: 周波数領域での重み付き相乗平均を用いた地震波の内挿方法 (第10回日本地震工学シンポジウム, 第1分冊, pp.953-958, 1998)
- 11) 川上英二・茂木秀則・高橋亜希子, BIDON, P.: SIORM (入出力関係単純化法) による地震波動伝播特性の推定 (第10回日本地震工学シンポジウム, 第1分冊, pp.1199-1204, 1998)
- 12) Watanabe H. and Razavi S. : Effects of Joint Opening and Material Nonlinearity on the Seismic Response of a Concrete Arch Dam (12th World Conference on Earthquake Engineering, 0232,2000)

- 13) Darbar R. S. and Watanabe H. : Effects of Perimetrical and Vertical Joint Opening on the Seismic Response of a Concrete Arch Dam, (Proceedings of Earthquake Resistant Engineering Structures, 1999)
- 14) 渡邊啓行, Razavidarbar S., 高島 賢二, 谷山尚 : ペリメータ沿いのジョイントと鉛直ジョイントの開口がコンクリートアーチダムの地震応答に与える影響 (ダム工学 pp.79-94, 1999)
- 15) Razavidarbar S. and Watanabe H. : Perimetral and Vertical Joint Opening of Concrete Arch Dams (第10回日本地震工学シンポジウム論文集, 1998)
- 16) 有賀義明, 渡邊啓行, 吉田昌稔, 曹増延 : 三次元ダム－基礎－貯水池連成系における逸散減衰に関する一考察 (第10回日本地震工学シンポジウム論文集, 1998)
- 17) Sato M., Watanabe H. and Katayama S. : Mechanism of Caisson Type Sea Wall Movement during Earthquakes (Proc. of 4th International Conference on Case History in Geotechnical Engineering, pp.604-611, 1998)
- 18) Mogi, H. and Kawakami, H. : Average Amplification Factor of SH Waves in Irregularly Layered Media (12<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, 2195, 2000)
- 19) 茂木秀則, 川上英二 : 不整形地盤における入射境界増幅率と分布入射波平均増幅率 (土木学会論文集, No.605/I-45, pp.91-103, 1998.)
- 20) 茂木秀則, 川上英二 : 入射境界増幅率を用いた地盤の震動特性の検討 (第10回日本地震工学シンポジウム, 第1分冊, pp.1095-1100, 1998)
- 21) 谷山尚 : 断層上の動力学的破壊モデルパラメタの推定法に関する研究 (応用力学論文集, Vol.3, pp.541-546, 2000)
- 22) Taniyama, H. and Watanabe, H. : Deformation of sandy deposits by fault movement (12th World Conference on Earthquake Engineering, 2209, 2000)
- 23) 谷山尚 : 断層上の応力降下過程が断層近傍の地震動に与える影響 (応用力学論文集, Vol.2, pp.523-531, 1999)
- 24) 谷山尚, 渡邊啓行 : 逆断層運動に伴う砂質表層地盤の変形に関する研究 (土木学会論文集, No.591/I-43, pp.313-325, 1998)

- 25) 谷山尚，島田篤：動力学的モデルによる断層近傍の強振動－地下構造の影響を入れたモデル－（第10回日本地震工学シンポジウム，Vol.1，pp.111-116，1998）

#### 研究実績の概要

本研究では，アレイ観測記録の解析方法の開発，解析結果の検討，設計への応用として，(1) アレイ観測記録の解析方法の開発とその工学的応用，(2) 時空間波動特性の検討，(3) 設計用の時空間入力波形の提案を目的として研究を進めた．

##### (1.a) アレイ観測記録を用いた波動の伝播状況の推定手法の開発・改良

複数地点で観測された地震波形から，波動の反射や透過がどのように生じているかを推定するための手法として，時間領域 (SIORM) と周波数領域 (NIOM) の解析手法を展開し，本手法の精度や安定性などの長所短所を明らかにした．また，観測波形を用いて，波動の反射・透過の様子を推定し，土質の非線形挙動との関連性から論じた．得られた成果を *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 誌などで発表した．

##### (1.b) アレイ観測記録に基づく地震動強度指標の空間分布

地震動強度として最大加速度や応答スペクトルを取り上げ，アレイ観測記録における同一地震によるそれらの比を用いて，地震動強度の空間分布を論じた．得られた成果を土木学会論文集などで発表した．

##### (2) 時空間波形の特性と地震および地盤条件との関係

埼玉大学に設置されているアレイ観測システムを本研究で拡充した．これによる観測記録や公開されているアレイ観測記録を用いて，地震波動の見かけの伝播速度，コヒーレンスなどを調べた．

##### (3) 設計用の時空間入力波形の提案

既存の時空間波形の推定法を比較検討し，実際の複雑な現象に適用できるようにするため，理論を現実 に即した形に拡張した．また，さらに地震動を内挿するという立場から新たな手法の開発を行い，数値解析上の精度などについて，本手法の詳細な検討を行った．この成果によって波形解析の専門知識を持たない実務者であっても，本手法を用いることで設計用時空間波形が推定できるものと考えられる．

# WAVE PROPAGATION ANALYSIS OF EARTHQUAKE STRONG GROUND MOTION RECORDS OF VERTICAL ARRAYS

Hideji Kawakami<sup>1</sup>, Hamid R. Haddadi<sup>2</sup> and Yaonan Sun<sup>3</sup>

## ABSTRACT

Recently developed methods for wave propagation analysis termed as SIORM and NIOM are compared using earthquake ground motion records of Samukawa vertical array in Japan. Three components of the earthquakes M6.5 of February 20, 1990 and M5.9 of February 2, 1992 are used in this analysis. For each component, P- and S- portions are analyzed separately at five elevations of the vertical array. Both methods provide identical models of wave propagation and illustrate stable peaks corresponding to propagation of P- and S- wave. The incident phase of P- and S- wave and its reflection from the ground surface are clearly depicted. Amplification of wave in shallow layers is observed in the results of both methods. Moreover, the ratio of the amplitudes of incident and reflected wave models provides some idea about damping in shallow ground layers.

## INTRODUCTION

Among the methods used for evaluating the ground motion variations, cross-correlation has been the most common. However, the shape of cross-correlation function is greatly influenced by the wave propagation properties. The resolution of cross-correlation peaks may be poor for actual earthquake ground motion records when the concentration of power is within small time lags (Haddadi and Kawakami, 1998).

The unit impulse response calculation produces the cross-correlation function for a uniform input spectral density but the application of impulse response function is limited by a poor signal-to-noise ratio in the records (Bendat and Piersol, 1993; Haddadi & Kawakami, 1998).

The recently developed methods of simplified input output relation method, SIORM, (Kawakami & Bidon, 1997) and normalized input-output minimization method, NIOM, (Kawakami and Haddadi, 1998; Haddadi and Kawakami, 1998) give simple models of wave propagation and are shown to be more reliable than conventional correlation and impulse response functions. The methods are effective in detecting the arrival times of incident and reflected waves and in showing the amplification property of shallow layers. This paper applies SIORM and NIOM methods to strong ground motion records of Samukawa vertical array in Japan and compare the models of wave propagation obtained by those methods.

## METHODOLOGY

### *SIORM method*

The method of analysis of SIORM can be divided into two stages. First, the ground acceleration time series of  $k$  different observation points are considered and expressed using autoregression (AR) model. In order to express the time series in AR model, coefficient  $a_{Mij}(m)$  is computed. After computing the coefficient  $a_{Mij}(m)$ , the corresponding time series at one observation point can be computed when a time series like a shape of a unit impulse at a particular time has been observed at the other observation point. With the result of the impulse response, the wave propagation properties can be determined.

The stationary time series in  $k$  dimension,  $\{X(s)\} = \{x_1(s) \ x_2(s) \ \dots \ x_k(s)\}^T$  ( $s = 1, 2, \dots, N$ ) ( $T$  denotes transposed vector or matrix), are expressed in AR model as:

<sup>1</sup> Professor, Dept. of Civil Engineering, Saitama University, 255 Shimo-okubo, Urawa, Saitama 338-8570, Japan

<sup>2</sup> Research Associate, Dept. of Civil Eng., Saitama University, 255 Shimo-okubo, Urawa, Saitama 338-8570, Japan

<sup>3</sup> Graduate Student, Dept. of Civil Eng., Saitama University, 255 Shimo-okubo, Urawa, Saitama 338-8570, Japan

$$\{X(s)\} = \sum_{m=1}^M [A_M(m)] \{X(s-m)\} + \{U(s)\} \quad (1)$$

where  $\{U(s)\} = \{\varepsilon_1(s) \ \varepsilon_2(s) \ ... \ \varepsilon_k(s)\}^T$ . The vector  $\{U(s)\}$  is a  $k$  dimensional white noise with mean value of zero. Expressing equation (1) in terms of components, it can be expressed as:

$$x_i(s) = \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^k a_{Mij}(m) x_j(s-m) + \varepsilon_i(s) \quad (2)$$

where  $i=1, 2, ..., k$ ,  $s=1, 2, ..., N$  and  $a_{Mij}(m)$  = the  $(i, j)$  element of  $[A_M(m)]$ .

By combining Levinson-Durbin algorithm and FPE (final prediction error) procedure (Akaike, 1972),  $M$  and the coefficients  $a_{Mij}(m)$  can be computed precisely.

In SIORM, a unit impulse is set at a particular time at an observation point and the wave shape is not necessarily zero at any other time. The sum of squares and the sum of the squares of the difference between two successive values of the wave shape are minimized in order to obtain a smooth response function. Considering these conditions and using equation (2), the time series at the other observation point can be computed (see Kawakami and Bidon 1997).

### NIOM method

The input and output models of a linear system in the frequency domain can be related by means of the transfer function  $H(\omega)$ . For the case of digitized earthquake ground motions of a multiple linear system, the output of a single linear system  $l$  at each frequency is specified by:

$$Y_l(\omega_i) = H_l(\omega_i) X(\omega_i) \quad i = 1, ..., N-1; \quad \omega_i = \frac{2\pi i}{N\Delta t} \quad (3)$$

$\Delta t$  is the sampling rate in the time domain and  $N$  is the number of samples.  $X(\omega_i)$  and  $Y_l(\omega_i)$  are the Fourier transforms of the digitized earthquake motion models at different locations. Using the method of Lagrange multipliers, square Fourier amplitude spectra of the ground motions at different locations are minimized when the input is subjected to a constraint. The constraint is considered such that the amplitude of input model at  $t=0$  is unity. The Lagrange multipliers method is used to minimize the following summation.

$$\sum_{i=0}^{N-1} \left[ c_0 |X(\omega_i)|^2 + k_0 \omega_i^2 |X(\omega_i)|^2 + \sum_{l=1}^M (c_l |Y_l(\omega_i)|^2 + k_l \omega_i^2 |Y_l(\omega_i)|^2) \right] \quad (4)$$

In equation (4),  $c_0$ ,  $k_0$ ,  $c_l$  and  $k_l$  are weighting coefficients used for smoothing the results (see Haddadi and Kawakami 1998). The minimization procedure results in the following input and output models.

Table 1 : Soil profile and system layout of the Samukawa site. (Association for Earthquake Disaster Prevention of Japan, 1992)

Depth (m)	Soil Type	Density (g/cm <sup>3</sup> )	P- velocity (m/sec)	S- velocity (m/sec)	Location of seismometer
0~4.5	Silt	1.55	750	110	GL-4.5 m
4.5~9	Sandy gravel	1.98	530	300	
9~17	Fine sand	1.89	1320		
17~21		1.84	1550		
21~31	Alluvial silt			230	GL- 40 m
31~37	Coarse sandy gravel	1.67	1720	370	
37~44	Alluvial clay	1.67	1520	320	
44~54				400	
54~56	Sandy gravel			850	GL- 55 m
56~62		2.36	2280		
62~82	Consolidated silt	1.93	1600	450	GL- 100 m
82~88	Sandy gravel	2.38	2460	870	
88~100	Fine sand	1.89	1700	500	

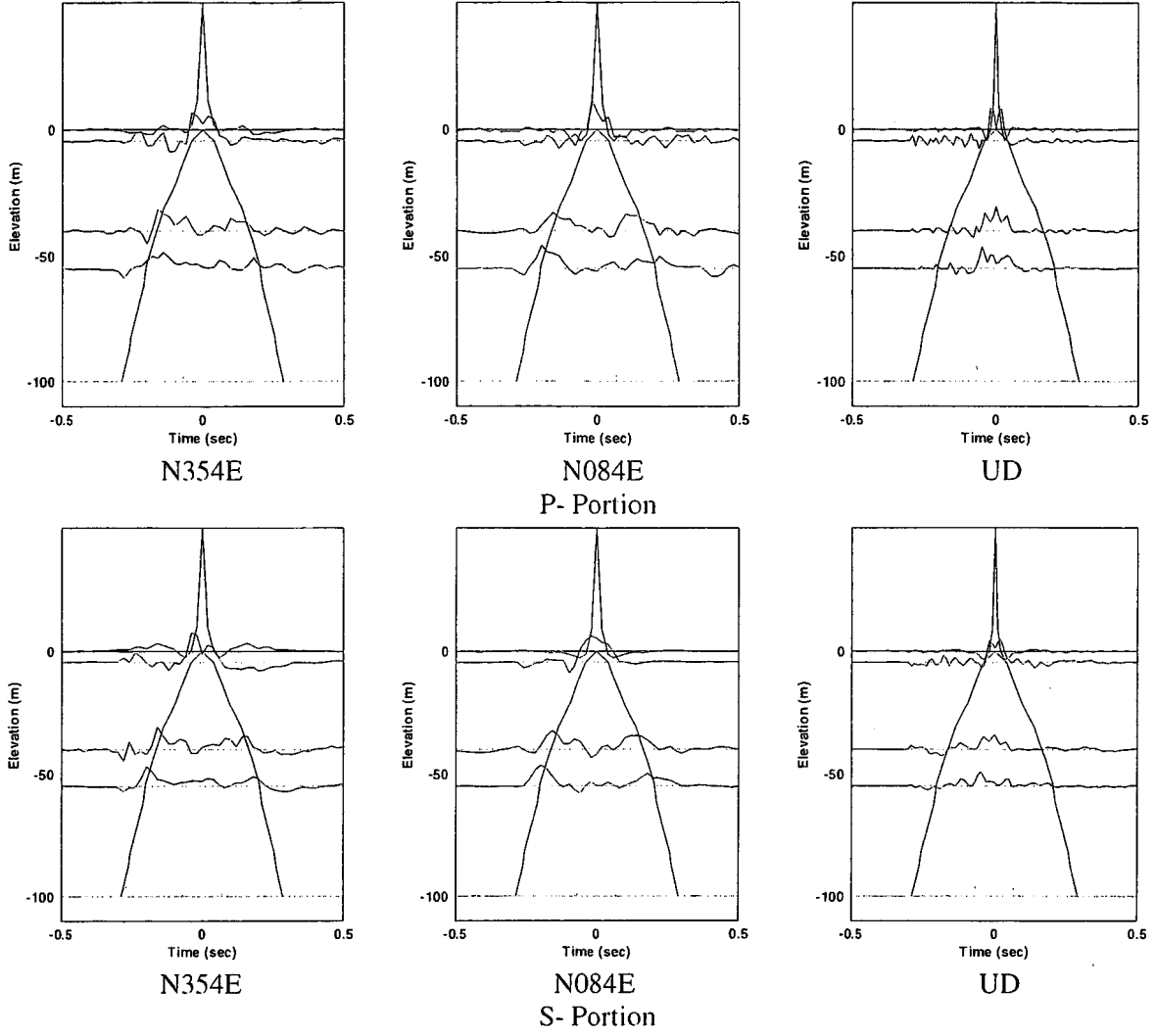


Figure 1 : Results of analysis of February 20, 1990 earthquake by SIORM at Samukawa vertical array

$$X(\omega_i) = N\Delta t \frac{\frac{1}{(1 + \frac{k_0}{c_0} \omega_i^2)(c_0 + \sum_{m=1}^M c_m |H_m(\omega_i)|^2)}}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{(1 + \frac{k_0}{c_0} \omega_n^2)(c_0 + \sum_{m=1}^M c_m |H_m(\omega_n)|^2)}} \quad (5)$$

$$Y_i(\omega_i) = N\Delta t \frac{\frac{H_i(\omega_i)}{(1 + \frac{k_0}{c_0} \omega_i^2)(c_0 + \sum_{m=1}^M c_m |H_m(\omega_i)|^2)}}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{(1 + \frac{k_0}{c_0} \omega_n^2)(c_0 + \sum_{m=1}^M c_m |H_m(\omega_n)|^2)}} \quad (6)$$

The input and output models of equations (5) and (6) would be transferred to time domain by inverse Fourier transform.



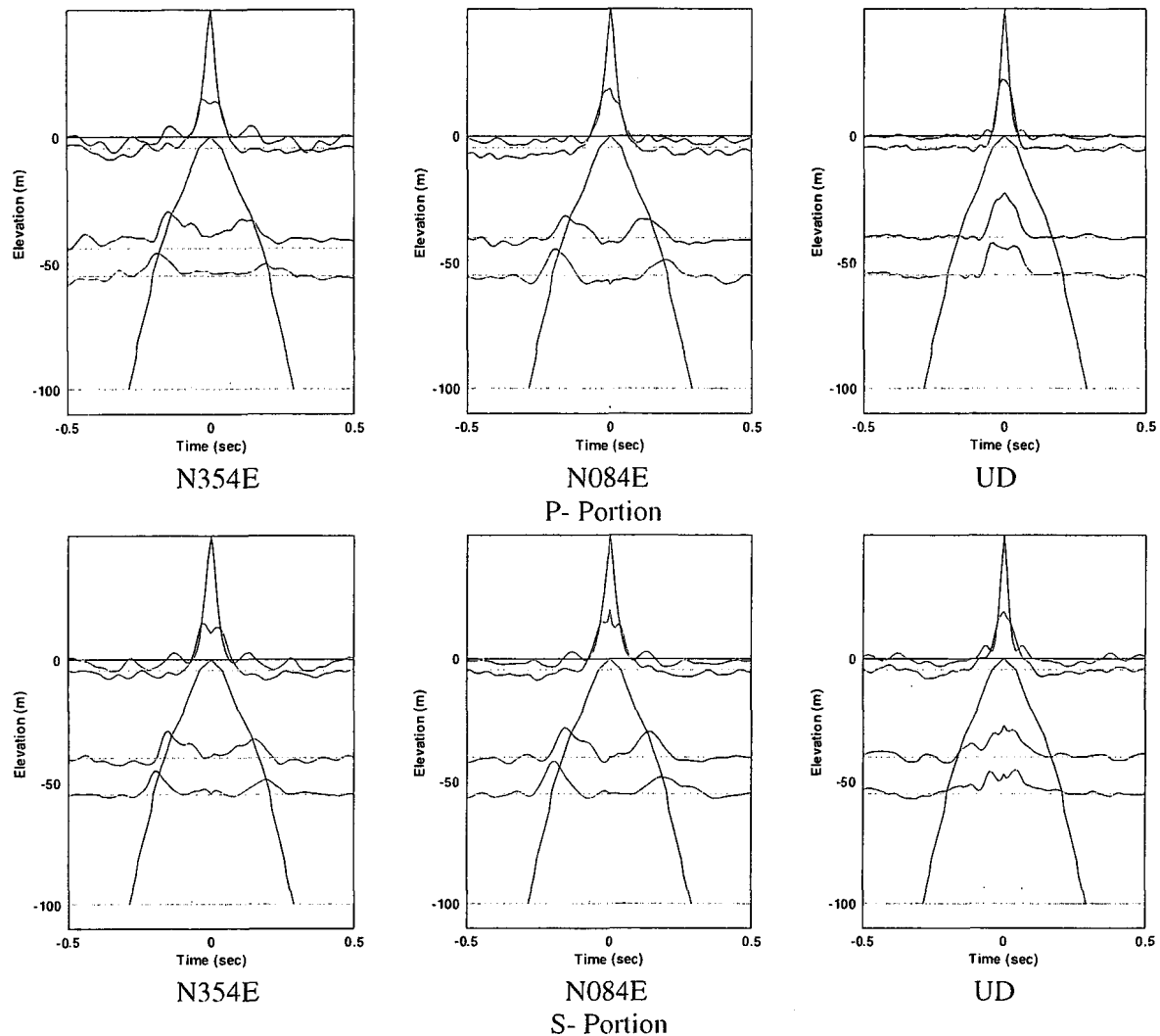


Figure 2 : Results of analysis of February 20, 1990 earthquake by NIOM at Samukawa vertical array

## SAMUKAWA VERTICAL ARRAY

The abilities of SIORM and NIOM methods are considered by using the strong ground motions recorded at Samukawa site. The soil profile of Samukawa site is shown in Table 1. As shown in Table 1, there are 5 triaxial component seismometer at the vertical array.

## ANALYSIS OF THE RECORDS

The earthquakes M6.5 of February 20, 1990 and M5.9 of February 2, 1992 recorded at the vertical array are selected for analysis. Each component of the earthquakes is divided into P- and S- portions and is analyzed separately. The results of analysis of February 20, 1990 earthquake by SIORM and NIOM are shown in Figures 1 and 2 and those for the earthquake of February 2, 1992 are shown in Figures 3 and 4. The input model of both methods is considered at ground surface with the unit amplitude at time  $t=0$  and the responses at other elevations are shown. In all the figures, travel time curve of P- wave is shown by dash line and that of S- wave is shown by solid line. The travel time curves are obtained by using the geophysical measurements of wave velocity given in Table 1.

Although the methods of SIORM, in the time domain, and NIOM, in the frequency domain, are different, both provide similar and clear models of P- and S- wave propagation in ground layers. There are two stable peaks at each elevation corresponding to incident wave propagating upward and reflected wave from the ground surface propagating downward. The horizontal component models reveal the propagation of S- wave and those of vertical component show propagation of P- wave. The arrival time of P- and S- waves obtained by SIORM and NIOM methods agree with those of geophysical measurements. The remarkable point is that

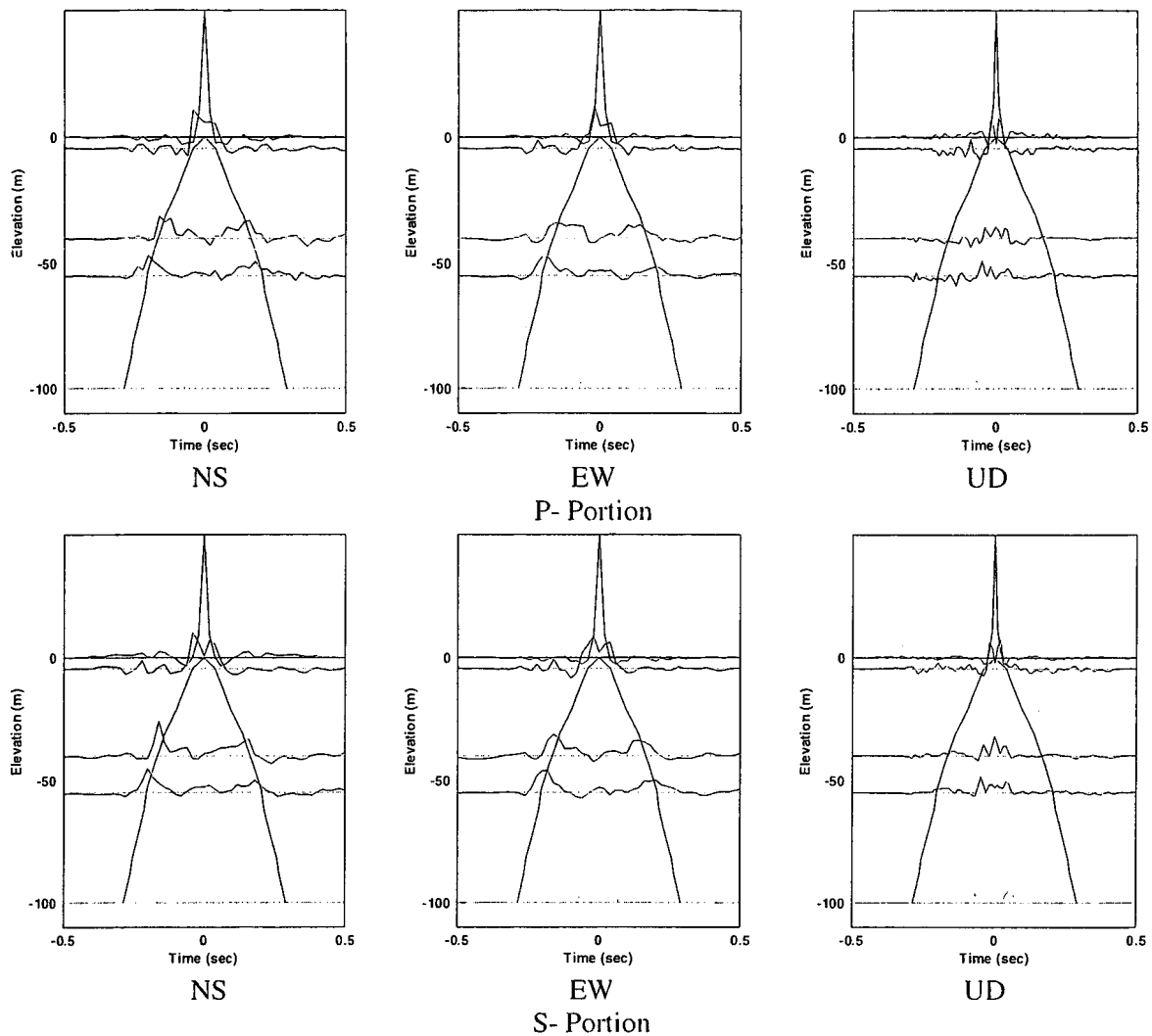


Figure 3 : Results of analysis of February 2, 1992 earthquake by SIORM at Samukawa vertical array

both of P- and S- portions of horizontal components propagate with the velocity of shear wave and both portions of vertical components propagate with the velocity of compressional wave. It may be concluded that S- wave is dominant in both portions of the horizontal component records and P- wave is dominant in those of vertical component.

The amplitude of the incident wave at lower elevations is smaller than that of upper elevations, which illustrates the amplification of wave in ground layers. At each elevation, the amplitude of reflected wave from the ground surface is smaller than that of the incident wave. It may be caused by partial reflection of wave at the ground layer boundaries and/or damping in soil layers.

Besides the two main peaks at each elevation due to propagation of incident and reflected (from the ground surface) waves, there are some other stable peaks in the models of both methods. Those peaks are not observed in the results of all observation points and could be due to multiple reflection of wave in ground layers.

## CONCLUSIONS

The abilities of SIORM and NIOM methods for wave propagation analysis are illustrated by employing the strong motion records of Samukawa vertical array. While the models of SIORM and NIOM methods are very simple, some important properties of soil layers can be investigated by using those methods.

The incident P- and S- waves and the reflected phases from the ground surface at different observation points are clearly shown by analyzing the separate portions of horizontal and vertical components of ground motions. The models of both methods show that the amplitudes of the incident waves increase from lower to

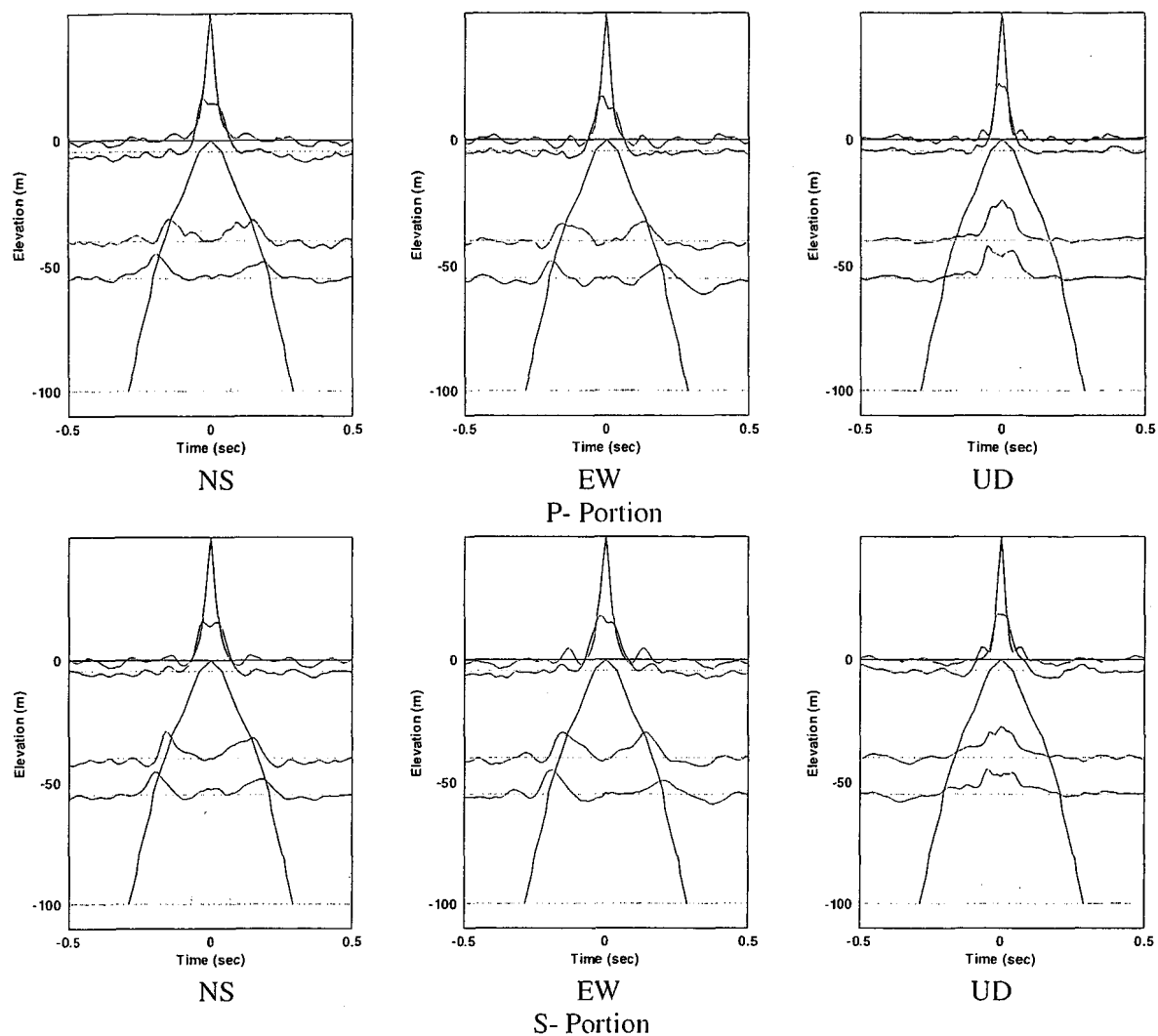


Figure 4 : Results of analysis of February 2, 1992 earthquake by NIOM at Samukawa vertical array

upper elevations and illustrate the effect of wave amplification of ground layers. Also, the amplitude of the model of reflected wave is smaller than that of the incident wave at each of the observation points. This may be due to partial reflection of waves at ground boundaries and/or damping in soil layers.

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors express their gratitude to the Nishimatsu Const. Co. Ltd. of Japan-for providing the strong ground motion records at Samukawa vertical array.

## REFERENCES

- Akaike, H. (1972). "Statistical analysis and control of dynamic system". Science Inc. Tokyo, (in Japanese).
- Association for Earthquake Disaster Prevention of Japan, (1992). "Strong motion array record database- Data manual" (in Japanese).
- Bendat, J.S. and Piersol, A.G. (1993). "Engineering applications of correlation and spectral analysis". John Wiley & Sons, INC.
- Haddadi, H.R. and Kawakami, H. (1998). "Modeling wave propagation by using normalized input-output minimization (NIOM) method for multiple linear systems". *J. Struct. Mech. Earthquake Eng., JSCE*, No. 584/ I-42, pp. 29-39.
- Kawakami, H. and Bidon, P. (1997). "A simplified input output relation method using AR model for earthquake wave propagation analysis". *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.* Vol. 26, pp. 1041-1057.
- Kawakami, H. and Haddadi, H.R. (1998). "Modeling wave propagation by using normalized input-output minimization (NIOM)". *Soil Dyn. Earthquake Engrg.* Vol. 17, pp. 117-126.

# MODELING WAVE PROPAGATION BY USING NORMALIZED INPUT-OUTPUT MINIMIZATION (NIOM) METHOD FOR MULTIPLE LINEAR SYSTEMS

Hamid R. HADDADI<sup>1</sup> and Hideji KAWAKAMI<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ph.D. student of Earthquake Engineering, Dept. of Civil & Environmental Eng., Saitama University (255 Shimo-Okubo, Urawa, Saitama 338, Japan)

<sup>2</sup>Member of JSCE, Dr. of Eng., Professor, Dept. of Civil & Environmental Eng., Saitama University (255 Shimo-Okubo, Urawa, Saitama 338, Japan)

Consideration of simple models of wave propagation helps to understand the physical characteristics of soil layers. In this paper, a new method for modeling wave propagation in multiple linear systems is developed, its application is discussed and the results are compared with those of conventional correlation, impulse response and geophysical methods. The new method reveals the arrival times of incident and reflected waves as well as their relative amplitudes. The effects of weighting coefficients on Fourier amplitude spectrum of the results are also discussed for some models and actual strong ground motion records.

**Key Words :** wave propagation, spectral analysis, vertical array, wave amplification

## 1. INTRODUCTION

Closely spaced seismograph arrays are widely employed to record the strong ground motion on the surface or at lower elevations of ground. Those records are used to study the spatial as well as temporal variation of ground motion<sup>1)~6)</sup> and provide the essential information for seismic design of largely extended foundation structures, deeply embedded or buried facilities and lifeline systems.

Actual earthquake ground motions reflect the characteristics of the source mechanism, wave propagation path and amplification effect of the soil layers. However, those effects cannot be recognized directly from the records due to complexity of actual ground motions. Therefore, some methods are used either to simplify the ground motion source (such as geophysical methods) or to make simplified models of wave propagation (such as impulse response and correlation functions).

Propagation of wave through ground layers is studied by using geophysical methods in which an impulsive seismic source can be generated by

explosion or impact. The arrival times of the generated waves by such a simple seismic source would be detected easily at different points on the ground surface or at different depths. These methods are widely employed for evaluating the dynamic properties of soil. However, the parameters estimated by such methods are rather different from those during a strong earthquake motion, which is much more complicated.

When ground motion at one observation point repeats itself exactly at another point and noise is not involved in the motion, an impulse may be assumed to be a simple model of ground motion at one location and the impulse response would be obtained at the other by means of the soil system transfer function. Actual earthquake motions are much complicated and this ideal model usually fails to reveal the properties of the soil system.

The other model that can relate motions at two locations is the cross-correlation. For the case of completely coherent motion, it is equal to the autocorrelation of the motion at one observation point but shifted by a time lag or advance. Actual earthquake motions may contain superposed waves that are reflected and refracted from various interfaces. Therefore, the cross-correlation of the

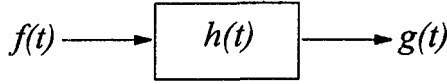


Fig.1 A time-invariant linear soil system

motions at two observation points would not be simply the shifted results of the autocorrelation. Further, the shape of cross-correlation function is greatly influenced by the wave propagation properties and by the shape of the autocorrelation function which causes some limitations in practice.

This paper presents a new method for modeling wave propagation in multiple linear systems by considering the statistical correlation of the earthquake ground motions at different observation points. The paper describes the capability of the presented method in comparison with the other existing methods by using some models as well as actual strong ground motion records.

## 2. METHODOLOGY

### (1) One linear soil system

A time-invariant linear soil system (Fig.1) subjected to the input earthquake motion,  $f(t)$ , at the ground surface and the output  $g(t)$  at depth is defined by means of the convolution integral<sup>7)</sup>

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(u)f(t-u)du \quad (1)$$

where  $h(u)$  is the weight function.

The input and output of the system in the frequency domain can be related by means of the transfer function  $H(\omega)$ . For the case that the input and output of the system are digitized earthquake ground motions, the output at each frequency is specified by<sup>7)</sup>

$$G(\omega_i) = H(\omega_i)F(\omega_i) \quad (2)$$

$(i = 0, \dots, N-1 \text{ and } \omega_i = i \frac{2\pi}{N\Delta t})$

where  $\Delta t$  is the sampling rate in the time domain and  $N$  is the number of samples.  $F(\omega_i)$  and  $G(\omega_i)$  are the Fourier transforms of the digitized earthquake motion at the ground surface and at depth.

Transfer functions depend only on physical properties of soil systems. Therefore the same transfer function that defines the relation of the actual ground motion input,  $F(\omega_i)$ , and output,  $G(\omega_i)$ , should satisfy the relation of the input

model,  $X(\omega_i)$ , and the output model,  $Y(\omega_i)$ , as follows.

$$Y(\omega_i) = H(\omega_i)X(\omega_i) \quad (3)$$

Consider the discrete inverse Fourier transform of  $X(\omega_i)$

$$x(m\Delta t) = \frac{1}{N\Delta t} \sum_{i=0}^{N-1} X(\omega_i) e^{j \frac{2\pi i m}{N}} \quad (4)$$

and assume that the amplitude of the input is desired to be constant at an arbitrary time such as  $t=0$ . Therefore, Eq.(4) gives the following constraint.

$$\frac{1}{N\Delta t} \sum_{i=0}^{N-1} X(\omega_i) = 1 \quad (5)$$

Eq.(5) implies that the value of the input at the ground surface for  $m=0$  (which corresponds to  $t=0$  in the time domain) is defined to be normalized to unity.

Using the method of Lagrange multipliers, squared Fourier amplitude spectra<sup>8)</sup> of the ground motions at the surface and at depth are minimized when subjected to the constraint of Eq.(5). Therefore the Lagrange multipliers method gives

$$L = \sum_{i=0}^{N-1} \{ |X(\omega_i)|^2 + |Y(\omega_i)|^2 \} - \lambda \left\{ \frac{1}{N\Delta t} \sum_{i=0}^{N-1} X(\omega_i) - 1 \right\} \quad (6)$$

where  $\lambda$  is the Lagrange multiplier. Summation of square values in Eq.(6) corresponds to the power of the input and output. A simplified model of input and output would be obtained by minimizing Eq.(6). When the constraint is considered, the simplified input is modeled such that its amplitude at  $t=0$  is unity and the simplified input and output amplitudes approach zero at the other times unless correlation exists between the corresponding ordinates. If there is not any constraint in Eq.(6), the minimization procedure gives zero input and zero output at all times and it does not give any useful result. Substituting Eq.(3) into Eq.(6) gives

$$L = \sum_{i=0}^{N-1} \{ 1 + |H(\omega_i)|^2 \} X(\omega_i) X^*(\omega_i) - \lambda \left\{ \frac{1}{N\Delta t} \sum_{i=0}^{N-1} X(\omega_i) - 1 \right\} \quad (7)$$

in which  $*$  denotes the complex conjugate.

One may find  $X(\omega_i)$  with minimum  $L$  by requiring  $\frac{\partial L}{\partial X(\omega_i)} = 0$  and  $\frac{\partial L}{\partial X^*(\omega_i)} = 0$ . This gives  $\lambda$  as:

$$\lambda = \frac{2(N\Delta t)^2}{\sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{1+|H(\omega_i)|^2}} \quad (8)$$

Consequently, the simplified ground motions of the system would be determined by the following equations:

$$X(\omega_i) = N\Delta t \frac{\frac{1}{1+|H(\omega_i)|^2}}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{1+|H(\omega_n)|^2}} \quad (9)$$

$$Y(\omega_i) = N\Delta t \frac{\frac{H(\omega_i)}{1+|H(\omega_i)|^2}}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{1+|H(\omega_n)|^2}} \quad (10)$$

Eq.(10) is the response of the linear system to the simplified input model of Eq.(9). The same transfer function that satisfies the relationship of the actual ground motion input and output is used to derive Eq.(10). As a result, the complicated strong motions of the input and output are modeled to a simple pair that reveals the relation of the actual strong motions and yields useful information about the propagation of waves through the system.

The procedure leading to the simplified input and output models is shown schematically in Fig.2. As Fig.2 shows, the actual ground motion input,  $F(\omega_i)$ , and output,  $G(\omega_i)$ , are used to compute the transfer function,  $H(\omega_i)$ . Minimizing the square values of Fourier amplitude spectra at the surface and at depth when the constraint is in existence would result in the simplified input model of  $X(\omega_i)$  and the simplified output model of  $Y(\omega_i)$ , which illustrates the statistical correlation between the two motions. This process is named the Normalized Input-Output Minimization (NIOM) method. The inverse Fourier transform of Eq.(9) gives the input model at the ground surface in the time domain and the corresponding model at depth would be obtained by the inverse Fourier transform of Eq.(10).

## (2) Frequency content and smoothing of the results

High frequency components of the ground motion are known to be more susceptible to scattering and attenuation and those components do not correlate to the corresponding ones at the other observation points. Also, the noise accompanying earthquake ground motion can affect the results and cause fluctuations. Therefore, it is useful to have a control on the contribution of the frequency components in the process. Consider  $dx(t)/dt$  and

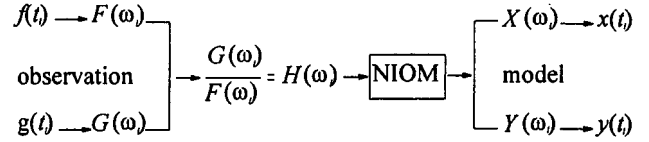


Fig.2 The schematic procedure of the NIOM method

$dy(t)/dt$  are also taken into account and the square values of their Fourier amplitude spectra are minimized and properly weighted. Therefore, the Lagrange multipliers method gives the following equation:

$$L = \sum_{i=0}^{N-1} \left\{ c_0 |X(\omega_i)|^2 + k_0 \omega_i^2 |X(\omega_i)|^2 + c_1 |Y(\omega_i)|^2 + k_1 \omega_i^2 |Y(\omega_i)|^2 \right\} - \lambda \left\{ \frac{1}{N\Delta t} \sum_{i=0}^{N-1} X(\omega_i) - 1 \right\} \quad (11)$$

in which the constraint of Eq.(5) is used and  $c_0, c_1, k_0$  and  $k_1$  are weighting constants.

One may again find  $X(\omega_i)$  and  $Y(\omega_i)$  with minimum  $L$  by requiring  $\frac{\partial L}{\partial X(\omega_i)} = \frac{\partial L}{\partial Y(\omega_i)} = 0$  as follows:

$$X(\omega_i) = N\Delta t \frac{\frac{1}{(1+\frac{k_0}{c_0}\omega_i^2)(c_0+c_1|H(\omega_i)|^2)}}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{(1+\frac{k_0}{c_0}\omega_n^2)(c_0+c_1|H(\omega_n)|^2)}} \quad (12)$$

$$Y(\omega_i) = N\Delta t \frac{\frac{H(\omega_i)}{(1+\frac{k_0}{c_0}\omega_i^2)(c_0+c_1|H(\omega_i)|^2)}}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{(1+\frac{k_0}{c_0}\omega_n^2)(c_0+c_1|H(\omega_n)|^2)}} \quad (13)$$

Eqs.(12) and (13) assume that the relationship between the weighting constants is

$$\frac{k_0}{c_0} = \frac{k_1}{c_1} \quad (14)$$

which implies that the same weighting relationship between the squared Fourier amplitude spectra of the input and its time derivative is considered for the output.

One may keep the value of one of the coefficients constant in Eq.(14). In this case,  $c_0$  is fixed to unity in the process. The coefficient  $k_1$  is computed in terms of the other weighting constants. Therefore, it is enough to specify  $k_0$  and  $c_1$  in the computations. The contribution of high frequencies may be decreased by increasing  $k_0$  in Eqs.(12) and (13) (This is shown later in Figs.5 and 9). Therefore high frequency components of the input and output, which may be scattered or attenuated, play a smaller role in the process. The coefficient  $c_1$  weights the output in comparison to

the input. When  $c_1$  increases, the contribution of the output in the process increases.

If  $c_1$  and  $k_0$  approach zero in Eqs.(12) and (13), the simplified input in the frequency domain is:

$$X(\omega_i) = \Delta t \quad \text{for } i = 0, \dots, N-1 \quad (15)$$

This implies that the simplified input in the time domain would approach the impulse function and therefore that the simplified output would approach the impulse response. The effect of the weighting constants is discussed later when the application of the method is explained.

### (3) Generalization to multiple linear systems

$M$  linear systems are subjected to the input  $x(t)$ , and the outputs are named  $y_1(t)$  to  $y_M(t)$ . Therefore, the following value is minimized under the same constraint of Eq.(5).

$$\sum_{i=0}^{N-1} \left[ c_0 |X(\omega_i)|^2 + k_0 \omega_i^2 |X(\omega_i)|^2 + \sum_{l=1}^M \{ c_l |Y_l(\omega_i)|^2 + k_l \omega_i^2 |Y_l(\omega_i)|^2 \} \right] \quad (16)$$

In Eq.(16),  $c_0$  to  $c_M$  are the weighting constants of the input and outputs squared Fourier amplitude spectra, and  $k_0$  to  $k_M$  are those of their time derivatives. The multiple linear system is considered as a number of single linear systems such that the input is common in all. For each single system, the relation between the weighting constants of the input squared Fourier amplitude spectra and its time derivative is considered to be equal to that of the output. Therefore, the weighting coefficients are related as:

$$\frac{k_0}{c_0} = \frac{k_1}{c_1} = \dots = \frac{k_M}{c_M} \quad (17)$$

Considering Eq.(17) and the transfer function of the single linear system  $l$  as

$$H_l(\omega_i) = \frac{Y_l(\omega_i)}{X(\omega_i)} \quad (18)$$

then, Lagrange multipliers method gives:

$$L = \sum_{i=0}^{N-1} \left\{ \left( 1 + \sum_{l=1}^M \frac{c_l}{c_0} |H_l(\omega_i)|^2 \right) \cdot \left( c_0 + k_0 \omega_i^2 \right) X(\omega_i) X^*(\omega_i) \right\} - \lambda \left\{ \frac{1}{N\Delta t} \sum_{i=0}^{N-1} X(\omega_i) - 1 \right\} \quad (19)$$

One may find  $X(\omega_i)$  with minimum  $L$  by requiring  $\frac{\partial L}{\partial X(\omega_i)} = 0$  and  $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$ . Thus,  $\lambda$  can be obtained as follows:

$$\lambda = \frac{2(N\Delta t)^2}{\sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{(1 + \frac{k_0}{c_0} \omega_i^2) (c_0 + \sum_{l=1}^M c_l |H_l(\omega_i)|^2)}} \quad (20)$$

Some algebraic manipulation leads to the following equations for the simplified input and outputs.

$$X(\omega_i) = N\Delta t \frac{\frac{1}{(1 + \frac{k_0}{c_0} \omega_i^2) (c_0 + \sum_{m=1}^M c_m |H_m(\omega_i)|^2)}}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{(1 + \frac{k_0}{c_0} \omega_n^2) (c_0 + \sum_{m=1}^M c_m |H_m(\omega_n)|^2)}} \quad (21)$$

$$Y_l(\omega_i) = N\Delta t \frac{\frac{H_l(\omega_i)}{(1 + \frac{k_0}{c_0} \omega_i^2) (c_0 + \sum_{m=1}^M c_m |H_m(\omega_i)|^2)}}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{(1 + \frac{k_0}{c_0} \omega_n^2) (c_0 + \sum_{m=1}^M c_m |H_m(\omega_n)|^2)}} \quad (22)$$

$Y_l(\omega_i)$  is obtained by substituting Eq.(21) into Eq.(18).

In case of multiple linear systems, if  $c_0=1$  and  $k_1$  to  $k_M$  are substituted in terms of the other weighting constants then it is enough to specify only  $k_0$  and  $c_1$  to  $c_M$ .

Generalization of the method to multiple linear systems gives more realistic results. In this case, all the ground motions at different observation points are processed simultaneously, whereas in a single input-output system the results are based on the ground motion records at only two observation points.

### (4) Dimensionless Fourier amplitude spectrum

The Fourier amplitude spectrum of the input and outputs, obtained from Eqs.(21) and (22), can be used in dimensionless form. This form is needed for comparing one set of Fourier spectra to another set in which the sampling rate is different. Eqs.(23) and (24) show the dimensionless forms of the input and output models respectively. It should be noted that  $x(t_i)$  and  $y(t_i)$  are dimensionless while  $f(t_i)$  and  $g(t_i)$  may have dimensions (see Fig.2).

$$\frac{X(\omega_i)}{\Delta t} = N \frac{\frac{1}{\left\{ 1 + \frac{k_0/\Delta t^2}{c_0} (\omega_i \Delta t)^2 \right\} (1 + \sum_{m=1}^M \frac{c_m}{c_0} |H_m(\omega_i)|^2)}}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\left\{ 1 + \frac{k_0/\Delta t^2}{c_0} (\omega_n \Delta t)^2 \right\} (1 + \sum_{m=1}^M \frac{c_m}{c_0} |H_m(\omega_n)|^2)}} \quad (23)$$

$$\frac{Y_I(\omega_i)}{\Delta t} = N \frac{\frac{H_I(\omega_i)}{\left\{1 + \frac{k_0/\Delta t^2}{c_0}(\omega_i \Delta t)^2\right\} \left(1 + \sum_{m=1}^M \frac{c_m}{c_0} |H_m(\omega_i)|^2\right)}}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\left\{1 + \frac{k_0/\Delta t^2}{c_0}(\omega_n \Delta t)^2\right\} \left(1 + \sum_{m=1}^M \frac{c_m}{c_0} |H_m(\omega_n)|^2\right)}} \quad (24)$$

### 3. APPLICATION OF THE METHOD TO SIMPLE MODELS

To clarify the effectiveness of the NIOM method, the results of the method are compared here with the results obtained when using conventional autocorrelation, cross-correlation, and impulse response methods by using simple models. The models are made by means of a time history and applying successive shifting and adding. The time history  $f(t)$  is considered as the input and the following combinations are assumed to be the outputs of the linear systems.

$$g_1(t) = 4f(t) + n(t) \quad (25a)$$

$$g_2(t) = 4f(t) + 3f(t - \tau) + n(t) \quad (25b)$$

$$g_3(t) = 4f(t) + 3f(t - \tau) + 2f(t - 2\tau) + n(t) \quad (25c)$$

$$g_4(t) = 4f(t) + 3f(t - \tau) + 2f(t - 2\tau) + f(t - 3\tau) + n(t) \quad (25d)$$

The simplified input and output of the system are obtained by transforming the results of Eqs.(12) and (13) into the time domain. The results by the NIOM method are obtained for two cases. In the first case, the input and output are not accompanied by white noise ( $n(t) = 0$ ). Fig.3 corresponds to this case and the results of the NIOM method are compared with the results obtained by the conventional autocorrelation and cross-correlation methods and with those of conventional impulse response function. In the second case, the input and output are accompanied by white noise  $n(t)$ . The results of this case are shown in Fig.4 and compared with the other two methods. The weighting constants of  $c_0=1$ ,  $c_1=0.001$ ,  $k_0=0.001$  and the sampling rate  $\Delta t = 0.01$  sec are used for the models mentioned in this section.

The first column in Figs.3 and 4 shows the input of  $f(t)$  and the outputs of Eqs.(25a) to (25d) for  $\tau = 0.1$  sec. The second column shows the autocorrelation of  $f(t)$  at the top and cross-correlation of  $f(t)$  and  $g_1(t)$ ,  $g_2(t)$ ,  $g_3(t)$  and  $g_4(t)$  below that. The third column shows the unit impulse function at the top and the unit impulse responses below that. The fourth column shows the simplified input of the NIOM method at the top

and the simplified outputs below that. As Figs.3 and 4 show, the results of the NIOM method clearly present the relationship of the input and the different outputs as one expects from Eqs.(25a) to (25d), whereas the results of correlation and impulse response methods do not. Comparison between the third column in Figs.3 and 4 indicates that the impulse response method is much affected by noise.

While cross-correlation method is usually more useful for the case that ensemble strong ground motion records are available<sup>9)</sup>, Figs.3 and 4 show that even by considering one input and one output, the NIOM method is potential to reveal the relation of the input and output.

As mentioned in section 2(2), the contribution of frequency bands in the process can be determined by specifying the weighting constant  $k_0$ . The effect of  $k_0$  on the frequency band of the input model (the top figure at the fourth column of Fig.3) obtained by applying the NIOM method to the input and the output of Eq.(25a) is illustrated in Fig.5. In this figure, the dimensionless Fourier amplitude spectrum is shown for various values of  $k=k_0/(c_0\Delta t^2)$  and it indicates that the contributions of high frequencies are decreased when  $k$  is increased. The coefficient  $c_1/c_0$  does not effect on the results in this case. As Eqs.(23) and (24) show,  $c_1/c_0$  is also effective when the transfer function is not constant. However, Fig.5 can be considered as a representative simplified Fourier amplitude spectrum of the results by the NIOM method. The effect of the weighting constant  $k$  is similar to that of high cut filtering.

### 4. ANALYSIS OF THE ETCHUJIMA STRONG MOTION RECORDS

The acceleration time histories recorded at the Etchujima vertical array<sup>10)</sup> during the earthquakes M6.0 of February 27, 1983, M6.0 of August 8, 1983, and M6.7 of December 17, 1987, are used in this analysis. Table 1 shows the geological profile, density of the layers, and elastic wave velocities measured by downhole shooting. The observation points of the array are located at elevations GL-1.0 m, GL-40.0 m, and GL-100.0 m. Fig.6 shows the acceleration ground motion (NS component) of the earthquake M6.0 of February 27, 1983, recorded at different elevations of the vertical array.

The results of the analysis by using the generalized NIOM method for multiple linear systems are shown in Fig.7. Based on the geophysical and geological information, the arrival



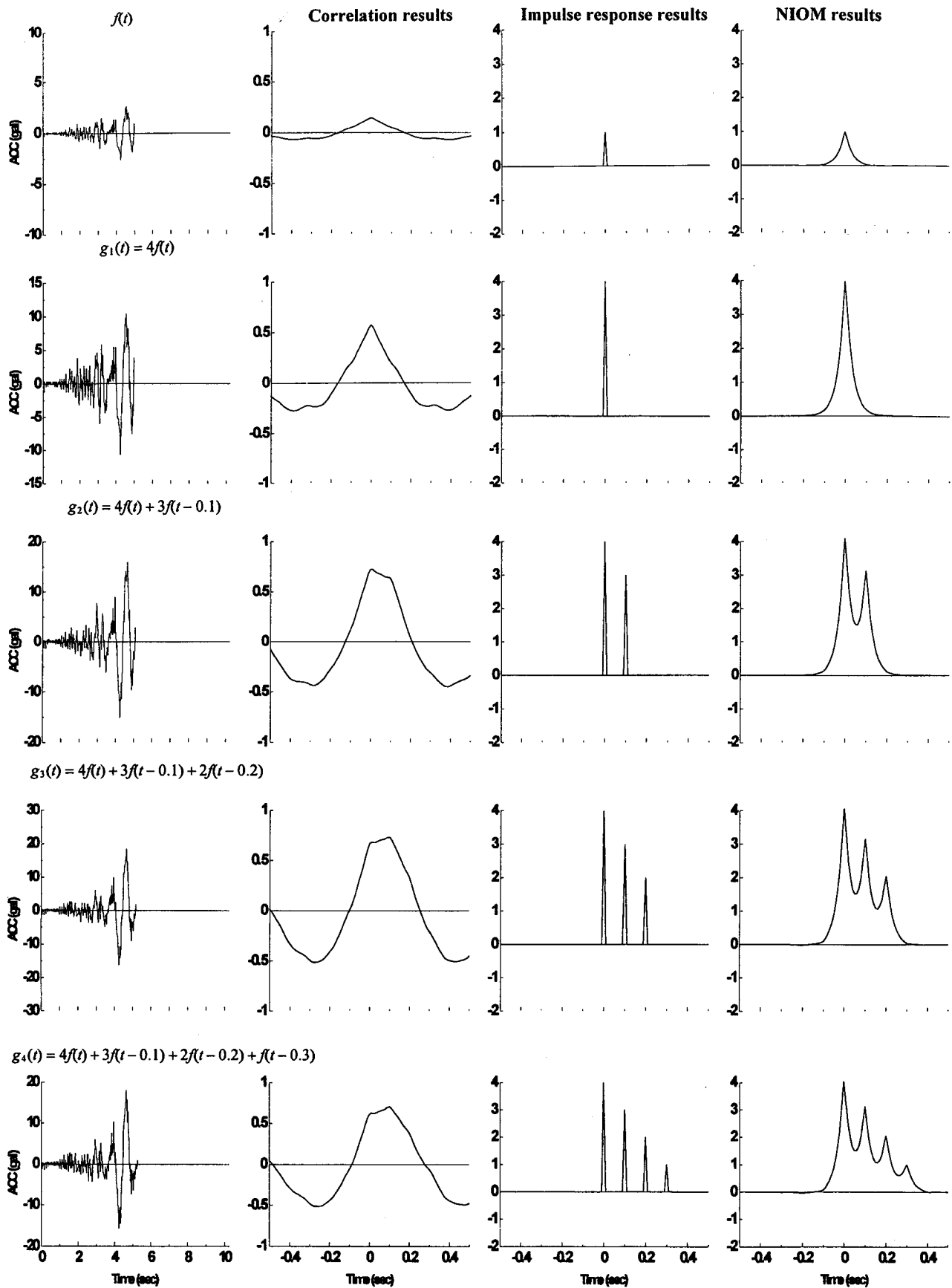


Fig.3 Application of the NIOM method to simple models and comparison with the results obtained by the correlation and impulse response methods. The first column shows the strong motion time history considered as the input  $f(t)$  and some combinations of that as the outputs  $g_1(t)$  to  $g_4(t)$ . The second column shows the autocorrelation of  $f(t)$  at the top and cross-correlation of  $f(t)$  and  $g_1(t)$  to  $g_4(t)$  below that respectively. The third column shows the unit impulse function at the top and the impulse responses for different cases below that. The fourth column shows the simplified input by the NIOM at the top and the responses to the simplified input below that.

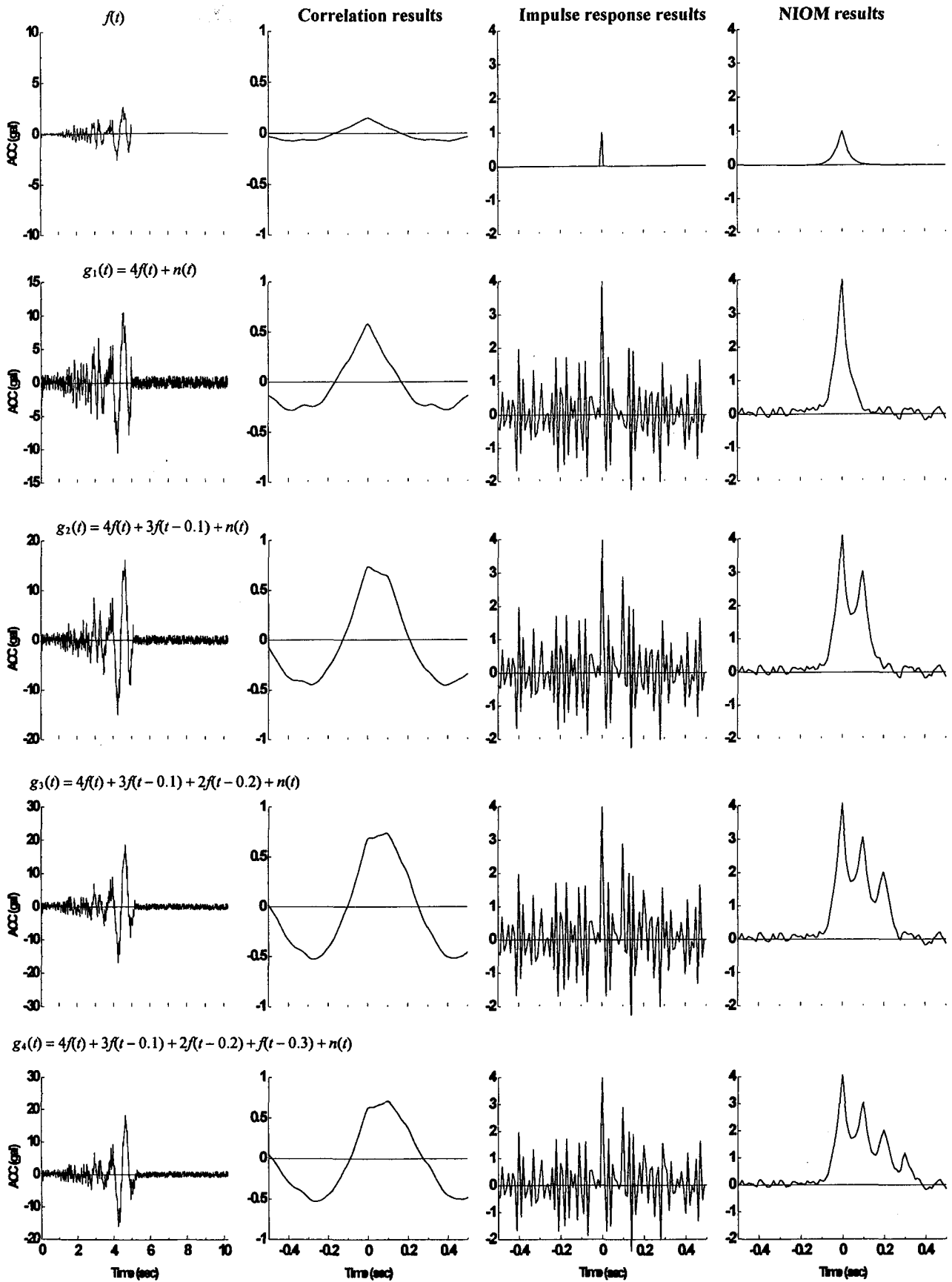
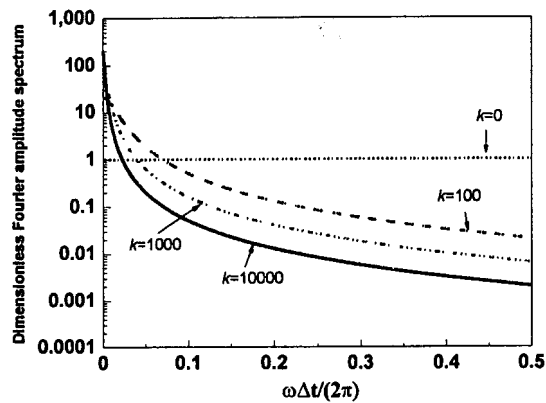


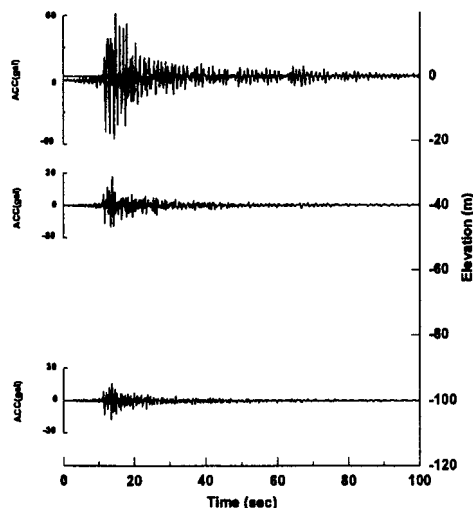
Fig.4 Application of the NIOM method to simple models and comparison with the results obtained by the correlation and impulse response methods. The first column shows the strong motion time history considered as the input  $f(t)$  and some combinations of that plus the white noise  $n(t)$  as the outputs  $g_1(t)$  to  $g_4(t)$ . The second column shows the autocorrelation of  $f(t)$  at the top and cross-correlation of  $f(t)$  and  $g_1(t)$  to  $g_4(t)$  below that respectively. The third column shows the unit impulse function at the top and the impulse responses for different cases below that. The fourth column shows the simplified input by the NIOM at the top and the responses to the simplified input below that.



**Fig.5** Dimensionless Fourier amplitude spectrum of the simplified input model obtained by the NIOM method for the input of  $f(t)$  and the output of Eq.(25a).

**Table 1** Geological and geophysical information of the Etchujima site.

Depth (m)	Type	Density (g/cm <sup>3</sup> )	P-wave velocity (km/sec)	S-wave velocity (km/sec)	Location of seismometer	
0~4	sandy silt	1.7	0.62	0.11	GL-1.0 m	
4~10			0.94			
10~16	alluvial clay	1.6	1.33	0.13	GL-40.0 m	
16~26	sandy silt	1.7		0.23		
26~34						
34~38				0.93		
38~53	sandy gravel	2	1.75	0.44		GL-40.0 m
53~70	fine sand	1.85		0.3		
70~75						
75~83				0.46		
83~100	mudstone	1.9				



**Fig.6** The NS component strong motion time history of the earthquake M6.0 of February 27, 1983 recorded at the Etchujima site.

times of S-wave and P-wave are computed and shown in the figure. The figure shows the simplified input and the simplified responses at different observation points. The simplified input is obtained at elevation GL-1.0 m and the responses are computed and shown at GL-40.0 m and GL-100.0 m. The weighting constants of  $c_0=c_1=c_2=1$ ,  $k_0=0.0001$  and the sampling rate  $\Delta t=0.03$  sec are used in this analysis.

The simplified outputs computed by using the horizontal strong motion records (Fig.7, EW and NS components) show two clear peaks corresponding to the incident S-wave and the reflected S-wave from the ground surface at GL-40.0 m and GL-100.0 m. The results are compared with the arrival times obtained by the downhole well shooting and show good agreement. The mentioned peaks are stable and are observed at both the horizontal component responses for all the three analyzed events. Some other peaks are also observed at GL-40.0 m and GL-100.0 m of the horizontal components. Those peaks are recognized to be stable for different components and earthquakes and are believed to reflect the geological conditions.

The simplified outputs computed by applying the generalized form of the NIOM method to the vertical strong motion records of the three earthquakes (Fig.7, UD component) also show clear peaks which are in agreement with the elastic P-wave arrival times obtained by downhole well shooting. The remarkable achievement of analyzing the vertical strong motion records is that the vertical simplified outputs at GL-40.0 m and GL-100.0 m of all the three earthquakes do not show any peak corresponding to the S-wave propagation. This is also confirmed by analyzing the S-portions of the vertical component strong motions. The results of analyzing only the S-portions of the vertical component strong motion records for the three events are shown in Fig.8. This analysis shows that the S-portions of the vertical strong motions also propagate in P-wave velocity.

The effect of  $k_0/(c_0\Delta t^2)$  on the NIOM results is confirmed for the actual ground motion records. Fig.9 shows the dimensionless Fourier amplitude spectra of the input model for various values of  $k=k_0/(c_0\Delta t^2)$  obtained by the NIOM method, for the earthquake of Feb. 27, 1983, recorded at the Etchujima site. The actual ground motion records also show the same trend of dimensionless Fourier amplitude spectra as obtained for the simple model

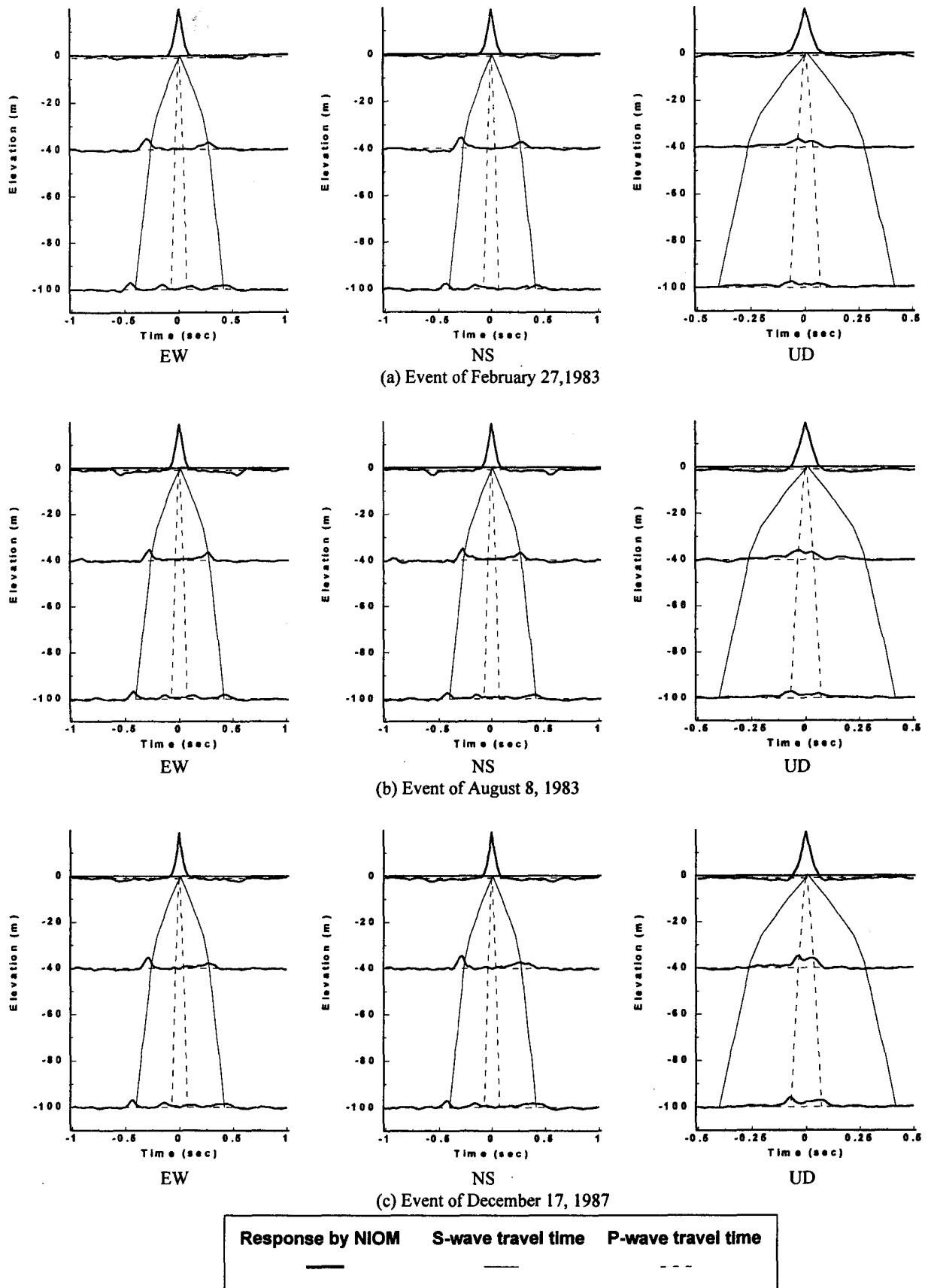
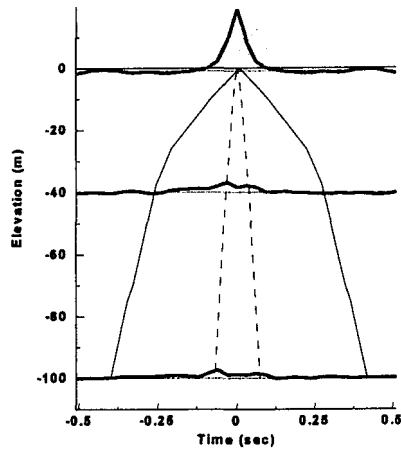
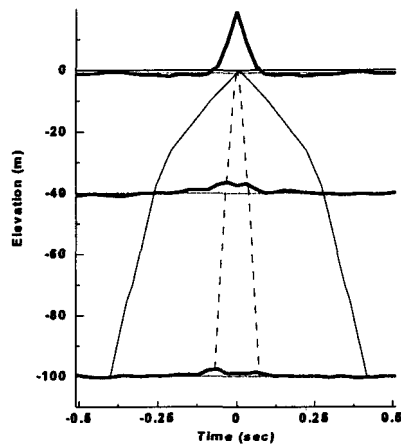


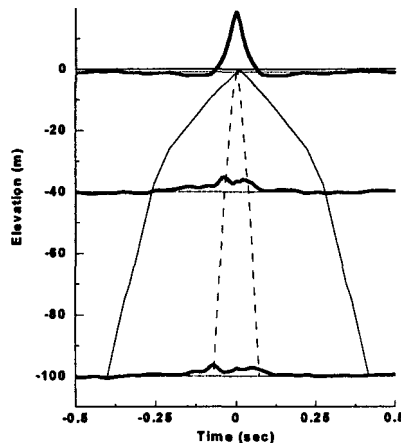
Fig.7 The results obtained by the NIOM method in comparison with the P-wave and S-wave elastic velocities measured by downhole well shooting at the Etchujima site. Three components (EW, NS and UD) of strong ground motion are considered in the analysis of each event.



a) Event of Feb. 27, 1983



b) Event of August 8, 1983

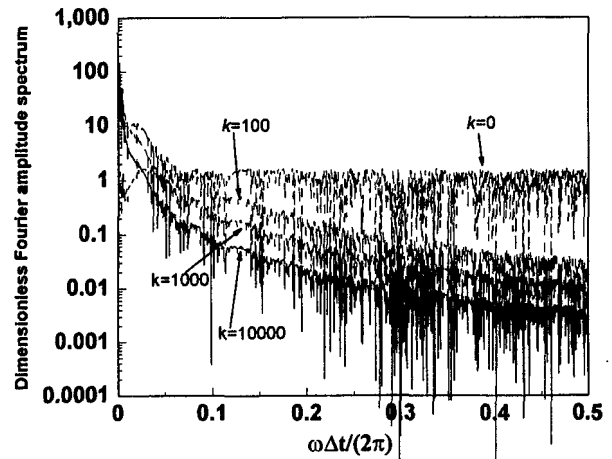


c) Event of December 17, 1987

**Fig.8** Analysis of the S-portions of the vertical component strong motion time histories by the NIOM method and comparison with the results of downhole well shooting. (Legend is the same as Fig.7)

of Fig.5. The effect of the constant  $k$  is similar to that of high cut filtering.

The method also shows the effect of soil amplification in Fig.7. Significant differences are



**Fig.9** Dimensionless Fourier amplitude spectra of the NIOM input model for the earthquake of 27 Feb., 1983 at the Etchujima site.

observed between the amplitude of the peaks at deeper layers and the relating peaks at shallower layers, and implies that the waves are amplified mostly in the layers from elevation GL-40.0 m to the ground surface.

The incident and reflected peaks revealed by the NIOM method also show a reasonable relationship between the amplitude of the incident wave and the reflected wave. The reflected wave amplitude is smaller than the incident amplitude which is in accordance with the multiple reflection theory.

## 5. CONCLUSIONS AND DISCUSSIONS

1) The Normalized Input-Output Minimization (NIOM) method is capable of revealing a simplified relationship between the input and outputs of linear systems. The results obtained by applying the method to simple models, including one time history as the input and some different combinations of that as the outputs, reveal a distinct correlation between the input and the outputs, and the method is shown to be more effective than the conventional cross-correlation and impulse response methods.

The generalized NIOM method has potential for simultaneous processing of strong ground motions recorded at different observation points of vertical and/or horizontal seismic arrays.

2) Application of the method to the records of the Etchujima vertical array yields clear arrival times for the incident and reflected S-waves and P-waves. The results agree with the downhole well shooting measurements at the site.

The analysis of horizontal components of the three earthquakes at the Etchujima site shows clear peaks that agree with the S-wave arrival times.

3) The vertical component responses by the NIOM method show clear peaks for the incident and reflected waves that agree with the P-wave arrival times obtained by downhole well shooting. The remarkable result is that the responses of the vertical strong motions do not show any peak due to propagation of S-wave. This is also confirmed by analyzing the separated S-portion of the vertical strong motions.

4) There is also a reasonable relationship between the amplitudes of the incident and reflected waves in the shallow layers. The amplitude of the reflected wave from the ground surface is smaller than that of the incident wave, which is consistent with the multiple reflection theory.

The method also shows the effect of shallow layers on the wave amplification at the Etchujima site. The layers from GL-40.0 m up to the ground surface have significantly larger effect on amplification of the wave than do the deeper layers at the site.

5) The effects of weighting coefficients on Fourier amplitude spectrum of the results are also discussed for some models as well as actual strong ground motion records. The NIOM method clearly shows the simplified correlation of input and outputs of linear systems and is useful for studying wave propagation in shallow layers.

6) The NIOM method has also potential for processing the horizontal and/or vertical components of ground motion records at the same or different observation points which is useful for studying the propagation of surface waves. This application is also considered by the authors and the results will be published in a separate paper.

7) When considering "estimation of the system", the problem is usually up to obtaining  $H(\omega)$  in Eq.(2). The transfer function,  $H(\omega)$ , is sometimes estimated by the method of least squares. This estimated transfer function may be used in the NIOM method instead of that obtained by Eq.(2). In the proposed NIOM method, square values are minimized as in the least variance

estimation method. The difference between these two methods is that the latter method minimizes summation of square values of errors whereas in the NIOM method that of signals is minimized.

**ACKNOWLEDGMENTS:** The authors express their thanks to the Association for Earthquake Disaster Prevention of Japan for publishing the strong motion array record database. They also acknowledge Shimizu Corporation for providing the strong motion records at the Etchujima vertical array.

#### REFERENCES

- 1) Bolt, B. A., Tsai, T. B., Yeh, K. and Hsu, M. K.: Earthquake strong motion recorded by large near-source array of digital seismographs, *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.*, 10, 561-573, 1982.
- 2) Loh, C. H., Penzien, J. and Tsai, Y. B.: Engineering analysis of SMART-1 array accelerometers, *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.*, 10, 575-591, 1982.
- 3) Nakamura, H. and Yamazaki, F.: Spatial correlation of earthquake ground motion based on dense array records, *J. of Structural Mechanics and Earthquake Engineering*, JSCE, No. 519, I-32, 185-197, 1995.
- 4) Vanmarcke, E. H. and Harichandran, R. S.: Models of the spatial variation of earthquake ground motion for seismic analysis of structures. *Proc. 8th World Conf. on Earthquake Engrg., San Francisco, Calif.*, 1984.
- 5) Kausel, E. and Pais, A.: Stochastic deconvolution of earthquake motions, *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 113(2), 266-277, 1987.
- 6) Hoshiya, M. and Ishii, K.: Evaluation of kinematic interaction of soil foundation systems by a stochastic model, *Soil Dyn. and Earthquake Engrg.*, 2(3), 128-134, 1983.
- 7) Bendat, J. S. and Piersol, A. G.: *Random data: analysis and measurement procedures*, John Wiley & Sons, 1971.
- 8) Clough, R. W. and Penzien, J.: *Dynamics of structures*, McGraw-Hill, Inc, 1993.
- 9) Izumi, M., Kurita, S., Iizuka, S., Sato, T. and Aiba, T.: On the coherency and the characteristics of transfer functions between seismic waves with instrument array, *J. of Structural and Construction Engineering*, Trans. AIJ. No. 395, 28-39, 1989 (in Japanese).
- 10) Association for Earthquake Disaster Prevention of Japan: Strong motion array record database, data manual, Volume A01, July 1992.

(Received October 9, 1996)

### 多重線形システムに対する基準入力出力最小化 (NIOM) 方法を用いた波動伝播のモデル化

Hamid R. HADDADI・川上 英二

本論文では、複数地点で観測された地震波形から波動の反射、透過などがどのように生じているかを推定すること、つまり、ある地点に単純な形の変位が加わった場合に、別の地点に生ずる変位を推定し、波動の伝播の様子を明らかにすることを目的とした。そして、波動伝播を多重線形システムでモデル化し、波形間相互の伝達関数を満足する簡単な形状の波形群を作成する方法(NIOM)を提案した。次に、本方法を、地表面および地下の複数点において実際に観測されたアレー観測地震波形に適用した。

# 強震動アレーデータに基づく隣接二地点間の 最大加速度比の確率分布

川上英二<sup>1</sup>・茂木秀則<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 埼玉大学教授 工学部建設工学科 (〒338-8570 埼玉県浦和市下大久保255)

<sup>2</sup>正会員 博(工) 埼玉大学助手 工学部建設工学科 (〒338-8570 埼玉県浦和市下大久保255)

最大加速度は確率変数と考えられるため、信頼性解析などの工学的な利用に際して、その確率分布、特に散布度について検討しておく必要がある。本研究では、同一アレー内の任意の二点における最大加速度の比(最大加速度比)を用いて散布度を検討した。始めに、最大加速度が対数正規分布に従うものとして、最大加速度比の確率密度関数と平均値や標準偏差などの特性値の定式化を行った。次に高密度アレー観測記録を用いて二点間距離に対する最大加速度比の分布を求めた。さらに、得られた最大加速度比を二観測点間距離を用いてグループに分け、最大加速度比の確率密度関数と平均値と標準偏差、95%位値などの散布度を求め、これらの値に基づいて隣接二点間で起こり得る最大加速度の差について論じた。

**Key Words :** *peak ground acceleration, array seismogram, lognormal distribution, probability density, standard deviation*

## 1. はじめに

都市部における地震被害に見られるように、隣接した互いに類似した構造物においてもその被害の程度が大きく異なることが多い。例えば、1995年兵庫県南部地震における道路、鉄道などの高架橋の被害では、数十メートルの間隔で並ぶ橋脚のうち、比較的軽微な被害にとどまったものと倒壊に至ったものが混在していた<sup>1),2)</sup>。

このように複雑な分布を示す地震被害のマクロ的な検討や構造物の設計基準の設定には、信頼性解析手法が広く用いられる<sup>3),4)</sup>。これは地震被害を確率現象と見なし、構造物の耐力と地震外力の確率密度を用いて、地震外力と構造物の耐力の大小関係から被害確率を検討するものである。上記のように、地盤がほぼ均質であると考えられるような極めて狭い地域に、多数の類似した構造物が建設されている場合において地震被害の程度がばらつくことから、信頼性解析手法が工学的に有用であることがわかる。そしてこの手法から得られる重要な知見の一つは、構造物の耐力の確率密度とともに地震動強度の確率密度、特にその平均値や中央値などの代表値だけでなく標準偏差や変動係数などの散布度が地震被害を検討する上で重要な要素となることである。

構造物の地震被害を検討する上で、地震動の最大加速度は地震動の強度を示す指標として、震度やSI値などとともに広く用いられている。また、構造物の耐震

設計において行われる動的解析では、用いられる地震波形の強度が最大加速度で表されることも多い<sup>5)</sup>。このように最大加速度が地震動強度の指標として広く用いられる理由として、一つの数値で地震動強度を表すことができる利便性があること、震度やSI値と比べて直接地震波形に関係する指標であること、距離減衰式など研究成果の蓄積が多いことなどが挙げられる。

地震動は極めて複雑な波形を示すため、時空間上の確率場としての検討が行われている。このうち、観測に基づいて狭い領域内の地震動の空間分布を検討した例として、アレー観測記録を用いてコヒーレンスや相互相関関数を推定した研究<sup>6)-11)</sup>が挙げられる。しかし、地震動の時空間分布を与えるメカニズムについて未知の点が多く、また、上記の研究において最大加速度に関する知見が直接得られているわけではない。

一方、最大加速度などの地震動強度の確率密度について言及している研究として、距離減衰式を推定した研究<sup>12),13)</sup>が挙げられる。この場合、距離減衰式による推定値と観測値との誤差は地震動強度の散布度を表すものと理解できる。また、重回帰分析では地震動強度の対数値が用いられることが多く、地震動強度は対数正規分布に従う確率変数と考えられている<sup>13),14)</sup>。しかし距離減衰式の場合には、様々な地震と観測点の組み合わせを用いて推定されるため、地震の違いや震源から観測地点への方向の違い、観測地点の地盤構造の違いに起因する散布度も含まれており、均質地盤内の地震動の散布度だけを扱ったものではない。もとより、散

布度がどのようなパラメータに起因するものであるか十分に検討されているわけでもない。

以上のことから本研究では、最大加速度の代表値がほぼ一定と考えられる狭い領域に多数の地震計が配置されたアレー観測記録を用いて、同一地震に対する同一アレー内の任意の二点における最大加速度の比の散布度を検討した。まず、最大加速度が対数正規分布に従う<sup>13)</sup>ものとして最大加速度比の確率分布の定式化を行った。次に、東京大学生産技術研究所千葉実験所高密度アレー<sup>15)</sup>と台湾SMART-1アレー<sup>16)</sup>における観測記録を用いて二点間距離に対する最大加速度比の分布を算定した。そして二観測点間の距離を用いて複数のグループに分け、それぞれの最大加速度比の散布度と確率密度関数を求めた。さらに推定した対数正規確率密度関数に基づいて最大加速度比の中央値(50%位値)、95%位値を求め、隣接二点間で観測され得る最大加速度の差について論じた。

## 2. 解析手法

### (1) 最大加速度比

本研究では隣接する二地点間で観測される最大加速度の違いを示す値として、同一地震に対するアレー内の任意の二点における最大加速度の比を考え、これに対して、その二点間距離をパラメータとした確率論的な検討を加えた。

最大加速度比  $R$  は常に最大加速度の大きい方を分母とし、 $0 < R \leq 1$  の値をとるものと定義した。従って、最大加速度比が 1 に近い場合には散布度が低く、最大加速度比が小さいほど散布度が高いことを示す。

なお本研究では、正規分布と対数正規分布を併用して検討を行うため、平均値と中央値、標準偏差と変動係数など定義の異なる類似の特性値を用いることがある。このため特にこれらを区別する必要がない場合には、何らかの意味で分布の中心となる値を代表値、分布の散らばりの度合いを表す値を散布度と呼ぶ<sup>17)</sup>。

### (2) 最大加速度の確率密度

#### a) 対数正規確率密度関数<sup>3), 18), 19)</sup>

一般に最大加速度は対数正規分布に従う確率変数としてモデル化されることが多い。例えば参考文献 13, 14 において、距離減衰式によって推定される地震動の強度はその中央値であり、実際の地震動は地震の違いによらずに一定の変動係数を有する対数正規分布に従うものとして扱われている。本研究でもこれらの研究成果に基づいて、最大加速度を対数正規分布に従う確率変数として最大加速度比の確率密度を検討する。このため、予め本節で対数正規分布の確率論的な性質につ

いてまとめておく。

最大加速度  $X$  が対数正規分布に従うとき、その対数  $Z = \ln X$  は正規分布に従う。従って、 $Z$  の確率密度関数は

$$f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z} \exp\left\{-\frac{(z-\mu_Z)^2}{2\sigma_Z^2}\right\} \quad (1)$$

で表される。ここで  $\mu_Z$ ,  $\sigma_Z$  はそれぞれ、最大加速度の対数の平均値と標準偏差である。前述のように  $\mu_Z$  は地震に依存する母数であるが、 $\sigma_Z$  は地震の違いによらず一定であると見なす<sup>13), 14)</sup>。変数変換  $Z = \ln X$  を式(1)に施すと、次式の対数正規分布の確率密度関数が得られる。

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z x} \exp\left\{-\frac{(\ln x - \mu_Z)^2}{2\sigma_Z^2}\right\} \quad (2)$$

#### b) 対数正規分布の中央値(50%位値)と平均値、標準偏差、変動係数<sup>3), 18), 19)</sup>

$m_X = \exp(\mu_Z)$  とおいて、式(2)を 0 から  $m_X$  まで積分すれば、

$$\begin{aligned} & \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{\epsilon}^{m_X} f_X(x) dx \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{\epsilon}^{m_X} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z x} \exp\left\{-\frac{(\ln x - \mu_Z)^2}{2\sigma_Z^2}\right\} dx \\ &= \int_{-\infty}^{\mu_Z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z} \exp\left\{-\frac{(t - \mu_Z)^2}{2\sigma_Z^2}\right\} dt = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (3)$$

従って  $m_X$  は確率変数  $X$  の中央値である。

$X$  の平均値  $\mu_X$  と標準偏差  $\sigma_X$  は式(2)から次のように求められる<sup>18), 19)</sup>。

$$\begin{aligned} \mu_X &= \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{\epsilon}^{\infty} x f_X(x) dx \\ &= \frac{m_X \exp\left(\frac{1}{2}\sigma_Z^2\right)}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(u - \sigma_Z)^2}{2}\right\} du \\ &= m_X \exp\left(\frac{1}{2}\sigma_Z^2\right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mu_{X^2} &= \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{\epsilon}^{\infty} x^2 f_X(x) dx \\ &= \frac{m_X^2 \exp(2\sigma_Z^2)}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(u - 2\sigma_Z)^2}{2}\right\} du \\ &= m_X^2 \exp(2\sigma_Z^2) \end{aligned} \quad (5)$$

式(4)(5)より、

$$\begin{aligned} \sigma_X^2 &= \mu_{X^2} - \mu_X^2 \\ &= m_X^2 \exp(2\sigma_Z^2) - m_X^2 \exp(\sigma_Z^2) \end{aligned} \quad (6)$$

なお、式(4)(5)の導出では変数変換

$$u = \frac{\ln(x/m_X)}{\sigma_Z} \quad (7)$$

と次式の積分公式<sup>20)</sup>を用いている。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-a^2 t^2) dt = \frac{\sqrt{\pi}}{a}, \quad a > 0 \quad (8)$$



$X$  の変動係数  $V_X$  は式(4)(6)より,

$$V_X^2 = \frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2} = \exp(\sigma_Z^2) - 1 \quad (9)$$

あるいは

$$\sigma_Z^2 = \ln(V_X^2 + 1) \quad (10)$$

で表される<sup>3), 18), 19)</sup>.

### (3) 最大加速度比の確率密度関数

#### a) 最大加速度の大小関係を考慮しない場合の最大加速度比の確率密度関数

同一アレー内の任意の二点で観測された, 同一地震による最大加速度が二次元対数正規分布に従うものと仮定する. このとき, この最大加速度  $X_1, X_2$  の対数  $Z_1, Z_2$  は二次元正規分布に従い, その同時確率密度関数は次式で表される<sup>21)</sup>.

$$f_{Z_1, Z_2}(z_1, z_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_Z^2\sqrt{1-\rho^2}} \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma_Z^2(1-\rho^2)} \left\{ (z_1 - \mu_Z)^2 - 2\rho(z_1 - \mu_Z)(z_2 - \mu_Z) + (z_2 - \mu_Z)^2 \right\} \right] \quad (11)$$

ここで,  $\rho$  は  $Z_1, Z_2$  の相関係数である. また式(11)では, 二点における最大加速度の対数の平均値  $\mu_{Z_1}, \mu_{Z_2}$  と標準偏差  $\sigma_{Z_1}, \sigma_{Z_2}$  がそれぞれ等しい場合を想定している.

$$\begin{aligned} \mu_Z &= \mu_{Z_1} = \mu_{Z_2} \\ \sigma_Z &= \sigma_{Z_1} = \sigma_{Z_2} \end{aligned} \quad (12)$$

比を求める二つの最大加速度の大小関係を考慮しない場合の最大加速度比を  $R'$  とすると, この対数  $P'$  が

$$P' = \ln R' = \ln \frac{X_1}{X_2} = Z_1 - Z_2 \quad (13)$$

と表されることを考慮して,  $Z_1 - Z_2$  の確率密度関数を導く. なお, 最大加速度の大小関係を考慮しない場合と考慮する場合の区別が必要な確率変数に対しては, 変数名に「'」を付けて大小関係を考慮しない場合の確率変数であることを示すものとする.

$$\begin{cases} P' = Z_1 - Z_2 \\ Q = Z_2 \end{cases} \quad (14)$$

とにおいて, 式(11)に  $(Z_1, Z_2)$  から  $(P', Q)$  への変数変換を施すと, ヤコビアン  $J$  が

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial p'} & \frac{\partial z_1}{\partial q} \\ \frac{\partial z_2}{\partial p'} & \frac{\partial z_2}{\partial q} \end{vmatrix} = 1 \quad (15)$$

となることから,  $(P', Q)$  の同時確率密度関数  $f_{P', Q}(\cdot)$  は次式で表される.

$$f_{P', Q}(p', q) = f_{Z_1, Z_2}(p' + q, q) \quad (16)$$

従って,  $P'$  の確率密度関数  $f_{P'}(\cdot)$  は

$$f_{P'}(p') = \int_{-\infty}^{\infty} f_{Z_1, Z_2}(p' + q, q) dq \quad (17)$$

で与えられる<sup>22)</sup>.

式(17)の積分を評価すると,

$$\begin{aligned} f_{P'}(p') &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{2(1-\rho)}\sigma_Z} \exp \left\{ -\frac{p'^2}{2 \cdot 2(1-\rho)\sigma_Z^2} \right\} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}} \exp \left( -\frac{p'^2}{2\sigma_{P'}^2} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

ここで,  $\sigma_{P'}$  は  $P'$  の標準偏差である. 式(18)から  $P'$  は平均値が 0, 標準偏差  $\sigma_{P'}$  が

$$\sigma_{P'} = \sigma_Z \sqrt{2(1-\rho)} \quad (19)$$

で与えられる正規分布に従うことがわかる.

一般に確率変数のばらつきを評価するためには, まずその平均値を推定する必要がある. しかし同一アレーにおける単純平均では, その平均値が地震計の相対的な位置関係に依存するものとなるため, 地震計の配置に基いた適切な重みを用いて平均値を推定する必要がある. また平均値は地震ごとに推定する必要があるが, この場合データ数が限られる点も問題となる. しかし, 最大加速度比を用いることによって  $P'$  の平均値が 0 になるため, 上記の問題を避けることができる利点がある. なお式(19)に示されるように, 最大加速度比の対数の分散  $\sigma_{P'}^2$  は相関係数  $\rho$  の増加に対して線形的に減少する.

式(18)から, 最大加速度の大小関係を考慮しない場合の最大加速度比  $R'$  の確率密度関数として次式の対数正規確率密度関数を得る.

$$f_{R'}(r') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}r'} \exp \left( -\frac{\ln^2 r'}{2\sigma_{P'}^2} \right), \quad 0 < r' \quad (20)$$

#### b) 最大加速度比の確率密度関数

本研究では最大加速度比  $R$  を

$$R = \begin{cases} X_1/X_2 & (X_1 < X_2) \\ X_2/X_1 & (X_1 \geq X_2) \end{cases} \quad (21)$$

と定義しており, その対数は

$$P = \ln R = -|\ln X_1 - \ln X_2| \quad (22)$$

で表される. 式(18)で示したように,  $P'$  は平均値 0 の正規分布, すなわち  $P'=0$  の軸に関して対称な分布に従うことから,  $P$  の確率密度関数は  $P'$  の確率密度関数において  $P' \leq 0$  の部分を 2 倍し, 他を 0 とおいた確率密度関数で表される.

$$f_P(p) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}} \exp \left( -\frac{p^2}{2\sigma_{P'}^2} \right), \quad p \leq 0 \quad (23)$$

さらに式(23)において,  $P \leq 0$  の範囲で  $P$  から  $R$  への変数変換を行えば, 対数正規確率密度関数に類似した, 上下限のある次式の最大加速度比  $R$  の確率密度

関数が得られる。

$$f_R(r) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}} \exp\left(-\frac{\ln^2 r}{2\sigma_{P'}^2}\right), \quad 0 < r \leq 1 \quad (24)$$

ただし、式(24)に示されるように、最大加速度の大小関係を考慮した最大加速度比の確率密度関数においても大小関係を考慮しない場合の標準偏差  $\sigma_{P'}$  がパラメータとして用いられている。

#### (4) 最大加速度比の平均値 $\mu_R$ と標準偏差 $\sigma_{P'}$ の関係

最大加速度比の平均値  $\mu_R$  は式(24)から次式のように求められる。

$$\begin{aligned} \mu_R &= \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{\epsilon}^1 r f_R(r) dr \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{\epsilon}^1 \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}} \exp\left(-\frac{\ln^2 r}{2\sigma_{P'}^2}\right) dr \\ &= \exp\left(\frac{\sigma_{P'}^2}{2}\right) \left\{1 - \operatorname{Erf}\left(\frac{\sigma_{P'}}{\sqrt{2}}\right)\right\} \end{aligned} \quad (25)$$

ここで、 $\operatorname{Erf}(\cdot)$  は次式で定義される誤差関数<sup>20)</sup>である。

$$\operatorname{Erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-t^2) dt \quad (26)$$

最大加速度比の平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P'}$  は式(25)によって互いに関連付けられており、最大加速度比の平均値も最大加速度の散布度を表す特性値の一つと考えることができる。

#### (5) 最大加速度比の%位値

最大加速度比  $R$  が

$$1 \geq R \geq r_\gamma > 0 \quad (27)$$

の範囲にある確率が  $\gamma$  % であるときの最大加速度比の値  $r_\gamma$  を  $\gamma$  % 位値とする。この条件は式(24)を用いて次のように表される。

$$\frac{\gamma}{100} = \int_{r_\gamma}^1 \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}} \exp\left(-\frac{\ln^2 r}{2\sigma_{P'}^2}\right) dr \quad (28)$$

式(28)において変数変換  $\ln(r) = t$  を施し、さらに

$$\ln r_\gamma = -\tau_\gamma \quad (29)$$

とおけば、式(28)は次式のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{100} &= \int_{-\tau_\gamma}^0 \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_{P'}^2}\right) dt \\ &= \int_{-\tau_\gamma}^{\tau_\gamma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_{P'}^2}\right) dt \end{aligned} \quad (30)$$

式(30)を満たす  $\tau_\gamma$  を正規分布表を用いて求めれば、式(29)によって最大加速度比の  $\gamma$  % 位値  $r_\gamma$  が求められる。

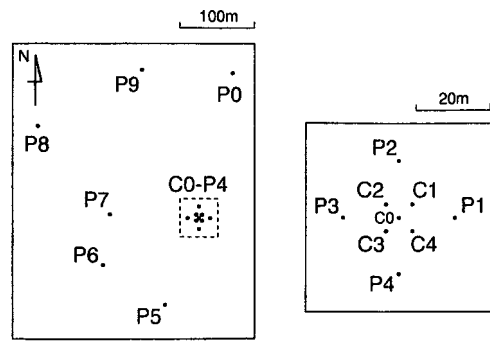


図-1 千葉アレーの平面図<sup>15)</sup>

### 3. アレー観測記録

#### (1) 東京大学生産技術研究所千葉実験所アレー<sup>15)</sup>

##### a) アレー観測施設の概要

本アレー記録は震災予防協会強震動アレー観測記録データベースに蒐集されている、東京大学生産技術研究所千葉実験所構内の三次元高密度アレー観測によるものである。本研究では簡単のため上記アレーを千葉アレーと略記する。

図-1に千葉アレーの平面図を示す。千葉アレーは1982年から観測が開始され、当初はC0～C4, P1～P6の11点（地中埋設分を含めると36点）で観測が行われていた。さらに、1985年からP7～P9, P0の4点が新たに設置され、現在15点（地中埋設分を含めると44点）で観測されている。

C0, P5～P9, P0の柱状図<sup>15)</sup>によれば、地盤は地表面から深さ約10mまでのN値10以下の層とそれ以深のN値30以上の層から構成されている。そして、この特徴はアレー内の観測点に共通するものであり、地盤構造はほぼ均一と言ってもよい。なお、本アレーにおけるサンプリングレートは200Hzであり、最大加速度を検討する上で十分大きな値と考えられる。

##### b) 地震記録

図-1に示すC0～C4, P0～P9のすべての観測孔において、地下1mに加速度計が設置されており、本研究ではこの深度における地震記録を地表面における記録と考え、これらを用いて検討を行った。

図-2は本研究で用いた記録地震の震央を示したものである。図中の円の中心がそれぞれの震央、また、十字線の交点は千葉アレーの位置を示す。これらの記録地震の多くはマグニチュードと震央距離が小さい地震であるが、一部、鳥島付近M7.9などの大規模な地震も含まれている。

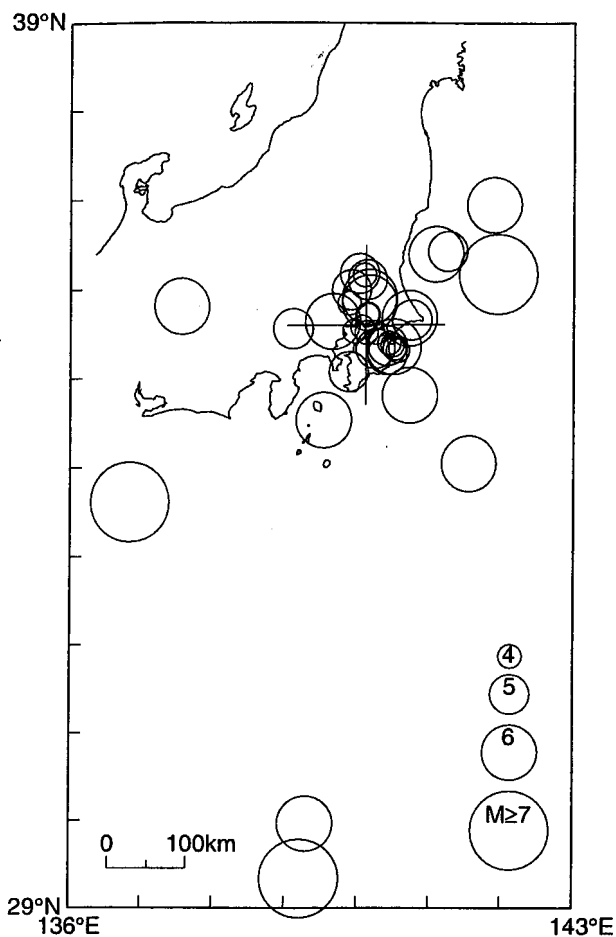


図-2 本研究で用いた千葉アレー記録地震の震央

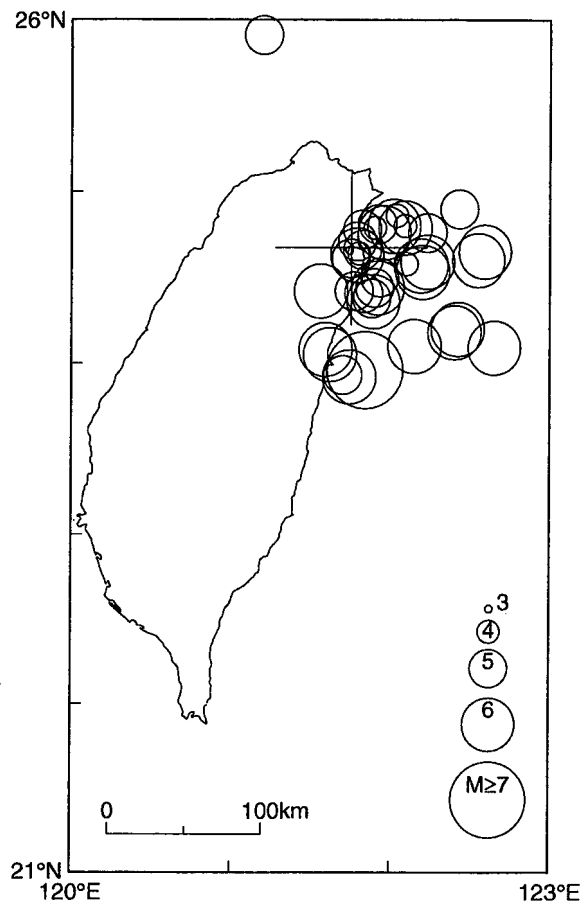


図-4 本研究で用いた SMART-1 アレー記録地震の震央

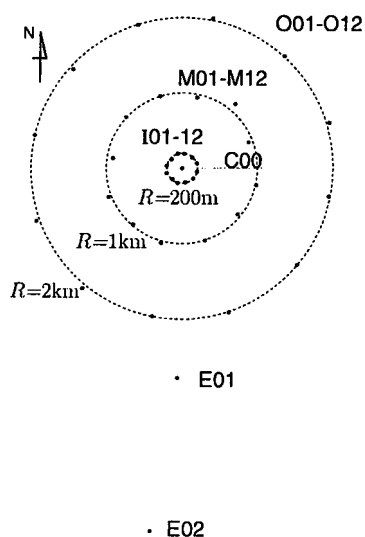


図-3 SMART-1 アレーの平面図<sup>16), 23)</sup>

## (2) SMART-1 アレー<sup>9), 16), 23), 24)</sup>

### a) アレー観測施設の概要

SMART-1 アレーは 1980 年から 1982 年にかけて台湾・羅東に設置されたアレー観測システムである。図-3 に示すように、地震計は C00 を中心として半径 200 m、

1,000 m、2,000 m の同心円上にそれぞれ 12 箇所ずつ設置されている。また、C00 から 2,800 m、4,800 m 南方に 2 つの地震計 E01、E02 が設置されている。

地盤構造は、アレー円環部分では地表から 3 ~ 18 m までの S 波速度 120 ~ 160 m/s の層と深さ 30 ~ 60 m までの 190 ~ 360 m/s の層の二層からなる沖積層と、それ以深の層厚 170 ~ 540 m の洪積層 (S 波速度 700 ~ 850 m/s) から構成されている。南北断面において洪積層の上面が傾斜しており、E02 の南側で洪積層が現れている。東西断面ではほぼ水平な成層構造をなしている<sup>24)</sup>。なお、本アレーでは 100 Hz でサンプリングされており、最大加速度を検討する上で十分な精度を有するものと考えられる。

### b) 地震記録

検討に用いた地震記録は、1980 年 10 月から 1986 年 11 月までに観測された 40 地震によるもので、震央距離が数 km から 100 km 程度、ローカルマグニチュード  $M_L$  は 3.6 から 7.0 の範囲にある<sup>23)</sup>。また、全記録中の最大加速度は  $375.3 \text{ cm/s}^2$  である。図-4 にこれらの地震の震央と SMART-1 アレーの位置を示す。

前述のように南北断面において洪積層上面の傾斜が見られることから、その影響について予備検討を行っ

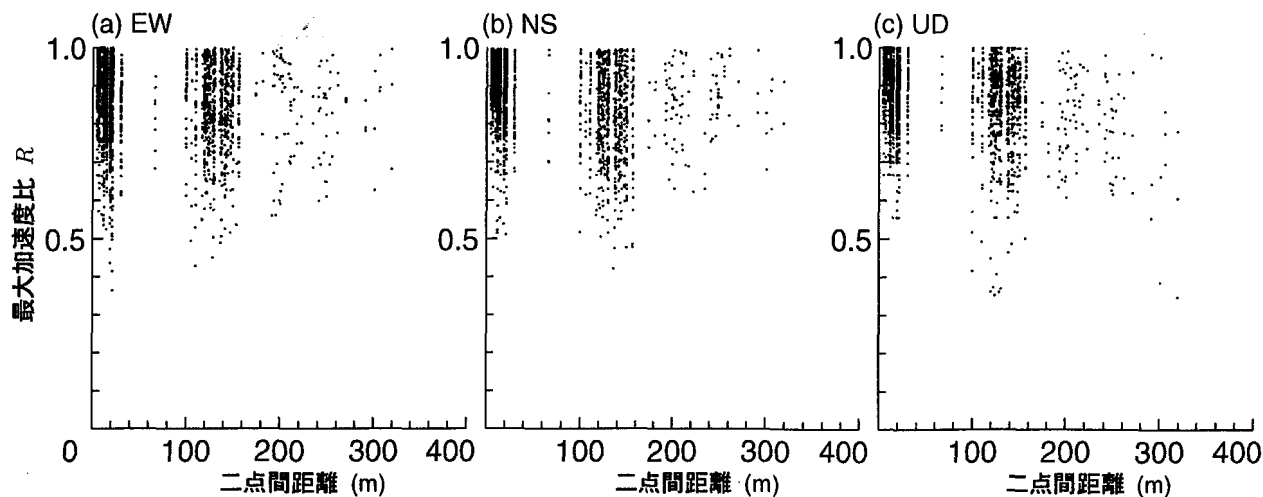


図-5 千葉アレーにおける二点間距離と最大加速度比  $R$  の分布の関係

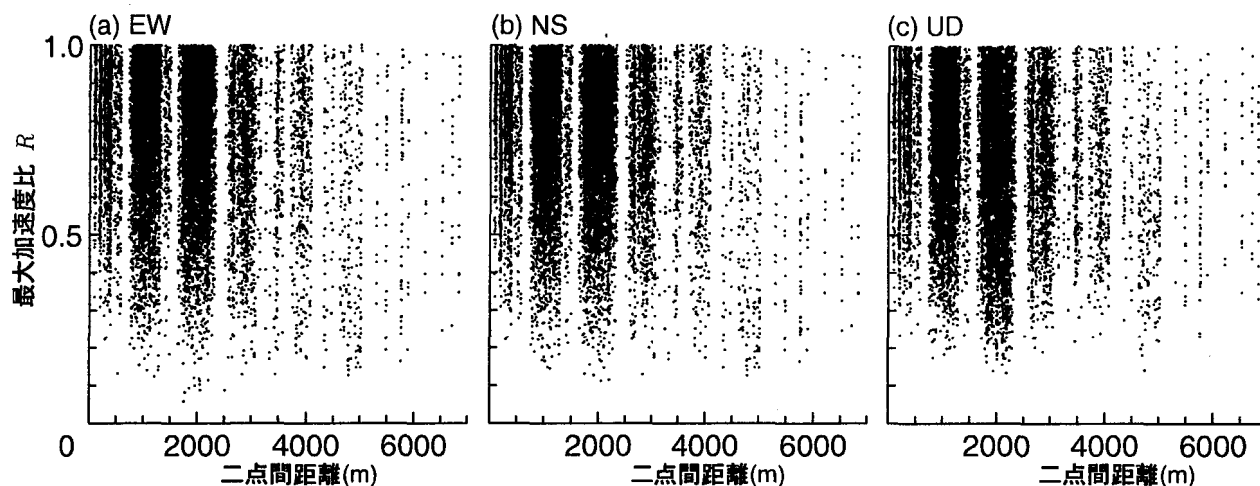


図-6 SMART-1 アレーにおける二点間距離と最大加速度比  $R$  の分布の関係

た。まず、全39観測点のうち36点以上で観測された10地震のEW成分について、最大加速度の対数値を地震ごとの単純平均値で正規化した。次に、観測点ごとに得られる、正規化された最大加速度の対数値を上記の10地震について平均し、この値を観測点に固有な最大加速度の平均的な増幅率を表すものと考えた。この結果、洪積層上面の傾斜に対応する増幅率の変化が認められず、また、アレー内の全ての観測点で $\pm 10\%$ 以内の値を示した。このため、観測点により最大加速度の増幅率に著しい違いはないものと判断し、本研究では全ての観測点のデータを使用した。

#### 4. 最大加速度比の分布

##### (1) 最大加速度比の分布と二点間距離による分類

本研究ではNS, EW, UDの三成分について、同一方向の成分同士で生じる最大加速度のばらつきについて

検討を行った。もとより、非常に短い二地点間距離においても地震動の主軸方向の変化が認められる場合があり<sup>25)</sup>、このことも同一方向の成分同士の最大加速度がばらつく一因と考えられる。また、直交三成分それぞれを用いて検討を行う以外に、水平二成分のベクトル和の最大値について検討を行うことも考えられる。しかし、構造物は一般に直交三成分のそれぞれに対して応答が検討されることが多いことなどを考慮して、簡単化のため直交三成分それぞれについて検討を行った。

図-5、図-6は横軸に二点間距離を用いて、千葉アレーとSMART-1アレーにおける最大加速度比  $R$  の分布を示したものである。各図の(a)～(c)はそれぞれ、EW, NS, UD成分に対するものである。

例えば、図-5の千葉アレーにおける最大加速度比の分布図では、二点間距離が数十～数百mと隣接している地点にもかかわらず、最大加速度のばらつきによって最大加速度比が0.5以下である場合も起こり得ることが

表-1 千葉アレーデータベースにおける二点間距離で分けたグループごとの最大加速度比のデータ数

グループ	二点間距離 $L(m)$	データ数		
		EW	NS	UD
A	$0 < L \leq 40$	1,368	1,368	1,368
B	$40 < L \leq 160$	819	819	819
C	$160 < L$	108	108	108
計		2,295	2,295	2,295

表-2 SMART-1 アレーデータベースにおける二点間距離で分けたグループごとの最大加速度比のデータ数

グループ	二点間距離 $L(m)$	データ数		
		EW	NS	UD
a	$0 < L \leq 650$	1,771	1,804	1,752
b	$650 < L \leq 1,600$	4,555	4,587	4,483
c	$1,600 < L \leq 2,400$	4,791	4,762	4,685
d	$2,400 < L \leq 3,200$	1,657	1,638	1,623
e	$3,200 < L \leq 4,200$	718	704	697
f	$4,200 < L \leq 5,100$	296	297	295
g	$5,100 < L$	147	145	145
計		13,935	13,937	13,680

認められる。また、二点間距離は一樣に分布せず、40 m と 160 m 付近を境にまとまって分布しており、二点間距離が 40 m 未満の場合、最大加速度比は 0.8～1 の範囲に多く分布し、40 m 以上 160 m 未満の範囲では 0.8 付近のデータが多くなっている。このように、最大加速度は二点間距離が増加するにつれて、より大きな差が生じる確率が増加することが認められる。

上記のことから表-1、表-2 に示すように、二点間距離を用いて、千葉アレーの場合 A～C、SMART-1 アレーの場合 a～g のグループに分け、それぞれのグループ内では最大加速度比が同一の確率分布に従うものと考えた。表-1、表-2 には最大加速度比のデータ数も示されている。SMART-1 アレーの場合にはそれぞれの地震計で欠測した成分があるために成分ごとに異なった値になっている。

## (2) 最大加速度比の最小値

図-5、図-6 において、最大加速度比の最小値について着目すると、図-5 の千葉アレーの場合、二点間距離の小さい A グループにおいても 0.5 (NS, UD 成分) ～ 0.35 (EW 成分) 程度の値を示しており、二点間の距離が数十 m であっても、最大加速度は互いに 2 倍あるいは 1/2 倍となることもあり得ることがわかる。また、図-6 の SMART-1 アレーの場合では、千葉アレーに比べて二点間距離が大きいこともあり、最大加速度比の最小値は a グループで 0.2 程度、最もデータの多い c グループでは 0.1 程度の値になっている。

ただし、最小値のような極値の分布には元の分布とともにデータ数が大きく影響する<sup>19)</sup> ため、後述の確率

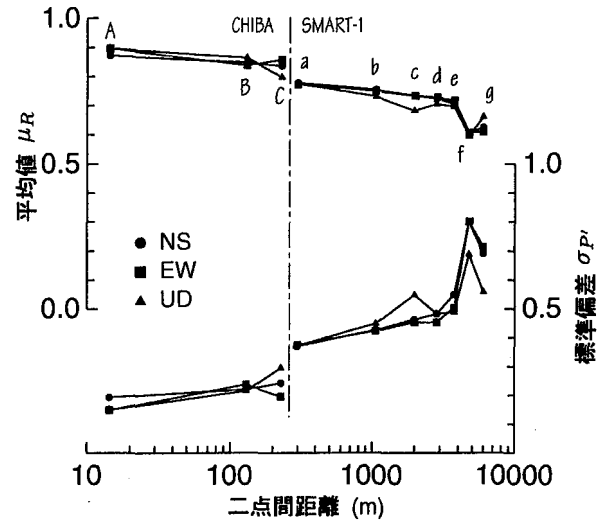


図-7 千葉アレーと SMART-1 アレーにおける二点間距離と平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P'}$  の関係

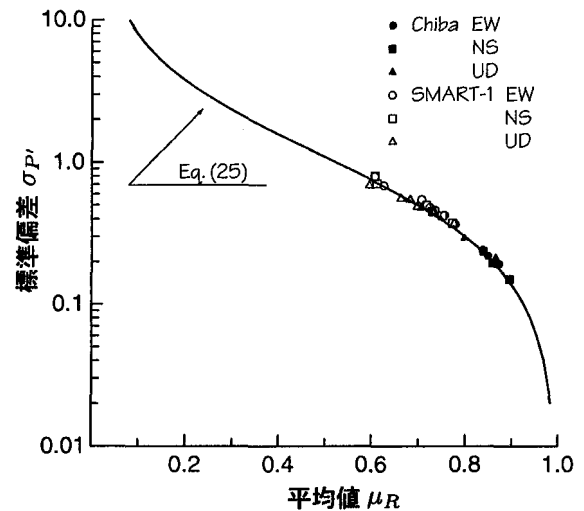


図-8 標準偏差  $\sigma_{P'}$  と平均値  $\mu_R$  の関係式 (25) と観測値との比較

密度関数に基づく定量的な検討が必要である。

## (3) 最大加速度比の平均値と標準偏差

最大加速度比  $R$  の確率密度関数式 (24) に含まれるパラメータ  $\sigma_{P'}$  を次式で推定した。

$$\sigma_{P'}^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\ln r_j' - \mu_{P'})^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \ln^2 r_j \quad (31)$$

ここで、 $r_j, r_j'$  ( $j=1, \dots, n$ ) は最大加速度比のサンプル、 $n$  は各グループに含まれるサンプルの総数である。なお式 (31) では、2.(3) a) 節で示したように  $P' = \ln R'$  が平均値  $\mu_{P'} = 0$  の正規分布に従うことに基づいて推定しているため、標本平均を用いる場合の分母  $n-1$  とは異なり、 $n$  を分母に用いている。

図-7は式(31)を用いて推定した、千葉アレーとSMART-1アレーにおけるグループごとの標準偏差 $\sigma_{P_i}$ と平均値 $\mu_R$ を示したものである。横軸の二点間距離はそれぞれのグループごとの平均値を用いた。

各グループの平均値 $\mu_R$ を見ると、千葉アレーにおいてAグループでは0.9程度(0.87 EW, 0.90 NS, UD)を示し、Cグループでは0.8~0.85程度(0.84 EW, 0.86 NS, 0.80 UD)まで緩やかに減少している。また、二点間距離が10m程度のごく近傍の場合においても、最大加速度がばらついた結果、最大加速度比の平均値で0.85~0.9程度、標準偏差 $\sigma_{P_i}$ で0.15~0.2程度の値を示すことがわかる。

SMART-1アレーでは、aグループで0.8程度(0.78 EW, UD, 0.77 NS)、また、eグループでは0.7程度(0.71 EW, 0.72 NS, 0.70 UD)の値を示し、千葉アレーの場合と同様に、二点間距離が増加するにつれて平均値 $\mu_R$ が緩やかに減少する傾向を示している。

二点間距離が4kmを越えるf, gグループでは平均値と標準偏差ともに、二点間距離がそれ以下の場合と比べて不安定な値を示している。これは表-2に示すように、f, gグループにおけるデータ数が少ないことが主な原因と考えられる。データ数は基本的には観測点数の組合せと地震数の積で与えられる。観測点数に関しては、他のグループでは円周上にある多数の観測点の結果を用いているのに対し、f, gグループではE01とE02の1~2の観測点の結果を常に用いている。このため、f, gグループでは少数の観測点での観測結果の影響が大きい。また、E01とE02の地震計は他の地点よりも新しく設置されており、観測期間が短いために観測された地震の数が少ない。さらには、3(2) a)節で述べた地盤条件の差の影響もf, gグループにおける不安定さの原因の一つとも考えられる。

最大加速度比の平均値 $\mu_R$ の減少に対して、標準偏差 $\sigma_{P_i}$ は単調に増加する関係にある。図-8はこの関係を式(25)と比較したものである。図中の記号はグループごとの観測値の平均値 $\mu_R$ と標準偏差 $\sigma_{P_i}$ 、また、実線は式(25)の解析解を示す。この図から、観測された最大加速度比の平均値と標準偏差は式(25)の関係をよく満足している。

## 5. 最大加速度比の確率密度関数と%位値

### (1) 千葉アレーにおける最大加速度比の確率密度関数と%位値

図-9(a), (b), (c)はそれぞれ、千葉アレーの観測結果におけるEW, NS, UD成分の最大加速度比の確率密度関数である。図中の●, ■, ▲の記号はそれぞれ、A, B, Cグループにおける最大加速度比の発生頻

度から求めた確率密度関数である。発生頻度は最大加速度比の取り得る $0 < R \leq 1$ の範囲を0.05ごとに20分割して求めた。また図-9には、グループごとに推定した標準偏差 $\sigma_{P_i}$ を式(24)に代入して求めた対数正規分布の確率密度関数の解析解とそれぞれの50, 95%位値を同じ線種の矢印で示している。

発生頻度から求めた確率密度関数と対数正規分布の確率密度関数を比較すると、対数正規分布によってその概形がほぼ説明できることがわかる。

確率密度関数の形状に着目するとA, Bグループでは三成分ともに0.9~1程度のモード(最頻値)を示し、A, B, Cと二点間距離が増加するにつれて、より幅の広い確率密度関数に推移していく様子がわかる。また、Cグループではデータ数が少なく三成分とも不安定な傾向を示しているが、発生頻度と対数正規分布の確率密度関数の双方からモードは0.8~0.9の範囲にあると考えられ、A, Bグループと比べると散布度が高くなっていることが認められる。

図-9に示した50%位値について着目すると、Aグループでは0.9程度(0.88 EW, 0.90 NS, UD)、またCグループでは0.80~0.9程度(0.85 EW, 0.88 NS, 0.82 UD)であり、モードの場合と同様に二点間距離が増加するにつれてわずかながら減少する傾向を示している。

95%位値はAグループに対して0.7~0.75程度(0.68 EW, 0.74 NS, UD)、また、Cグループに対して0.55~0.7程度(0.62 EW, 0.68 NS, 0.56 UD)である。これらの結果から、危険率を5%と考えるならば、千葉アレーにおける最大加速度比の最小値はAグループでは0.7程度、Cグループでは0.6程度と考えられる。

### (2) SMART-1アレーにおける最大加速度比の確率密度関数

図-10はSMART-1アレー観測記録において図-9の千葉アレーと同様の検討を行ったものである。(a), (b), (c)の各図の上部に比較的二点間距離が小さいa~cグループ、下部にd~gグループに対する確率密度関数を示している。

図-10において、最大加速度比の発生頻度による確率密度関数と対数正規確率密度関数を比較すると、千葉アレーの場合と同様にその概形が対数正規分布によって説明できることがわかる。また、前節で見たように不安定な標準偏差が得られたf, gグループを除いて、二点間距離が増加するにつれて、明瞭なモードを持たない平坦な形状の確率密度関数に推移していく様子もわかる。

図-10から最大加速度比のモードは、近距離のa, bグループでは0.7~0.8程度を示し、遠距離のfグループでは0.6程度まで低下している。50%位値を見ると、

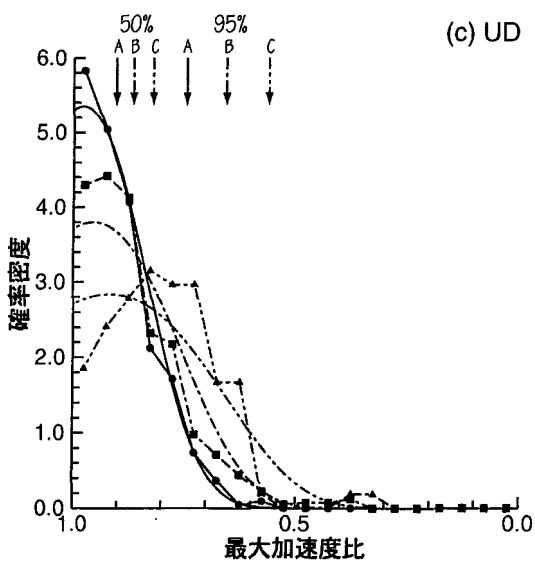
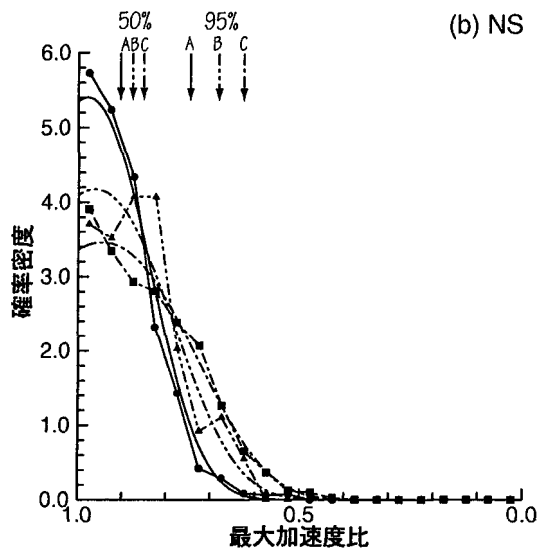
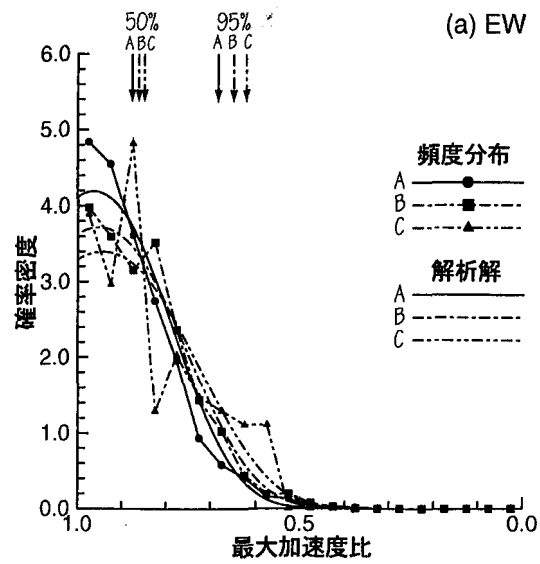


図-9 千葉アレーにおける最大加速度比の確率密度関数

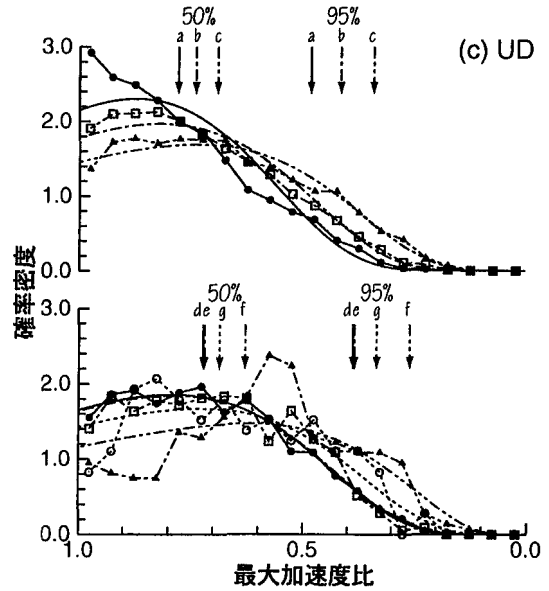
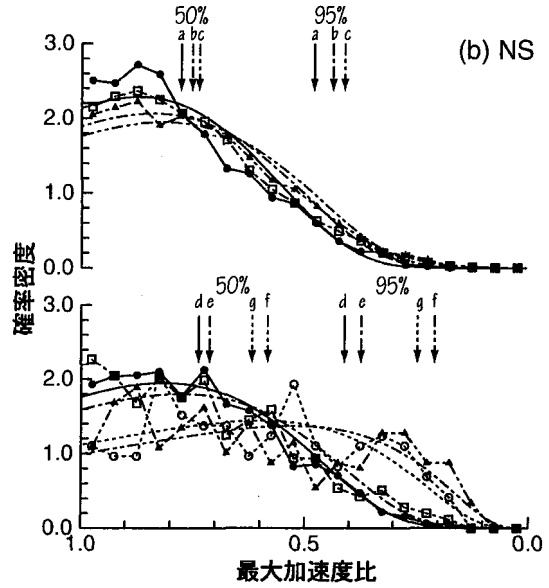
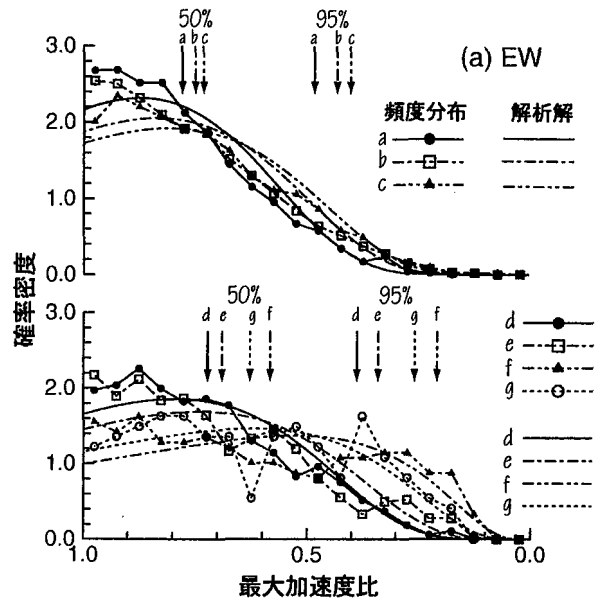


図-10 SMART-1アレーにおける最大加速度比の確率密度関数

aグループでは0.8程度（三成分ともに0.78），f，gグループでは0.6（0.58 fグループ NS，EW）～0.7（0.68 gグループ UD）程度の値を示している．このことから，f，gグループのように4km程度以上離れた二点においては互いに倍，あるいは半分の最大加速度が観測されることが頻繁に起こり得るものと考えられる．なお，統計解析に用いた40地震のうち震央距離が数kmのものも一部含まれており，例えば震央距離が10km以下の地震は6地震である．しかし，アレー内の二点間距離に比べて震央距離が大きい地震が大部分を占めており，少数の近地地震による震央距離の違いに伴う地震動の距離減衰に起因する最大加速度比の平均値や標準偏差への影響は小さいものと考えている．

また，95%位値は最も近距離のaグループでも0.5程度（三成分ともに0.48），f，gグループでは0.2（fグループ NS，EW）～0.35（gグループ UD）程度の値を示しており，危険率を5%と考えた場合，4km程度以上離れた二点においては最大で5倍あるいは1/5倍の最大加速度も観測され得ることになる．

## 6. 最大加速度の標準偏差 $\sigma_Z$ と相関係数 $\rho$ の最尤推定

### (1) 最尤推定の方法

4(3)節に示したように，最大加速度比は二点間距離の違いに応じて平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P'}$  が変化する．式(11)を考慮すれば，この変化は，近い二点においては互いに最大加速度の相関が高く，二点間距離が大きくなるにつれて相関が低くなるためと考えられる．そこで本節では，アレー観測記録から求めた最大加速度比を用いて二点間距離をパラメータとする相関係数  $\rho$  と最大加速度の標準偏差  $\sigma_Z$  を同時に求めるを試みる．

相関係数  $\rho$  を二点間距離  $L$  の関数と見なし，式(19)に示される最大加速度比の標準偏差  $\sigma_{P'}$  を

$$\sigma_{P'} = \sigma_Z \sqrt{2\{1 - \rho(L)\}} \quad (32)$$

と表す．さらに，相関係数  $\rho(L)$  を二点間距離  $L$  が0である時最大値  $\alpha$  をとり， $L$  が増加するにつれて0に漸近するものと考え，次式で表す．

$$\rho(L) = \alpha \exp(-\beta L) \quad (33)$$

このとき， $\sigma_Z$ ， $\alpha$ ， $\beta$  の最尤推定値は式(24)(32)より，次式で表される対数尤度

$$\lambda = \sum_{j=1}^n \left[ -\ln \sigma_Z - \frac{1}{2} \ln \{1 - \rho(L_j)\} - \frac{\ln^2 r_j}{4\sigma_Z^2 \{1 - \rho(L_j)\}} \right] \quad (34)$$

を最大化する条件から求められる．

表-3 SMART-1 アレー EW 成分における  $\sigma_Z$  と  $\alpha$ ， $\beta$  の最尤推定値

	$\sigma_Z$	$\alpha$	$\beta(\text{km}^{-1})$	$\lambda$
解 A	0.7598	0.900	0.0560	$0.1369345 \times 10^5$
解 B	3.4250	0.995	0.0023	$0.1369619 \times 10^5$

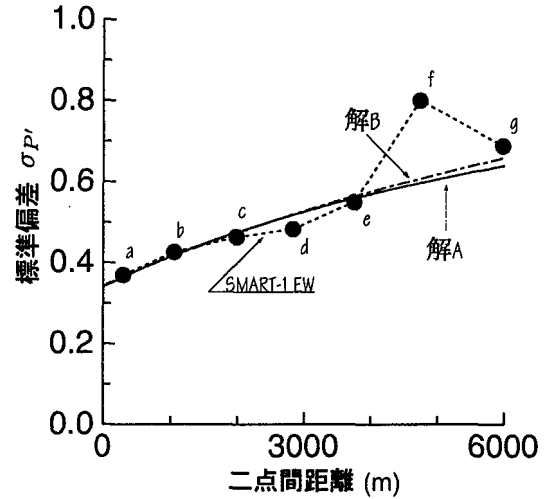


図-11 SMART-1 アレー EW 成分の  $\sigma_{P'}$  の最尤推定値

最大加速度の標準偏差  $\sigma_Z$  の最尤推定値は

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \sigma_Z} = 0 \quad (35)$$

から，次式で与えられる．

$$\sigma_Z^2 = \frac{1}{2n} \sum_{j=1}^n \frac{\ln^2 r_j}{1 - \rho(L_j)} \quad (36)$$

$\alpha$ ， $\beta$  についても

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} = \frac{\partial \lambda}{\partial \beta} = 0 \quad (37)$$

から求められるが，得られる方程式が  $\sigma_Z$  に対する式(36)のように未知変数が陽な形で表されないこと，また， $\alpha$  の値が  $0 < \alpha \leq 1$  の範囲に限定されることから，まず  $\alpha$  を仮定し，これに対する  $\beta$  の最適解を数値的に探すことにした．

### (2) 最尤推定による結果

SMART-1 アレーのEW成分を用いて上記の最尤推定を行った．本解析では  $\alpha$  の値を逐次与えて，それに対する  $\sigma_Z$ ， $\beta$  の最適解を求めているが， $\alpha$  の値によらず同じような対数尤度  $\lambda$  が求められ，明瞭な唯一の最大値を示さなかった．そこで，表-3に示す  $\alpha=0.9$  に対する最適解（解 A）と  $\alpha=0.995$  に対する最適解（解 B）を選び，それぞれを解としたときの二点間距離と最大加速度比の標準偏差  $\sigma_{P'}$  の関係式(32)を図-11に示す．

図-11を見ると二点間距離が増大した場合の漸近値



が異なるが、表-3 に示した対数尤度が互いに近い値を示したことに対応して、二つの解 A, B のどちらによっても観測による標準偏差  $\sigma_{P'}$  を説明し得ること、すなわち、数 km 以下の距離で隣接する二地点間の最大加速度の散布度は両者の解によって表されていることがわかる。

また、解 A, B による標準偏差  $\sigma_{P'}$  の傾きは 3 ~ 6 km の範囲でもそれほど小さくなっていないことから、数 km 離れた二点においてもその最大加速度は互いに相関があることが認められる。

## 7. 結論

本研究では地震動の最大加速度の散布度を検討する手法として、最大加速度比を用いる方法を展開し、これについて確率論的な検討を行った。

- (1) 対数正規分布する最大加速度の大小関係を考慮しない場合と考慮する場合について最大加速度比の確率密度関数の定式化を行い、それぞれ式 (20), (24) を得た。
- (2) 最大加速度比の平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P'}$  の関係を定式化し、式 (25) を得た。

また、千葉アレーと SMART-1 アレーにおける観測記録を用いて二地点間の距離をパラメータとした最大加速度比の確率分布について検討を行い、以下の知見を得た。

- (3) 二点間距離が増加するにつれて最大加速度比の平均値は減少し、標準偏差  $\sigma_{P'}$  は増加する。
- (4) 二つのアレーから得られた最大加速度比の平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P'}$  の関係は上記 (2) の関係式 (25) によく一致する。
- (5) 最大加速度比の発生頻度は二点間距離に応じた標準偏差  $\sigma_{P'}$  をとる、対数正規分布に類似した確率密度関数の解析解 (24) によって説明できる。
- (6) 千葉アレーの検討から、二観測点間の距離が 10 m 程度のごく近傍における場合でも最大加速度のばらつきによって、最大加速度比は平均値  $\mu_R$  で 0.85 ~ 0.9 程度、標準偏差  $\sigma_{P'}$  で 0.15 ~ 0.2 程度の散布度を示す。
- (7) 千葉アレーにおける最大加速度比の%位値を二観測点間の距離をパラメータとして整理し、50%位値 (中央値) は二点間距離が 40 m 以下の場合 0.9 程度、160 m 以上の場合 0.8 ~ 0.9 程度であること、危険率 5% とした場合の最大加速度比の最小値 (95%位値) は、二点間距離が 40 m 以下の場合 0.7 ~ 0.75 程度、160 m 以上の場合 0.55 ~ 0.7 程度であることなどを示した。

- (8) SMART-1 アレーにおける最大加速度比の 50%位値は、二点間距離が 650 m 以下の場合 0.8 程度、また、4 km 以上の場合 0.6 ~ 0.7 程度であること、危険率 5% とした場合の最大加速度比の最小値 (95%位値) は二点間距離が 650 m 以下の場合 0.5 程度、4 km 以上の場合 0.2 ~ 0.35 程度であることなどを示した。

- (9) 二点間距離をパラメータとする相関係数  $\rho(L)$  のモデルを仮定し、最尤法によって未知パラメータを求めた。そして、仮定したモデルによって観測された標準偏差  $\sigma_{P'}$  が表現できることを示した。また、数 km 離れた二地点においても最大加速度は互いに相関があることを指摘した。

本研究で示した最大加速度の空間的なばらつきの物理的な原因としては様々なものが挙げられる。例えば、震源に対する観測点の僅かな方位の違いに伴う放出波形の違い、震源から観測点に至るパスに沿った地盤物性の違い、観測点近傍での地盤条件の違いなどである。これらの違いのうち、現在において測定が可能なものとして観測点近傍の地盤条件が挙げられ、顕著な不整形が認められる場合には、地震動強度の違いについて波動論的な考察が可能であると考えられる。しかしこれ以外にも、現在は測定が困難な原因も前述したように多く考えられ、これらの原因によっても最大加速度のばらつきが強く支配されているものと考えられる。将来、これらの物理量が余すところなく測定できる場合には、本研究で扱った最大加速度のばらつきが全て説明し得るようになることも考えられる。しかし、本研究で示されたように、現在観測できる物理量から見た場合には不均一性が小さいと考えられる千葉と SMART-1 の二つのアレーにおいても、最大加速度にはかなりばらつきが生じており、この程度に関する統計量を検討することは重要である。特に図-7 のように、二つのアレーのばらつきの程度に連続的な結果が得られていることは注目に値する。なお、本研究の解析結果は非常に多くのデータを解析しているとは言え、二つのアレーにおけるサンプルであり、将来、観測結果や解析結果の数が増加することによって、母集団の特性がより明確になるものと考えられる。

**謝辞：** 本研究は、震災予防協会によるアレーデータベースにおける東京大学生産技術研究所片山・山崎研究室によるアレー観測記録、並びに SMART-1 アレーにおけるアレー観測記録を用いた。また、本研究の数値計算の一部は西一彦氏 (当時埼玉大学理工学研究科) による。関係各位に謝意を表す。

## 参考文献

- 1) 兵庫県南部地震道路橋震災対策委員会：兵庫県南部地震における道路橋の被災に関する調査・中間報告書，1995.
- 2) 阪神大震災被害状況調査報告書（概要版），建設工学研究所，1995.
- 3) Schuëller, G. I. : 構造物の安全性と信頼性，小西一郎，高岡宣善，石川 浩訳，丸善，1984.
- 4) 中村孝明，岡田和明，本間直樹：統計手法による地震時斜面崩壊確率に関する研究，土木学会論文集，No.570/I-40，pp.73-82，1997.
- 5) 動的解析と耐震設計第4巻・ライフライン施設，土木学会，技報堂出版，1989.
- 6) 川島一彦，相沢 興：地震動の同時多点観測記録の解析，土木学会第16回地震工学研究発表会講演概要，pp.33-36，1981.
- 7) 土田 肇，井合 進，倉田栄一：2次元アレーによる地震動の観測と解析（第一報），港湾技術研究所報告，22，2，pp.327-378，1983.
- 8) 原田隆典，高本智博，堤 一，赤木正見：アレー観測記録による地震動の空間的変動特性の解析について，土木学会第40回年次学術講演会講演概要集，第一部，pp.809-810，1985.
- 9) Oliveira, C. S. and Penzien, J. : Spatial variation of seismic ground motions based on SMART-1 array data, *Proceedings of the Trilateral Seminar-Workshop on Lifeline Earthquake Engineering*, Taipei, Taiwan, pp.59-75, 1985.
- 10) Loh, C-H. : Analysis of the spatial variation of seismic waves and ground movements from SMART-1 array data, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 13, pp.561-581, 1985.
- 11) 中村博一，山崎文雄：高密度アレー観測記録に基づく地震動の空間相関モデル，土木学会論文集，No.512/I-32，pp.185-197，1995.
- 12) Boore, D. M., Joyner, W. B., Oliver, A. A. and Page, R. A. : Peak acceleration, velocity, and displacement from strong-motion records, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 70, 1, pp.305-321, 1980.
- 13) Campbell, K. W. : Near-source attenuation of peak horizontal acceleration, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 71, 6, pp.2039-2070, 1981.
- 14) 片山恒雄，岩崎敏男，佐伯光昭：地震動加速度応答スペクトルの統計解析，土木学会論文集，No.275，pp.29-40，1978.
- 15) 東京大学生産技術研究所片山研究室：東京大学生産技術研究所千葉実験所における地震動の3次元アレー観測，強震動アレー観測記録データベース・推進委員会／作業部会報告書，1991.
- 16) Bolt, B. A., Loh, C. H., Penzien, J., Tsai, Y. B. and Yeh, Y. T. : Preliminary report on the SMART-1 strong motion array in Taiwan, *Report No.UCB/EERC-82/13*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1982.
- 17) 北川敏男，稲葉三男：基礎工学・統計学通論，共立出版，1960.
- 18) Ang, A. H-S. and Tang, W. H. : 土木・建築のための確率・統計の基礎，伊藤 學，亀田弘行訳，丸善，1977.
- 19) Gumbel, E. J. : 極値統計学，河田竜夫，岩井重久，加瀬滋男監訳，生産技術センター新社，1978.
- 20) 森口繁一，宇田川銑久，一松 信：岩波数学公式I，微分積分・平面曲線，岩波書店，1956.
- 21) Hoel, P. G. : 入門数理統計学，浅井 晃，村上正康訳，培風館，1978.
- 22) 依田 浩：技術者の統計学，宝文館出版，1966.
- 23) SM-TAI04 磁気テープ添付資料.
- 24) Figueras, S., Roca, A., Goula, X. and Blázquez, R. : Larger soil amplification for stronger ground motion from SMART-1 records, *Tenth WCEE*, 2, pp.1043-1048, 1992.
- 25) 泉谷恭男，寺田 彰：強震動卓越方向の震源依存性と観測点依存性—千葉アレーにおける8~10 Hz 地震動の主軸解析—，地震第2輯，46，1，pp.35-44，1993.

(1998. 12. 14 受付)

## PROBABILITY DISTRIBUTION OF PEAK GROUND ACCELERATION RATIOS ESTIMATED FROM STRONG GROUND MOTION ARRAY DATABASE

Hideji KAWAKAMI and Hidenori MOGI

In the earthquake resistant design and the reliability analysis of structures, the peak ground acceleration (PGA) is widely used as an intensity measure of earthquake motions. Since the PGA is a random variable, its probabilistic characteristics have to be examined. First, we have formulated the probability density function and statistical mean and standard deviation of the PGA ratio, and revealed that utilizing the ratio avoids estimating the mean of the PGA. Next, dense array seismograms in Japan and Taiwan are analyzed to examine the relationship between the statistics of the ratios and the separation distance. Finally, we have shown the standard deviations, means and 50- and 95-percentiles of the ratios, and discussed the expected difference between the PGAs at the neighboring two sites.

# SIGNAL データの統計解析に基づく 最大加速度の空間的確率分布

茂木秀則<sup>1</sup>・川上英二<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 博(工) 埼玉大学助手 工学部建設工学科(〒338-8570 埼玉県浦和市下大久保 255)

<sup>2</sup>正会員 工博 埼玉大学教授 工学部建設工学科(〒338-8570 埼玉県浦和市下大久保 255)

最大加速度は確率変数と考えられるため、信頼性解析などの工学的な利用に際してその確率分布、特に散布度について検討が必要である。本論文では、千葉、台湾 SMART-1 のアレー観測記録を用いて最大加速度比の確率分布を検討した著者らの従来の研究を発展させ、より広範囲の検討が可能な SIGNAL のデータベースを用いて最大加速度比の統計解析を行った。まず、本データベースの 54 地震の観測記録を用いて、最大加速度比の平均値、標準偏差などを求め、二点間で生じる最大加速度の差について論じた。また、アレー観測記録と SIGNAL による最大加速度比の平均値、標準偏差を比較し、両者で二点間距離が著しく異なるにも拘わらず、連続した関係が得られることを示した。

**Key Words :** SIGNAL database, peak ground acceleration, measure of dispersion, probability density, lognormal distribution

## 1. はじめに

地震被害の検討や耐震設計を行う際には、最大加速度や SI 値などの地震動の強度指標が広く用いられている。中でも最大加速度は観測波形に直接関連した指標であり、震度法に基づいた耐震設計では地震外力として直接扱われることや、距離減衰式をはじめとする研究の蓄積が多いことなどの理由からよく用いられている。

一方、地震動は空間的に一様ではない。たとえば、距離減衰式によって推定される最大加速度などの地震動の強度指標は平均的な値であり、各々の観測点ではばらついた値が観測される。このことは信頼性解析において特に重要な要素となる。すなわち、信頼性解析では構造物の地震耐力と地震外力の確率密度関数を用いて、耐力と外力の大小関係に基づいて構造物の破壊確率が評価されるが、この場合、平均値や中央値などの代表値だけでなく、標準偏差や変動係数などの散布度が構造物の破壊確率に著しい影響を与える<sup>1), 2)</sup>。特に、地震動の強度指標として最大加速度を用いる場合、他の指標を用いる場合と比べてその散布度が大きいために、信頼性解析手法の重要性が増すものと考えられる。

最大加速度の散布度は、従来は最大加速度の距離減衰式の推定誤差として評価されてきた。しかし、距離減衰式の推定誤差は地震ごとに各々の観測点で得られる最大加速度の散布度ではなく、マグニチュードや震央距離などを用いて得られる推定値からの散布度であり、同一地震における最大加速度のばらつきとの関係は明

らかでない。例えば、マグニチュードが同一の地震であれば、従来の距離減衰式では同じ集合として扱っているが、地震によって地域全体で最大加速度が大きい地震もあれば、小さい地震もある。また、震央距離が同じであれば、震源を挟んで向かい合う二地点であっても、或いは、震源からの方位がほぼ等しいと見なされるようなごく近接した二地点であっても、同じ集合として散布度が検討されている。しかし、二地点間の距離によってその最大加速度の差(散布度)は大きく異なると考えられる。

以上の理由から著者らは、各観測点において、同一の地震に対して生じる最大加速度の差に着目し、東京大学生産技術研究所千葉アレーと台湾・羅東の SMART-1 アレーの二つの高密度アレー観測記録を用いて、同一の地震に対してアレー各点で観測された最大加速度の比(最大加速度比)を求め、比を求める二点間の距離(二点間距離)をパラメータとしてその確率分布について検討を行った<sup>3)</sup>。なお、最大加速度比を用いる本手法の特徴は同一地震によって生じた最大加速度の違いから直接その散布度を検討することができる点であり、結果として得られる散布度は、距離減衰式の推定誤差としての散布度とは意味が異なるものである。

上記の検討の結果から著者らは、二点間距離が 40 m 以下の極めて近い二点においても最大加速度比の平均値が 0.9 程度、二点間距離が 4 km 程度の場合には 0.7 程度の値を示すこと、さらに、二点間距離の増加に対して最大加速度比の平均値が単調に減少することなど

を指摘した<sup>3)</sup>。しかし、上記の研究では比を求める二点間の距離が数 km までの範囲に限定されており、より離れた二点間に生じる最大加速度の差違については十分に検討されていない。

ところで、二点間の距離が大きい場合には、地盤条件や震源の放射特性などの様々な要因が地震動の差違(散布度)に影響を与えることも考えられる。このため、地盤条件などの違いによる影響も考慮して、最大加速度の散布度を検討することも可能である。しかし、最大加速度では短周期成分が支配的であるため、最大加速度と地盤条件との関係は必ずしも明確とは言えない。例えば、Fukushima 等は最大加速度が軟弱地盤において平均的な地盤よりも大きい値を示すことを報告している<sup>4)</sup>が、一方で、Trifunac 等は地盤の違いによる差が明らかでないことを示している<sup>5)</sup>。また、あえてこれらの要因による影響を取り除こうとする場合には、何らかのモデル化が必要であるが、研究者により定式化は異なっており、解析上のモデル化によるばらつきが新たに混入することを避けられない。いたずらに解析を複雑にすることは解析結果の意味を不明確にする可能性があるものと考えられる。このため、まず本論文では地盤条件などの諸要因についてはあえて考慮せず、検討を行い、これらの影響も含めた散布度を評価しておくことも重要と考えた。

このような立場から、地盤条件が比較的均一な高密度アレーによる観測記録を用いた前報<sup>3)</sup>における検討に加えて、より広範囲の領域、そのため若干の地盤条件の変化が見られるような領域における最大加速度比の確率分布について検討を行うこととした。そこで本研究では、東京ガス株式会社による地震時導管網警報システム「SIGNAL」<sup>6)~8)</sup>の観測記録を用いて解析を行った。なお、本論文は構造物の信頼性解析への活用結果までも示すことを目的とするものではない。本論文では最大加速度の空間的確率分布を、信頼性解析において重要なパラメータとなる散布度に注目し、これを観測結果に基づき定量的に示すものである。

SIGNAL の観測地点は関東平野南部に位置しており、地盤条件が場所によって全く異なるような極度の不整形地盤ではなく、逆に全く均質と言えるような地盤でもない、現実的な地盤に設置されている。このような地盤で得られた観測記録を用いて最大加速度比を求め、二点間距離をパラメータとして最大加速度比の平均値や標準偏差、%位値などの特性値を算定した。そして、得られた特性値に基づいて、より離れた二点で生じ得る最大加速度の差違について論じた。また、千葉アレーと SMART-1 アレーの高密度アレー観測記録と SIGNAL の統計解析によって得られた最大加速度比の平均値と標準偏差を二点間距離の対数値をパラメータに用いて

比較した。その結果、これら三者で二点間距離が分布する範囲が大きく異なるにも拘わらず、ほぼ一連の、直線的な関係が得られることを示した。

## 2. 解析手法<sup>3)</sup>

本節では、記号の定義と最大加速度の統計的なモデル化を明らかにすることを目的に、文献(3)に示した定式化の要点を示す。なお式(3)~(11)では、文献(3)よりも簡便な別解法を示している。

### (1) 最大加速度比

本研究では、二地点間で観測される最大加速度の違いを示す値として、同一地震に対する任意の二観測点における最大加速度比<sup>3)</sup>を考え、比を求める二点間の距離をパラメータとして統計解析を行った。

最大加速度比  $R$  は最大加速度の大きい方を常に分母とするものと定義し、 $0 < R \leq 1$  の範囲の値をとるものとした。この定義から、最大加速度比が 1 の近くに分布する場合には最大加速度の散布度が低く、最大加速度比が小さい範囲まで分布が及ぶ程最大加速度の散布度が高いことを表している。

なお、本論文では必要に応じて正規分布と対数正規分布の両方を用いており、平均値と中央値(50%位値)などの定義の異なる類似の特性値を用いる。このため特にこれらを区別する必要がない場合には、何らかの意味で分布の中心である値を代表値、分布の散らばりの度合いを表す値を散布度と呼ぶ。

### (2) 最大加速度と最大加速度比の確率密度

#### a) 最大加速度の確率密度関数

同一地震に対する二点の最大加速度  $X_1, X_2$  が二次元対数正規分布に従うものとする。このとき、 $X_1, X_2$  の対数  $Z_1, Z_2$  の結合確率密度関数は次式で表される<sup>9)</sup>。

$$f_{Z_1, Z_2}(z_1, z_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_Z^2\sqrt{1-\rho^2}} \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma_Z^2(1-\rho^2)} \left\{ (z_1 - \mu_Z)^2 - 2\rho(z_1 - \mu_Z)(z_2 - \mu_Z) + (z_2 - \mu_Z)^2 \right\} \right] \quad (1)$$

ここで、 $\rho$  は  $Z_1, Z_2$  の相関係数である。また、本研究では比を求める二点の震央距離の違いによる影響を取り除くため、震央距離に基づいてデータを二つに層別化し、震央距離の差が 1 km 未満の組合せについて最大加速度比の確率分布を検討した。このため式(1)では、二点における平均値  $\mu_{Z_1}, \mu_{Z_2}$  と標準偏差  $\sigma_{Z_1}, \sigma_{Z_2}$  がそれぞれ等しく  $\mu_Z, \sigma_Z$  であることを想定している。

$$\mu_Z = \mu_{Z_1} = \mu_{Z_2}, \quad \sigma_Z = \sigma_{Z_1} = \sigma_{Z_2} \quad (2)$$

## b) 最大加速度比の確率密度関数

二点における最大加速度の比の対数値が各点における最大加速度の対数値の差であることから、式(1)を用いて  $Z_1 - Z_2$  の確率密度関数を求める。

恒等式

$$(z_1 - \mu_Z)^2 - 2\rho(z_1 - \mu_Z)(z_2 - \mu_Z) + (z_2 - \mu_Z)^2 = \left(\frac{1+\rho}{2}\right)(z_1 - z_2)^2 + \left(\frac{1-\rho}{2}\right)(z_1 + z_2 - 2\mu_Z)^2 \quad (3)$$

を用いると式(1)は次のように表すことができる。

$$f_{Z_1, Z_2}(z_1, z_2) = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_Z}\sqrt{2(1-\rho)}} \exp\left\{-\frac{(z_1 - z_2)^2}{2\sigma_Z^2 2(1-\rho)}\right\} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_Z}\sqrt{2(1+\rho)}} \exp\left\{-\frac{(z_1 + z_2 - 2\mu_Z)^2}{2\sigma_Z^2 2(1+\rho)}\right\} \quad (4)$$

ここで、 $Z_1$ 、 $Z_2$  の差と和

$$P' = Z_1 - Z_2 \\ Q = Z_1 + Z_2 \quad (5)$$

を考え、確率変数の変換を行う。ここで、 $P'$  は  $Z_1$ 、 $Z_2$  の大小関係を考慮しない場合の差を表しており、式(13)で表される、大小関係を考慮する場合の差  $P$  と区別するために'を付けている。

式(5)のヤコビアン  $|J|$  が、

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial p'} & \frac{\partial z_1}{\partial q} \\ \frac{\partial z_2}{\partial p'} & \frac{\partial z_2}{\partial q} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \quad (6)$$

で与えられることから、式(4)は次式のように表される。

$$f_{Z_1, Z_2}(z_1, z_2) dz_1 dz_2 = f_{P'}(p') f_Q(q) dp' dq \quad (7)$$

ここで、 $f_{P'}(\cdot)$ 、 $f_Q(\cdot)$  はそれぞれ、 $Z_1$ 、 $Z_2$  の差  $P'$  と和  $Q$  の確率密度関数であり、 $P'$ 、 $Q$  の標準偏差  $\sigma_{P'}$ 、 $\sigma_Q$  を用いて次式で表される。

$$f_{P'}(p') = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{P'}}} \exp\left\{-\frac{p'^2}{2\sigma_{P'}^2}\right\} \quad (8)$$

$$\sigma_{P'} = \sigma_Z \sqrt{2(1-\rho)} \quad (9)$$

$$f_Q(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_Q}} \exp\left\{-\frac{(q-2\mu_Z)^2}{2\sigma_Q^2}\right\} \quad (10)$$

$$\sigma_Q = \sigma_Z \sqrt{2(1+\rho)} \quad (11)$$

式(7)に示されるように、二点における最大加速度の対数値の差と和は最大加速度の対数値の相関の有無に拘わらず、互いに独立な正規分布に従う。また、和の分布の平均値が  $2\mu_Z$  であるのに対して、差の分布では平均値が 0 となるため、同一地震ごとに最大加速度の比を求める限り、地震ごとに異なる平均値について考慮する必要がないという利点がある。式(9)に示されるように、最大加速度比の対数の分散  $\sigma_{P'}^2$  は相関係数  $\rho$  の増加に対して線形的に減少する関係にある。

本論文での最大加速度比  $R$  は次式のように二点の観測値の大きい方の値を常に分母とする。

$$R = \begin{cases} X_1/X_2 & (X_1 < X_2) \\ X_2/X_1 & (X_1 \geq X_2) \end{cases} \quad (12)$$

このため、その対数  $P = \ln R$  は

$$P = \ln R = -|\ln X_1 - \ln X_2| = -|P'| \quad (13)$$

で表される。前述したように、 $P'$  は二点の最大加速度の大小関係を考慮しない場合、 $P$  は考慮する場合の確率変数である。

式(8)で表されるように、差  $P'$  の確率密度関数は  $p' = 0$  の軸に関して対称であるから、 $P$  の確率密度関数は  $f_{P'}(p')$  の  $p' \leq 0$  の範囲を 2 倍し、他を 0 とおくことで求められる。さらに変数変換  $P = \ln R$  を施すことで、最大加速度比  $R$  の確率密度関数が次式のように求められる。

$$f_R(r) = \frac{2}{\sqrt{2\pi\sigma_{P'}r}} \exp\left(-\frac{\ln^2 r}{2\sigma_{P'}^2}\right), \quad 0 < r \leq 1 \quad (14)$$

前述のように式(14)は元になる正規分布の  $p' \leq 0$  の半区間から導かれる確率密度関数である。このため、本研究では確率密度関数が式(14)で与えられる確率分布を半区間対数正規分布と呼ぶ。

## (3) 最大加速度比の特性値

a) 最大加速度比の平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P'}$  の関係  
最大加速度比の平均値  $\mu_R$  は式(14)を用いて次式のように求められる。

$$\mu_R = \exp\left(\frac{\sigma_{P'}^2}{2}\right) \left\{1 - \text{Erf}\left(\frac{\sigma_{P'}}{\sqrt{2}}\right)\right\} \quad (15)$$

ここで、 $\text{Erf}(\cdot)$  は次式の誤差関数である。

$$\text{Erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-t^2) dt \quad (16)$$

最大加速度比の平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P'}$  は式(15)によって互に関連付けられており、最大加速度比の平均値も最大加速度の散布度を表す特性値の一つである。

b) 最大加速度比の%位値

最大加速度比  $R$  が

$$1 \geq R \geq r_\gamma > 0 \quad (17)$$

の範囲にある確率が  $\gamma$  % であるときの最大加速度比の値  $r_\gamma$  を  $\gamma$  % 位値とする。この条件は式(14)から次のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{100} &= \int_{r_\gamma}^1 \frac{2}{\sqrt{2\pi\sigma_{P'}r}} \exp\left(-\frac{\ln^2 r}{2\sigma_{P'}^2}\right) dr \\ &= \int_{-\tau_\gamma}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{P'}}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_{P'}^2}\right) dt \end{aligned} \quad (18)$$

ここで、

$$\ln r = -t, \quad \ln r_\gamma = -\tau_\gamma \quad (19)$$

である。

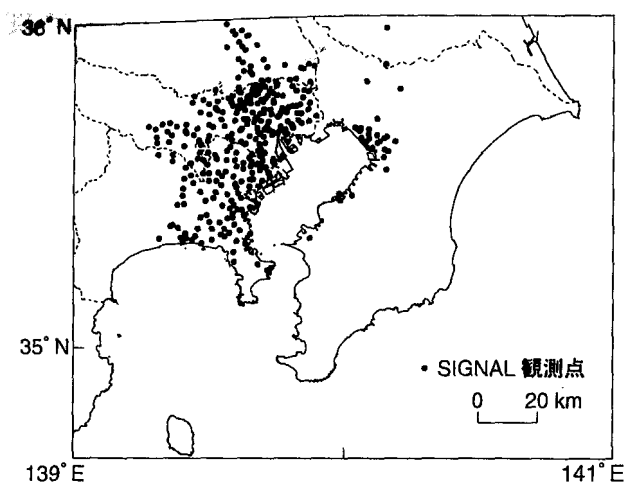


図-1 SIGNAL システムの観測点の分布<sup>7)</sup>

求める確率  $\gamma$  を式(18)に与え、正規分布表を用いて標準正規分布 ( $\sigma_{P'}=1$ ) に対する  $\tau_{\gamma}/\sigma_{P'}$  を求めれば、式(19)より、次式で%位値を求めることができる。

$$r_{\gamma} = \exp(-\tau_{\gamma}) \quad (20)$$

### 3. 地震時導管網警報システム「SIGNAL」

#### (1) システムの概要

本研究では最大加速度の広範囲にわたる分布を調べるために、東京ガス株式会社による地震時導管網警報システム「SIGNAL」<sup>(6)-(8)</sup>によるデータを用いた。本システムは、地震被害を地震発生と同時に高精度に推定することを目的に開発されたもので、供給地域内の31点の地震計と低圧ブロック毎に3点(計300点)の地震動モニタリング用SIセンサー(SI値と最大加速度の測定)と無線通信システム、解析用システムから構成されている。図-1は観測点の分布を示したもので、東京都東部、神奈川県東部を中心に広範囲かつ高密度に設置されている。

#### (2) 記録の概要

1994年5月27日以降に観測されたSI値と最大加速度のデータベースが同社のWWWシステムによって公開されている<sup>7)</sup>。本研究では、本データベースに含まれる1994年5月27日23:53(M4.0)から1998年7月15日7:15(M4.6)までの54地震による最大加速度記録を用いて最大加速度比の統計解析を行った。

データベースに含まれる最大加速度は水平二成分のベクトル和の最大値である。また、データベースは $\text{cm/s}^2$ 単位の0以上の整数値で記録されており、センサーの異常などで信頼できない値と判断された場合には-1が与えられている<sup>7)</sup>。解析に用いた地震の震央を図-2

に示す。図に示されるように、記録地震の多くは関東近辺の $M=4\sim 5$ の規模の地震である。

### 4. 最大加速度比の分布

#### (1) 最大加速度比の分布

図-3は横軸に二点間距離を用いて、SIGNALデータにおける最大加速度比 $R$ の分布を示したものである。データベースには最大加速度が0以上の整数値で与えられているが、本研究では比を用いて検討を行うため、 $1\text{cm/s}^2$ 以上の記録を用いて最大加速度比を求めた。また、図-3では、0.5、0.33のような一定の値に集中しているデータが見受けられるが、これはSIGNALのデータが整数値で与えられていることに関連して、観測値が小さい場合にその比が $1/2$ ,  $2/4$ , ...,  $1/3$ ,  $2/6$ , ...のような値になる確率が高くなるためである。

図-1、図-2に示すように、最大加速度比の解析が可能な二点間距離が数km~数十kmの範囲にあるのに対して、震央距離も数十km程度のものが大半を占める。一般に平均的な地震動強度は震央距離に強く支配されることから、比を求める二点の震央距離の違いが最大加速度比に対して与える影響は後述するように少ない。図-3は、この震央距離の差に伴う平均的な地震動強度の違いの影響を取り除くために、まず各観測点の震央距離を求め、可能な二点の組合せのうち、震央距離の差が1km未満の二点の組合せに対してのみ最大加速度比を求めたものである。

図-3を見ると、最大加速度比が1から0に近い値までの広い範囲に分布しており、最大加速度が著しくばらついた値として観測されることがわかる。また、二点間距離ごとに最大加速度比のデータ数が異なることから、二点間距離の変化に対する最大加速度比の分布の変化を図-3から正確に読みとることは困難と思われるが、二点間距離が小さい場合には、最大加速度比は0.3~0.4以上の範囲に多く分布し、二点間距離が増加するにつれて、最大加速度比がより小さい値を示す確率が増加していることが窺える。

最大加速度比の最小値について着目すると、二点間距離によらずに0.1以下の値も生じている。このことは、震央距離がほぼ等しい二点において、二点間距離が数km以内の場合であっても二点の最大加速度は10倍以上異なることさえあり得るということである。このような地震外力のばらつきの一部は地盤条件の差違によって説明が可能であるものと考えられる。しかし、前報<sup>3)</sup>で示したように地盤条件の比較的均一な高密度アレーにおいても最大加速度のばらつきは大きく、確率的に扱わざるを得ない。このことから、最大加速度の散布度を考慮した地震被害の検討や信頼性解析など

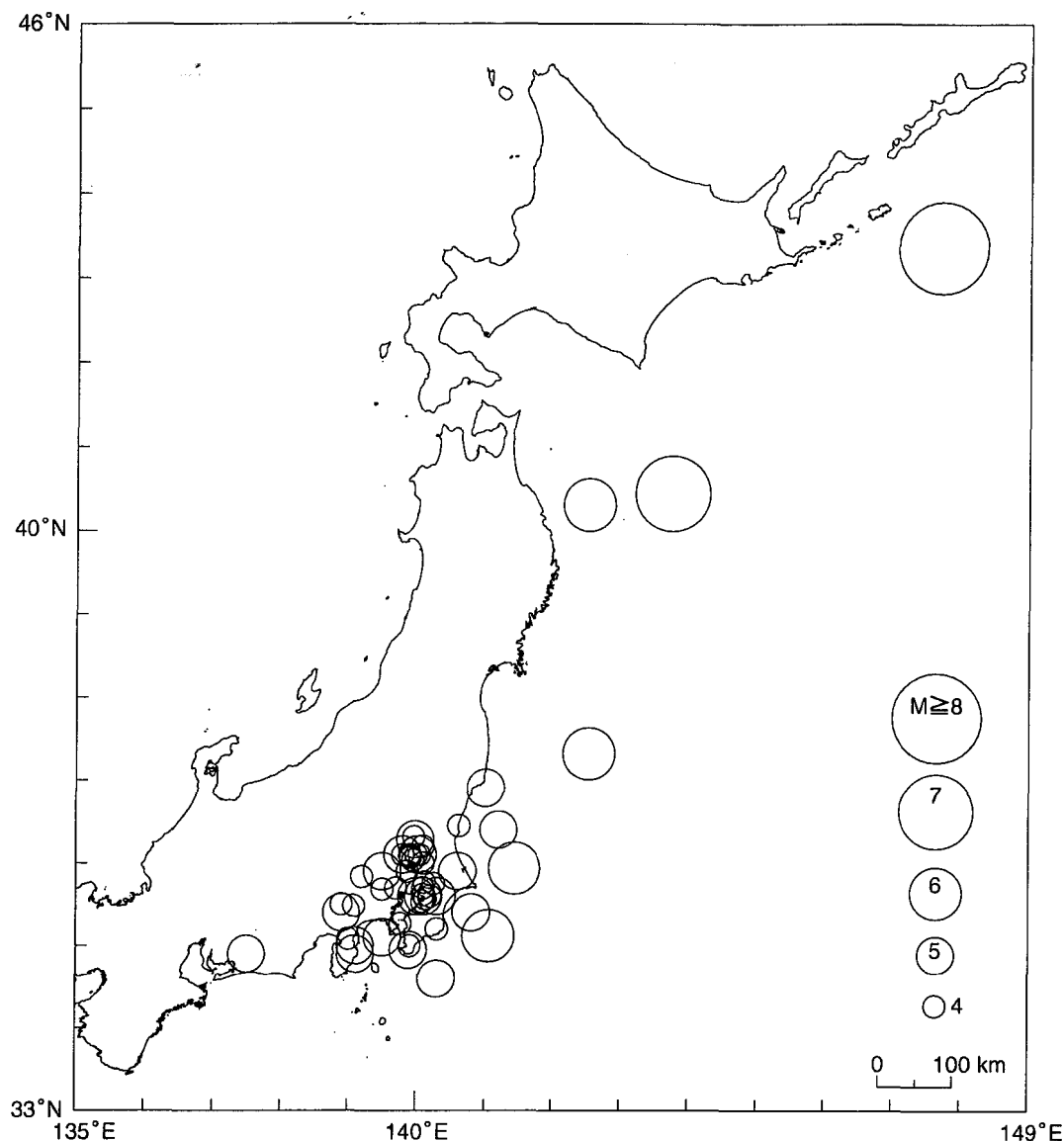


図-2 記録地震の震央分布

の耐震設計の重要性が理解できる。ただし、図-3では二点間距離が小さい場合と大きい場合のデータ数が著しく異なっており、後述の確率密度関数や平均値、%位値に基づいた検討が必要である。

## (2) 二点間距離をパラメータとした最大加速度比の平均値と標準偏差

最大加速度比の分布に対する二点間距離の影響を定量的に評価するために、表-1に示すように二点間距離を0kmから10kmごとにA~Hの8グループに分け、各グループ内の最大加速度比の平均値 $\mu_R$ と標準偏差 $\sigma_{P_i}$ を求めた結果が図-4である。図中の●が図-3に示した、震央距離の差が1km未満の二点の組合せによる最大加速度比に対するものである。また、表-2はこの組合せによる最大加速度比の平均値 $\mu_R$ と、式(9)で与えられる(対数)標準偏差 $\sigma_{P_i}$ と最大加速度比 $R$ そ

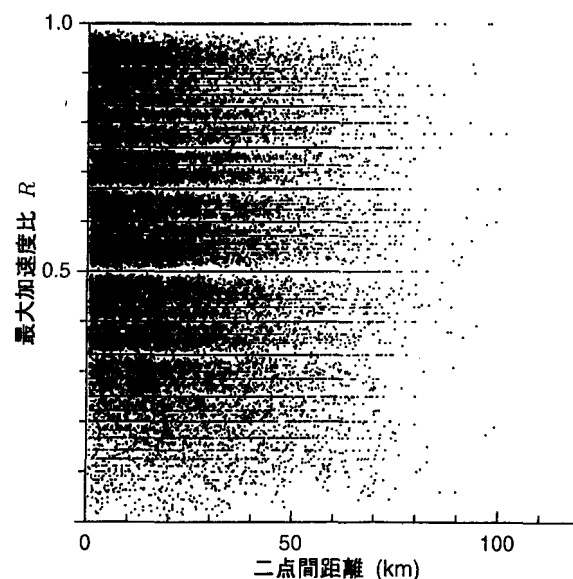


図-3 最大加速度比  $R$  の分布

表-1 二点間距離で分けたグループごとの平均二点間距離と最大加速度比のデータ数(震央距離の差が1km未満の組合せのみ)

グループ	二点間距離 $L$ (km)		データ数
	範囲	平均値	
A	$0 < L \leq 10$	5.0	31,235
B	$10 < L \leq 20$	14.6	20,847
C	$20 < L \leq 30$	24.6	12,634
D	$30 < L \leq 40$	34.7	7,663
E	$40 < L \leq 50$	44.4	4,223
F	$50 < L \leq 60$	54.4	2,053
G	$60 < L \leq 70$	64.2	834
H	$70 < L$	76.1	325
計			79,814

のものの標準偏差  $\sigma_R$  の二種類の標準偏差, 後述する50, 95%位値をまとめたものである。

これらの図表から, 二点間距離の増加に従い, 最大加速度比の平均値  $\mu_R$  が単調に減少すること, 二つの標準偏差  $\sigma_{P'}$ ,  $\sigma_R$  はそれぞれ, ほぼ単調に増加することがわかる。平均値  $\mu_R$  の変化は二点間距離の変化に対して安定した, 単調な変化を示しており, 結果の信頼性を示すものである。また, 二点間距離に対する平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P'}$  の変化は式(8), (9)に含まれる最大加速度の二点間の相関係数  $\rho$  の変化によるものと解釈することができる<sup>3)</sup>。なお,  $\mu_R$  と  $\sigma_{P'}$  が最大加速度の散布度に関する直接的なパラメータであるのに対して,  $\sigma_R$  は散布度の更にそのばらつきを示すパラメータであるため, 以降では  $\sigma_R$  については言及しない。

データベースに含まれる多くの地震が近地の地震であり, 震央距離が数kmから数十kmの範囲にあるものが多いため, 比を求める二点の震央距離の違いが最大加速度比に影響を与えることが考えられる。このため, 震央距離の違いによる影響を検討する目的で, SIGNALの全観測点で可能な全ての二点の組合せに対して求めた最大加速度比の平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P'}$  を図-4に■で示している。図-4を見ると, 震央距離差が1km未満の組合せでは二点間距離の対数の増加に対してほぼ線形的に平均値が減少, 標準偏差が増加しているのに対し, 全ての二点の組合せでは二点間距離の増加に対する平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P'}$  の変化が大きく, かつ, 非線形的である。このことから最大加速度の違いを与える要因として, 震央距離の違いの影響が強いことがわかる。また, 図-5に示されるように, 震央距離が1km未満の組合せ(図中●)と震央距離の違いによる影響が含まれている全ての二点の組合せ(図中■)の何れの場合においても, 平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P'}$  の関係は式(15)に示される関係によく一致しており, 最大加速度比の確率分布は2節で述べた半区間対数正規

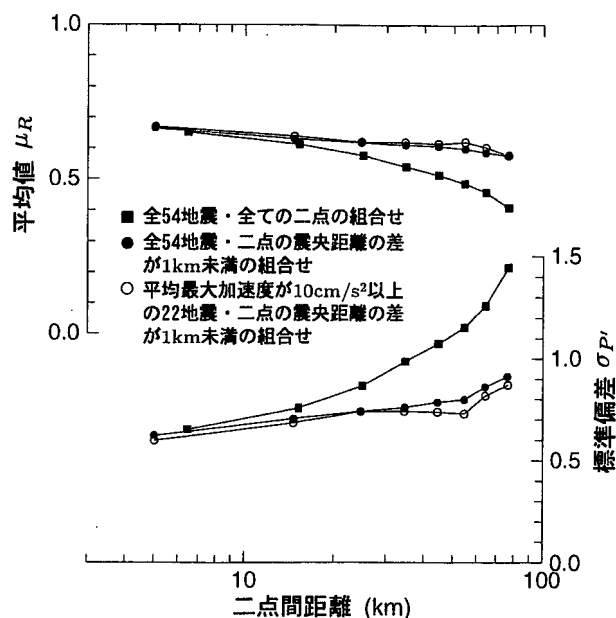


図-4 二点間距離ごとの最大加速度比の平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P'}$

表-2 グループごとの最大加速度比の特性値

グループ	平均値	標準偏差		50%位値	95%位値
	$\mu_R$	$\sigma_{P'}$	$\sigma_R$	$r_{50}$	$r_{95}$
A	0.664	0.626	0.217	0.656	0.293
B	0.629	0.707	0.228	0.621	0.250
C	0.617	0.742	0.232	0.606	0.233
D	0.610	0.760	0.232	0.599	0.226
E	0.606	0.786	0.240	0.589	0.214
F	0.597	0.799	0.238	0.584	0.209
G	0.585	0.860	0.252	0.560	0.185
H	0.575	0.912	0.246	0.541	0.167

分布によって近似することが可能であるものと考えられる。

SIGNAL データベースが整数値で公開されていることから, 最大加速度が小さい場合に小数点以下の丸め誤差の影響が最大加速度比の分布に現れることが考えられる。この検討の目的で, SIGNALの観測点における最大加速度の単純平均が  $10 \text{ cm/s}^2$  以上の22地震の観測記録を用い, 震央距離の差が1km未満の組合せに対して求めた最大加速度比の平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P'}$  を図-4に○で示している。図-4に見るように, 最大加速度の単純平均が  $10 \text{ cm/s}^2$  以上の場合でも全地震を用いた場合(図中●)と目立った違いは生じておらず, 小数点以下の丸め誤差の影響はそれ程顕著なものではないことがわかる。このことより, 最大加速度が大きな散布度を示すものとは言え, 二組の異なる統計資料に対して類似した結果が得られており, 解析結果が信頼できるものであることがわかる。



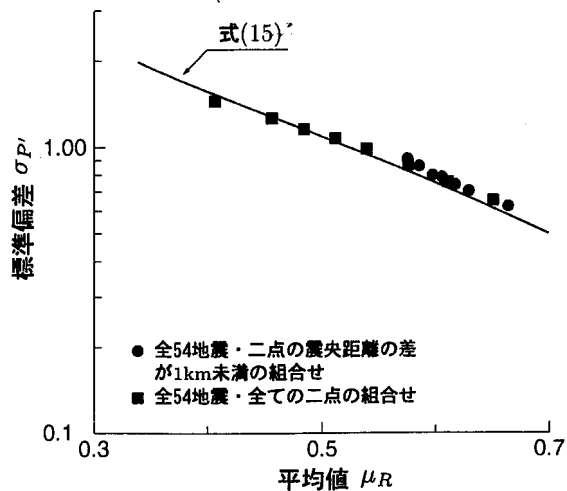


図-5 最大加速度比の平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P_i}$  の関係

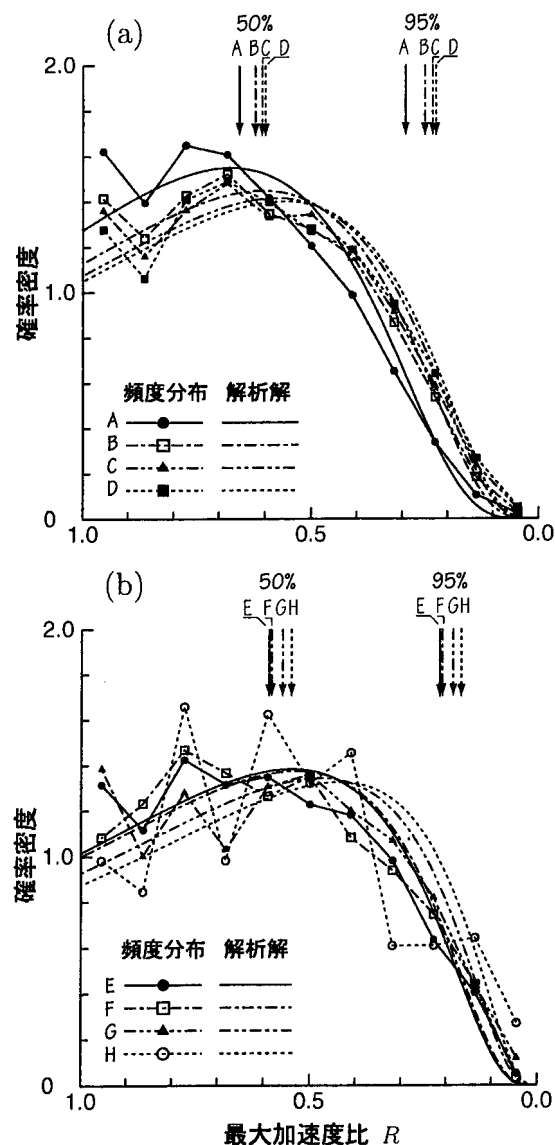


図-6 最大加速度比の頻度分布から求めた確率密度関数と半区間対数正規分布の解析解

### (3) 最大加速度比の確率密度関数

図-6は図-3に示した最大加速度比の発生頻度から求めた確率密度関数と、表-2に示した標準偏差  $\sigma_{P_i}$  を式(14)に代入して求めた半区間対数正規分布の解析解を示したものである。A~D, E~H グループの二つに分けて図-6 (a), (b)に示している。なお4.(1)節で述べたように、最大加速度比は0.5 (1/2, 2/4, ...)、0.33 (1/3, 2/6, ...) のような一定の値に集中することがある。このため、発生頻度を数える最大加速度比の級間隔を大きく設け、また級限界を上記の値に極力一致させないように配慮して、最大加速度比の取り得る0~1の範囲を11階級に等分割して発生頻度を求めた。

発生頻度による確率密度関数と半区間対数正規分布の解析解を比較すると、解析解によって最大加速度比の頻度分布がよく近似されていることがわかる。従って、半区間対数正規分布に基づく平均値  $\mu_R$  や標準偏差  $\sigma_{P_i}$ 、%位値などの特性値によって最大加速度比の確率分布を論じることが可能である。なお、G, Hグループの発生頻度による確率密度関数は不安定な傾向を示しているが、これは表-1に示されるように、このグループのデータ数が少ないことによるものである。このことは、近距離の地震と遠距離の地震では震央距離の差が最大加速度の平均的な大きさに対して及ぼす影響が異なることを考慮し、遠距離の地震に対しては許容する震央距離の差を大きくすることによって改善されることも考えられる。しかし、本論文では震央距離の差が最大加速度比に及ぼす影響を重視し、許容する震央距離の差を1kmに設定したまま統計解析を進めた。

確率密度関数の概形に着目すると、確率密度の最大値はあまり明瞭なものではなく、最大加速度比が1から0.4~0.3程度の範囲では、同じような確率密度で分布するということができる。また、二点間距離の増加に従って確率密度関数の形状の変化が見られ、最大加速度比が1に近い値を示す確率密度が低下すること、それに伴って、最大加速度比が小さな値を示す確率が増加すること、また、確率密度関数がより平坦な形状に推移することなどがわかる。

### (4) 最大加速度比の%位値

確率分布の%位値は統計的な意味付けが明確であるだけでなく、最大加速度  $X$  とその対数値  $Z$  の二つの確率分布における%位値は、単にその対数(指数)を求めるだけで相互の変換が可能であり、最大加速度比の分布を検討する上で有効な指標と考えられる。本研究では、最大加速度比の代表値として50%位値、また、危険率を5%とした場合に最大加速度比の生じ得る最小値と見做すことができる95%位値を求めた。

標準正規分布に対する知見より、式(18)で示される

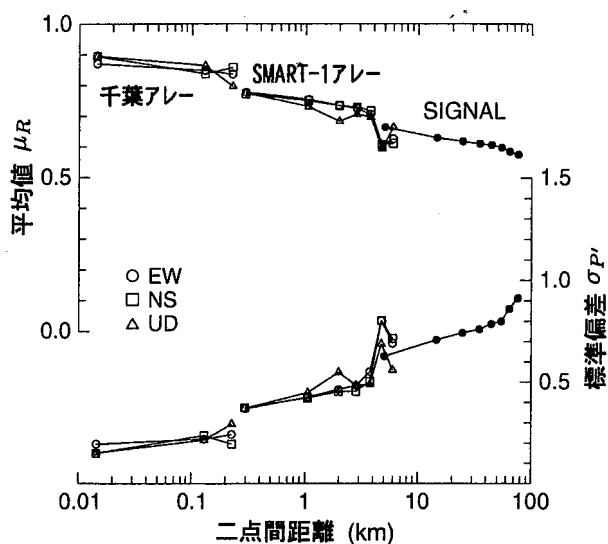


図-7 千葉アレー，SMART-1アレー，SIGNALにおける最大加速度比の平均値  $\mu_R$ ，標準偏差  $\sigma_{P_i}$  と二点間距離の関係

$\tau_{50}/\sigma_{P_i}$ ， $\tau_{95}/\sigma_{P_i}$  がそれぞれ 0.674，1.96 であることから，50，95%位値が表-2 に示すように求められる。また，これらの値は図-6 の上部にも確率密度関数と同線種の矢印で示している。

50%位値を見ると，二点間距離が10km以下のAグループで0.65程度，また，70km以上のHグループでは0.55程度になっており，二点間距離の増加とともに単調に減少する。そして上記の値から，一般に最大加速度は数十km程度の範囲では1/2に近い確率で「倍半分」の値を示すものと考えて良いものと言える。また，AグループとHグループの50%位値の違いは明確ではあるものの，二点間距離の数kmから数十kmまでの著しい違いと比較するとそれ程顕著なものとは言えない。

一方，95%位値はAグループで0.3程度，Hグループでは0.15程度の値を示しており，10km以下の二点間距離に対して3倍，70km以上離れた二点においては6~7倍程度の値まで観測され得ることになり，二点間距離が数kmから数十kmの変化に対して，最大加速度の分布し得る範囲は著しく変化することがわかる。

## 5. 高密度アレーとSIGNALにおける最大加速度比の分布の比較

著者らはSIGNALのデータベースの検討に先立って，高密度強震アレー観測記録を用いてより近距離の二点間の最大加速度比の統計解析を行っている<sup>3)</sup>。

図-7は，東京大学生産技術研究所千葉実験所高密度アレー（千葉アレー）<sup>10)</sup>，並びに台湾羅東のSMART-1アレー<sup>11)</sup>における二点間距離と最大加速度比の平均値

$\mu_R$ ，標準偏差  $\sigma_{P_i}$  の解析結果<sup>3)</sup>とSIGNALデータベースの解析結果を合わせて示したものである。千葉アレーでは二点間距離が5mから200m程度まで，また，SMART-1アレーでは100mから5km程度までの二点間距離に対する最大加速度比の分布の検討が可能である。なお，千葉アレーとSMART-1アレーにおける最短の二点間距離はそれぞれ，5m，100mであるが，最短グループをそれぞれ， $0 < L < 40$  m， $0 < L < 650$  mに設定して解析しており<sup>3)</sup>，図-7にはグループ毎の二点間距離の平均値を用いてプロットしている。

地盤条件は，千葉アレーではほぼ一様と見なされる<sup>10)</sup>こと，また，SMART-1アレーにおいても若干の基盤層の傾斜が認められる<sup>12)</sup>ものの顕著なものではないと考えられる<sup>3)</sup>。一方，SIGNALは東京都，神奈川県の一部を中心とした，地盤の多様な変化が含まれるデータベースである。このように，統計解析に用いた三つのデータベースでは，地盤の条件が著しく異なっている。しかしながら図-7では，アレーの切り替わる点で若干の不連続性が見られるものの余り顕著なものではなく，三つのアレーを通し，二点間距離の対数値の増加に対して，最大加速度比の平均値  $\mu_R$ ，標準偏差  $\sigma_{P_i}$  は連続的に，かつ，線形的にそれぞれ減少，増加することがわかる。このことから，図-7の傾向はアレーの違いに敏感に依存するものとは言えず，最大加速度の散布度は主に二点間距離によって支配されていると言えることがわかる。これは，地盤条件などの諸要因のばらつきも，その多くが統計的には二点間距離の関数として与えられるために，最大加速度の散布度が間接的に二点間距離に対して関数関係を示すためと考えられる。つまり，「二点間距離」と「地盤条件などの差違」は完全に独立な関係にあるのではなく，前者は後者の要因も含めて単一指標で表現したものと考えられる。そして，最大加速度の差違に関する特性値が数十mから数十kmの極めて広い範囲において，二点間距離をパラメータとすることで統一的に与えることが可能であることは興味深い。もとより，このようなメカニズムは十分に明確ではなく，今後更に多くの観測と解析が必要であると考えられる。

## 6. 結論

本論文では，千葉，台湾（SMART-1）の高密度アレー観測記録を用いて隣接二地点間の最大加速度の比（最大加速度比）の確率分布を検討した著者らの従来の研究を発展させ，より広い範囲における検討が可能な東京ガス株式会社によるSIGNALデータベースを用いて最大加速度比の統計解析を行った。

まず，SIGNALデータベースの54地震を用い，同

一地震に対する二観測点間の最大加速度比とその平均値  $\mu_R$  や標準偏差  $\sigma_{P'}$ , 50, 95%位値, 確率密度関数を求め, 二点間の距離をパラメータとした検討を行った。さらに, 前述の高密度アレー観測記録を用いた結果を加え, 数十mから数十kmまでのより広範囲の二点間距離に対する最大加速度比の平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P'}$  について検討を行った。

以上の検討から得られた結果, 並びに, 重要と考えられる特性値について以下に列挙する。

- (1) 比を求める二点の震央距離の差が小さい場合, 二点間距離の対数の増加に対して, 最大加速度比の平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P'}$  はそれぞれ, ほぼ線形的に減少, 増加する。
- (2) 比を求める二点の震央距離の差が大きく, 二点の震央距離の違いが無視できない場合, 二点間距離の対数の増加に対する最大加速度比の平均値  $\mu_R$  の減少と標準偏差  $\sigma_{P'}$  の増加は顕著で, かつ非線形的である。
- (3) 上記(1), (2)の違いにも拘わらず, 震央距離の違いの影響を含まない場合と含む場合の何れの場合においても, 最大加速度比の平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P'}$  の関係は半区間対数正規分布に基づく両者の関係式(15)によく一致する。
- (4) SIGNALのように, 地盤条件の違いを含む広範囲の観測に基づくデータベースから求めた最大加速度比の確率密度関数も半区間対数正規確率密度関数の解析解(14)によって近似できる。
- (5) 二点の震央距離の差が1km未満, かつ二点間距離が10km未満の組合せでは, 最大加速度はその比の平均値  $\mu_R$  で0.65程度, 標準偏差  $\sigma_{P'}$  で0.65程度の散布度を示す。また, 二点間距離が70km以上の組合せでは, 最大加速度はその比の平均値  $\mu_R$  で0.6程度, 標準偏差  $\sigma_{P'}$  で0.9程度の散布度を示す。
- (6) 最大加速度比の50%位値は10km以下の二点間距離に対して0.65(1.5)倍程度, 70km以上の場合でも0.55(1.8)倍程度である。このことから, 一般に最大加速度は数十km程度の範囲では1/2に近い確率で「倍半分」の値を示すものと考えてよい。また, 二点間距離の数kmから数十kmの変化に対して, 50%位値はあまり顕著な変化を示さない。
- (7) 最大加速度比の95%位値は二点間距離が10km以下の場合0.3程度, 70km以上の場合0.15程度である。95%位値が危険率5%とした場合の最大加速度比の最小値と考えられることから, このような二点では前者が3倍(1/3倍)程度, 後者では6~7倍(1/6~1/7)程度異なった最大加速度が観測され得るものと言え, 両者の違いは50%位値の場合

と比較して顕著である。

- (8) SIGNAL データベースによる二点間距離の対数値と最大加速度比の平均値  $\mu_R$ , 標準偏差  $\sigma_{P'}$  の関係と, 千葉アレー及び台湾の SMART-1 アレーにおける観測記録から求めた関係を図-7において比較した。その結果, 上記の三つの観測施設で二点間距離が著しく異なるにも拘わらず, 各データベースにおける最大加速度比の平均値  $\mu_R$  と標準偏差  $\sigma_{P'}$  は二点間距離の対数値に対して, ほぼ同一の連続的かつ線形的な関係が得られた。

謝辞: 本研究では東京ガス株式会社・地震時導管網警報システム「SIGNAL」による最大加速度のデータベースを用いた。また, 震災予防協会によるアレー観測記録データベースにおける東京大学生産技術研究所片山・山崎研究室による観測記録, 並びに SMART-1 アレーにおける観測記録の解析結果の一部を用いた。

本研究の数値計算の一部は加茂高史氏(当時埼玉大学工学部建設工学科)による。関係各位に謝意を表す。

#### 参考文献

- 1) Schuëller, G. I.: 構造物の安全性と信頼性, 小西一郎, 高岡宣善, 石川 浩訳, 丸善, 1984.
- 2) 中村孝明, 岡田和明, 本間直樹: 統計手法による地震時斜面崩壊確率に関する研究, 土木学会論文集, No.570/I-40, pp.73-82, 1997.
- 3) 川上英二, 茂木秀則: 強震動アレーデータに基づく隣接二地点間の最大加速度比の確率分布, 土木学会論文集, No.626/I-48, pp.219-230, 1999.
- 4) Fukushima, Y. and Tanaka, T.: A new attenuation relation for peak horizontal acceleration of strong ground earthquake motion in Japan, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 80, 4, pp.757-783, 1990.
- 5) Trifunac, M. D. and Brady, A. G.: Correlations of peak acceleration, velocity and displacement with earthquake magnitude, distance and site conditions, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 4, pp.455-471, 1976.
- 6) 東京ガス株式会社: 東京ガスの地震対策, 1994.
- 7) 東京ガス株式会社: “What’s SIGNAL” 他(東京ガス株式会社 World Wide Web)。
- 8) 山崎文雄, 片山恒雄, 野田 茂, 吉川洋一, 大谷泰昭: 大規模都市ガス導管網の地震時警報システムの開発, 土木学会論文集, No.525/I-33, pp.331-340, 1995.
- 9) Hoel, P. G.: 入門数理統計学, 浅井晃, 村上正康訳, 培風館, 1978.
- 10) 東京大学生産技術研究所片山研究室: 東京大学生産技術研究所千葉実験所における地震動の3次元アレー観測, 強震動アレー観測記録データベース・推進委員会/作業部会報告書, 1991.
- 11) Bolt, B. A., Loh, C. H., Penzien, J., Tsai, Y. B. and Yeh, Y. T.: Preliminary report on the SMART-1 strong motion array in Taiwan, *Report No.UCB/EERC-82/13*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1982.
- 12) Figueras, S., Roca, A., Goula, X. and Blázquez, R.: Larger soil amplification for stronger ground motion

from SMART-1 records, *Tenth WCEE*, 2, pp.1043-1048, 1992.

(1999. 6. 7 受付)

## SPATIAL DISTRIBUTION OF PEAK GROUND ACCELERATIONS ESTIMATED FROM 'SIGNAL' DATABASE

Hidegori MOGI and Hideji KAWAKAMI

Peak ground accelerations (PGAs) have been playing an important role in the earthquake resistant design and reliability analysis of structures as an intensity measure of earthquake motions. In this study, PGA ratios have been analyzed in order to examine the statistical characteristics of the PGAs. Firstly, the means, standard deviations, 50- and 95-percentiles and probability density functions of the PGA ratios have been estimated from the SIGNAL database. Secondly, based on these statistics, we have discussed on the expected differences of the PGAs between separated two sites. Finally, the means and standard deviations have been compared with those from the Chiba and SMART-1 dense array databases. This comparison has revealed that these statistics have an almost linear relation to the logarithm of separation distance.

## 断層上の動力学的破壊モデルパラメタの推定法に関する研究

## An Inversion Method to Analyse Dynamic Rupture Parameters of Faults

谷山 尚

Hisashi TANIYAMA

正会員 理修 埼玉大学助手 工学部建設工学科 (〒338-8570 浦和市下大久保255)

An inversion method to infer dynamic rupture parameters of earthquake faults is presented. An earthquake fault is divided into subfaults. Assuming that stress drop occurs within the subfault and that stress drop in other area of the fault is 0, the ground motion generated by each subfault is calculated. The seismic wave of an earthquake can be expressed as the sum of the waves of each subfault. The rupture time and the stress drop of each subfault are used as dynamic rupture parameters. I applied the inversion method to a simple model using synthetic seismogram generated numerically by 3-D finite difference method. The inferred parameters are exactly the same as the ones used to calculate synthetic seismogram.

**Key Words:** inversion, fault dynamics, rupture

## 1. はじめに

断層近傍の地震動に対しては断層上でどのような破壊が生じたかが大きな影響を与える。地震動予測の観点からも断層上での破壊過程を詳細に知ることは重要である。断層上でどのような破壊が起きたかを調べるために、これまでに数多くのインバージョン解析がなされてきている(例えば Hartzel and Heaton<sup>1)</sup>, Takeo<sup>2)</sup>など)。しかしその多くは運動学的モデルに基づいた解析である。

運動学的モデルによる解析では、震源断層をいくつかの小断層(サブフォルト)に分割して、それぞれのサブフォルト内である時刻にすべりが発生した際に生じる地震波形を計算し、それらのサブフォルトからの波の重ね合わせで断層全体ですべりが起きた際に生じる地震動を表す。そして観測された地震波形と上記の重ね合わせた地震波形を比較して個々のサブフォルトにおける破壊時刻とすべり量を推定するのが一般的である。この際、断層上でのすべり時間関数を予めランプファンクションなどの形で適当に与える。そのため運動学的モデルを用いた解析では必ずしも物理的に適切な解が得られるとは限らない。

このような問題は動力学的モデル(例えば Miyatake<sup>3)</sup>, Toki and Miura<sup>4)</sup>など)を用いれば生じない。動力学的モデルは断層上の破壊基準や応力降下量などから地震動を計算するモデルであり、すべり時間

関数についてはあらかじめその形を仮定するものではなく、計算の結果求まるものになる。

しかし、運動学的モデルで取られているような、断層をいくつかのサブフォルトに分割してそれらのサブフォルトからの波を重ね合わせる手法をそのまま動力学的モデルを用いた解析に適用するには問題がある。動力学的モデルを用いて個々のサブフォルトから生じる地震動を求め、それらをそのまま重ね合わせても断層全体を破壊させた際に生じる地震動と一致しないからである。これは個々のサブフォルトを破壊させるとサブフォルト外部の応力や変位が変化し、それらを単純に足し合わせると断層全体を破壊させた場合の応力や変位の分布とは異なってしまうためである。

Quin<sup>5)</sup>は1979年のImperial valleyの運動学的インバージョン結果をもとに動力学的モデルによる地震動の計算を試行錯誤的に行い、その中で最もよく一致するモデルを探すという方法によって動力学的モデルパラメタの推定を行っている。

Fukuyama and Mikumo<sup>6)</sup>は、動力学的モデルですべり時間関数を計算し、そのすべり時間関数を用いて運動学的モデルによるインバージョンを行って運動学的モデルパラメタを求め、さらに運動学的モデルパラメタを動力学的パラメタに変換するという手法を繰り返すことで1990年の伊豆大島近海の地震の解析を行っている。Ide and Takeo<sup>7)</sup>もほぼ同様な方法を採用して1993年の釧路沖地震の解析を行っているが、解を安定的に

求めるために最初に運動学的モデルによるインバージョンをしている。これらの解析において、動力学的モデルと運動学的モデルのパラメータは1対1に陽に関連しているものではないため、パラメータの変換の際にも誤差が入る可能性がある。

堀川・平原<sup>8)</sup>は動力学的モデルですべりの時刻歴を求め、そのすべりとグリーン関数をconvolutionすることで波形を計算する方法を用いて、運動学的モデルによるインバージョンを介さずに直接動力学的パラメータを求める試みを数値実験により行い、パラメータの内、応力降下量は比較的良好に求まるのに対して強度は非線形性が強いために精度よく求めるは難しいと報告している。

一方、澤田<sup>9)</sup>は有限要素法を用いて断層上の個々の要素上で単位偶力を与えた際の地震波形を計算し、それらの重ね合わせで、断層全体が破壊した際に生じる地震動が表せることを示した上で、逆解析を試みている。その際、観測点での波形だけでなく、断層上での応力波形についても求めており、この応力波形についても重ね合わせを行うことで、破壊強度を推定するとともに破壊強度からの応力降下量（動的応力降下量）を推定することで残留応力を求めている。予めモデルパラメータを与えて計算した波形をもとに行ったインバージョン解析では、概してよい推定値が得られているものの、非線形性が強いために完全に正しい値は得られていない。

これらの他に、運動学的モデルによるインバージョン結果を元にして動的破壊を再現することによって、実際に起きた地震の断層上の破壊過程を詳細に調べた研究として、例えばIde and Takeo<sup>10)</sup>、Day et al.<sup>11)</sup>、Olsen et al.<sup>12)</sup>等がある。

本研究では、断層面上のそれぞれの点で単位応力降下が起きた際の波形を重ね合わせて観測波形を表すことができるようなサブフォルト分割を行うことで、動力学的破壊モデルパラメータを観測波形から直接推定する方法を提案し、その手法によってパラメータが正しく求まるかどうかについて簡単なモデルを用いてテストした。

## 2. 解析手法

本解析では断層上の動力学的破壊モデルパラメータの推定法を提案する。そして予め適当なモデルパラメータを与えて震源断層全体を破壊させることによって計算した地表上の観測点での地震波形（模擬観測波形）を基に、提案した方法によってそれらのパラメータを正しく推定できるかどうかについてテストする。地震波形

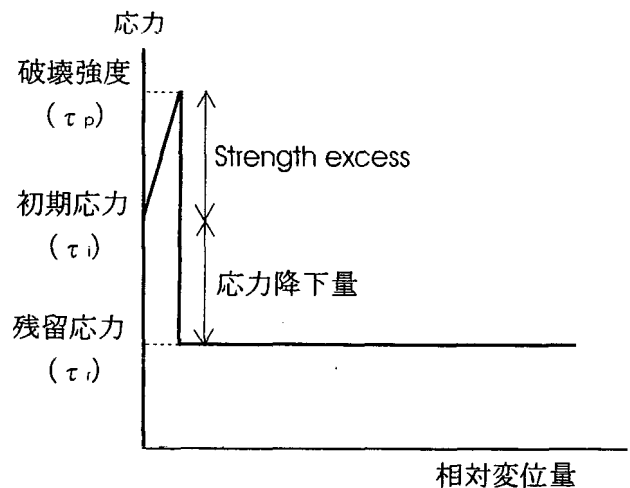


図-1 仮定した応力と相対変位量の関係

の計算は3次元差分法を用いて行い、動力学的破壊モデルパラメータとしては、破壊時刻と応力降下量を用いた。

### 2.1 動力学的モデル

地震は断層に沿う破壊現象であるので、断層運動は亀裂（クラック）の動的成長過程としてモデル化できる。このようにモデル化してシミュレーションする際には一般には破壊基準・破壊強度分布・初期応力分布・残留応力分布が必要であるが、本解析では断層面上での応力と相対変位量の関係として図-1に示したような関係を仮定し、応力降下量 ( $\tau_i - \tau_r$ ) と破壊が起こる時刻をパラメータとした。すなわち、断層面上の点における初期応力からの剪断応力増分 ( $\Delta\tau$ ) を、  
 $t < t^*$  の時

$$\Delta\tau = \mu \left( \frac{\partial \Delta u_s}{\partial x_n} + \frac{\partial \Delta u_n}{\partial x_s} \right) \quad (1)$$

$t \geq t^*$  の時

$$\Delta\tau = \tau_r - \tau_i \quad (1)'$$

とする。ここで  $t$  は時刻、 $t^*$  はその点における破壊時刻であり、 $\mu$  はラメの定数、 $\Delta u$  は変位増分、 $s$  および  $n$  はそれぞれすべりの方向と断層法線方向を表し、 $\tau_i$ 、 $\tau_r$  は図-1に示したようにそれぞれ初期応力、残留応力である。パラメータとして破壊強度  $\tau_p$ （或いは破壊強度と初期応力の差として定義される Strength excess）を用いなかったのは、波形からは破壊時刻の方が直接的に推定可能であることに加え、破壊強度は計算グリッドに依存する値であること、さらに、破壊時刻と応力降下量が推定されれば、それらを元に断層破壊を再構築することで破壊時刻直前の応力の値として破壊強度を推定することが可能であるためである。

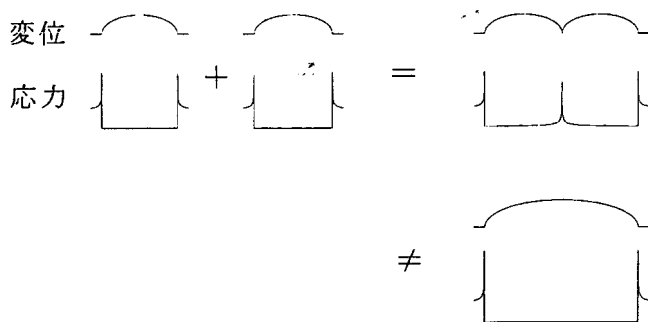


図-2 2つのサブフォルトを重ね合わせた場合の変位・応力分布（上図）と2倍の長さの断層の変位・応力分布（下図）の模式図

すべり時間関数については(1)および(1)'の条件に基づいて計算した結果自動的に求められる。

## 2.2 サブフォルトモデル

上述のように震源断層を単純にサブフォルトに分割して、それらから生じる波を重ね合わせても、断層全体を破壊させたときに生じる地震動とは一致しない。これは図-2に模式的に示したように、両者の間で断層上の変位・応力分布が異なることから明らかである。本解析では、震源断層をいくつかのサブフォルトに分割して、それぞれのサブフォルト内での破壊時刻と応力降下量の推定を試みるが、個々のサブフォルトから生じる波を重ね合わせた波形と、断層全体を破壊させた場合の波形が一致するようにするため、サブフォルトからの地震動を計算する際には、断層面上での点( $\xi$ )における剪断応力増分 $\Delta\tau(\xi)$ に以下のような条件を課した。

$t < t^r(\xi)$ の時

$$\Delta\tau(\xi) = \mu \left( \frac{\partial \Delta u_s}{\partial x_n} + \frac{\partial \Delta u_n}{\partial x_s} \right) \quad (2)$$

$t \geq t^r(\xi)$ の時

$$\Delta\tau(\xi) = \tau_r - \tau_i \quad (\xi \text{ がサブフォルト内の点}) \quad (2)'$$

$$\Delta\tau(\xi) = 0 \quad (\xi \text{ がサブフォルト外の震源断層内の点})$$

(2)''

すなわち、震源断層をいくつかのサブフォルトに分割するが、個々のサブフォルトから生じる波形の計算をする際に、そのサブフォルト外部を非破壊領域とするのではなく、震源断層全体に渡って破壊するものとして計算を行う。ただし、破壊時刻に達した際の応力降下はそのサブフォルト内でのみ起こるものとし、そのサブフォルト外部かつ震源断層内の点では、その点における破壊時刻以降は応力増分は0（応力降下量が0）、すなわち初期応力と等しくなるものとする。このような条件によって個々のサブフォルトから生じる波

形を計算した上で、それらの波形を重ね合わせると、(1)および(1)'の条件に基づいて震源断層全体を破壊させた場合に生じる地震動と一致する。

前述したように澤田<sup>9)</sup>においては、破壊強度および破壊強度からの応力降下量（動的応力降下量）を動力的破壊モデルパラメタとしているため、サブフォルト外部の応力時刻歴についても予め計算し保持しておく必要があるが、上述のようなサブフォルトモデルを用いたことにより、本研究においては破壊時刻と初期応力からの応力降下量をパラメタに選ぶことも可能になり、それに伴ってサブフォルト外部の応力時刻歴を保持する必要はなくなっている。

## 2.3 インバージョン手法

$i$  番目の観測点における時刻  $t_i$  の観測速度波形を  $O_i(t_i)$  とし、 $j$  番目のサブフォルト解析で計算された  $i$  番目の観測点での速度波形を  $v_{ji}(t_i, \Delta\tau_j^d, t_1^r, t_2^r, \dots, t_N^r)$  と書く。ここで、 $\Delta\tau_j^d$  は  $j$  番目のサブフォルトの応力降下量、 $t_k^r$  は  $k$  番目のサブフォルトの破壊時刻、 $N$  はサブフォルトの総数である。このとき、観測波形と個々のサブフォルトからの波の和として表した合成波形との間の残差の二乗和 ( $e$ ) は以下のように書ける。

$$e(\mathbf{p}) = \sum_{i,l} [O_i(t_l) - \sum_j v_{ji}(t_l, \Delta\tau_j^d, t_1^r, t_2^r, \dots, t_N^r)]^2 \quad (3)$$

ここで

$$\mathbf{p} = (\Delta\tau_1^d, \Delta\tau_2^d, \dots, \Delta\tau_N^d, t_1^r, \dots, t_N^r)^t$$

である。

本解析ではこの残差の二乗和を最小にするように  $\mathbf{p}$  すなわち、各サブフォルト内の応力降下量と破壊時刻を求めるが、 $v_{ji}(t_i, \Delta\tau_j^d, t_1^r, t_2^r, \dots, t_N^r)$  は  $t_k^r$  の非線形関数になるため、イタレーションを行って推定値を求めた。各イタレーションステップではパラメタの先験値は独立で平均は0、分散は一定としたダンプ付き最小二乗解を用いた<sup>13)</sup>。

## 2.4 解析モデル

本解析では上で提案した手法によって応力降下量と破壊開始時刻の2つのパラメタが推定可能であるかどうかをテストすることに主眼を置き、計算には非常に単純なモデルを用いた。地下構造は一樣と仮定し、 $P$  波速度、 $S$  波速度、密度はそれぞれ 5200m/s、3000m/s、2.5g/cm<sup>3</sup> とした。震源断層については、断層幅 6km、断層長 8km、傾斜角 90度、断層上端の地表からの深さが 1km の横ずれ断層とした。座標は、図-3のように、原点を地表面かつ断層中央上にとり、断層面が  $xy$  平面上にのるようにして、断層面に平行な水平方向を  $x$  軸、地表面に垂直な方向（上下方向）を  $y$  軸、断層に

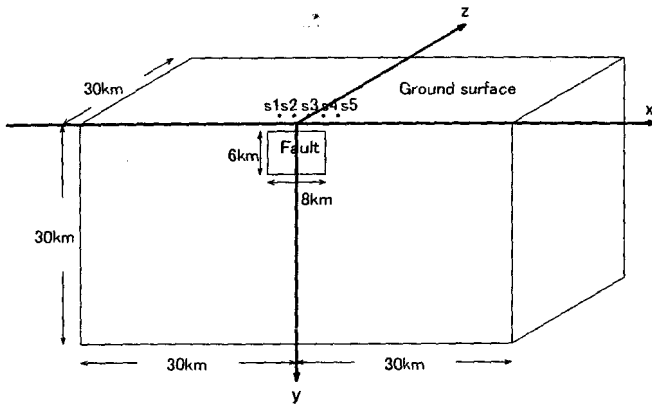


図-3 解析モデル

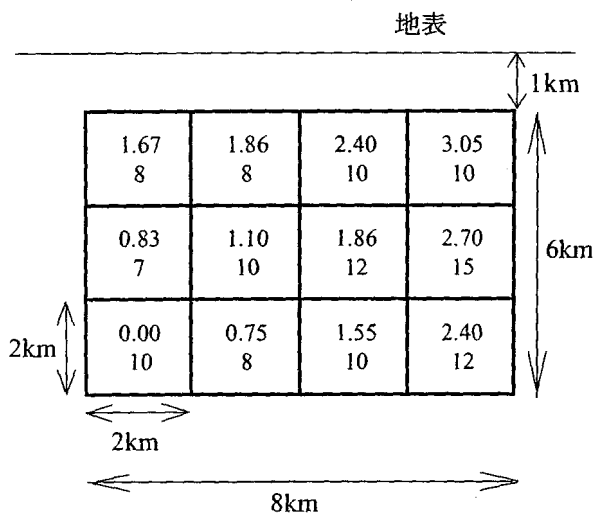


図-4 震源断層の分割図および模擬観測波形の動力学的破壊パラメータ分布. 上が破壊時刻(s), 下が応力降下量(MPa).

直交する水平方向をz軸とした. 断層を含む面に関する対称性を考慮して断層の片側半分だけをモデル化し,  $-30\text{km} \leq x \leq 30\text{km}$ ,  $0\text{km} \leq y \leq 30\text{km}$ ,  $0\text{km} \leq z \leq 30\text{km}$ を計算領域として, 以下の, 運動方程式と弾性体の構成式を時間で微分した式を, 格子間隔を500mとしたスタッガード格子を用いた3次元差分法<sup>14)</sup>により, 時間間隔0.02秒で12秒間計算した.

$$\rho \dot{v}_i = \tau_{ij,j} \quad (4)$$

$$\dot{\tau}_{ij} = \lambda v_{k,k} \delta_{ij} + \mu (v_{i,j} + v_{j,i}) \quad (5)$$

ここで,  $\rho$ は密度,  $\lambda$ ,  $\mu$ はラメの定数,  $\delta$ はクロネッカのデルタ,  $\dot{\cdot}$ は時間微分,  $j$ はj成分での微分を表す.

震源断層を図-4のように2km×2kmの12個に分割した. 模擬観測波形を計算するための断層全体を破壊させる解析においては分割した断層内で同一の破壊時刻と応力降下量を与えて解析し, 個々のサブフォルトから生じる地震動の計算の際には分割したそれぞれ

1.67 10	1.86 10	2.36 10	3.00 10
0.83 10	1.18 10	1.86 10	2.64 10
0.00 10	0.83 10	1.67 10	2.50 10

図-5 モデルパラメータの初期値分布. 上が破壊時刻(s), 下が応力降下量(MPa).

1.663 8.00	1.874 8.00	2.415 10.0	3.046 10.0
0.822 7.00	1.100 10.0	1.866 12.0	2.715 15.0
0.00 10.0	0.745 8.00	1.551 10.0	2.400 12.0

図-6 インバージョンで得られたパラメータの推定値. 上が破壊時刻(s), 下が応力降下量(MPa).

の断層をサブフォルトとした.

模擬観測波形を計算する際に用いたパラメータを図-4に示す.

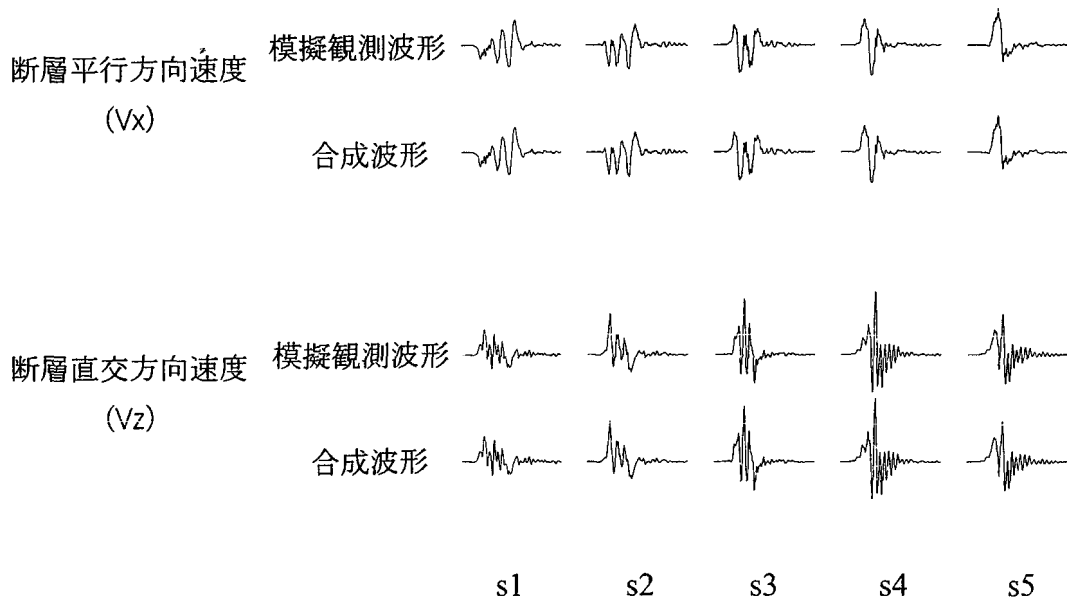
動力学的破壊モデルパラメータを推定する際の初期モデルでは破壊伝播速度をS波速度の0.8倍, 応力降下量を10MPaとした(図-5). 本解析ではモデルの単純化のためにこれらの応力降下は1タイムステップで生じるものとし, 摩擦特性については考慮しなかった.

地表の観測点は, 断層近傍で且つ断層全体をカバーできるように, 図-3に示したように断層から直交方向に2km離れた5点(s1( $x=-4\text{km}$ ,  $z=2\text{km}$ ), s2( $x=-2\text{km}$ ,  $z=2\text{km}$ ), s3( $x=0\text{km}$ ,  $z=2\text{km}$ ), s4( $x=2\text{km}$ ,  $z=2\text{km}$ ), s5( $x=4\text{km}$ ,  $z=2\text{km}$ ))とし, 解析には水平方向2成分(断層平行・断層直交)の速度波形を用いた. なお, 震源断層全体を破壊させた場合の波形が, 個々のサブフォルトを破壊させた際に生ずる波形の和として厳密に表せる条件を課すことを優先し, 波形にはフィルターをかけず, 計算された波形をそのまま扱った.

### 3. 解析結果

イタレーションを5回行った結果求めた結果を図-6に示す. 上段が破壊時刻, 下段が応力降下量の推





図－7 各観測点における模擬観測波形とインバージョン結果から合成した波形の比較図。上が断層平行方向水平速度波形，下が断層直交方向水平速度波形。

定値である。

1 タイムステップを 0.02 秒として計算しているため，求まった破壊時刻は模擬観測波形を計算するための破壊時刻データ（図－4）と全て同じタイムステップ内にあり，破壊時刻は正しく求まっている。また，応力降下量の推定値は元のデータと完全に一致しているが，これは破壊時刻が正しく求められた上で応力降下量のみを推定することは線形インバージョンになることによるものである。

図－7に，それぞれの観測点において，断層平行方向水平速度波形（上図）と断層直交方向水平速度波形（下図）を，模擬観測波と解析結果を元にサブフォルトからの波形を重ね合わせた合成波形について比較する。それぞれの波形の比較図において，上の波形が模擬観測波形，下の波形が合成波形である。破壊時刻・応力降下量ともに正しく推定されていることから両者の波形は全ての観測点においてどちらの成分も一致している。

本解析では提案した手法で動力的破壊モデルパラメタを推定可能であるかどうかのチェックを主目的としているため，模擬観測波形作成の際にも，サブフォルトの計算を行う場合と全く同様に断層を分割し，分割したそれぞれの領域内では破壊時刻・応力降下量ともに一定の値を取ると仮定し，また模擬波形にノイズをいっさい与えず，計算波形にフィルターをかけないなど，模擬地震波形をサブフォルトからの波の和として完全に表現できる条件下で計算している。さらに観

測点についても断層近傍に断層全体をカバーするように非常によい条件で配置している。これら条件は，実際に観測された波形を解析することを想定すると必ずしも妥当ではないといえるであろう。元のデータを完全に推定できたのはこれらの理由によるものと考えられる。今後，より現実に近い破壊過程や想定されるノイズを与えた模擬データを用いて解析を行うと共に，解析結果が初期値の選び方にどの程度影響を受けるかを調べるなどして，本手法の妥当性及び安定性について検討を加えた上で，実際に観測された地震動に対して適用し，動力的破壊パラメタの推定を行っていきたいと考えている。

#### 4. 結論

本研究では，動力的破壊モデルパラメタを推定するための解析手法を提案した。本手法では震源断層をサブフォルトに分割してそれぞれのサブフォルトにおける破壊時刻と応力降下量を推定するが，個々のサブフォルトから生じる地震波形を計算する際に，応力降下はそのサブフォルト内でのみ生じるが，震源断層の他の領域でも破壊時刻になると応力は初期応力に一致するという条件を課して解析を行う。このような条件で個々のサブフォルトから生じる波を計算することで，震源断層全体を破壊させた際に生じる地震動を個々のサブフォルトからの波形の和として表せることを示し，非常に簡単なモデルを用いて数値的に作成し

た模擬観測波形から本解析手法によって震源断層の動  
力学的破壊モデルパラメタの推定が可能かどうかにつ  
いて検討した。

その結果、少なくとも本解析で用いたような単純な  
解析モデルに対しては、パラメタを完全に正しく推定  
できること示した。

今後、より複雑なモデルに対して適用して、本解析  
手法の適用可能性および安定性について検討を加えた  
上で、実際の観測地震波形に適用して動力学的破壊パ  
ラメタを推定し、地震の動的破壊過程を明らかにして  
いきたいと考えている。

#### 参考文献

- 1) Hartzell, S. H. and Heaton, T. H.: Inversion of strong ground motion and teleseismic waveform data for the fault rupture history of the 1979 Imperial valley, California, earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 73, No. 6, pp.1553-1583, 1983.
- 2) Takeo, M.: An inversion method to analyze the rupture processes of earthquakes using near-field seismograms, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 77, No. 2, pp.490-513, 1987.
- 3) Miyatake, T: Numerical simulations of earthquake source process by a three-dimensional crack model. Part I. Rupture process, *J. Phys. Earth.* 28, pp.565-598, 1980.
- 4) Toki, K. and F. Miura: Simulation of a fault rupture mechanism by a two-dimensional finite element method, *J. Phys. Earth.*, 33, pp.485-511, 1985.
- 5) Quin, H.: Dynamic stress drop and rupture dynamics of the October 15 1979 Imperial valley California earthquake, *Tectonophysics*, 175, pp.93-117, 1990.
- 6) Fukuyama, E. and Mikumo, T.: Dynamic rupture analysis: Inversion for the source process of the 1990 Izu-Oshima Japan earthquake (M=6.5), *J. Geophys. Res.*, Vol. 98, No. B4, pp.6529-6542, 1993.
- 7) Ide, S. and Takeo, M.: The dynamic rupture process of the 1993 Kushiro-oki earthquake, *J. Geophys. Res.*, Vol. 101, No. B3, pp.5661-5675, 1996.
- 8) 堀川晴央・平原和朗: 波形インバージョンによる震源の動力学的パラメタの推定, 日本地震学会講演予稿集, No.2, B65, 1993.
- 9) 澤田純男: 断層の動的破壊過程と波動散乱特性に基づく強震動予測に関する研究, 京都大学博士論文, 1995.
- 10) Ide, S. and M. Takeo: Determination of constitutive relation of fault slip based on seismic wave analysis, *J. Geophys. Res.*, 102, pp.27379-27391, 1997.
- 11) Day, S. M., G. Yu and D. J. Wald: Dynamic stress changes during earthquake rupture, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 88, No. 2, pp.512-522, 1998.
- 12) Olsen, K. B., R. Madariaga and R. J. Archuleta: Three-dimensional dynamic simulation of the 1992 Landers earthquake, *Science*, 278, pp.834-838, 1997.
- 13) メンケ, W. (柳谷俊・塚田和彦 訳): 離散インバース理論, 古今書院, 1997.
- 14) Virieux, J. and R. Madariaga: Dynamic faulting studied by a finite difference method, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 72, pp.345-369, 1982.

(2000年4月21日受付)