

液体を内蔵した中空回転体によるねじり振動の制振*

佐藤 勇一^{*1}, 森口 直樹^{*2}Suppression of Torsional Vibrations
by a Partitioned Hollow Rotor Containing Liquid

Yuichi SATO and Naoki MORIGUCHI

This paper describes the experimental study of suppressing torsional vibrations of a rotor by attaching a hollow cylinder partially filled with liquid. The hollow cylinder is divided into identical chambers by radial walls. The effects on vibration suppression of the amount of water, the height of a cylinder and the number of sectioned chambers are examined. Experimental results show that the tuning condition for the amount of water depends on the number of chambers. Analytical results are compared with experimental ones.

Key Words: Torsional Vibration, Dynamic Absorber, Rotating Machinery

1. ま え が き

ねじり振動を制振するために同調の必要のないフーダダンパを用いることが多い。しかし、その効果は必ずしも十分とはいえない。一方、同調する必要があるが、十分な制振効果の期待できる振り子式の動吸振器なども使用されている。しかし、摩擦などのために必ずしも予期したような効果があがらないことがある。

振り子の代わりに液体の波の力を利用した動吸振器についても研究がなされている⁽¹⁾⁽²⁾。しかし、容器の形状と同調条件について、十分に検討されておらず、特に、液体の量、および、液体を内蔵した室の形状など影響は十分に明らかにされていない。

本論文では、半径方向の羽根によって仕切られ、部分的に液体が満たされた中空回転体の、ねじり動吸振器としての性能を、まず実験的に、液体の量、および、液体を内蔵する室の形状について検討した。次いで、コリオリの加速度を無視した非粘性流体の微小波動理論による解析を行い比較している。

2. 記 号

J_D : 上の回転体の極慣性モーメント
 J_U : 下の回転体の極慣性モーメント
 L : 中空円筒の長さ
 N : 分割数
 Γ : 容器中心軸から水面までの距離/容器半径
 γ : J_D/J_U
 Ω : 回転速度
 ω : 励振角速度
 ω_0 : 系の固有角振動数

3. 実 験

3.1 実験装置および実験方法 図1に実験装置概略図を示す。系は上下二つの回転体からなる。これらの回転体は直径10mmの軸と円板からなり、玉軸受を介してケーシングに鉛直に取付けられている。これらは直径3mmの中間軸によってつながれている。中間軸のねじり剛性が低いことから、二つの回転体は実験の範囲ではねじりに関して剛と考えられる。上の回転体には、水を内蔵してロータと一緒に回転する円筒容器が取付けられている。容器の内半径は50mm、円筒容器内部は厚さ3mmのアルミ板によって周方

* 原稿受付 平成4年6月9日。

*1 正員, 埼玉大学工学部 (〒338 浦和市下大久保 255)。

*2 埼玉大学大学院 (現: トヨタ自動車)。

向に2~4に等分割されている。3分割された容器の深さ L は75 mm, および, 125 mm, 4分割された容器の深さは75 mm, および, 110 mm, 2分割された容器の深さは110 mmであった。中間軸の長さは60, および90 mmの2種類を用いた。下の回転体の極慣性モーメントは $8.4 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 円筒容器も含めた上の回転体の極慣性モーメントは $2.96 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ から $6.71 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ まで4種類であった。

ねじり振動は系の先端あるいは下端に取付けられたロータリ・エンコーダを用いて, 上または下の回転体のねじり振動をねじり振動計によって測定した。下のロータ下部を固定し, 上部を回して中間軸に初期ねじりを与え, 過渡応答より求めた中間軸のねじり振動の減衰比は0.003であった。

駆動は空気タービンによって行った。被駆動部は円筒面上に二つのバケットが設けられ, 円板とともに下の回転体を構成している。ノズルは二つで, ロータはこのタービンによって回転トルクを与えられると同時に, 回転数の1倍, および, 2倍のねじりトルクも加えられる。

系を回転させると, タービンに間欠的に働く加振トルクが励振力となり, 回転速度が系の固有振動数になるとねじり共振が発生する。中間軸の長さが同じでも, 動吸振器として使用した中空円筒の慣性モーメントが実験により異なることから, 共振回転速度は一定ではなく, 例えば中間軸の長さが60 mmの場合, 530 から650 rpmの範囲にあった。回転速度の2倍の成分の加振トルクによっても, 260~320 rpm付近においても共振が発生する。しかし, この範囲では回転速度がかなり低いことから, 測定は回転速度の1倍成分による振動を対象とした。

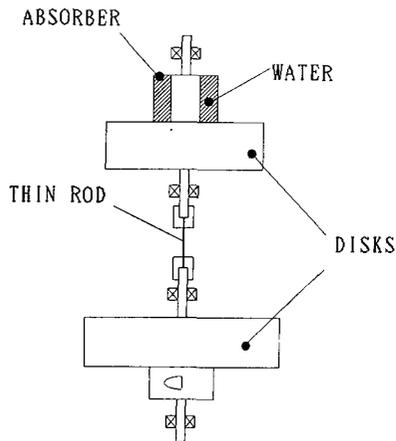


図1 実験装置概略図

実験は, ある一定の量の水を容器に入れ, ロータを回転させ, そのときのねじり振動の定常応答を測定した。次いで, 水の量をかえて, 同様の実験を行った。この測定を円筒容器, 上側の回転体の極慣性モーメント, 中間軸などをかえて行った。

実験に先立ち, 仕切板のない円筒容器に水を入れ, 回転させてそのときのねじり振動を測定した。水の量によらず角変位が最大となる共振回転速度はほとんど変化せず, 水を入れない場合のように, 共振時には1度以上の大きな振動が発生し, 制振効果は全く認められなかった。

なお, 以下で示す測定結果において最大振幅 (■印で示される)が 1° 以上の測定値は各振動が大きいため定常値ではない。実際の定常的な値はもっと大きいと思われる。

以下では水量を Γ を用いて表している。 $(1-\Gamma) \times$ (容器の内半径)が, 重力の影響がない条件下における壁に張り付いている水の厚さを与える。 $\Gamma=1$ は空の状態, $\Gamma=0$ は満水の状態を示す。水量の少ない $\Gamma > 0.9$ では非常に狭い範囲に複数の同調する範囲が存在することもあったが, 水量の同調条件が非常に厳しいこと, また, 水が少なく, 底と側面のみ張り付いて, 上底に十分届いていないと考えられるので, 測定は $\Gamma < 0.9$ を中心に行った。

3.2 実験結果 図2はねじり振動の定常応答が円筒容器内の水の量に対して, どのように変化するかを示した実験結果の一例である。容器は周方向に四つに等分割されている。図に示された応答は上側の回転体の振動である。水が空の状態では約600 rpmで, 大きなねじり振動が発生しているが, 容器に水を入れると図示されるように応答が変化する。 Γ が減少する, すなわち, 水の量が増加するに伴い, 共振回転速度は初め増加し, 共振点における角度振幅は減少する。実験の範囲では $\Gamma=0.76 \sim 0.71$ において共振は現れなかった。さらに, 水の量が増加すると低い回転速度において再び共振が現れ始め, 水の量の増加に伴って共振回転速度, および, 共振点における角度振幅は増加する傾向を示した。

図3は図2を整理し直したもので, 共振回転速度, および, そのときの角度振幅を水の量 Γ に対して示したものである。■は各水量における最大角変位振幅, ○はそのときの回転速度を表している。また, □も最大角変位振幅であるが, 測定した範囲には角変位のピークが現れなかったことを示している。したがって, この範囲では回転速度は示されていない。図から $\Gamma=0.76 \sim 0.71$ のほかにも $\Gamma=0.83$ 付近の狭い範囲でも制振

されていることがわかる。

容器の周方向分割数, 上と下の回転体のモーメント比などをかえて同様の測定を行った。同調する水の量は変化するものの, 図 2, 3 に示すと定性的に同様な傾向がみられた。すなわち, 水の量が同調条件に近づくにつれ, 共振回転速度は増加し, それに伴い共振時の角度振幅は減少する。やがて共振が生じなくなり,

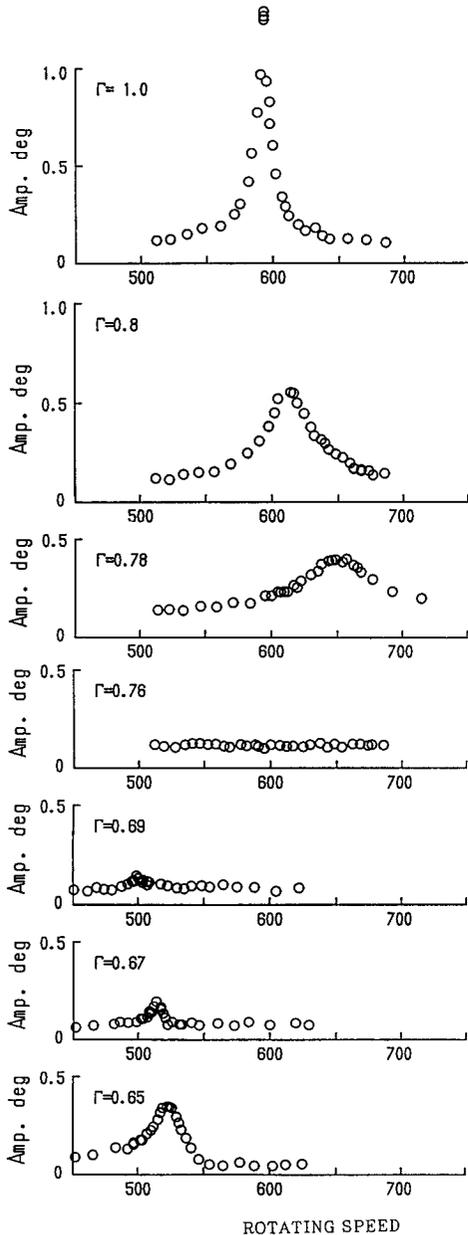
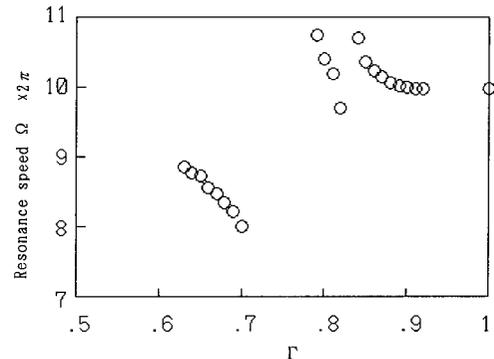


図 2 水量 Γ に対する定常応答の変化 ($N=4$, $L=110$ mm, $\gamma=2.26$, $\omega/\Omega=1$)

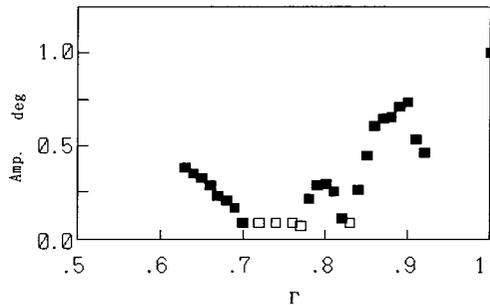
再び, 低い回転速度域に共振が現れる。

直線加振された系に, 液体を内蔵する中空回転体を, 回転軸が加振方向と平行になるように取付け, 液体の軸方向の定在波により振動を吸振したときの, 液体の量と応答の変化の関係と, 図 2, 3 に示す挙動はよく似ている⁽⁷⁾。

そこで, 振動の吸振が液体の定在波によるとして, 液体の量と応答の変化の関係を考える。図 4 は液体の量をパラメータとして回転速度 Ω と, 仕切られた区画に存在する液体の周方向定在波の振動数 ω_n との関係を模式的に示したものである。液体が入っていないとき ($\Gamma=1$) には, Ω によらず固有振動数は $\omega_n=\omega_0$ と一定で, 共振は直線 $\omega_n=\Omega$ との交点 (図中◎印) の回転速度で生ずる。液体が入る ($\Gamma=\Gamma_1$) と, 図中点線で示されるように定在波の固有振動数は Ω に伴って増加するので, 系全体の固有振動数は図に示すように二つの曲線によって表される。そして, このときの共振回転速度は点 A で, 高速側へ移動する。さらに液体の量が増加する ($\Gamma=\Gamma_2$), 共振回転速度は点 B に移動し, さらに高くなる。このように, 液体の量が増加す



(a) 共振回転速度



(b) 角度振幅

図 3 共振回転速度の水量 Γ に対する変化 ($N=4$, $L=110$ mm, $\gamma=2.26$, $\omega/\Omega=1$)

ると、共振回転速度も増加し、やがて、共振が生じなくなる。この量以上に液体を増やすと、共振回転速度は $\omega_n = \Omega$ と下側の曲線との交点 C となり、 ω_0 よりも低い回転速度で共振する。

中間軸を 90 mm と長くし、容器が空における固有振動数を図 2, 3 の系の約 85% にした場合についても実験を行った。しかし、共振する回転速度は下がるが、共振の現れない水の量 (Γ の値) は変わらなかった。

4. 考 察

4・1 解析 図 1 の実験に用いた系を二つの剛な円板とそれらをつなぐねじり剛さ k の軸からなる単純な系として考える。上の円板には液体を内蔵する容器が取付けられており、これらを合せた極慣性モーメントを J_U とする。上の円板に作用する液体のトルクを T_w とする。また、下の円板の慣性モーメントを J_D とする。 J_D には加振トルク $T \cos \omega t$ が働いているものとする。 J_U および J_D の回転角をそれぞれ ψ および ϕ とすると運動方程式は次のようになる。

$$J_U \ddot{\psi} + k(\psi - \phi) = T_w \dots\dots\dots (1)$$

$$J_D \ddot{\phi} + k(\phi - \psi) = T \cos \omega t \dots\dots\dots (2)$$

式(1)で液体力 T_w がわかれば系の振動特性がわかる。まず、二つの円板および液体が正弦的に微小振動しているとする。円板の平均的な回転角速度を Ω とすれば、円板の回転角 ψ および ϕ は平均的な回転角と変動成分の和として次のように表せる。

$$\psi = \Omega t - \varepsilon_0 \cos \omega t \dots\dots\dots (3)$$

$$\phi = \Omega t - \delta_0 \cos \omega t \dots\dots\dots (4)$$

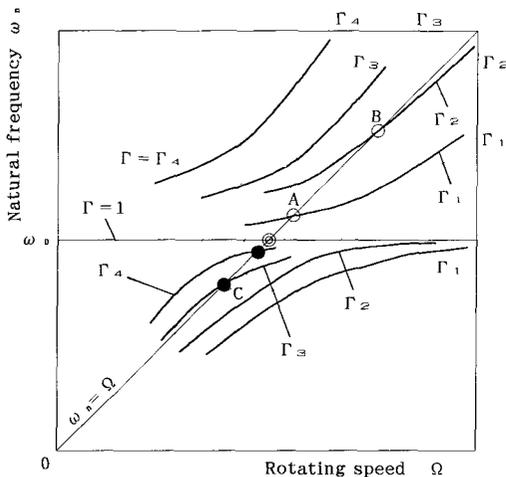


図 4 回転速度 Ω と固有振動数 ω_n ($1 > \Gamma_1 > \Gamma_2 > \Gamma_3 > \Gamma_4$,
 ◎ : $\Gamma = 1$ における共振回転速度, ○, ● : $\Gamma < 1$ における共振回転速度, --- : 波動のみの固有振動数)

次に容器の仕切に作用する液体力の変動成分を求めることとする。仕切り板のない回転容器内に封入された液体の挙動に関してはこれまでに多くの研究がなされているが、本研究のように半径方向の仕切り板によって液体が完全に仕切られたときの回転容器内の液体の挙動に関する研究として、谷下⁽¹⁾⁽²⁾は液体の粘性および、表面張力を無視し、さらにコリオリの加速度の影響も小さいとして無視して解析している。実験で有効性は確認しているが、実験値と解析結果の比較は、実験に用いた容器の形状が解析と異なっていることなどから十分ではない。また、陣内らは^{(3)~(5)}、谷下同様な仮定の下で固有値解析を行い、液体力によって仕切り板がないときと同様、不安定振動が発生し得ることを示した。

本研究でも変動が小さいとして線形化して流体力を求めることにする。しかし、仕切られた場合にはコリオリの加速度項のために、定在波の形を仮定した解が得られない。文献(1)~(5)によればコリオリの加速度を無視しても比較的良好に実験と一致するとの報告もある。著者のひとは文献(7)では回転軸方向の波動は定在波型となり、その固有振動数が回転速度に伴って変化するため、ある範囲の水量に対して、水の波動が動吸振器として働き、共振が生じないことを理論的、実験的に示している。すでに述べたように、このときの応答が図 2, 3 に示すものとよく似ていて、図 4 に示すように定在波型の波動によって定性的な説明ができること、さらに、解析解が得られることから、根拠は十分ではないが、コリオリ加速度項を無視して解析を進めることにする。

角速度 Ω で回転する座標系で考えることにし、軸方向には液体の運動はないとして、液体の運動を半径方向および周方向の二次元運動として扱うことにする。また、液体の粘性、表面張力の影響を無視し、さらに、流速および圧力などを時間に無関係な静的成分と、微小な変動成分との和で表せると仮定して、オイラーの運動方程式を変動成分に関して線形化し、コリオリの加速度の項を無視して圧力について解き、それを仕切位置において積分することによって流体力によるトルクが次のように求められる。

$$T_w = \varepsilon_0 T_{w0} \cos \omega t \dots\dots\dots (5)$$

ただし、

$$T_{w0} = (4/3) J_L \omega^2 (1 + \Gamma + \Gamma^2) \times \left\{ -(1 - \Gamma^2)/2 + \sum_{n=1,3,5,\dots} A_n B_n \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 J_L は容器に液体をいっぱい入れたとしたときの液体の極慣性モーメント、 ε_0 は容器の取付けられた

円板 J_D の角度振幅である。また、

$$A_n = \frac{2(\omega/\Omega)^2 / (\beta_n \theta_0)^2}{\{(\omega/\Omega)^2 + \beta_n\} \Gamma^{2n} + \{(\omega/\Omega)^2 + \beta_n\} \Gamma^{-2n}} \dots\dots\dots (7)$$

$$B_n = \begin{cases} \frac{1 - \Gamma^{2n+2}}{2 + \beta_n} + \frac{1 - \Gamma^{-2n+2}}{2 - \beta_n} \dots\dots \beta_n \neq 2 \\ \{(1 - \Gamma^4)/4 - \ln \Gamma\} \dots\dots \beta_n = 2 \end{cases} \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 N を周方向の分割数として、

$$\beta_n = n/(2N) \quad (n=1, 3, 5 \dots\dots) \dots\dots\dots (9)$$

$$2\theta_0 = 2\pi/N \dots\dots\dots (10)$$

である。 ω/Ω は励振角振動数のロータの回転速度に対する比で、今回の実験ではこの値は1である。

式(3)~(5)を式(1)に代入し、整理すると ψ, ϕ の変動成分の振幅 ϵ_0, δ_0 が求まる。変動成分の振幅 ϵ_0, δ_0 の差は実際のねじれ角を与える。このねじれ角、あるいは変動成分の振幅 ϵ_0, δ_0 の値が無限大となる ω の値、すなわち、共振振動数は同じで、それは ϵ_0, δ_0 の式から式(11)のように導かれる。

$$(\omega/\omega_0)^2 = \frac{1 - T_{\omega_0} / \{(1 + \gamma) J_U \omega^2\}}{1 - \{T_{\omega_0} / (J_U \omega^2)\}} \dots\dots\dots (11)$$

ただし、 ω_0 は容器が空のときの系の固有角速度で、

$$\omega_0^2 = k \left(\frac{1}{J_U} + \frac{1}{J_D} \right) \dots\dots\dots (12)$$

である。回転速度 Ω と加振角速度 ω との比は一定なので、式(11)より共振回転速度が求められる。容器の分割数のほかに、角速度比 ω/Ω 、円板の極慣性モーメント比 $\gamma = J_D/J_U$ 、および、 J_U/J_U が理論解析において系を決めるパラメータとなる。先にも述べたように角速度比 $\omega/\Omega = 1$ について実験を行った。

また、加振トルクが作用していても、ねじり共振が発生しない条件は次のように導かれる。

$$1 \leq T_{\omega_0} / (J_U \omega^2) \leq 1 + \gamma \dots\dots\dots (13)$$

4.2 実験結果と計算結果の比較 図5には容器を周方向に4分割したときの共振回転速度と水の量 Γ の関係を示す。図5の実験結果は図3と同じものである。また、図には式(11)および $\omega = \Omega$ の関係から得られた解析結果が示されている。実験では図示した領域内に $\Gamma = 0.83, 0.7 \sim 0.77$ 付近に二つの同調可能な水量があるが、計算では一つだけである。この原因として、解析では液体の軸方向の運動を考慮していないことが考えられる。つまり軸方向の液体の運動によるコリオリ力が仕切の壁面に働き、この力によって吸振されることが考えられる。

このほかに、実験との不一致の原因として以下のことが考えられる。解析において重力によって水面が方物面状になる影響が考慮されていない。例えば回転速

度 10 rps で、重力を無視したとき $\Gamma = 0.7$ である水量を入れたとき、容器中央における水面の位置は $\Gamma = 0.7$ であるが、容器の上下底面では Γ の値にして、±約 10% の違いがある。回転速度が低いほど、また、水量が少ないほど (Γ の値が大きいくほど)、重力による水面の傾きは顕著である。計算上 $\Gamma > 0.9$ 以上にも狭い範囲で同調する区間が存在する。しかし、先にも述べたように、 $\Gamma > 0.9$ では水面の傾きが大きくこの影響は無視できないと考えられるので、 $\Gamma > 0.92$ における計算値は示していない。

図6は図5と同じ分割数4で、容器の深さが図5の容器の約 68% になったときの共振回転速度が示されている。この場合は同調条件は実験、計算ともに一つ

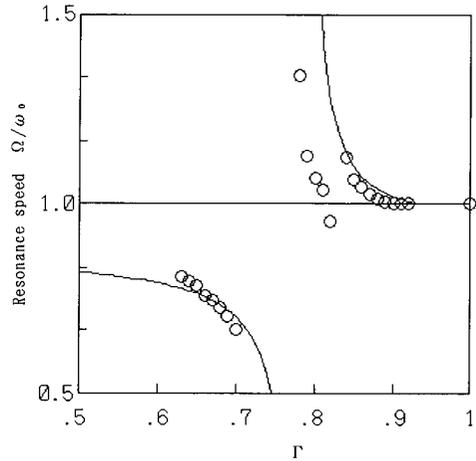


図5 共振回転速度と水量 Γ の関係 (○: 実験値, —: 計算値, $N=4, L=110 \text{ mm}, \gamma=2.26, \omega/\Omega=1$)

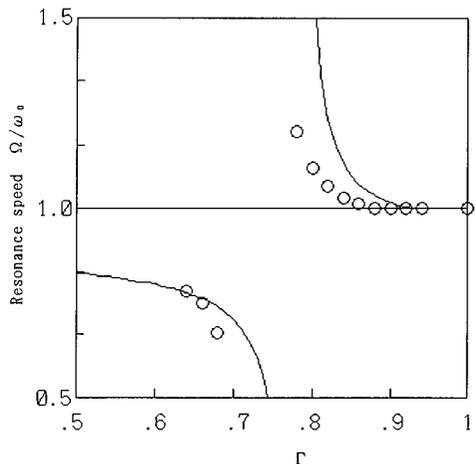


図6 共振回転速度と水量 Γ の関係 (○: 実験値, —: 計算値, $N=4, L=75 \text{ mm}, \gamma=2.86, \omega/\Omega=1$)

しか現れていない。図7は図6と同条件で、ただ、上の回転体の極慣性モーメントを2.27倍にしたときの結果である。 J_u が増加したために水との慣性モーメント比 J_u/J_0 が小さくなり、制振域は減少しているが、傾向は図6と同じである。

図5~7より以下のことがいえる。図5では $\Gamma=0.7\sim 0.77$ のほかに $\Gamma=0.83$ にも同調条件が存在していることを除けば、図6, 7の結果も含め、定量的には実験結果の Γ に関する同調条件のほうが狭いが、一応の一致がみられる。

図8は周方向に3分割したときの共振回転速度である。実験では $\Gamma=0.88$ 付近に同調する水量があるが、計算では同調条件は $\Gamma=0.7$ 以下になっており、計算結果と実験結果はほとんど一致していない。また、図5~7にみられた広い範囲の同調条件は存在しない。この図は容器の深さ $L=75$ mmであるが、 $L=125$ mmの場合には、実験の同調条件が $\Gamma=0.85$ 付近に移動するだけでほかは図8とほぼ同じである。

容器の深さが異なると、同調条件も変化している。これは回転速度が変動すると容器壁面に張り付いている水面の形も変形する。この際、軸方向の液体の運動はコリオリ力のために周方向運動も引き起こす。しかし、仕切り板のため運動できず周方向の力が発生することが考えられる。4分割の場合の $\Gamma=0.83$ (図5)付近の同調条件、3分割における $\Gamma=0.88$ (図8)が容器の深さが変わると同調条件も変化している理由として、このようなメカニズムも考えられる⁽⁶⁾。

また、図9は周方向に2分割の実験および計算結果である。計算では $\Gamma=0.9$ 付近に同調条件があるが、実

験では $\Gamma=0.82$ および $0.7\sim 0.73$ 付近にある。2分割の場合には計算と実験値とはほとんど一致していない。図9は容器の深さが75 mmの場合で、図5とは分割数が異なるだけで他の条件は同じである。図5と9を比較すると、実験から得られた水量に関する同調条件はほぼ等しいことがわかる。

以上は容器を取付けた上側の回転体のねじり振動のみを示したが、測定はねじり振動の角速度変動を測定しているので、下側の回転体についてもねじり振動を測定した。その結果、下側の回転体にタービンからの加振トルクが作用していることから、非共振時のねじり振動は、上側の回転体の振動に比べて、下側の回転体の振動のほうが大きい。制振効果のある水の量

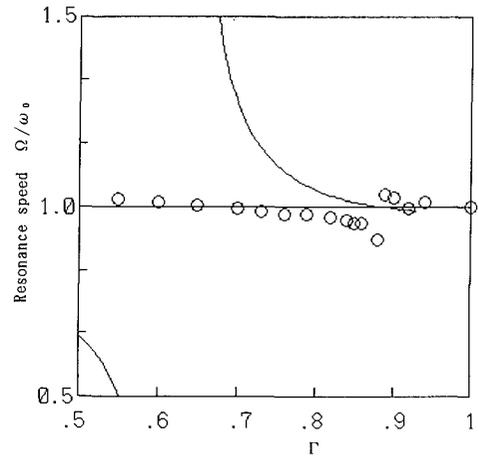


図8 共振回転速度と水量 Γ の関係 (○:実験値, —:計算値, $N=3, L=75$ mm, $\gamma=2.86, \omega/\Omega=1$)

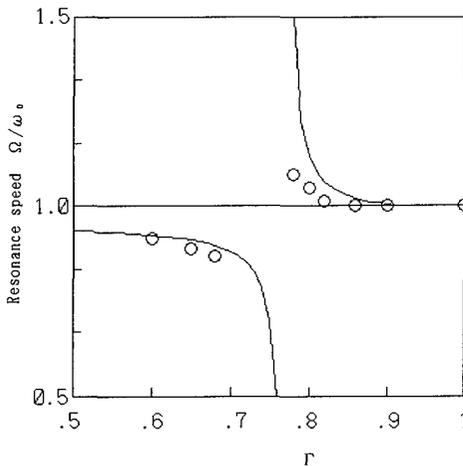


図7 共振回転速度と水量 Γ の関係 (○:実験値, —:計算値, $N=4, L=75$ mm, $\gamma=1.25, \omega/\Omega=1$)

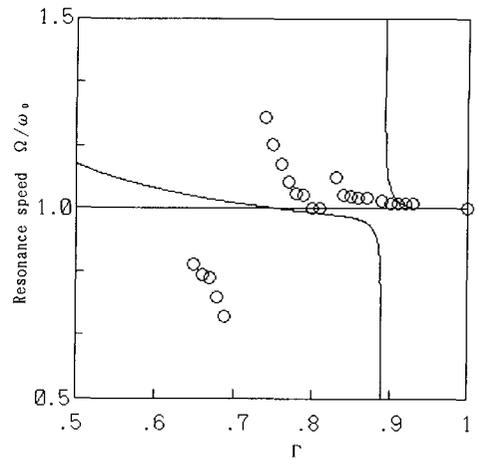


図9 共振回転速度と水量 Γ の関係 (○:実験値, —:計算値, $N=2, L=110$ mm, $\gamma=2.26, \omega/\Omega=1$)

は上側の回転体で測っても下側の回転体で測っても同じであることがわかった。

5. 結 論

回転速度と同じ振動数成分を有するねじり加振トルクが働くロータに、半径方向の仕切を持つ液体を内蔵する中空回転体を取付け、適切な量の水を入れることにより、ねじり共振がすべての回転速度で現れないようにすることができた。この水量は容器内の仕切の数、容器の深さに依存している。

液体を非粘性、液体の運動は軸方向に一様とし、さらに、コリオリの加速度項を無視して、微小波動理論によって理論解析を行った。その結果は4分割の場合には一応の一致がみられた。しかし、2および3分割の場合にはほとんど一致がみられなかった。すなわち、行った理論解析では、任意の分割数に対して同調条件を予測することができなかった。

この原因として、コリオリの加速度、軸方向の液体の運動、重力の影響、さらに非線形項を無視したことが考えられる。今後これらを含めた解析が必要と思われる。また、重力による液面の軸方向の変化が無視できるように、もっと浅い容器を用いた検討が必要である。

文 献

- (1) 谷下, 機論, 6-24, (1940), I-47.
- (2) 谷下, 機論, 7-28, (1941), I-43.
- (3) Jinnouchi, Y., Inoue, J., Araki, Y. and Kubo, S., *Proceedings of Int. Conference on Mech. Dynamics in Shenyang China*, 3-6, (1987), 19.
- (4) 陣内・ほか4名, 機論, 55-511, C(1989), 5773.
- (5) Jinnouchi, Y., ほか3名, *ASME J. Pressure Vessel Tech.*, 111-4, (1989), 450.
- (6) Timoshenko, S. and Young, D. H., *Advanced Dynamics*, (1948), 323, McGraw-Hill.
- (7) 佐藤, 機論, 54-504, C(1988), 1629.