

研究速報

レイリーフェージング通信路における最ゆうメトリックおよび近似メトリックを用いた8相PSKトレリス符号化変調方式の誤り率特性について

稲葉 直彦[†] (正員) 八嶋 弘幸^{††} (正員)坪内 孝司^{†††}

Error Performances of 8-PSK Trellis Modulation Using the Maximum Likelihood Metric and an Approximated Metric over Rayleigh Fading Channel

Naohiko INABA[†], Hiroyuki YASHIMA^{††}, Members, and Takashi TSUBOUCHI^{†††}, Nonmember[†] 宇都宮大学工学部情報工学科, 宇都宮市

Department of Information Science, Faculty of Engineering, Utsunomiya University, Utsunomiya-shi, 321 Japan

^{††} 埼玉大学工学部情報システム工学科, 浦和市

Department of Information and Computer Sciences, Faculty of Engineering, Saitama University, Urawa-shi, 338 Japan

^{†††} 筑波大学電子情報工学系, つくば市

Institute of Information Science and Electronics, University of Tsukuba, Tsukuba-shi, 305 Japan

あらまし 本論文では、レイリーフェージング通信路における8相PSKトレリス符号化変調方式の最ゆうメトリックを解析的に求め最ゆう復号を行い、誤り率をシミュレーションによって求めている。また、信号点間の距離の2乗をメトリックとした場合の誤り率をシミュレーションによって求め、最ゆう復号において得られた結果との比較を行っている。

キーワード トレリス符号化変調方式, フェージング通信路, 最ゆう復号

1. まえがき

近年、社会の高度情報化に伴い、デジタル移動通信に対する需要が飛躍的に増大してきている。デジタル移動通信において大きな問題となるのは、マルチパスフェージング等の影響により通信路が非常に不安定となることであるが、トレリス符号化変調方式はフェージング通信路においても大きな符号化利得が得られる優れた符号であることが知られている。これは、トレリス符号がビタビ復号によって最ゆうまたは最ゆうに近い復号がしかも軟判定復号によって比較的容易に実現できるためである。

トレリス符号の最ゆう復号を行うためには、最ゆうメトリック[1]を求める必要がある。最ゆうメトリックを正確に求めることが困難である場合には、メトリックには近似値が用いられる。文献[3]および[4]では、フェージング通信路におけるMPSKトレリス符号化変調方式の復号において、搬送波の包絡線情報がない場合にも、信号点間のユークリッド距離の2乗をメ

トリックとして用いて同変調方式の誤り率の評価を行っている。このような近似メトリックが用いられた理由としては、フェージング通信路においてもメトリックをユークリッド距離の2乗によって近似することは直観的に妥当なものと考えられること、フェージング通信路における最ゆうメトリックの計算が多少複雑であることなどが挙げられる。しかしながら、このような近似メトリックを用いた場合には、最ゆう復号を行った場合に対しどの程度誤り率が劣化するのかを十分に議論をする必要があると考えられる。筆者らはこのような問題を調べるための第1歩として、レイリー通信路における畳込み符号をBPSKによって送信した場合の復号を、ユークリッド距離の2乗を用いた近似メトリックとして用いた場合および最ゆうメトリックを用いた場合の二つの場合についてシミュレーションを実行し、これらの誤り率を求めた[5]。その結果、符号器の状態数が増すにつれて、最ゆうメトリックを用いた場合の復号の方がより優れた誤り率を示すことが明らかとなった。

本論文では、レイリーフェージング通信路におけるトレリス符号の最ゆう復号の特性を求めめるため、解析的に求めた最ゆうメトリックを用いて、シミュレーションにより誤り率を求めめる。ここでは、変調方式は8相PSKを用い、インタリーブのサイズは十分に大きく、また、受信波の包絡線情報がない場合を仮定している。一方、メトリックにユークリッド距離を用いた簡易的な復号を行いシミュレーションによって誤り率を求め最ゆう復号の結果との比較を行う。その結果、状態数が小さい4の符号器を用いた場合にはメトリックにユークリッド距離を用いた簡易復号によって最ゆう復号に極めて近い誤り率が得られることが明らかとなる。これに対し、符号器の状態数が増えるにつれ両者の特性には差が現れ、状態数16の符号器を用いた場合には誤り率 10^{-5} において最ゆう復号は簡易復号に対し約1dBのゲインが得られることが明らかになった。

2. システムモデル

図1に本論文で対象とするシステムのブロック図を示す。2ビットの入力ビット情報 b_i は、符号化率2/3の畳込み符号器によって符号化され3ビットの符号語 d_i となる。添字の i は時刻を表すものとする。符号器の出力は、インタリーブにおいて d の3ビット単位でインタリーブされる。ここでインタリーブは、フェージングによる振幅の揺らぎが無相関とみなすことがで

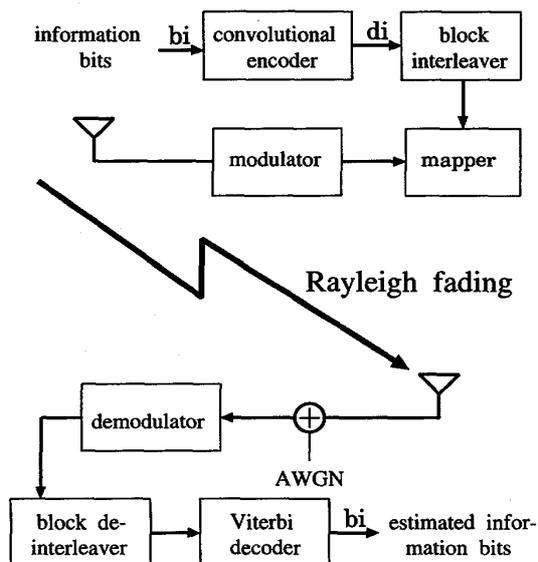


図1 システムモデルのブロック図
Fig.1 Block diagram of the system model.

きるほど、十分サイズの大きなものを用いるものと仮定する。各符号語は集合分割法 [2] によって 8 相 PSK の各信号点に割り当てられる。集合分割法によって割り当てられた信号点の配置図を図 2 に示す。符号器は、状態数が 4 から 16 のもので、それぞれウーナーベックが提案した最小自由距離が最大であるものを使用することにする [2]。そして、信号はレイリーフェージング通信路を伝搬する。包絡線の確率密度分布は次式によって表される。

$$p_\rho(\rho) = 2\rho \exp(-\rho^2) \quad (1)$$

ρ は正規化された包絡線の振幅を表す。符号器の符号化率は $2/3$ であり 1 度に 3 ビットの信号を送るので、単位符号語当りの平均エネルギーを \bar{E}_s 、単位情報ビット当りの平均エネルギー \bar{E}_b とすれば、 $\bar{E}_s = 2\bar{E}_b$ の関係がある。更に、信号は白色ガウス雑音 n の影響を受ける。本論文ではシステムが干渉制限下で運用されるような場合は対象としない。 n は、 $Re(n)$ と $Im(n)$ が無相関であり、ともに平均値 0、分散 $\sigma^2 = N_0/2$ である複素ガウス過程である。また、伝送路においてシンボル間干渉は無視できるものと仮定する。信号は復調され、デインタリーブされ、ビタビ復号器において情報ビット \hat{b}_i が推定される。

3. シミュレーション

・最ゆう復号の場合

長さ N の符号語系列を $D^N = (d_1, d_2, \dots, d_N)$ とする。対応するデインタリーブの出力系列を $X^N = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ とする。 x_i は 2 次元信号

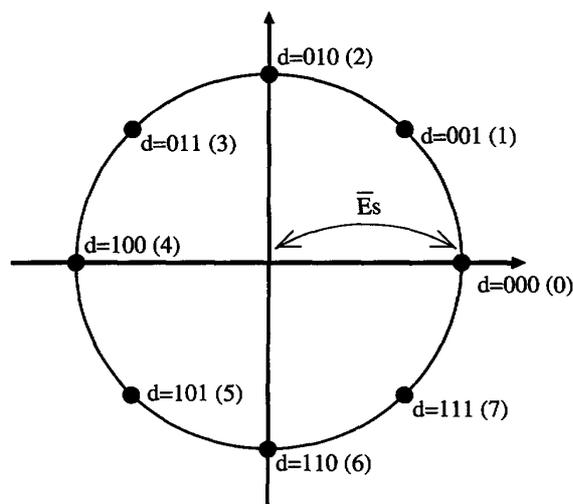


図2 信号点配置図
Fig.2 Constellation.

平面上の点であり $x = (x, y)^T$ である。最ゆう復号とは、受信系列 X^N より次の条件付き確率

$$P(X^N | D^N) = \prod_{p=1}^N P(x_p | d_p) \quad (2)$$

を最大とするような符号系列 D^N を送信系列として推定することである。対数をとっても大小関係は変わらないから、

$$\lambda(x_p | d_p) = \ln P(x_p | d_p) \quad (3)$$

とおけば、式 (2) を最大とすることは、次式を最大とすることに等しい。

$$\ln P(X^N | D^N) = \sum_{p=1}^N \lambda(x_p | d_p). \quad (4)$$

式 (3) における $\ln P(x_p | d_p)$ を最ゆうメトリックと呼ぶ。最ゆうメトリックを得るために必要な $P(x_p | d_p)$ の値は次のように厳密に計算される。

$$\begin{aligned} P(x|d) &= \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \\ &\cdot \exp \left\{ -\frac{(x - \rho \cos 2\pi k(d))^2 + (y - \rho \sin 2\pi k(d))^2}{N_0} \right\} p_\rho(\rho) d\rho \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp \left(-\frac{(x \sin 2\pi k(d) + y \cos 2\pi k(d))^2}{N_0 + 1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(x \cos 2\pi k(d) + y \sin 2\pi k(d))^2}{N_0} \right) \end{aligned}$$

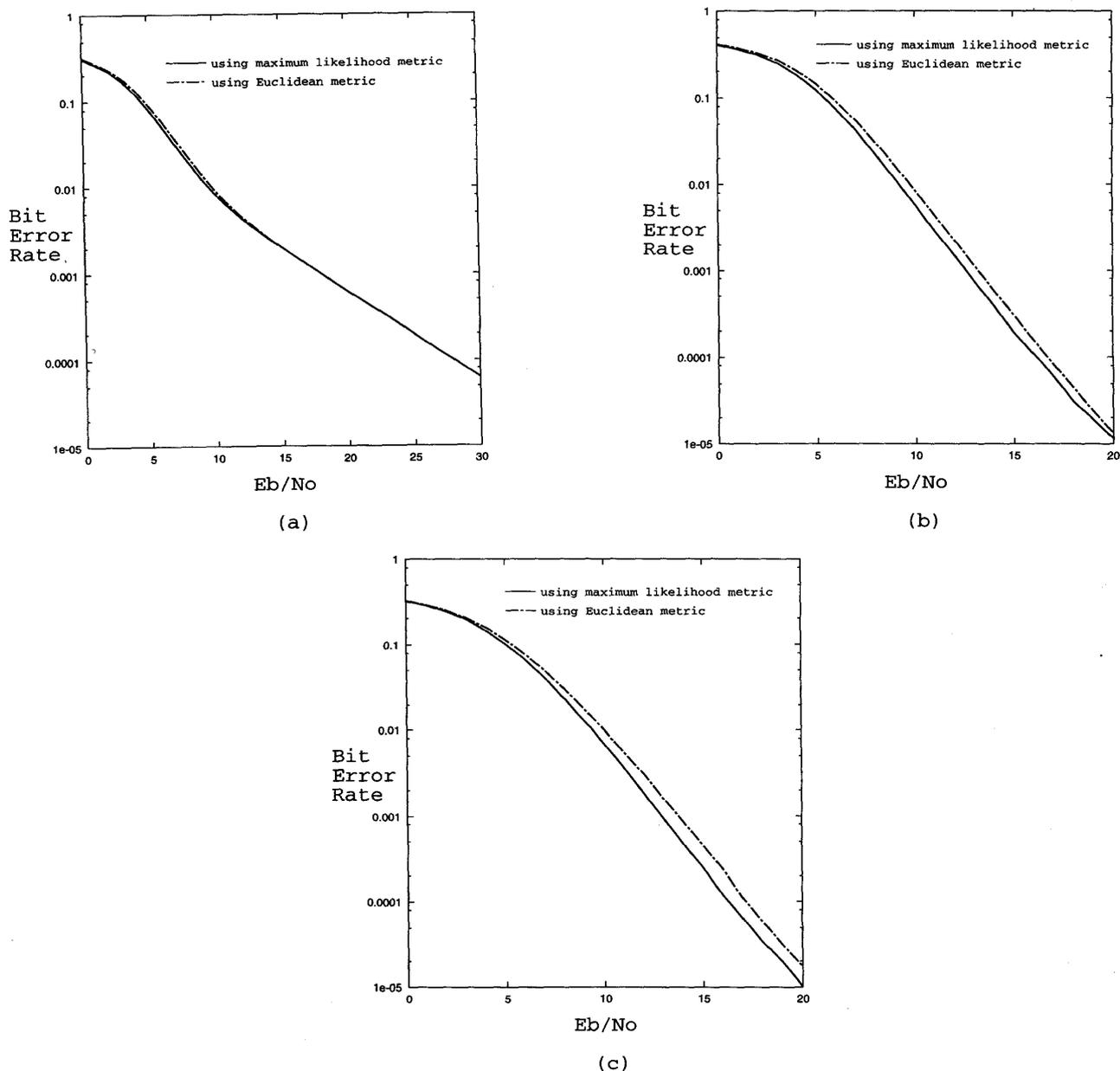


図3 誤り率特性 (a) 状態 4, (b) 状態 8, (c) 状態 16
 Fig.3 Bit error rate performances.
 (a) state 4, (b) state 8, (c) state 16

但し,

$$Q(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_v^{\infty} \exp(-x^2/2) dx \quad (6)$$

である, また, $k(d)$ は 2 進数 d を 10 進数化した値である. 最ゆうメトリック式 (5) を得るための途中計算は付録に示した. □

・メトリックにユークリッド距離を用いる簡易的復号の場合

メトリックとして信号点間のユークリッド距離の 2 乗を用いる. すなわち, 式 (3) の代わりにメトリック

$$\left[\begin{aligned} & \frac{N_0}{N_0 + 1} \exp \left\{ -\frac{(x \sin 2\pi k(d) + y \cos 2\pi k(d))^2}{N_0(N_0 + 1)} \right\} \\ & + \frac{2(x \sin 2\pi k(d) + y \cos 2\pi k(d))}{N_0 + 1} \sqrt{\frac{\pi N_0}{N_0 + 1}} \\ & Q \left(-\frac{(x \sin 2\pi k(d) + y \cos 2\pi k(d)) \sqrt{\frac{2}{N_0(N_0 + 1)}}}{\sqrt{\frac{\pi N_0}{N_0 + 1}}} \right) \end{aligned} \right] \quad (5)$$

として

$$\lambda(\mathbf{x}|d) = \{x - \sqrt{E_s} \cos 2\pi k(d)\}^2 + \{y - \sqrt{E_s} \sin 2\pi k(d)\}^2 \quad (7)$$

を用いる。これをメトリックとして用いる場合には最ゆう復号とはならないが、式(5)と比較してわかるように、最ゆう復号の場合よりメトリックの計算が簡単である。この簡易復号に対する誤り率の上限は、Divsalar, McKayらによって理論的に求められている[3],[4]。 □

図3にシミュレーションによって得られた誤り率特性を示す。符号器の状態数が4から16の3通りについて行った。シミュレーションの試行回数は 10^7 回、すなわち、情報ビット 2×10^7 ビットの全0情報に対して1の出現する回数を計測した。グラフの中で、同じ状態数のうち誤り率が優れている方が最ゆう復号を行った結果(実線)を表し、もう一方がユークリッド距離をメトリックとして用いた場合(1点鎖線)を表している。グラフより、状態数が比較的少ない4の場合は、メトリックにユークリッド距離を用いた簡易的な復号器を用いても最ゆう復号に近い極めて優れた誤り率特性が得られることがわかる。一方、符号器の状態数が大きくなるほど最ゆう復号と簡易復号の誤り率の大きさは開いていき、状態数16の場合には 10^{-5} の誤り率において最ゆう復号は簡易復号に対し約1dBのゲインが得られることが明らかとなった。

4. むすび

本論文では、フェージング通信路における8相PSKトレリス符号化変調方式の最ゆう復号を行い、誤り率をシミュレーションによって求めた。また、メトリックに信号点間のユークリッド距離を用いた簡易的な復号結果と比較した。シミュレーションの結果、状態数が少ない場合には簡易復号によって最ゆう復号に近い特性が得られるのに対し、状態数が増えるに従い、最ゆう復号がより優れた特性を示すことが明らかとなった。

謝辞 本研究は実吉奨学会研究助成金の援助により行われました。この場を借りて心から御礼申し上げます。

文 献

- [1] 今井秀樹, “符号理論,” 電子情報通信学会, March 1990.
- [2] G. Ungerboeck, “Channel coding with multilevel/phase signals,” IEEE Trans. Inform. Theory, vol.28, pp.55-67, 1982.
- [3] D. Divsalar and M.K. Simon, “Trellis coded modulation

for 4800-9600 bits/s transmission over a fading mobile satellite channel,” IEEE J. Selected Areas in Commun., vol.5, pp.162-174, 1987.

- [4] R.G. McKay, P.J. McLane, and E. Biglieri, “Error bounds for trellis-coded MPSK on a fading mobile satellite channel,” IEEE Trans. Commun., vol.39, pp.1750-1761, 1991.
- [5] 稲葉直彦, 八嶋弘幸, 入野光広, 坪内孝司, “レイリーフェージング通信路における最ゆうメトリックおよび近似メトリックを用いた畳み込み符号の誤り率特性について,” 信学論 (A), vol.J78-A, pp.1397-1399, 1995.

付 録

基本枝メトリック式(5)の導出について

まず、 $d = 000$ に対する基本枝メトリックを導出する。

$$\begin{aligned} P(x|000) &= \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left\{-\frac{(x-\rho)^2 + y^2}{N_0}\right\} p_\rho(\rho) d\rho \\ &= \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \cdot \exp\left\{-\frac{(x-\rho)^2 + y^2}{N_0}\right\} 2\rho \exp(-\rho^2) d\rho \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{x^2}{N_0+1} - \frac{y^2}{N_0}\right) \cdot \int_0^\infty 2\rho \exp\left\{-\frac{(N_0+1)(\rho - \frac{x}{N_0+1})^2}{N_0}\right\} d\rho \end{aligned}$$

$u = \rho - x/(N_0+1)$ とおけば,

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{x^2}{N_0+1} - \frac{y^2}{N_0}\right) \cdot \int_{-\frac{x}{N_0+1}}^\infty 2\left(u + \frac{x}{N_0+1}\right) \cdot \exp\left\{-\frac{N_0+1}{N_0}u^2\right\} du \quad (A.1) \end{aligned}$$

となる。ここで積分の中身は次のように計算されるから,

$$\begin{aligned} &\int_{-\frac{x}{N_0+1}}^\infty 2\left(u + \frac{x}{N_0+1}\right) \exp\left\{-\frac{N_0+1}{N_0}u^2\right\} du \\ &= \left[-\frac{N_0}{N_0+1} \exp\left\{-\frac{N_0+1}{N_0}u^2\right\}\right]_{-\frac{x}{N_0+1}}^\infty \\ &\quad + \frac{2x}{N_0+1} \int_{-\frac{x}{N_0+1}}^\infty \exp\left\{-\frac{N_0+1}{N_0}u^2\right\} du \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{N_0}{N_0+1} \exp \left\{ -\frac{x^2}{N_0(N_0+1)} \right\} \\
&\quad + \frac{2x}{N_0+1} \sqrt{\frac{\pi N_0}{N_0+1}} Q \left(-x \sqrt{\frac{2}{N_0(N_0+1)}} \right) \\
&\quad \left[\frac{N_0}{N_0+1} \exp \left\{ -\frac{x^2}{N_0(N_0+1)} \right\} \right. \\
&\quad \left. + \frac{2x}{N_0+1} \sqrt{\frac{\pi N_0}{N_0+1}} Q \left(-x \sqrt{\frac{2}{N_0(N_0+1)}} \right) \right] \tag{A.2}
\end{aligned}$$

これを式 (A.1) に代入すれば, 次式を得る.

$$\begin{aligned}
P(x|000) &= \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp \left\{ -\frac{(x-\rho)^2 + y^2}{N_0} \right\} p_\rho(\rho) d\rho \\
&= \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp \left(-\frac{x^2}{N_0+1} - \frac{y^2}{N_0} \right)
\end{aligned}$$

d が “000”~“111” の場合には座標軸を回転させて考えればよいから, 符号語が d の場合には, 式 (A.2) の x に $x \sin 2\pi k(d) + y \cos 2\pi k(d)$, y に $x \cos 2\pi k(d) + y \sin 2\pi k(d)$ を代入すれば最ゆうメトリック式 (5) を得る.

(平成 8 年 8 月 9 日受付)