3) T. Kawai, Prog. Theor. Phys. 79 (1988) 920.
4) T. Kawai and H. Saitoh, to be pub. in Prog. Theor. Phys. 81 (1989).
5) T. Fukui, T. Kawai and H. Saitoh, Prog. Theor. Phys. 79 (1988) 1420.

定曲率時空上のゲージ理論としての重力

埼玉大・理　白藤孟志

[1] はじめに

重力のゲージ理論は，通常は，特殊相対論の不変群であるポアンカレ群のゲージ理論（PGTと略す）として定式化されている。また，超重力も超ポアンカレ代数のゲージ理論として書き表されている。以下では，PGTの2つの問題点を取り上げ，それらを解消する試みについて述べてみたい。

[2] PGT は本当にポアンカレ群のゲージ理論か

まずPGTの内容をはっきりさせておく。推進（あるいは，並進）群T^4とローレンツ群$SO(3,1)$をゲージ化して，それぞれに対するゲージ場と場の強さを導入する。ゲージ場のラグランジアンは「場の強さの高々2次式である」と要請すると，最も一般的なラグランジアンは10個の未定パラメターを含んでいる。

このような一般的なラグランジアンに基いて，ニュートン極限と等価原理，弱場近似での励起モード，厳密解，正準型式，宇宙論への応用などがこれまでに調べられた。また，ゲージ不変性以外の物理的要請（例えば，励起モードはゴーストを含まないという要請）によって，10個の未知パラメターに対する制限をつける試みもなされた。

上のように定式化したPGTについて，以下では次の2つの点を問題にする。

(i) 漸近的に定曲率空間に近づく解をもつ。

(ii) ローレンツ群のゲージ化は，内部対称性のゲージ化と同じように行う。しかし，推進群はゲージ化されて一般座標変換に移行する。これは，ゲージ変換は各点でのファイバー内の変換であるというゲージ理論の基本的性質をみたしていない。

これらについてもう少し説明を加える。(i)に関してここで取り上げたいことは，「場の方程式の解となる漸近的定曲率空間の不変群は，出発点としたゲージ群であるポアンカレ群ではない」ということである。物理的に意味があるのは，ゲージ化する出発点として選んだミンコフスキー時空とその不変群ではなくて，むしろ場の方程式の解として得られる時空とその不変群である。そう考えれば，PGTは「解である定曲率時空上のゲージ理論である」のが自然である。そうなっているだろうか。

次に(ii)に関しては，すでに多くの人達によって議論されている。それらは大別して次の2つにまとめ

ることができる。1つは，曲率 R の定曲率時空の上のゲージ理論（ド・ジッター群のゲージ理論。$DSGT$ $[R]$と略す）を展開し，(a) $R \to \infty$ の極限で PGT に移行するか，あるいは (b) 特別のゲージで PGT に移る，と考える。

もう1つは，ポアンカレ群のゲージ理論をファイバー・バンドル理論に忠実に構成しようと試みる。その特徴は，内部推進の自由度に関連して，PGT にはなかった新しい場（ベクトル場 ψ^k など）を導入する点にある。とくに最近の Kawai の理論は，PGT と少し異った内容をもつ可能性があり，注目される。

（ii）の点に対するこれら2つの考え方は無関係なものではない筈である。両者はどのようにつながっているのだろうか。

[3] 定曲率空間上のゲージ理論

[2] で述べた2つの点を解消するために，ド・ジッター群のゲージ理論を新しい形につくり直す。先ず，曲率 R の定曲率時空から出発して $DSGT\,[R]$ を構成する。これは長さのスケールを決める量 R を含んでいる。次に，$DSGT\,[R]$ と $DSGT\,[\rho R]$（$\rho > 0$）との間の場の量の間の1対1の対応関係（ξ－スケール変換と呼ぶ）を定義する。

これらの準備の上に，

理論は，ド・ジッターゲージ変換と ξ－スケール変換のもとで不変である。

と要請する。このようにして構成した理論を「定曲率時空上のゲージ理論」と呼ぶ。それは次のような性質をもっている。

(1) ゲージ群の構造は，ド・ジッター群と R^+（正数の乗法群で，ξ－スケール変換を表す）の直積である。ただし，R^+ に対するゲージ場は存在しない。

(2) 時空は Riemann-Cartan 時空である。

(3) ゲージ場の強さから，ξ－スケール不変な2つの量が定まる。それらは時空の捩率と曲率と一致し，(1) で述べたゲージ群のもとで不変な構造として Riemann-Cartan 時空が得られる。

(4) (1)で述べたゲージ群の自由度により，いろいろのゲージが存在する。

(a) 狭義のポアンカレ・ゲージ。

PGT に帰着するゲージ。

(b) ポアンカレ・ゲージ。

許されるゲージ変換群は，ポアンカレ群と R^+ の積（ただし，両者は可換ではない）である。R^+ のもとでの不変性を除けば，Kawai の理論と一致する。ただし，このゲージへの移行は極限操作を含んでいるので，他のゲージと連続的に結ばれているかどうかは自明でなく，注意を要する。

(c) ド・ジッター・ゲージ。

漸近的に平担でない解をしらべるのに適したゲージ。

このように，定曲率時空上のゲージ理論は，ド・ジッター群のゲージ理論であると同時にポアンカレ群のゲージ理論にもなっている。こうして，[2] に挙げた2つの点は解消されている。さらに，この理論は Riemann-Cartan 時空に基く重力の理論であるという意味で，PGT 一致している。