

振動回転子による振動エネルギー回生の試み*

佐藤勇一^{*1}, 長嶺拓夫^{*2}, 安藤芳晃^{*3}Study on Energy Conversion from Vibrational to
Rotational Energy by an Oscillatory RotorYuichi SATO^{*4}, Takuo NAGAMINE and Yoshiaki ANDO^{*4} Department of Mechanical Engineering, Saitama University,
255 Shimo-Okubo, Sakura-ku, Saitama-shi, Saitama, 338-8570 Japan

This paper describes experimental and analytical study on energy conversion from vibrational energy to rotational one by an oscillatory rotor, which will rotate in one direction when it is oscillated. The characteristics of motion of an oscillatory rotor on a vibrating table are investigated experimentally. Consequently, for suitable range of exciting frequency, an oscillatory rotor rotates at an approximately constant speed. The fundamental mechanism of rotation is that the vertical vibration induces parametric oscillation of an oscillatory rotor. Then the characteristic of an oscillatory rotor converts shaking motion into rotational motion in turn.

Key Words: Energy Conversion, Parametric Excitation, Unidirectional Rotation, Euler's Equations of Motion of Rigid Body, Vibration

1. 緒論

我々の身のまわりの至るところで振動は発生している。例えば、振動は機械などが作動するときにも発生するが、海面波や地震などの自然界にも多く存在している。機械などの振動は、敬遠されることが多いが、振動エネルギーを有効なエネルギーに変換可能であれば、身近なエネルギー源として有効利用も考えられる。

セルト石の代表的な形状は、楕円体を長手方向に切断したものである^{(1)~(3)}。曲面の対称軸が、物体の慣性主軸とわずかにずれている。そのため、曲面側が、下となるように床へ置き、振動を与えると、一方向の回転をする。

本研究では、セルト石と同様な運動特性を有するものを振動回転子と呼ぶことにする。振動回転子の基本的な運動特性を前報で検討した⁽⁴⁾。本研究では、振動回転子に振動を与え続けることで、回転し続けることが可能ではないかと考え、振動回転子に振動を与えたときの運動特性を実験的・理論的に調べ、振動を回転運動に変換することの可能性について検討している。

* 原稿受付 2004年12月24日。

^{*1} 正員、フェロー、埼玉大学工学部(〒338-8570 さいたま市桜区下大久保255)。^{*2} 正員、埼玉大学工学部。^{*3} 埼玉大学大学院理工学研究科。

E-mail: ysato@mech.saitama-u.ac.jp

2. 主な記号

 A_{ex} : 加振振幅 f_{ex} : 加振振動数 ($\omega_{ex} = 2\pi f_{ex}$)

P, Q, R : 振動回転子の3本の脚 (図1参照)

 S : 図1参照 β : 回転角 (図3参照) τ : 振動回転子の運動周期 τ_{ex} : 加振周期 (=1/f_{ex}) ω : 振動回転子の運動の角振動数 (=2π/τ) Ω : 回転角速度 (=dβ/dt)

3. 実験

試作した振動回転子の概略図を図1に示す。振動回転子には、先端のとがった3本の脚P, Q, Rが等間隔($L_1=10.0$ mm, $L_2=3.5$ mm)に取り付けられている。中央の脚Qは両端の脚P, Rよりも $L_3=0.3$ mmだけ長い。脚Qの先端Cから重心Gまでの距離は、 $H=8.7$ mmである。振動回転子の総質量 $M=32.7$ gで、図に示すように質量 $m=4.7$ gの集中質量4個が取り付けられている。慣性モーメントを変化させるため、集中質量間の距離 $2S$ を10~80 mmまで変えた。図1に示すように中央の脚Qの先端Cを振動回転子に固定した座標系の原点とする。点Cより H だけ離れた

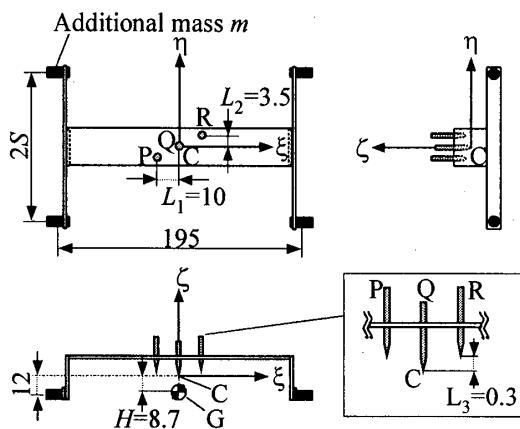
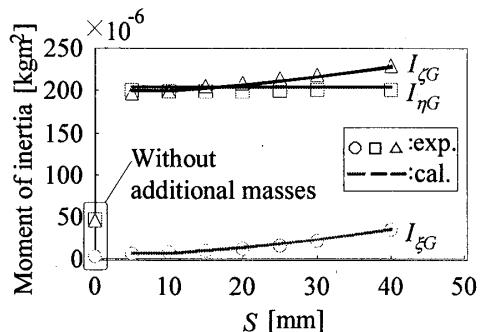
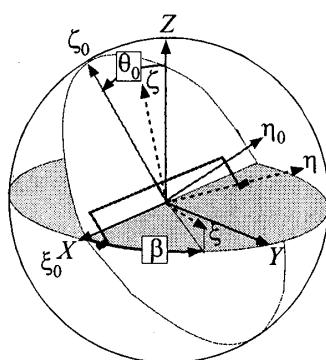


Fig.1 Schematic of an oscillatory rotor

Fig.2 Effect of S on moments of inertiaFig.3 Coordinate systems
(XYZ: fixed in space, $\xi\eta\zeta$: fixed in the body)

重心 G を通り ξ , η , ζ 軸に平行な軸まわりの慣性モーメントを $I_{\xi G}$, $I_{\eta G}$, $I_{\zeta G}$ とし, これらを S に対して図 2 に示す。 S が減少すると当然であるが, $I_{\xi G}$ と $I_{\zeta G}$ まわりの慣性モーメントは減少する。 $S=0$ mm の位置に示す値は集中質量を外したときの慣性モーメントである。

振動回転子の運動特性を定量的に評価するために, 以下の実験を行った。振動回転子に初期角速度を精度よく与えることは難しいので, 初期角速度はゼロとし,

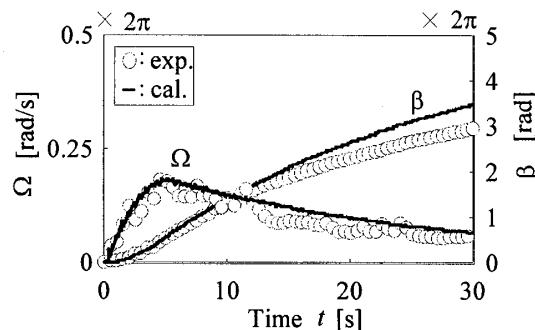
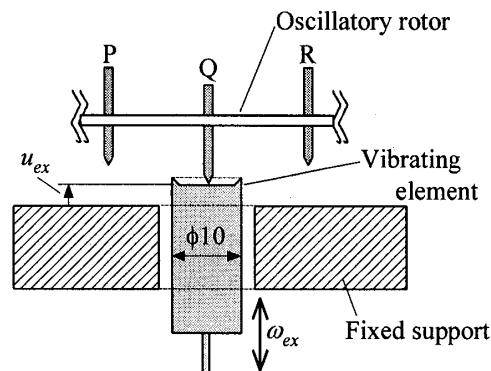
Fig.4 Transient motion of an oscillatory rotor without excitation ($S=40$ mm, $\theta_0=30$ deg, $f_{ex}=0$ Hz, $A_{ex}=0$ mm)Fig.5 Enlarged schematic view of three legs of an oscillatory rotor and the tip of a vibrator ($u_{ex} = A_{ex} \sin \omega_{ex} t$)

図 3 に示すように ξ 軸まわりに振動回転子を θ_0 傾けて, 脚 P 先端のみが台と接するように支持し, 支持を取り去った後の振動回転子の運動を観察した。初め, ξ 軸(図 3 の ξ_0 軸)を空間に固定された X 軸と一致させ, ある時間経ったときの ξ 軸を XY 平面へ正射影し, その X 軸からの回転角を β とする。 β は, 上から見て反時計まわりを正とする。実験では S をパラメータとして, β に及ぼす影響を調べた。CCD カメラ(30 fps)を用いて振動回転子の運動を上から撮影し, 得られた画像を解析し, β を求めた。

図 4 に初期天頂角 $\theta_0=30$ deg としたときの回転角 β , および測定した β の 1/30 秒毎の変化量から求めた回転角速度 $\Omega=d\beta/dt$ を示す。図から分かるように, 振動回転子を傾けてから離すと, 初め, 接地している脚(以下, 軸脚と呼ぶ)は, 脚 $P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow Q \rightarrow P \rightarrow Q \cdots$ と順次切り替わりながら回転し, やがて振動が収まり, 軸脚 Q のみの回転となる。しかし, 摩擦のため Ω は減少する。 θ_0 を与えることにより, 初期位置エネルギーが, 回転エネルギーに変換されていることが分かる。図 4 には, 4 章で述べる解析結果も示されており, 実

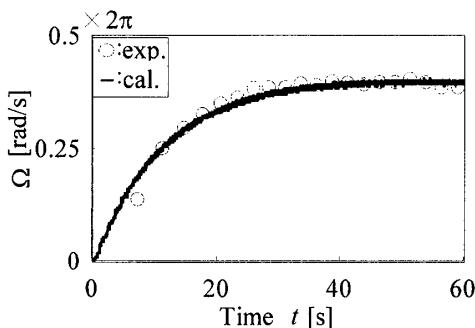


Fig.6 Transient response of an oscillatory rotor excited at $f_{ex} = 6 \text{ Hz}$ ($S = 40 \text{ mm}$, $A_{ex} = 0.5 \text{ mm}$)

験結果とかなりよく一致している。

次に図 5 に示すように、中央の脚 Q の先端が接触する床面のみを加振機により変位加振した。脚 P, R の先端は固定した台上で接地する。軸脚と加振機先端の運動の測定には、高速度カメラ(125 fps)を用いた。

変位加振された振動回転子の各脚の先端は、台や加振機先端と接したり離れたりを繰り返す。加振変位および振動数が適切であれば、振動回転子は規則的な運動をし、ほぼ一様な回転角速度 Ω で回転する。このような回転を以下では、定常的な回転と呼ぶ。定常的な回転が生じたときの Ω の時間変化を図 6 に示す。一定の振動を与え続けると、約 40 秒で、回転角速度 Ω がほぼ一定となることが分かる。図には、次章で述べる計算結果も示してあるが、よく一致している。なお、実験において、加振変位の変動は大きいときでも 10% 以下であった。

4. 解析

振動回転子を剛体とみなし、接地点を運動の原点とする振動回転子に固定した座標系で考える。軸脚の先端と台上面との接地点は滑らないとすると、振動回転子の運動方程式は次のように表せる。

$$\delta \vec{L} / \delta t + \vec{\omega} \times \vec{L} = \vec{N} - \vec{D} \quad \dots \dots \dots (1)$$

ただし、 \vec{L} は軸脚先端まわりの振動回転子の角運動量、 $\vec{\omega}$ は空間固定座標系 XYZ に対する物体固定座標系の角速度を表す。物体固定座標系は、軸脚が Q のときは C-ξηζ、軸脚が P あるいは R のときはそれぞれの脚先端を原点とし、三つの座標軸は ξ, η, ζ 軸と平行にとる。角運動量 \vec{L} は慣性テンソル $[I]$ を用いて、

$$\vec{L} = [I] \vec{\omega} \quad \dots \dots \dots (2)$$

と表せる。ただし、物体固定座標系において $[I]$ の成分は、付録に示すように床と接する脚によって異なる。

式(1)の左辺第一項は、物体固定座標系における \vec{L} の時間微分を意味する。右辺の \vec{N} および \vec{D} は、軸脚先端まわりの重力によるトルクおよび摩擦トルクを表す。

振動回転子の中央の脚 Q が接地しているときのみ、鉛直方向に、

$$(A_{ex} \sin \omega_{ex} t) \vec{e}_z \quad \dots \dots \dots (3)$$

で変位加振されるので、軸脚が P, Q, R の場合の \vec{N} を \vec{N}_P , \vec{N}_Q , \vec{N}_R とすると、次のように表せる。

$$\begin{Bmatrix} \vec{N}_P \\ \vec{N}_Q \\ \vec{N}_R \end{Bmatrix} = -Mg \begin{Bmatrix} \vec{r}_{PG} \times \vec{e}_z \\ [1 + (A_{ex} \omega_{ex}^2 / g) \sin \omega_{ex} t] \vec{r}_{QG} \times \vec{e}_z \\ \vec{r}_{RG} \times \vec{e}_z \end{Bmatrix} \quad (4)$$

ここで、 M は振動回転子の質量、 g は重力加速度、 A_{ex} は加振振幅、 ω_{ex} は加振角振動数、 \vec{e}_z は空間に固定された Z 軸の単位ベクトル、 \vec{r}_{PG} , \vec{r}_{QG} , \vec{r}_{RG} はそれぞれ軸脚 P, Q, R の先端から重心 G へのベクトルである。

式(1)の摩擦トルク \vec{D} は実験的に求めた。ξ, η 軸まわりの微小振動より、これらの軸まわりの摩擦トルクは、角速度に比例する粘性減衰 $c_\xi \omega_\xi$, $c_\eta \omega_\eta$ で近似した。ζ 軸まわりの回転運動をさせたときの挙動から、ζ 軸まわりの摩擦トルクは回転速度に無関係な一定の摩擦トルク D_ζ が作用するとした。すなわち、

$$\vec{D} = [c_\xi \omega_\xi \quad c_\eta \omega_\eta \quad \text{sgn}(\omega_\zeta) D_\zeta]^T \quad \dots \dots \dots (5)$$

軸脚の切り替わりは、瞬間に起こるとし、脚の切り替わる前後で、軸脚先端まわりの角運動量は保存されるとした。すなわち、切り替わる直前の角速度を $\vec{\omega}$ 、直後の角速度を $\vec{\omega}'$ とすると、例えば、軸脚が脚 P から脚 Q に替わる場合

$$[I_Q] \vec{\omega}' = [I_G] \vec{\omega} + M \vec{r}_{QG} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{PG}) \quad \dots \dots \dots (6)$$

となる。ここで、 $[I_G]$ は重心 G まわりの慣性テンソルを表し、その成分は次のようにになる。

$$\left. \begin{array}{l} I_{\xi\xi} = I_{\xi G}, \quad I_{\eta\eta} = I_{\eta G}, \quad I_{\zeta\zeta} = I_{\zeta G} \\ I_{\eta\xi} = I_{\xi\eta} = 0, \quad I_{\zeta\xi} = I_{\xi\zeta} = 0, \quad I_{\zeta\eta} = I_{\eta\zeta} = 0 \end{array} \right\} \quad (7)$$

また、他の脚の切り替わりについても同様で、例えば、軸脚が脚 Q から脚 R に替わる場合には、式(6)で P を Q, Q を R にすればよい。

本解析では、空間固定座標系に対する物体固定座標系の向きを、オイラー角 θ , ϕ , ψ を用いて表し⁽⁴⁾、これら三個の変数について式(1)を数値積分し、時刻歴応答を求めた。

5. 結果および考察

振動回転子の回転角速度 Ω に及ぼす加振振動数 f_{ex} の影響を図7に示す。図中の○印は定常回転したことを示しており、縦の点線で示した実験結果は、 ξ , η 軸まわりの振動が大きくなり、回転が止まりそうになったり、速くなったりして定常回転しなかったことを示す。 $f_{ex}=5.5\text{ Hz}$ では、定常回転(○印)するときと、定常回転しない(点線)ときがあった。図には、時刻歴応答の計算により、定常回転する結果の得られた Ω も示されている。実験結果とは、かなりよい一致を示している。ただし、実験では、定常回転しなかった $f_{ex}=12.5\sim14\text{ Hz}$ の範囲でも、計算では定常回転する結果が得られた。

図7の定常回転する三つの範囲で、それぞれ最も早く回転する $f_{ex}=3, 6, 11.5\text{ Hz}$ における振動回転子の挙動と加振機先端の変位 u_{ex} を図8に示す。図には振動回転子の運動の二周期分を示す。図8(a)上図には、 η 軸方向から見た振動回転子の運動と加振機先端の動きを模式的に示したものであり、上図中の①などは、図8(a)下図の①などと対応している。図8(a)上図の脚先の○印は加振機先端あるいは固定台に振動回転子の当該の脚が接していることを示す。図8(a)下図に示すように $f_{ex}=3\text{ Hz}$ では、振動回転子の脚は、若干の位相ずれはあるが、加振機先端が上向きに運動するときは順にP→Q→Rと切り替わる(図中①～⑤)が、下向きに運動するときには脚Rから中央の脚Qを飛び越えて脚Pに切り替わる(図中⑥～⑧)。以下この運動が繰り返される。すなわち、加振機先端の運動が一周期の間に振動回転子の運動も一周期である。この運動をパターンAと呼ぶことにする。

図8(b)は、 $f_{ex}=6\text{ Hz}$ のときで、振動回転子が一周期運動する間に、軸脚はP→Q→R→Q→Pと順番に切り替わり運動一周期の間に加振機先端は2回振動する。

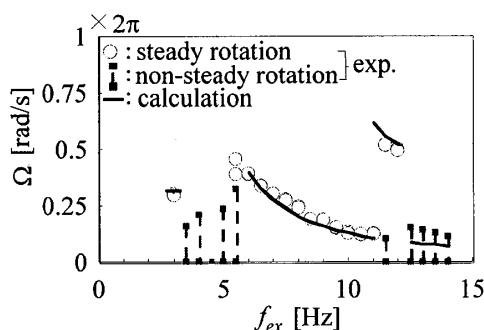


Fig.7 Effect of exciting frequency f_{ex} on rotational angular speed Ω ($S=40\text{ mm}$, $A_{ex}=0.5\text{ mm}$)

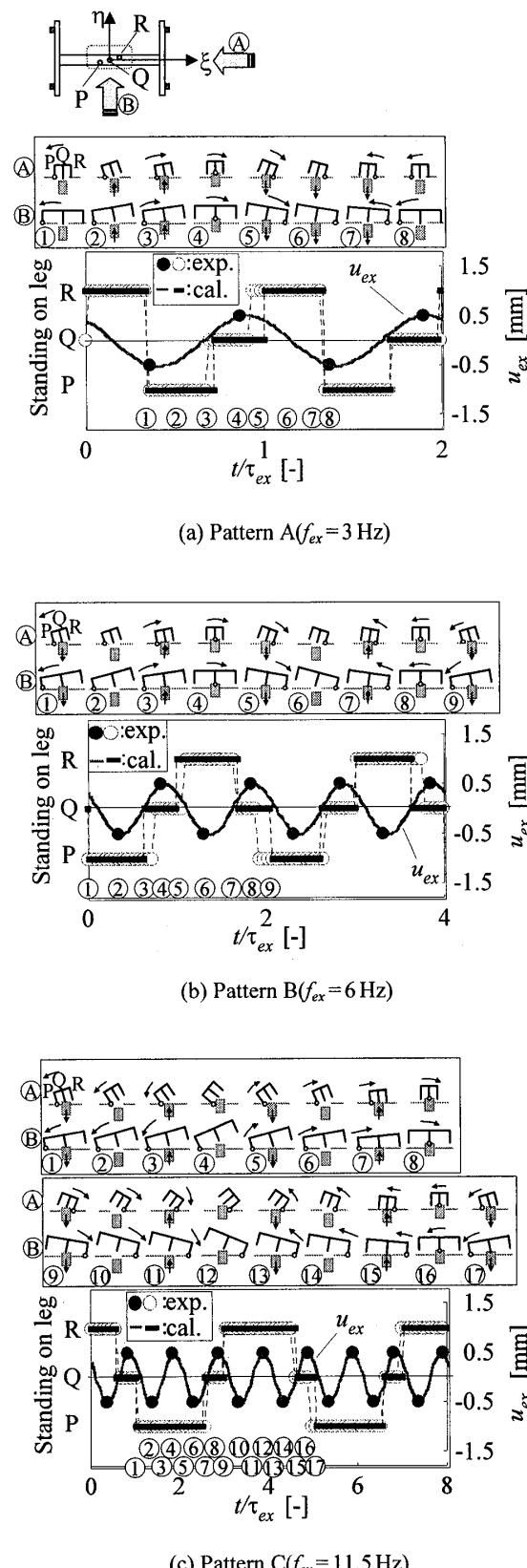


Fig.8 Periodic motions of an oscillatory rotor for three values of exciting frequency f_{ex} ($S=40\text{ mm}$)

この運動をパターン B と呼ぶ。図 7 の $f_{ex} = 6 \sim 11$ Hz における運動は全てパターン B であり、最も定常回転する加振振動数 f_{ex} の範囲が広いときの運動パターンである。また、実験では定常回転しなかったが、計算では定常回転した $f_{ex} = 12.5 \sim 14$ Hz もパターン B である。

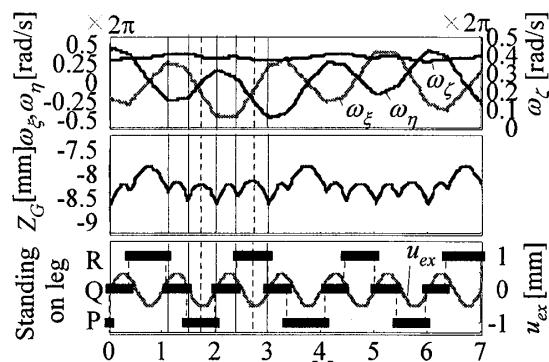
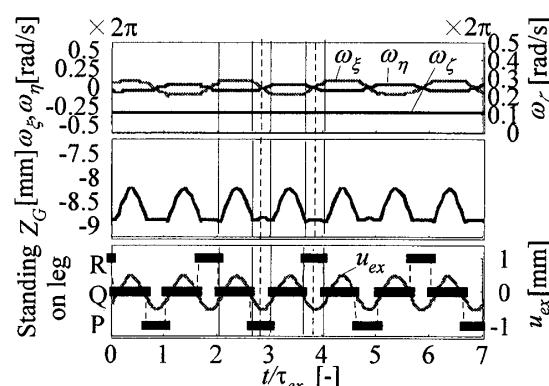
$f_{ex} = 11.5$ Hz のときは一周期の運動中に図 8(c)に示すように、軸脚が P→Q→R→Q→P と順番に切り替わり、その間に、加振機先端は 4 回振動する(パターン C と呼ぶ)。図中①～⑥, ⑩～⑯に示すように、振動回転子が両端の脚 P あるいは R で立っているときに、加振機は無駄に振動している。図 7 の 11.5 ～ 12 Hz では全て、パターン C である。表 1 に三つのパターンの加振周期 τ_{ex} に対する振動回転子の運動周期 τ の比をまとめて示す。

$f_{ex} = 6 \sim 11$ Hz ではパターン B の運動をするが、図 7 に示すように、加振振動数が低い方が速く回る。例えば、 $f_{ex} = 6$ Hz のときの方が 11 Hz のときより回転角速度 Ω は約 3 倍速い。これらの二つの振動数における ω_ξ , ω_η , ω_ζ , 空間固定座標からみた重心位置 Z_G , 軸脚, 加振機変位 u_{ex} を図 9 に示す。図より良く回る図 9(a)の方が、 ω_ξ , ω_η の変動が大きいことが分かる。また、重心位置 Z_G の変化はどちらも同程度であるが、平均的な重心位置は良く回る図 9(a)の方が高いことが分かる。さらに、軸脚の切り替わりをみると、良く回る図 9(a)の方が、運動一周期の間に中央の脚 Q が軸脚となっている時間的割合が短い。また、中央の脚 Q で立っているとき ω_ξ , ω_η は極大、あるいは極小となっており、両端の脚 P あるいは R で立っているときに、 ω_ξ , ω_η は大きく変化している。 ω_ζ の時間変化をみると分かるように、 ω_ζ の変動分は 6 Hz では 6 %, 11 Hz では 1 % 程度である。なお、 ζ 軸まわりの回転角速度 ω_ζ は、振動回転子の回転角速度 Ω にほぼ等しい。

図 7 を整理し直したもののが図 10 である。ただし、縦軸には振動回転子の運動の角振動数 $\omega = 2\pi/\tau$ を、中央の脚 Q で立っているときに振動回転子を ζ 軸まわりに微小振動させたときの固有角振動数 $\omega_{n\xi} = 1.4 \times 2\pi \text{ rad/s}$ によって、無次元化したものも示してある。

Table 1 Three patterns of periodic motion
(τ : period of oscillatory-rotor motion,
 $\tau_{ex} = 1/f_{ex}$: period of excitation)

Pattern	τ/τ_{ex}
A	1/1
B	1/2
C	1/4

(a) $f_{ex} = 6$ Hz(b) $f_{ex} = 11$ HzFig.9 Effect of exciting frequency f_{ex} on the motion in Pattern B ($S = 40$ mm)

○印の大きさが回転角速度 Ω の速さを表している。図から運動の角振動数比 $\omega/\omega_{n\xi} \approx 2$ で良く回転し、そのときの加振角振動数比 $\omega_{ex}/\omega_{n\xi}$ はパターン A, パターン B, パターン C でそれぞれ 2, 4, 8 であることが分かる。パターン B では、加振角振動数 ω_{ex} が増加すると運動の角振動数 ω も $\omega = \omega_{ex}/2$ の関係を保って増加し、回転角速度 Ω は減少している。これから ζ 軸まわりの固有角振動数 $\omega_{n\xi}$ が、振動を回転運動へ変換させることに関係していると考えられる。

S を変えると、 $\omega_{n\xi}$ も変化する。図 11 はそれぞれのパターンで最も速く定常回転するときの加振角振動数 ω_{ex} をプロットしたものである。 $S = 40$ mm が図 10 の結果に対応している。実線は各 S の値に対する $\omega_{n\xi}$ よりその 2, 4, 8 倍の値を示す。 S が変化しても、 $\omega_{n\xi}$ の 2, 4, 8 倍の角振動数付近でパターン A, B, C が現れていることが分かる。このことからも、振動回転子の運動は、慣性モーメントが最小の ζ 軸まわりの固有角振動数 $\omega_{n\xi}$ と関係していることが分かる。参考までに、 η 軸まわりの固有角振動数 $\omega_{n\eta} = 0.6 \times 2\pi \text{ rad/s}$ であり、運動変換にはあまり関係がないと考えられる。

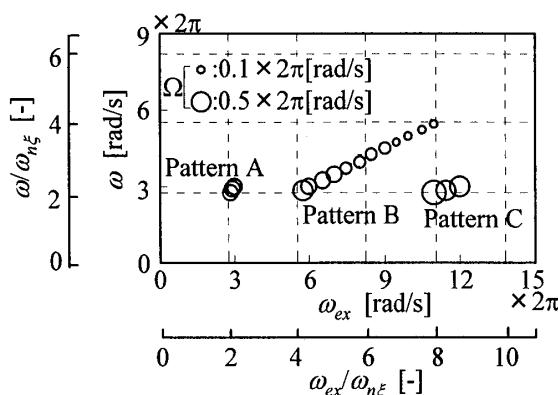


Fig.10 Effect of $\omega_{n\xi}$ on ω and ω_{ex}
(Calculated results; $S=40$ mm, $A_{ex}=0.5$ mm,
 $\omega_{n\xi}$ =angular frequency about the ξ axis)

次に、振動回転子の ξ 軸まわりの運動が、回転運動へ変換される原理について考える。 ξ 軸まわりの運動で、軸脚がQからPへ切り替わるときの運動をYZ平面とXY平面に投影して示したのが図12である。○印は脚先端を示し、●印は軸脚先端を示す。図12(a)から(b)に示すように、振動回転子がYZ平面で時計まわりに回転して、軸脚がQからPへ切り替わると重心位置は接地面より低いので、慣性力 F_Y はY方向に作用し、振動回転子を反時計まわりに回転させようとする。軸脚がQからRへ切り替わるときも同様で、これが、 ξ 軸まわりの振動を ζ 軸まわりの回転に変換するメカニズムである。

パターンBで定常回転するとき、図9から分かるように軸脚がQに切り替わるとき、角速度 ω_ξ は極大あるいは極小で、重心位置 Z_G は上向きに持ち上げられている。また、図8より、パターンB, Cの運動のときも同様なことが言え、変位加振によって振動回転子は、パラメータ励振と同様なメカニズムで振動が起り、この振動が振動回転子の特性で回転運動に変換されていると考えられる。

振動回転子の回転角速度 Ω と集中質量の位置 S 、すなわち、慣性モーメントとの関係を図13に示す。定常的な回転運動に変換されるときの加振振動数の範囲が最も広いパターンBで、最も速い回転角速度 Ω とそのときの f_{ex} を S に対して示している。 $I_{\xi G}$ と $I_{\eta G}$ が接近する $S=20\sim25$ mm付近で Ω が最も速くなり、振動を回転へ回生させるのに良い関係があることが分かる。

6. 結論

振動回転子を上下に変位加振したときの挙動を実験的、理論的に考察し、加振振動数が適切な範囲にあれば、振動回転子が定常回転することを明らかにした。

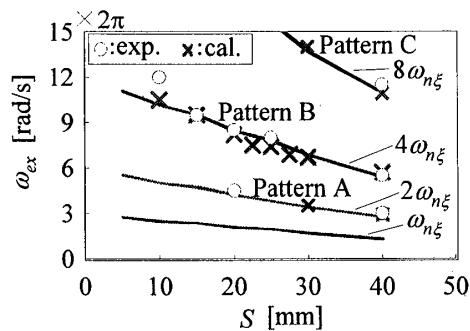


Fig.11 Relation between Patterns of motion and $\omega_{n\xi}$
($A_{ex}=0.5$ mm)

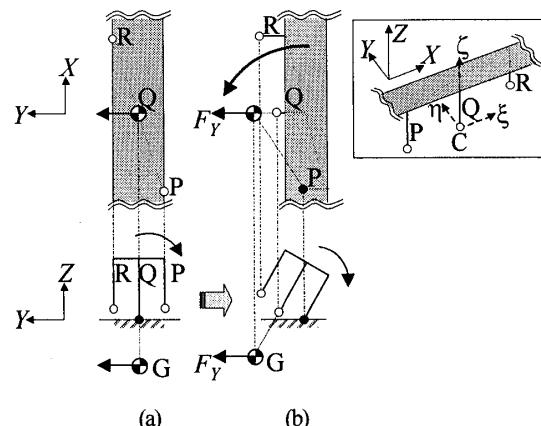


Fig.12 Inertial force F_Y causing rotation in switching from pivoting leg Q to leg P

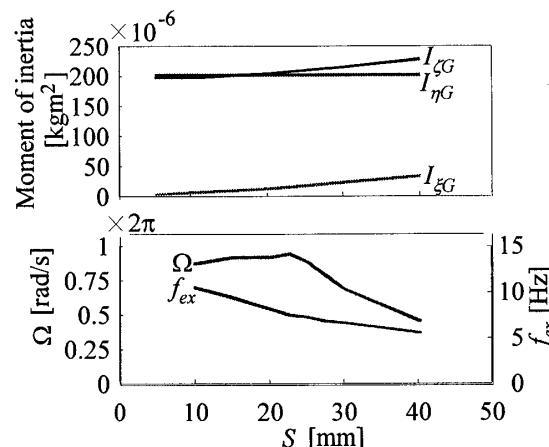


Fig.13 Effect of S on Ω
(Calculated results; Pattern B, $A_{ex}=0.5$ mm)

ば、振動回転子が定常回転することを明らかにした。その適切な加振振動数とは、振動回転子の慣性モーメントが最小の ξ 軸まわりに中央の脚のみで立って微小振動したときの固有角振動数 $\omega_{n\xi}$ の2, 4, 8倍の振動数付近である。そのとき振動回転子の運動の周期は加振周期のそれぞれ、1, 2, 4倍である。振動回転子の運

動は、 ξ 軸まわりの振動が変位加振によりパラメータ励振によって現れ、その振動エネルギーが、振動回転子の特性により、 ζ 軸まわりの回転運動に変換されると考えられる。特に、パターンBの運動が現れる加振振動数範囲は広い。

本論文では中央の脚のみを加振する場合について考察したが、振動エネルギーを回転エネルギーに変換するには、振動する床面に振動回転子が置かれ、全ての脚が加振される場合についても考察する必要がある。また、エネルギーの変換効率については今後の検討課題である。

付 錄

慣性テンソル $[I]$ の成分を表す。

$[I]=[I_P]$: 軸脚が脚Pの場合

$$\left. \begin{array}{l} I_{\xi\xi} = I_{\xi G} + M\{L_2^2 + (L_3 + H)^2\} \\ I_{\eta\eta} = I_{\eta G} + M\{L_1^2 + (L_3 + H)^2\} \\ I_{\zeta\xi} = I_{\zeta G} + M(L_1^2 + L_2^2) \\ I_{\eta\zeta} = I_{\zeta\eta} = ML_2(L_3 + H) \\ I_{\xi\xi} = I_{\xi\xi} = ML_1(L_3 + H) \\ I_{\xi\eta} = I_{\eta\xi} = -ML_1L_2 \end{array} \right\} \cdots \cdots \cdots \text{(A1)}$$

$[I]=[I_Q]$: 軸脚が脚Qの場合

$$\left. \begin{array}{l} I_{\xi\xi} = I_{\xi G} + MH^2, \quad I_{\eta\eta} = I_{\eta G} + MH^2 \\ I_{\zeta\xi} = I_{\zeta G}, \quad I_{\eta\zeta} = I_{\zeta\eta} = 0 \\ I_{\xi\xi} = I_{\xi\xi} = 0, \quad I_{\xi\eta} = I_{\eta\xi} = 0 \end{array} \right\} \cdots \cdots \cdots \text{(A2)}$$

$[I]=[I_R]$: 軸脚が脚Rの場合

$$\left. \begin{array}{l} I_{\xi\xi} = I_{\xi G} + M\{L_2^2 + (L_3 + H)^2\} \\ I_{\eta\eta} = I_{\eta G} + M\{L_1^2 + (L_3 + H)^2\} \\ I_{\zeta\xi} = I_{\zeta G} + M(L_1^2 + L_2^2) \\ I_{\eta\zeta} = I_{\zeta\eta} = -ML_2(L_3 + H) \\ I_{\xi\xi} = I_{\xi\xi} = -ML_1(L_3 + H) \\ I_{\xi\eta} = I_{\eta\xi} = -ML_1L_2 \end{array} \right\} \cdots \cdots \cdots \text{(A3)}$$

重心を通り ξ , η , ζ 軸に平行な軸まわりの慣性モーメントを $I_{\xi G}$, $I_{\eta G}$, $I_{\zeta G}$ とする。ここで、軸脚が脚Qの場合、慣性乗積は非常に小さいとして無視している。

文 献

- (1) Walker,G.T., *Q.J.Pure Appl.Math.*, **28**(1896),175.
- (2) Walker,J., *Scientific American*, **241**(1979),144.
- (3) Bondi,H., *Proc.Roy.Soc.Lond.*, **A405**(1986),265.
- (4) 中野健・佐藤勇一・後藤孔明・二瓶泰治, 機論, **66-641**, C(2000), 9-15.