氏　　名	島田　裕
博士の専攻分野の名称	博士（工学）
学位記号番号	博理工甲第 868 号
学位授与年月日	平成 24 年 3 月 22 日
学位授与の条件	学位規則第 4 条第 1 項該当
学位論文題目	Analysis of complex phenomena based on nonlinear time series analysis and complex network theory （非線形時系列解析と複雑ネットワーク論に基づく複雑現象解析法に関する研究）
論文審査委員	委員長　教　授　池口　徹 委　員　教　授　重原　孝臣 委　員　准教授　内田　淳史 委　員　准教授　橋口　博樹 委　員　准教授　小室　孝

論文の内容の要旨

複雑な振る舞いを示す現象は，電気工学，機械工学，数学，物理学，脳神経学，生物学，社会学などの様々な分野に遍在する．このような複雑現象の数理構造を理解する一手段として非線形時系列解析論がある．非線形時系列解析論では，複雑な現象を生み出した力学系のアトラクタの状態空間内での幾何学構造やダイナミクスを解析することで，複雑現象の解析を行う．一方，1998 年に Nature 誌に掲載された Watts と Strogatz の論文を契機に複雑ネットワーク論が生まれ，現実の複雑ネットワークに関する研究が盛んに行われている [1]. 彼らはネットワークの特徴をクラスタ係数と平均パス長という 2 つの量で表し, 映画俳優ネットワークや電力網, 線虫のニューラルネットワークなどに, クラスタ係数が大きいという規則的なネットワークの特徴と平均パス長が小さいというランダムなネットワークの特徴が共存することを発見した．以後，過去 10 年の間に現実世界のネットワークに共通する複雑ネットワーク的性質が普遍的であることが明らかにされた [2, 3].

本研究では，非線形時系列解析論における力学系のアトラクタの状態空間内での幾何学的構造・ダイナミクスを特徴づける二点間距離の情報と，複雑ネットワーク論で用いられるグラフの隣接情報が対応関係にあることに着目し（図 1 参照），**非線形時系列解析論と複雑ネットワーク論を融合した新たな複雑現象解析の枠組みおよび解析アルゴリズムを提案している．**具体的には，非線形時系列の解析に複雑ネットワーク解析で用いられる定量化指標を適用し，また，複雑ネットワークの解析に非線形時系列

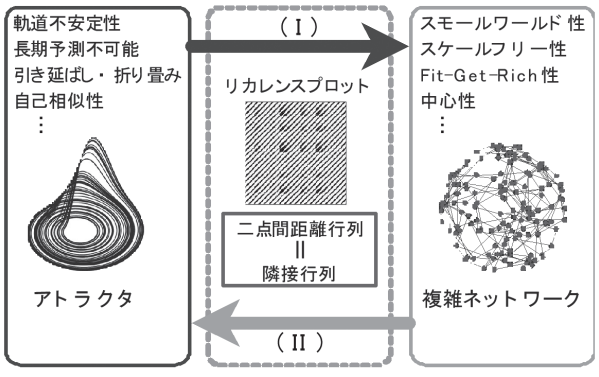


図 1 非線形力学系のアトラクタと複雑ネットワークの関係.

解析で用いられる定量化指標を適用する．このように，**全く新しい視点から複雑現象を解析することで，従来法では捉えることが困難であった複雑現象の数理構造を明らかにすることを目的とする．**

これを実現するために，非線形時系列解析の手法の一つであるリカレンスプロットを用いる [4]．アトラクタの幾何学構造的特徴と時間発展の情報は，リカレンスプロットと呼ばれるアトラクタ上の二点間距離情報を元とした画像に保存される．このリカレンスプロットをネットワークの隣接行列と考えることで，アトラクタをネットワークへと変換することができ，複雑ネットワーク論を通じたアトラクタの解析が可能となる（図 1(I) の矢印に対応）．また，ネットワークの隣接行列をアトラクタのリカレンスプロットと考えることで, ネットワークの隣接行列を時系列へ変換することができ, 非線形時系列解析論を通した複雑ネットワークの解析が可能となる（図 1(II) の矢印に対応）．

(I) 複雑ネットワーク論を用いた力学系のアトラクタの解析（図 1(I) の矢印に対応）

力学系のアトラクタが有する情報は，幾何学構造に関する静的な情報と時間発展に関する動的な情報の二つに大別される．そこで，アトラクタから作成したリカレンスプロットをそのままネットワークの隣接行列とすることでアトラクタの幾何学構造のみを反映した静的変換法と，幾何学構造に加え時間発展の情報をネットワークの構造に反映させた動的変換法を提案した．静的変換法を用いて様々なアトラクタをネットワークに変換した結果，**周期アトラクタはクラスタ係数と平均パス長が共に大きい規則的なネットワークに，カオスアトラクタはクラスタ係数が大きく平均パス長が小さいスモールワールドネットワークになることを明らかにした．**

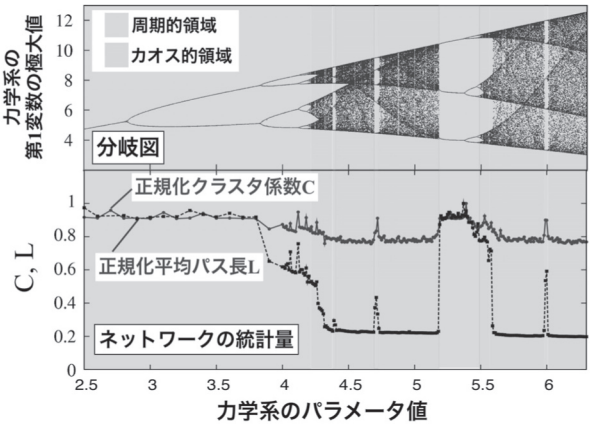


図 2 クラスタ係数と平均パス長の結果.

動的変換法では，アトラクタの時間発展情報に従ってネットワークが頂点数を増やしながら成長する．この変換法によって，周期アトラクタは最初に加わった頂点が多くの枝を獲得して勝者となる First-Mover-Advantage ネットワークに，カオスアトラクタは後から加わった頂点でも多くの枝を獲得して勝者となりうる Fit-Get-Rich(FGR) ネットワークになることを明らかにした．さらに，カオスアトラクタから変換されたネットワークの FGR 性は，カオスアトラクタの引き延ばし・折り畳みの構造によって生じることを数値実験により示した．

(II) 非線形時系列解析論を用いた複雑ネットワークの解析（図 1(II) の矢印に対応）

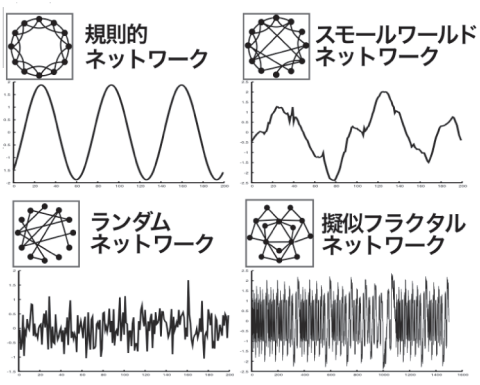


図 3 ネットワークから得られた時系列．

まず，リカレンスプロットのみからリカレンスプロットの元となったアトラクタを再現する平田らの手法 [5] を応用し，複雑ネットワークを時系列に変換する手法を提案した. 次に, 様々な複雑ネットワークを時系列に変換して種々の統計量を調べた結果，**規則的なネットワークは周期時系列に，スモールワールドネットワークはノイズを含む周期時系列に，ランダムなネットワークはランダムな時系列に変換されることを示した. また, 擬似的なフラクタル構造を有するネットワーク [6] から変換された時系列がカオス時系列の有する性質と類似の傾向を示すことを明らかにした．**

本研究では，従来とは全く異なる観点から力学系のアトラクタと複雑ネットワークを定量化可能であることを示した．さらに，アトラクタから変換されたネットワークの有する性質や，ネットワークから変換された時系列の有する性質を詳しく検証し，従来法では困難であったアトラクタと複雑ネットワークの性質を定量化できることを示している．

1.Watts et al.(1998) *Nature* **393**:440
2.Newman et al.(2003) *SIAM Rev.* **45**:167
3.Boccaletti et al.(2006) *Phys.Rep.* **424**:175
4.Marwan et al.(2007) *Phys. Rep.* **438**:237
5.Hirata et al.(2008) *Eur.Phys.J.Spec.Top.* **164**:13
6.Dorogovtsev et al. (2002) *PRE* **65**:066122

論文の審査結果の要旨

学位論文審査委員会は，平成 24 年 2 月 8 日（水）に論文発表会を開催し，論文内容の発表に続いて，詳細な質疑と論文内容の審査を行った．以下は，審査結果の要約である．

複雑な振る舞いを示す現象は，電気工学，機械工学，数学，物理学，脳神経学，生物学，社会学などの様々な分野に遍在する．このような複雑現象の数理構造を理解する一手段として非線形時系列解析論がある．非線形時系列解析論では，複雑な現象を生み出した力学系のアトラクタの状態空間内での幾何学構造やダイナミクスを解析することで複雑現象を解析する．一方，1998 年に Nature 誌に掲載された Watts と Strogatz の論文を契機に複雑ネットワーク論と現在では呼ばれている新しい分野が生まれ，現実世界に存在する様々なネットワーク構造の複雑さに関する研究が盛んに行われている．

本論文では，非線形時系列解析論における力学系のアトラクタの状態空間内での幾何学的構造・ダイナミクスを特徴づける二点間距離の情報と，複雑ネットワーク論で用いられるグラフの隣接情報が対応関係にあることに着目し，非線形時系列解析論と複雑ネットワーク論を融合した新たな複雑現象解析の枠組みおよび解析アルゴリズムを提案している．具体的には，非線形時系列の解析に複雑ネットワーク解析で用いられる定量化指標を適用し，また，複雑ネットワークの解析に非線形時系列解析で用いられる定量化指標を適用する．このように，全く新しい視点から複雑現象を解析することで，従来法では捉えることが困難であった複雑現象の数理構造を明らかにすることに成功している．

まず第一章では，非線形時系列解析，複雑ネットワーク理論とその周辺に関する現在までの研究背景について述べている．また，本研究の位置づけと目的について述べられている．

次に第二章では，その前半において，カオスダイナミクスの基本特性とそれを定量化する指標について詳しく述べられている．特に本論文にて必要となる，軌道不安定性と有界性が生み出す引き延ばし折りたたみ構造，位相推移性などについて，その定量化指標と共に説明されている．第二章の後半では，複雑ネットワークの特性とその数理モデルについて述べられている．また，第三章では，本論文の核となるネットワークと時系列間の変換法について詳しく纏められている．

第四章と第五章が本論文で得た成果をまとめた部分である．

第四章では，複雑ネットワーク理論を用いた非線形力学系のアトラクタ解析について述べられている．
力学系のアトラクタが有する情報は，幾何学構造に関する静的な情報と時間発展に関する動的な情報の二つに大別される．そこで，本章では，アトラクタから作成したリカレンスプロットをそのままネットワークの隣接行列とすることでアトラクタの幾何学構造のみを反映した静的変換法と，幾何学構造に加え時間発展の情報をネットワークの構造に反映させた動的変換法を提案している．
静的変換法を用いて様々なアトラクタをネットワークに変換した結果，周期アトラクタはクラスタ係数と平均パス長が共に大きい規則的なネットワークに，カオスアトラクタはクラスタ係数が大きく平均パス長が小さいスモールワールドネットワークになることを明らかにした．

次に，アトラクタの時間発展情報に従ってネットワークが頂点数を増やしながら成長する動的変換法を用いた結果，周期アトラクタの場合は，最初にネットワークに加わった頂点が多くの枝を獲得して勝者となる First-Mover-Advantage ネットワークになること，一方，カオスアトラクタの場合は，後からネットワークに加わった頂点でも多くの枝を獲得して勝者となりうる Fit-Get-Rich (FGR) ネットワークになることを明らかにした．さらに，カオスアトラクタから変換されたネットワークの FGR 性は，カオスアトラクタの有する引き延ばし・折り畳み構造によって生じることを示した．

第五章では，非線形時系列解析論を用いた複雑ネットワーク解析について述べられている．まず，リカレンスプロットのみからリカレンスプロットの元となった非線形力学系のアトラクタを再現する手法を応用し，複雑ネットワークを時系列に変換する手法を提案している．

次に，種々の複雑ネットワークを時系列に変換し，その統計的特徴を調査した結果，規則的なネットワークは周期時系列に，スモールワールドネットワークはノイズを含む周期時系列に，ランダムなネットワークはランダムな時系列に変換されることを，巡回行列論と行列の摂動論を用いて理論的に示すと共に，数値実験によっても検証している．また，擬似的なフラクタル構造を有する複雑ネットワークから変換された時系列は，カオス時系列の有する性質と同様の傾向を示すことも明らかにした．

最後に第六章では，本論文で得られた成果を纏めている．また，得られた成果と今後の研究課題との関係について述べている．

なお，本論文の主な内容は，レフリー制のある学術雑誌に四編の学術論文として，また，査読付き国際会議録に五編の論文として，既に公表されている．

以上要するに，本論文は，従来とは全く異なる新しい観点から，非線形力学系のアトラクタと複雑ネットワークが相互に変換可能であること，また，この変換を通じて定量的に解析可能であることを示したものである．その際，非線形力学系のアトラクタから変換されたネットワークの有する統計的性質や，ネットワークから変換された時系列の有する力学的性質を詳しく調査している．従来とは異なる複雑現象の新しい解析法の枠組みを提案すると共に具体的な解析アルゴリズムを明確に提示し，更にはその妥当性を解析的にも示しており，これらの研究成果は，数理工学，数理情報学，非線形時系列解析，複雑ネットワークの分野への貢献が大である．

従って，当学位論文審査委員会は，本論文が，博士（工学）の学位を授与するに十分に値するものと認め，「合格」と判定した．