プロジェクト名：**半整数の重さのモジュラ形式のフーリエ係数の研究**

プロジェクト代表者：氏　名　小嶋　久祉（所属・職名）大学院理工学研究科・教授

１　研究目的

我々の主な研究課題は，一般代数体上の表現付き半整数の重さの Hilbert-Maass 波動形式 f から偶数の重さの Hilbert-Maass 波動形式 F への志村対応を構成し, f のフーリエ係数の平方を整数の重さの Hilbert-Maass 波動形式に付随するゼータ関数の特殊値を用いて表示することである。また,総実代数体上のヤコビ形式 p から Hilbert モジュラ形式 G への対応を構成し,p のフーリエ係数の平方を Hilbert モジュラ形式に付随するゼータ関数の特殊値を用いて表示することである。

最初に研究目的の第１の課題を記述する。

志村氏は,論文 On modular forms of half integral weight において，半整数の重さのモジュラ形式 f から偶数の重さのモジュラ形式 F への志村対応の存在を示し, F のフーリエ係数を f のフーリエ係数を用いて具体的に表示した。彼は同じ論文で f のフーリエ係数と F に付随するゼータ関数の特殊値の間に深い関係が存在することを予想した。新谷氏は志村対応の逆対応を Weil 表現を用いて与えた。一方,Waldspurger は,f の平方因子が無い整数におけるフーリエ係数の平方が，F に付随するゼータ関数の特殊値と比例することを証明し、Kohnen-Zagier は,この比例定数を具体的に定めた。

また志村氏は論文 On the Fourier coefficient of Hilbert modular forms of half integral weight において，これらの結果を総実な代数体上の半整数の重さの Hilbert モジュラ形式の場合に一般化し,更に一般の代数体上の半整数の重さのモジュラ形式に一般化する問題を提出した。我々はこの問題を解明したい。すなわち，一般代数体上の表現付で半整数の重さの Hilbert-Maass 波動形式 f から重さが整数の Hilbert-Maass 波動形式 F への Hecke 作用素と可換な対応を，テータ関数を核とする積分作用素を用いて構成し, Maass 波動形式 F のフーリエ係数を f のフーリエ係数を用いて具体的に表示する。また，f の平方因子が無い整数におけるフーリエ係数の平方を F に付随するゼータ関数の central values を用いて具体的に表示し,志村の総実な代数体上の半整数の重さの Hilbert モジュラ形式のフーリエ係数とゼータ関数の特殊値の結果を一般代数体上の表現付で半整数の重さの Hilbert-Maass 波動形式の場合に拡張し,『志村一小嶋』の公式を構築したい。我々は既に(H. Kojima, On the Fourier coefficients of Hilbert-Maass wave forms of half integral weight over arbitrary algebraic number fields, J. Number theory)において,表現が１次元の場合は証明している。

２　研究成果

○最初に第一の我々の成果をのべる。

, ,保型形式のアデール的手法と解析的な手法を用いて一般代数体上の表現付き半整数の重さの

Hilbert-Maass 波動形式 f から偶数の重さの Hilbert-Maass 波動形式への Hecke 作用素と可換な対応 L を，テータ関数を核とする積分作用素を用いて構成し，f の対応 L の像 F＝L(f)のフーリエ係数を f のフーリエ係数を用いて具体的に表示した。具体的には志村の一般代数体上のテータ関数の変換公式の結果と Poisson 和公式を用いて，テータ関数を Poincare 級数の形に分解した。また特殊関数の積分公式が本質的に用い L(f)のフーリエ係数を f のフーリエ係数を用いて具体的に表示した。,
またテータ級数の変換公式とガウス和の計算を用いて,f のある定数倍を,対応 L の像 L(f)とテータ関数との積の積分の形で表示した。対応 L の積分表示を用い,この定数の本質的な部分が f の平方因子が無い整数におけるフーリエ係数と一致することを示した。.
○。
　次に第二の成果を述べる。
２次形式の空間に付随する核関数を用いて，総実代数体 F 上の index N の Jacobi 形式 p から F 上のレベル N の Hilbert モジュラ形式 f への対応を構成し, f のフーリエ係数を p のフーリエ係数を用いて具体的に表示した。また, p のフーリエ係数の平方を, f に付随し２次の Hecke 指標で絞った L 関数の中心値を用いて表示する。証明のアイデアは以下の通りである。Hecke によって得られた２次剰余記号の相互法則と志村による Gauss 和の結果を応用した。総実代数体上 F 上の種の指標を，ある種の Gauss 和の和を用いて具体的に表示することが，証明の key ポイントである。勿論有理数体の場合と比較すれば，その証明は,even prime における Gauss 和の計算と Gauss 和の符号の決定の複雑さなどの理由で，デリケートで困難なものであった。

３　今後の展望

　我々の今後の主な研究課題は，一般代数体上の表現付き半整数の重さの Hilbert-Maass 波動形式 f のフーリエ係数の平方を整数の重さの Hilbert-Maass 波動形式に付随するゼータ関数の特殊値を用いて表示することである。未だ解決しなければならない難しい部分が残っているが是非解決したいものと思っている。