

ジャイレトリ・シフタの性能に関する研究*

(第2報, モデル化)

佐藤 勇一^{*1}, 安井 昭夫^{*2}

Performance of a Gyrotory Sifter (2nd Report, Modelling)

Yuichi SATO and Akio YASUI

Motion of a powder bed is analyzed by assuming a simplified model to study the sifting mechanism of a gyrotory sifter. Analysis shows that the relative motion of the bottom of the powder bed with respect to the sieve diminishes as the bed depth increases. The sifting rate, or the particle flow through a sieve, is treated in a manner analogous to that for the fluid flow through an orifice. The proposed model shows general agreement with the experiment though the experimental results are more dependent on revolving speed than the analytical ones.

Key Words: Circular Motion, Gyrotory Sifter, Sifting Rate, Modelling

1. ま え が き

ふるい分けとは網面上の粉体に振動などのエネルギーを与えて流動化させ、網目を通過する粒子群と通過できない粒子群とに分離する操作であり、多くの分野で、数多くのふるいが利用されている。しかし、粉体の動的挙動は極めて複雑で解明されていない点が多い。

通常、粉体は、形状や大きさがさまざまな粒子がランダムに配された集合体と考えられる。ふるい上の粒子同士は、互いに影響を及ぼしあって複雑に運動している。さらに、一つの粒子の接触点数も一定でなく、また、ふるい網面も微視的には複雑な立体構造をしており、個々の粒子について運動を解析するとなると膨大な自由度を扱うことになり、計算機の記憶容量、計算時間の観点からいっても、シミュレーションで扱える粒子の個数は限られたものとなり、通常は十分な数を扱えない場合が多い⁽¹⁾。

本論文では前報⁽²⁾の実験結果を踏まえ、網上の粉体層の運動を簡単な連続体モデルで置き換え、粉体層の

運動および処理速度について考察している。

2. 記 号

$$B = h\sqrt{(\rho\omega^2)/\gamma}$$

$$B_{cr} = h_{cr}\sqrt{(\rho\omega^2)/\gamma}, \text{ 式(16)参照}$$

$$C_e = r_0\omega^2/(\mu g)$$

h : 粉体層の厚さ

h_{cr} : 限界層厚

q : ふるい単位面積当たりの処理速度

r_0 : ふるいの旋回半径

$r_a(z)$: 粉体層 z 位置における旋回半径

$$(R_a(z) = r_a(z)/r_0)$$

$r_r(z)$: 粉体層 z 位置における網面に対する旋回半径 ($R_r = r_r(z)/r_0$)

$w_s(t)$: ふるい面の変位

γ : 粉体層のせん断強さ, 式(4)参照

ρ : 粉体層のかき密度

μ : 網面と粉体層の摩擦係数

$\phi(z)$: 静止系からみた粉体層の運動のふるいに対する遅れ角

$\psi(z)$: ふるいに対する粉体層の相対運動のふるいに対する遅れ角

ω : ふるいの旋回角速度

* 原稿受付 平成4年12月15日。

*¹ 正員, 埼玉大学工学部 (〒338 浦和市下大久保 255)。

*² 日清製粉(株)生産技術研究所 (〒354 埼玉県入間郡大井町 鶴ヶ岡 5-3-1)。

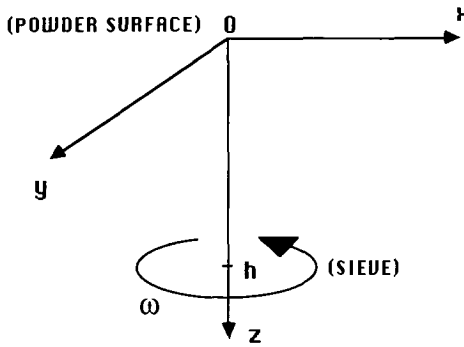


図1 座標系

3. 粉体層の運動のモデル化

粉の運動を解析するのに一粒一粒を扱うとなると、それだけ厳密な取扱いが可能であるが、一方では、取り扱う自由度が膨大となり解析がそれだけ困難になる。さらに、粒子間の作用力をどのように取り扱うかが問題となり、その扱い方、すなわち、近似の仕方によっては、いたずらに自由度を増しただけで、その実、粉体運動の本質を正確に扱っていないこともあり得る。

そこで、ここでは粉体層を次のように単純化する。まず、粉体層を連続体として扱うことにする。したがって、いま考えている粉の粒径が数十μmであるからあまり薄い層は取り扱えないことが予想される。ふるいが旋回運動をすると、ふるい内の粉体層もふるい網との摩擦力によって引きずられ、旋回運動する。このとき水平方向の旋回運動に比べ、垂直方向の網を抜けていく粉の動きは遅く、粉体層は水平方向に定常的な旋回運動をしているものとする。つまり、粉体層は垂直方向には運動せず、各深さ位置において水平面内で運動しているものとする。

座標系は図1に示すように粉体層の表面に x - y 面、下向きに z 軸をとり、ふるい網の位置は $z=h$ とする。粉体層は十分に広く、ふるい容器の壁の影響は無視できるものとする。つまり、粉の運動は z 軸方向にのみ依存し、 x , y 方向には一様と考える。また、前報⁵⁾で述べたように、測定された粉体層の自転速度が小さいことから、粉体層は自転しないものとする。

x , y , z 軸に平行な粉体層の微小直方体部分を考える。水平方向には一様としているので、圧力による水平方向の寄与はない。したがって、この微小部分に作用する力は上下の水平面に作用するせん断力のみとなる。粉体層面から z の位置における粉の x および y 方

向の変位を w_x および w_y とおき、さらに、虚数単位を j で表し

$$w = w_x + jw_y \dots\dots\dots (1)$$

とおくと、運動方程式は次式で表せる。

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 τ は τ_x および τ_y をそれぞれ x および y 方向のせん断応力として

$$\tau = \tau_x + j\tau_y \dots\dots\dots (3)$$

である。

次に、粉体層がせん断されるときに生ずる抵抗力についてはよくわかっていないが、ここでは、粒子が相互に運動を行うとき、互いに及ぼす力は相対的な運動の方向に生じると考える。つまり、材料の内部摩擦のように、抵抗力が変位に 90° 遅れて発生するとして扱うことにする。その振動数依存性についてもよくわからないが、一応振動数には依存しないと仮定する。そうすると τ は次のように表せる。

$$\tau = \frac{\gamma}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial t} \dots\dots\dots (4)$$

γ は粉同士の摩擦の大きさを表す量で、一般には z および ω の関数と考えられる。式(4)を式(2)に代入して整理すると

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial t} \right) = \omega \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \dots\dots\dots (5)$$

$w(z, t)$ の境界条件は、粉体層の表面 ($z=0$) に働くせん断力が零であることから、

$$\partial w / \partial z = 0 \dots\dots\dots (6)$$

また、網面 ($z=h$) において網面から働く力を、粉体層下面とふるい網面との間に働くクーロン摩擦力として近似すれば、

$$\tau_{z=h} = -\mu \rho g h v_r(z=h) / |v_r(z=h)| \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 g は重力加速度、また、 v_r はふるい面に対する粉体層の相対速度で、次式で与えられる。

$$v_r = \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{dw_s}{dt} \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 w_s はふるい面の変位であり、ふるいの旋回半径を r_0 とすると

$$w_s = r_0 \exp(j\omega t) \dots\dots\dots (9)$$

で与えられる。

実験結果より、粉体層はふるいと一緒に角速度 ω で旋回しているとみなせるので、解を

$$w(z, t) = W(z) \exp(j\omega t) \dots\dots\dots (10)$$

とおく。

ここで、簡単のため、 γ および ρ が z によらず一定であると仮定し、式(10)を式(5)に代入すると $W(z)$ に関する方程式が得られる。境界条件(6)を考慮して

この方程式を解くと、

$$W(z)/r_0 = \lambda \cosh[\beta(z/h)] \dots\dots\dots(11)$$

ただし、

$$\beta = B \exp(j\pi/4), B = h\sqrt{(\rho\omega^2)/\gamma} \dots\dots\dots(12)$$

λ は複素数で、境界条件(7)より決まる。式(8), (10)を式(7)に代入し、 W について整理し、式(11)を用いると次のようになる。

$$\frac{1 - \lambda \cosh(\beta)}{|1 - \lambda \cosh(\beta)|} = \frac{jC_e \lambda}{\beta} \sinh(\beta) \dots\dots\dots(13)$$

ただし、

$$C_e = r_0 \omega^2 / (\mu g) \dots\dots\dots(14)$$

C_e はふるいの旋回の加速度とふるい面と粉体層との摩擦力の比を示す無次元量である。式(13)より λ が求まる。この λ を式(11)に代入すると $W(z)/r_0$ が、さらに式(11)を式(10)に代入すると $w(z, t)/r_0$ が求まる。

粉体層の運動はふるいの旋回と同じ角速度でふれ回るとしているの、運動状態を決定するパラメータは粉体の無次元層厚 B 、ふるいの旋回強さ C_e の二つである。これらの値に対して、粉体層の各位置 z/h における運動が求まる。

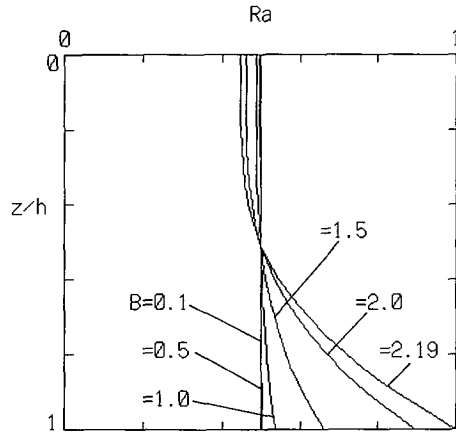
4. 考 察

4.1 粉体層の運動 図2は $W(z)/r_0$ の大きさ $R_a(z) = r_a(z)/r_0$ と、網面に対する位相遅れ ϕ を粉体層の深さ z/h に対して示したものである。式(10)からわかるように、 $W(z)/r_0$ は回転座標系から見た粉の運動を表しており、その絶対値 $R_a(z)$ は粉体層各 z/h 位置における旋回半径を表す。当然、網面の旋回半径 $=1$ である。

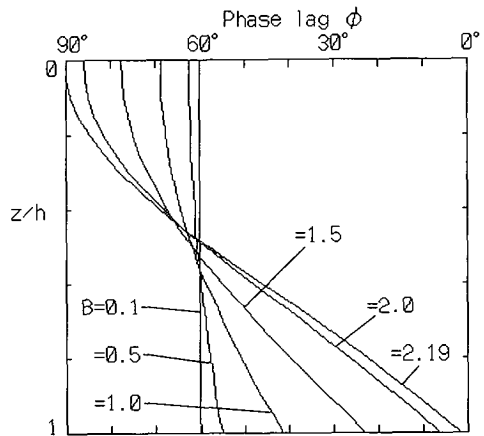
図2からわかるように、粉体の無次元層厚 B が低いときには、旋回の半径、および、ふるい網との位相遅れ ϕ は粉体層のどの位置 z/h においてもほぼ一定であり、粉体層は全体が一体となって、剛体のように運動しているとみなすことができる。しかし、粉体層の高さが増すと、網面に近い部分の粉の旋回半径が増加し網面の旋回半径に近づく。同時に、網面に近い粉体層の網面との位相遅れが、急に小さくなる。すなわち、粉体層厚が増すと粉体層底面と網面の相対的な運動が減少する。これは粉体層の高さが増すと、粉体層の底面とふるいの網面が相対的に運動しない状態($R_a(h)=1$)に近づくことを意味する。

いま、粉体層が一体となって、剛体のように網面上を運動している場合を考える。遠心力 $r_0\omega^2$ と網面からの摩擦力 μg が釣合うことから、その旋回半径 $R_{a0} = r_{a0}/r_0$ は次式で与えられる。

$$R_{a0} = \mu g / (r_0 \omega^2) = 1/C_e \dots\dots\dots(15)$$



(a) 旋回半径 $R_a(z)$ と無次元層厚 B の関係



(b) ふるい面に対する粉体層の位相遅れ ϕ

図2 静止系からみた粉体層各位置の運動と無次元層厚 B の関係($C_e=2$)

すなわち粉体層が剛体的に運動していると仮定すると、摩擦係数 μ は R_{a0} に比例することになる。

図2で粉体層の表面($z=0$)における静止系からみた旋回半径 $R_a(0)$ と粉体層厚 B の関係に注目すると、層厚 B が増加すると旋回半径 $R_a(0)$ は減少している。これは粉体層の下層の運動とは逆の傾向である。粉体層表面の旋回半径 $R_a(0)$ を用いて、式(15)より計算した網面と粉体層との摩擦係数 μ は、層厚が厚いほど小さくなるのが従来から知られている⁽²⁾。これは図2からも予想されることで、層厚 B が増加すると $R_a(0)$ は減少するので、粉体層の旋回半径として $R_a(0)$ を用いて式(15)に代入し計算した μ は小さくなるからである。

ふるいの性能に関しては、ふるいと粉体層の相対運動、特に、粉体層底面とふるいとの相対運動が重要と

考えられる。網面の運動を $w_s(t)$ で表すと、粉体層の網面に対する相対運動は $w(z, t) - w_s(t)$ で与えられる。すなわち、式(9)および(10)より、

$$w(z, t) - w_s = r_0 [W(z)/r_0 - 1] \exp(j\omega t) = r_r(z) \exp(j\omega t)$$

相対運動も円運動である。その無次元巡回半径 $R_r(z) = r_r(z)/r_0$ とふるいに対する位相遅れ ψ を図3に示す。図3は図2と同じ条件下における粉体層の相対運動を示したものである。粉体層厚 B が増加するにつれ、粉体層下部の相対運動の半径が減少し、位相遅れは増加し、網面と同じ運動をするようになる。しかし、網面より少し離れた位置以上にある粉体層はほぼ一体として運動している。

相対運動の半径 $R_r(h)$ は層厚 B の増加に伴い、単調に減少する。また、旋回の強さ C_e が大きいほど、相

対巡回半径 $R_r(h)$ は大きく、また、 $R_r(h)=0$ となる無次元層厚 B の値も大きい。すなわち、ふるいの巡回加速度が大きいほど、厚い粉体層まで粉体は網面と相対運動が可能なることを示している。 $R_r(h)=0$ となる B の限界値以上では、粉体層と網面の相対運動は生じなくなると考えられる。

4.2 限界層厚 粉体層底面 ($z=h$) の巡回半径 $R_a=1$ となるときの限界層厚 B を限界層厚 B_{cr} とよぶことにして、それを旋回の強さ C_e に対して示したものが図4である。式(13)および(11)で $W(h)/r_0=1$ となる条件から

$$B_{cr} = C_e |\tanh(\beta)| \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 B_{cr} が十分大きい範囲で考えると、

$$\tanh(\beta) \approx \tanh(B_{cr}/\sqrt{2}) \approx 1$$

より、式(16)は

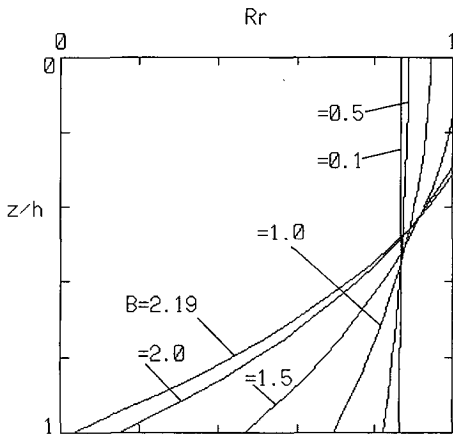
$$B_{cr} \approx C_e \dots\dots\dots (17)$$

図4からも B_{cr} の大きい範囲では式(17)の関係が成立していることがわかる。ふるいとして機能する C_e の最小値は1であるから、 $C_e=1$ のごく近傍を除き、限界層厚 B_{cr} は C_e にほぼ比例する、あるいは、限界層厚 h_{cr} は

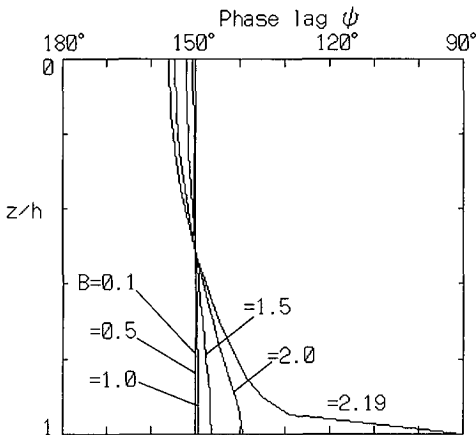
$$h_{cr} \propto \omega(\gamma/\rho)^{1/2}$$

と表せる。

図4には前報⁽⁵⁾の実験結果から得られた限界層厚 h_{cr} を無次元化した無次元層厚 B_{cr} も示されている。ただし、式(12)からわかるように、無次元層厚 B を求めるには密度 ρ と粉体層のせん断強さ γ を決める必要がある。密度 ρ については、前報で述べた実験から



(a) ふるい面に対する粉体層各位置での相対運動の巡回半径 $R_r(h)$ と無次元層厚 B の関係



(b) ふるい面に対する粉体層各位置での相対運動の位置遅れ ψ と無次元層厚 B の関係

図3 ふるい面に対する粉体層の相対運動 ($C_e=2$)

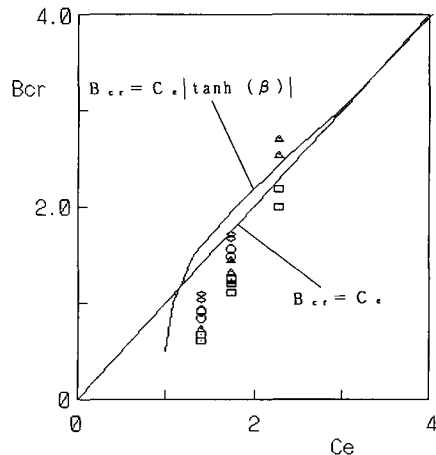


図4 限界層厚 B_{cr} と旋回の強さ C_e の関係 (◇, △, □, ○: それぞれふるい A, B, C, D の実験値⁽⁵⁾)

$\rho=700 \text{ kg/m}^3$, また, γ についてはリングセルによる静的なせん断試験から得られた値が, 1~2 kPaであったので, 1.5 kPaとした。さらに, 旋回の強さ C_e を求めるには, 網面と粉体層底面との摩擦係数 μ が必要である。前報で報告したように, ばらつきはあるが傾斜法による静的な試験から得られた値 $\mu=1$ を用いて整理した。図からわかるように, 実験値はばらつきが大きい, 定性的には実験結果は解析結果と一致している。解析上, 限界層厚に最も影響があるのは, 摩擦係数 μ の値である。一般に, 粉体粒子が細かい場合には摩擦係数はしばしば1以上となることが知られているが, 傾斜法による静的な摩擦係数も10%以上のばらつきが見られた。今回の実験における動的な摩擦係数 μ は1以上と思われる。その場合図4の実験値は, 少し左に位置することになり, より計算結果に近づく。なお前報⁽⁹⁾の実験で用いたふるい A, B, C はく形で面積がそれぞれ 0.247, 0.169, 0.087 m², また, ふるい D は円形で面積は 0.171 m² であった。

4.3 処理速度 次に, 限界層厚以下における粒子のふるい通過のメカニズムについて考えてみる。通過量に及ぼすふるいの目開きと粒径の影響に関する研究はなされているが, 網面と粉体が運動をしているときの, ふるいの振動の強さと通過量についてはほとんど明らかにされていない。そこで次のように考える。

粉体層は網面に引きずられることによって, 常に旋回運動している。特に網面と接する底面では網面によって網面と接する粉体が, こそげられ網面を通過すると考えられる。こそげられる量は網面と粉体層底面の相対変位に伴って増加すると考えられる。ここでは簡単に粉体層の相対変位に比例すると考える。次に, こそげられた粉体が網面を通過する速さは, 粉体層から加えられる網面の位置での圧力に伴って, 増加すると考えることにする。さらに粉体層のかさ密度は一定と考え, 圧力は粉体層厚に比例すると考える。したがって, 通過量は粉体層厚さに伴って増加する。これは, こそげられた粉体が, 網面を通過する運動を, 液体が小さな穴を通過する運動として, 考えたのと同じである。このような絞りとして, 通常, 毛細管絞り, オリフィス絞りが考えられる。毛細管絞りでは, 通過量は網面の位置における粉体層の圧力 ρgh に比例すると仮定することになり, オリフィス絞りでは圧力の平方根に比例すると仮定することになる。層厚に比例すると仮定すると, 通過量は層厚に比例して増加し, 一方, 層厚の平方根に比例すると考えると, 層厚に対して通過量はより急激に増加する。

類似の現象としてラッピングにおけるラップ量とラ

ップ圧力との関係がある⁽⁴⁾。この場合, ラップ量は圧力に比例すると考えるのが一般的であるが, 十分な理論的根拠はないようである。ふるいの処理速度に関しては, 実験結果とその比較から, 処理量と粉体層厚の関係は, 網面を通過する量は層厚の平方根に比例するとしたほうが, 定性的にはよく一致するので, 以下では処理速度は粉体層厚の平方根と単位時間当たりの粉体層底面の移動距離の積に比例すると考えると, 単位時間当たりの処理速度 q は次のように表せる。

$$q \propto r \omega (\rho gh)^{1/2}$$

あるいは, 無次元量 R_r, B を用いて

$$q = \text{const.} R_r B^{1/2} C_e^{1/4} \dots \dots \dots (18)$$

式(18)で与えられる通過量(処理速度) q を計算してみると図5のようになる。初め, 層厚 B の増加に伴い, 処理速度 q は急激に増加する。やがて q は最大値に達しそれ以上の層厚 B の範囲では q は減少する。層厚の小さい範囲では旋回の強さ C_e の大きさによる処理速度の差はほとんどないが, 層厚 B がさらに大きい範囲では, 処理速度は C_e に伴って増加する。また, C_e が大きいほど処理できる限界層厚 B も高いことがわかる。

先にも述べたように, 処理速度 q が層厚 B に比例すると考えると, B が小さい範囲の処理速度 q は直線的に増加することになる。

図6には処理速度 q と層厚 h の実験結果⁽⁹⁾と計算結果の比較を示す。前報で示したように同じ旋回速度でも, ふるいによって単位面積当たりの処理速度 q に若干のばらつきがあるため, 図にはふるい B の実験結果が示されている。摩擦係数 μ , かさ密度 ρ , γ の値は図4と同様, それぞれ, 1, 700 kg/m³, 1.5 kPa としている。□, ○, ■はそれぞれふるいの旋回速度が 319,

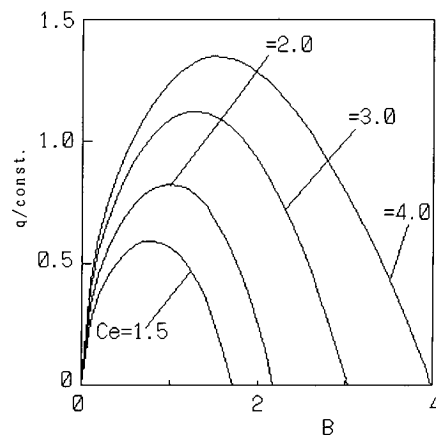


図5 単位面積当たりの処理速度 q と層厚 B の関係

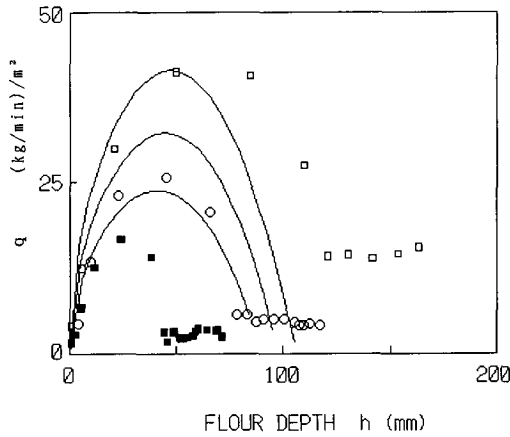


図6 処理速度 q と層厚 h (実験値⁽⁶⁾と計算値；
□, ○, ■：回転速度が 319, 279, 250 rpm における
ふるい B の実験値)

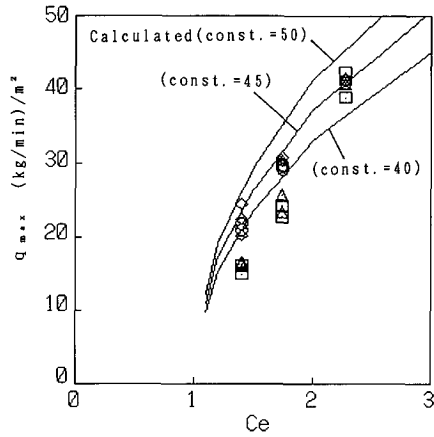


図7 ふるいの単位面積当たりの最大処理速度 q_{max} (実験
値⁽⁶⁾と計算値；◇, △, □, ○：それぞれふるい A,
B, C, D の実験値)

279, 250 rpm のときの処理速度を示す。

図から定性的には似た傾向を示すが、定量的には合っていない。限界層厚および、最大処理速度は、実験結果のほうが振動の強さ C_e により依存していることがわかる。本解析では粉体層に対するふるい容器の壁面の影響を考えていないが、粉体層の運動に及ぼす壁面の影響は無視できないと思われる。当然、より正確な予測には更に γ および ρ の z 方向の変化、回転速度の影響などを考慮する必要がある。

図6で示した処理速度を計算する際に用いた式(18)は比例係数 $const.$ を含んでいる。図6では $const. = 45$ としているが、この値は次のようにして決めた。図7に実験を行った三つの回転速度における最大処理速度⁽⁶⁾と $const.$ を 40~50 まで変えたときのグラフが示されている。この図から、 $const. = 45$ とした。

計算では限界層厚以上では処理速度は零としているが、実際には処理速度は零とはならない。実験結果をみるとこの範囲における処理速度は層厚 B にあまり依存していない。網面が静止していて、その上にある粉体が重力によって落下する条件では粉体層厚の影響は少なく、通過量はほぼ一定である⁽²⁾。このことから、限界層厚以上では、粉体の処理速度は網面上に静かにおかれた粉体の網通過と同様なメカニズムで決まると考えられるが、この「静的ふるい網を通過するメカニズム」もよくわかっていないので、ここではこれ以上立

入らない。

5. 結 論

ジャイレトリ・シフタ上の粉体層を内部摩擦モデルで近似し、粉体の運動を解析した。さらに、ふるい網を通過する単位時間当たりの粉体の処理速度が、ふるいに対する粉体層底面の相対回転半径 R_r に比例し、層厚の平方根に比例するとして処理速度を求めた。その結果、これらの解析結果は実験値の傾向をかなりよく説明することがわかった。

本論文において考察したモデルにより、粉体の運動、処理速度に関して一応定性的な説明が可能であることが確認されたが、実際には、粉体は容器壁面に衝突しながら運動しており、容器壁面の影響は無視できないものと考えられる。定量的な評価を行うためには、今後、ふるい容器の壁面の影響、粉体層のせん断力の定式化の妥当性を検討する必要がある。

文 献

- (1) 日高, 粉体工学会誌, 29-6 (1992), 465.
- (2) 三輪, 粉粒体工学, (1972), 207, 朝倉書店.
- (3) 例えば, 粉体工学会, 第 28 回夏期シンポジウム講演要旨集, (1992).
- (4) 田中・津和, 精密工作法(下), (1970), 307, 共立出版.
- (5) 佐藤・ほか 3 名, 機論, 59-565, C (1993), 2688.