J. Saitama Univ., Fac. Educ., 57(1) : 233-240 (2008)

Sur certains comportements asymptotes des super-processus avec immigration

Isamu DÔKU*

Résumé

Nous considérons dans cet article les super-processus avec immigration associés aux SDSM au sens de Dawson-Li-Wang. Particulièrement, certains comportements asymptotes des super-processus avec immigration nous intéressent beaucoup. De fait, en utilisant quelques sortes des expressions sur le super-processus avec valeurs dans l'espace de mesures, nous étudierons les conditions par lesquelles existe la limite de processus en question lorsque le temps tend vers l'infini.

Mots-clés: mesure aléatoire, comportement asymptote, théorème limite, super-processus avec immigration, problème de martingale.

I Introduction

Cet article traite le problème de comportement asymptote des super-processus avec immigration, et notre seul but est d'étudier certains comportements asymptotes des super-processus avec immigration associés aux SDSM (=super-processus avec le mouvement spatial dépendant) [4], en particulier lorsque le temps tend vers l'infini. De fait, nous étudierons les conditions par lesquelles existent de tells limites significatives.

Soit $\varphi_p(x) = (1+x^2)^{-p/2}$, $x \in \mathbb{R}$, pour un nombre non-négatif p. L'espace $C_p(\mathbb{R})$ désigne l'ensemble de toutes les fonctions continues f sur $\mathbb{R}$, telles que f remplisse l'inégalité $|f| \leqslant C_0\varphi_p$, $(\exists C_0 > 0)$. $C_p^2(\mathbb{R})$ est un sous-ensemble de $C_p(\mathbb{R})$, celui qui désigne l'ensemble de toutes les fonctions deux fois continûment dérivables f dans $\mathbb{R}$, telles que f remplisse l'inégalité $|f'| + |f''| \leqslant C_1\varphi_p$, $(\exists C_1 > 0)$. Soient

* Université de Saïtama, Département de Mathématiques, 338-8570 Saïtama, Japon.
E-mail: idoku@math.edu.saitama-u.ac.jp.

$M_p(\mathbb{R})$ (resp. $M_p^a(\mathbb{R})$) l'espace de toutes les mesures boréliennes tempérées μ (ou bien l'espace de toutes les mesures tempérées atomiques) sur $\mathbb{R}$, respectivement, telles que l'on ait

$$(1) \qquad \langle f, \mu \rangle = \int_{\mathbb{R}} f(x)\mu(\mathrm{d}x) < +\infty, \qquad \text{pour} \quad \forall f \in C_p(\mathbb{R}).$$

Pour une fonction fixée une fois continûment dérivable dans $\mathbb{R}$, telle que h et h' soient en même temps carrées intégrables, on définit

$$(2) \qquad \rho(x) = \int_{\mathbb{R}} h(y-x)h(y)\mathrm{d}y, \qquad \text{pour} \quad x \in \mathbb{R}.$$

Soient $\sigma > 0$ et $m \in M_p(\mathbb{R})$. De plus, soit $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t\geq 0}, \mathbb{P})$ l'espace probabilisé standard élémentaire avec filtration usuelle. Supposons ici que la fonction prévisible non-négative $q : [0,\infty) \times \mathbb{R} \times \Omega \to \mathbb{R}_+$ satisfait la condition

$$(3) \qquad \int_0^t \mathbb{E}[\langle q(s)\varphi_p, m\rangle^2]\mathrm{d}s < +\infty, \qquad \text{pour} \quad \forall t \geq 0.$$

Dans ce cas on écrit $q \in L^2_{\text{pré}}(\Omega)^+$.

Définition 1. *Soit $X = \{X_t; t \geq 0\}$ un processus stochastique continu avec valeurs dans l'espace $M_p(\mathbb{R})$. On dit que X est un super-processus généralisé avec immigration q et mouvement spatial dépendant, si $X = \{X_t; t \geq 0\}$ satisfait les conditions (4)–(5) suivantes: pour chaque $\varphi \in C_p^2(\mathbb{R})$ et $\mu \in M_p(\mathbb{R})$*

$$(4) \qquad M_t(\varphi) = \langle \varphi, X_t\rangle - \langle \varphi, \mu\rangle - \int_0^t \left\langle \frac{\rho(0)}{2}\varphi'', X_s \right\rangle \mathrm{d}s - \int_0^t \langle q(s)\varphi, m\rangle \mathrm{d}s$$

est une martingale continue par rapport à $(\mathcal{F}_t)_{t\geq 0}$, dont le processus de variation quadratique est donné par

$$(5) \qquad \langle M(\varphi)\rangle_t = \int_0^t \langle \sigma\varphi^2, X_s\rangle \mathrm{d}s + \int_0^t \mathrm{d}s \int_{\mathbb{R}} \langle h(z-\cdot)\varphi', X_s\rangle^2 \mathrm{d}z.$$

II Construction d'une solution au problème de martingale

Dans cette section nous allons donner la construction d'une solution au problème de martingale (4)–(5), que nous avons déjà introduit dans la section précédente. Tout d'abord nous considérerons le problème de martingale avec mesure initiale $\mu \in M_p^a(\mathbb{R})$. Soit $\{B_t; t \geq 0\}$ un mouvement brownien standard, et soit $\{\xi_t; t \geq 0\}$ un processus de diffusion avec branchement de Feller, cedlui qui est donné comme une solution unique de l'équation différentielle stochastique [18] du type

$$(6) \qquad \mathrm{d}\xi_t(\omega) = \sqrt{\sigma\xi_t(\omega)}\mathrm{d}B_t(\omega), \qquad t \geq 0,$$

où σ désigne un taux de branchement constant. Soient $W = C([0,\infty); \mathbb{R}^+)$ et $\tau_0(w) = \inf\{s > 0 : w(s) = 0\}$ pour $w \in W$. En ce cas on définit un sous-ensemble W_0 de W comme la totalité d'éléments $w \in W$ tels que $w(t) = w(0) = 0$ pour tout $t \geq \tau_0(w)$. Le symbole $\mathcal{B}(W_0)$ désigne la tribu topologique engendrée sur W_0 par le processus canonique [20], et on désigne par $\mathbb{Q}_k$ la loi d'excursion de la diffusion de branchement avec σ [3]. D'autre part, $W(\mathrm{d}s, \mathrm{d}y)$ désigne un bruit blanc sur $[0,\infty) \times \mathbb{R}$, la famille $\{\xi_i(t);\ t \geq 0\}$ est une suite de diffusions de σ-branchement indépendantes avec valeur initiale déterministique $\xi_i(0) = \xi_i$ pour $i \in \mathbb{N}$, et soit N_1 une mesure aléatoire de Poisson sur $[0,\infty) \times \mathbb{R} \times [0,\infty) \times W_0$ avec intensité $\mathrm{d}s \cdot m(\mathrm{d}a)\mathrm{d}u\mathbb{Q}_k(\mathrm{d}w)$, où W, $\{\xi_i\}$ et N_1 sont mutuellement indépendants. *Pour* $t \geq 0$ on écrit par $\mathcal{F}_t$ la tribu complète engendrée par les familles de W, $\{\xi_i\}$ et N_1. Selon Wang [23] et Dawson et al. [4], il est bien connu que l'équation stochastique

$$x(t) = a + \int_r^t \int_{\mathbb{R}} h(y - x(s))W(\mathrm{d}s, \mathrm{d}y), \qquad t \geq r \tag{7}$$

possède une solution unique $\{x(r,a,t); t \geq r\}$ pour aucun $(r,a) \in [0,\infty) \times \mathbb{R}$. Supposons ici que $\mu = \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i \delta_{a_i} \in M_p^a(\mathbb{R})$ où $\{a_i\} \subset \mathbb{R}$. En conséquence, le processus stochastique

$$Y_t = \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i(t)\delta_{x(0,a_i,t)} + \int_0^t \int_{\mathbb{R}} \int_0^{q(s,a)} \int_{W_0} w(t-s)\delta_{x(s,a,t)} N_1(\mathrm{d}s, \mathrm{d}a, \mathrm{d}u, \mathrm{d}w) \tag{8}$$

avec valeurs dans l'espace $M_p^a(\mathbb{R})$ possède une modification continue $\tilde{Y}_t$ dans $M_p^a(\mathbb{R})$, celle qui donne une solution au problème de martingale (4)–(5), cf. Théorème 2.1, p.6 de Li-Xiong [21].

Ensuite, on va considérer le cas de mesure initiale générale $\mu \in M_p(\mathbb{R})$. Ici nous avons besoin d'une mesure nouvelle. En fait, N_0 est une mesure aléatoire de Poisson sur $\mathbb{R} \times W_0$ avec intensité $\mu(\mathrm{d}a)\mathbb{Q}_k(\mathrm{d}w)$. On définit maintenant

$$W_t = \int_{\mathbb{R}} \int_{W_0} w(t)\delta_{x(0,a,t)} N_0(\mathrm{d}a, \mathrm{d}w), \qquad t > 0 \tag{9}$$

avec $W_0 = \mu \in M_p(\mathbb{R})$. En ce moment le processus stochastique

$$Y_t = W_t + \int_0^t \int_{\mathbb{R}} \int_0^{q(s,a)} \int_{W_0} w(t-s)\delta_{x(s,a,t)} N_1(\mathrm{d}s, \mathrm{d}a, \mathrm{d}u, \mathrm{d}w), \qquad t \geq 0 \tag{10}$$

possède aussi une modification continue $\tilde{Y}_t$ dans $M_p(\mathbb{R})$, celle qui est une solution au problème de martingale (4)–(5), cf. Théorème 2.2, p.8 de [21].

III Résultats principals

Nous introduirons dans cette section quelques résultats principals de cet article. Nous désignons par $X = \{X_t; t \geq 0\}$ un processus stochastique continu avec valeurs dans l'espace $M_p(\mathbb{R})$. Nous supposons ici que $\{X_t\}$ soit un super-processus généralisé avec immigration au taux d'immigration $q = q(t,x)$ et avec mouvement spatial dépendant, celui qui a été défini en première section. Tout d'abord on va commencer à introduire un résultat primitif sur le comportement asymptote du processus $\{X_t; t \geq 0\}$ en question. C'est-à-dire que:

Théorème 2. *Il existe une constante* $(\exists) C_2 \equiv C_2(\varphi_p) > 0$ *dépendante à la fonction* φ_p, *telle que si* $\eta > \frac{1}{2} C_2 \|\rho\|_\infty$, *alors l'égalité suivante soit valable*:

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\eta t}\mathbb{E}[\langle \varphi_p, X_t\rangle] = 0. \tag{11}$$

Ensuite, le résultat suivant nous pourvoit du comportement asymptote similaire à l'assertion du théorème 2, mais sous la condition distincte.

Théorème 3. *Supposons que* $\|q(t,\omega)\|_{L^1(\mathbb{R},\varphi_p \mathrm{d}m)}$ *soit carré intégrable sur* $[0,\infty)\times\Omega$ *par rapport à la mesure de produit* $\mathrm{d}\ell \otimes \mathrm{d}\mathbb{P}$. *Pour aucune* $f \in C_p^2(\mathbb{R})$ et $\eta > 0$,

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\eta t}\mathbb{E}[\langle f, X_t\rangle] = 0, \tag{12}$$

où $\mathrm{d}\ell$ *est une mesure de Lebesgue sur* $\mathbb{R}$.

Le dernier résultat est très important au sens des théorèmes limites sur les super-processus, et nous pourvoit de la condition suffisante pour le processus en question à avoir la limite significative.

Théorème 4. *Soit* $P_{t,x}(\mathrm{d}y)$ *une probabilité de transition du mouvement brownien* $B = \{B_t\}$ *dont la variation quadratique est donnée par* $\int_0^t \rho(0)\mathrm{d}s$. *S'il existe la limite finie*

$$\eta_0 = \limsup_{t\to\infty} \frac{1}{t} \log \mathbb{E} \iint_{\mathbb{R}^2} q(s) 1_{(0,t]} \langle \varphi_p, P_{t-s,x}\rangle (\ell \otimes m)(\mathrm{d}s \times \mathrm{d}x), \tag{13}$$

alors pour aucune $f \in C_p^2(\mathbb{R})$, *le terme* $e^{-\eta_0 t}\mathbb{E}[\langle f, X_t\rangle]$ *possède la limite finie* ($\neq 0$) *lorsque* $t \to \infty$.

IV Preuves des comportements asymptotes

Dans cette section nous allons donner les preuves de tous les théorèmes, ceux qui sont des résultats principals de cet article.

1 Démonstration du théorème 2

En vertu de la caractérisation de martingale du super-processus X, on a alors

$$\langle \varphi, X_t\rangle = M_t(\varphi) + \langle \varphi, \mu\rangle + \frac{\rho(0)}{2}\int_0^t \langle \varphi'', X_s\rangle \mathrm{d}s + \int_0^t \langle q(s)\varphi, m\rangle \mathrm{d}s. \tag{14}$$

En faisant attention à l'égalité $\mathbb{E}[M_t(\varphi_p)] = 0$ [20], nous pouvons prendre l'espérance $\mathbb{E}[\cdot]$ de (14) par rapport à $d\mathbb{P}$ et appliquer le théorème de Fubini à obtenir

$$\mathbb{E}[\langle \varphi_p, X_t \rangle] = \langle \varphi_p, \mu \rangle + \int_0^t \mathbb{E}[\langle q(s)\varphi_p, m \rangle]\mathrm{d}s + \frac{\rho(0)}{2}\mathbb{E}\int_0^t \langle \varphi_p'', X_s \rangle \mathrm{d}s. \tag{15}$$

De plus, un simple calcul avec l'inégalité de Gronwall entraîne l'estimation suivante, parce que nous avons utilisé la relation triviale $|\varphi_p'| + |\varphi_p''| \leqslant C_1\varphi_p$, $(\exists C_1 > 0)$. C'est-à-dire:

Lemme 5. *Le super-processus $X = \{X_t; t \geq 0\}$ étant une solution au problème de martingale* (4)–(5), *celui qui satisfait l'inégalité*

(16)

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\langle \varphi_p, X_t \rangle] \leqslant \langle \varphi_p, \mu \rangle &+ \int_0^t \mathbb{E}[\langle q(s)\varphi_p, m \rangle]\mathrm{d}s \\ &+ \frac{C_1}{2}\|\rho\|_\infty \int_0^t \left(\langle \varphi_p, \mu \rangle + \int_0^s \mathbb{E}[\langle q(u)\varphi_p, m \rangle]\mathrm{d}u \right) e^{\frac{C_1}{2}\|\rho\|_\infty (t-s)}\mathrm{d}s,\end{aligned}$$

cf. Eq.(2.5) en Proposition 2.1 de [21]. □

Quand on emploie (16) du lemme 5, il est très facile de voir

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\eta t}\langle \varphi_p, \mu \rangle = 0 \tag{17}$$

tant que $\eta > 0$. Ensuite, nous pouvons employer l'inégalité de Cauchy-Schwarz à obtenir

(18)

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to\infty} e^{-\eta t}\int_0^t \mathbb{E}[\langle q(s)\varphi_p, m \rangle]\mathrm{d}s \\ &\leqslant \left(\sup_{t\geq 0} \int_0^t \mathbb{E}|\langle q(s)\varphi_p, m \rangle|^2 \mathrm{d}s \right)^{1/2} \cdot \lim_{t\to\infty} \frac{t^{1/2}}{e^{\eta t}} = 0.\end{aligned}$$

D'autre part, sous notre hypothèse nous avons alors

(19)

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to\infty} e^{-\eta t}\frac{C_1}{2}\|\rho\|_\infty \int_0^t \langle \varphi_p, \mu \rangle e^{\frac{C_1}{2}\|\rho\|_\infty (t-s)}\mathrm{d}s \\ &\leqslant \langle \varphi_p, \mu \rangle \cdot \lim_{t\to\infty} e^{-(\eta - \frac{C_1}{2}\|\rho\|_\infty)t} = 0,\end{aligned}$$

et de plus, par l'inégalité de Cauchy-Schwarz encore

(20)

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to\infty} e^{-\eta t}\frac{C_1}{2}\|\rho\|_\infty \int_0^t \left(\int_0^s \mathbb{E}[\langle q(u)\varphi_p, m \rangle]\mathrm{d}u \right) e^{\frac{C_1}{2}\|\rho\|_\infty (t-s)}\mathrm{d}s \\ &\leqslant \frac{C_1}{2}\|\rho\|_\infty \lim_{t\to\infty} e^{-\eta t}t^{1/2}e^{\frac{C_1}{2}\|\rho\|_\infty t}\left(\int_0^\infty \mathbb{E}|\langle q(s)\varphi_p, m \rangle|^2 \mathrm{d}s \right)^{1/2} \cdot \int_0^t e^{-\frac{C_1}{2}\|\rho\|_\infty s}\mathrm{d}s \\ &\leqslant K_p(q) \lim_{t\to\infty} e^{-\eta t}t^{1/2}\left(e^{\frac{1}{2}C_1\|\rho\|_\infty t} - 1 \right) \\ &\leqslant K_p(q) \lim_{t\to\infty} \frac{t^{1/2}}{e^{(\eta - \frac{1}{2}C_1\|\rho\|_\infty)t}} = 0,\end{aligned}$$

où $K_p(q)$ est une constante positive simplement dépendante au paramètre p et q. Enfin, on n'a qu'à combiner des termes (17), (18), (19) et (20). Leur combinaison nous amène à la conclusion souhaitée. Cela signifie le résultat du théorème 2.

2 Démonstration du théorème 3

Quand on désigne par $(P_t)_{t\geq 0}$ le semi-groupe du mouvement brownien dont la variation quadratique est donnée par $\rho(0)\mathrm{d}t$, alors on obtient par la discussion similaire à [22]:

Lemme 6. *Pour tout $t \geq 0$ et $f \in C_p^2(\mathbb{R})$, on a alors*

$$\langle f, X_t\rangle = \langle P_t f, \mu\rangle + \int_0^t \langle q(s)P_{t-s}f, m\rangle \mathrm{d}s + \int_0^t \int_{\mathbb{R}} P_{t-s}f(x)M(\mathrm{d}s, \mathrm{d}x), \tag{21}$$

où le dernier terme en (21) *est une intégrale stochastique par rapport à martingale,* cf. Eq.(2.7) en Proposition 2.2 de [21]. □

Donc, il suit du lemme 6 immédiatement que

$$\mathbb{E}[\langle f, X_t\rangle] = \langle P_t f, \mu\rangle + \int_0^t \mathbb{E}[\langle q(s)P_{t-s}f, m\rangle]\mathrm{d}s. \tag{22}$$

Cette expression est très utile à considérer l'estimation du terme $\mathbb{E}[\langle f, X_t\rangle]$. En fait, nous pouvons nous servir de (22) à déduire

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\eta t}\langle P_t\varphi_p, \mu\rangle \leqslant \lim_{t\to\infty} Ce^{-\eta t}|||P_t|||\langle\varphi_p, \mu\rangle = 0. \tag{23}$$

Par ailleurs, une application simple de l'inégalité de Cauchy-Schwarz rend le calcul facile, et nous obtenons ici

$$\begin{aligned} &\lim_{t\to\infty} e^{-\eta t}\int_0^t \mathbb{E}[\langle q(s)P_{t-s}f, m\rangle]\mathrm{d}s \\ &\leqslant \lim_{t\to\infty} C_0 e^{-\eta t}\int_0^t |||P_{t-s}|||\cdot \mathbb{E}[\langle q(s)|\varphi_p|, m\rangle]\mathrm{d}s \\ &\leqslant \lim_{t\to\infty} e^{-\eta t}t^{1/2}|||P_{t-s}|||\left(\int_0^\infty \mathbb{E}|\langle q(s)\varphi_p, m\rangle|^2\mathrm{d}s\right)^{1/2} = 0. \end{aligned} \tag{24}$$

Par conséquent, de (23) et (24) on obtient aisément (12). Ce qui termine la démonstration du théorème 3.

3 Démonstration du théorème 4

Pour obtenir l'assertion, il suffit de considérer le terme $\int_0^t \mathbb{E}[\langle q(s)P_{t-s}f, m\rangle]\mathrm{d}s$ seulement au lieu de $\mathbb{E}[\langle f, X_t\rangle]$. En fait, il est facile de voir

(25)

$$\begin{aligned} &\lim_{t\to\infty} e^{-\eta t}\int_0^t \mathbb{E}[\langle q(s)P_{t-s}f, m\rangle]\mathrm{d}s \\ &= \lim_{t\to\infty} e^{-\eta t}\mathbb{E}\int_0^t \iint_{\mathbb{R}^2} q(s,x)f(y)P_{t-s,x}(\mathrm{d}y)m(\mathrm{d}x)\mathrm{d}s \\ &= \lim_{t\to\infty} e^{-\eta t}\mathbb{E}\iint\int_{\mathbb{R}^3} q(s)1_{(0,t]}(s)f(y)(P_{t-s,x}\otimes m\otimes \ell)(\mathrm{d}y\times \mathrm{d}x\times \mathrm{d}s). \end{aligned}$$

Par hypothèse (13), l'intégrale $\mathbb{E}\iint\int[*]$ du dernier terme en (25) est équivalent à $e^{\eta_0 t}$ à la façon approximative. Cela signifie que la limite de $e^{-\eta_0 t}\mathbb{E}[\langle f, X_t\rangle]$ peut posséder la valeur finie significative, lorsque le temps t tend verz l'infini. Ce qui donne le résultat souhaité.

Remerciments. Ce travail est soutenu en partie par les frais de recherche pour le projet de recherche élémentaire : No A06–513 (année d'exercice 2006) sur "les théorème limites de super-processus", ceux qui ont été distribués par le centre d'organisation de recherches innovatrices (CORI) à l'université de Saïtama.

Références

[1] R. Abraham et J.-F. Le Gall: Sur la mesure de sortie du super mouvement brownien. *Probab. Theory Relat. Fields* **99** (1994), 251–275.

[2] D. Aldous: Stopping times and tightness. *Ann. Probab.* **6** (1978), 335–340.

[3] D.A. Dawson et Z.H. Li: Construction of immigration superprocesses with dependent spatial motion from one-dimensional excursions. *Probab. Theory Relat. Fields* **127** (2003), 37–61.

[4] D.A. Dawson, Z.H. Li et H. Wang: Superprocesses with dependent spatial motion and general branching dendities. *Electr. J. Probab.* **6**, No.25 (2001), 1–33.

[5] D.A. Dawson, Z.H. Li et X.W. Zhou: Superprocesses with coalescing Brownian spatial motion as large scale limits. *J. Theoret. Probab.* **17** (2004), 673–692.

[6] C. Dellacherie et P.-A. Meyer: *Probabilité et Potentiel : Théorie des Martingales.* Tome I et II, Hermann, Paris, 1980.

[7] J.-F. Delmas: Super-mouvement Brownien avec catalyse. *Stochastic Stochastic Rep.* **58** (1996), 307–347.

[8] I. Dôku: Compacité étroite des lois relatives à la densité de processus suggérée par un problème de martingale. *J. Saitama Univ. Math. Nat. Sci.* **51**(2) (2002), 1–15.

[9] I.Dôku: Weighted additive functionals and a class of measure-valued Markov processes with singular branching rate. *Far East J. Theo. Stat.* **9** (2003), 1–80.

[10] I. Dôku: A certain class of immigration superprocesses and its limit theorem. *Adv. Appl. Stat.* **6**(2) (2006), 145–205.

[11] I. Dôku: A limit theorem of superprocesses with non-vanishing deterministic immigration. *Sci. Math. Jpn.* **53** (2006), 577–593.

[12] I. Dôku: Un théorème limite de système des particules aléatoires et processus de branchement à valeurs dans mesures. *J. Saitama Univ. Fac. Educ.* **56**(1) (2007), 307–321.

[13] I. Dôku: Construction des super-processus associés aux processus de branchement dépendants de l'âge. *J. Saitama Univ. Fac. Educ.* **56**(2) (2007), 81–93.

[14] I. Dôku: Limit theorems for rescaled immigration superprocesses. Apparaître à *Proc. RIMS Workshop on Stochastic Analysis*, (2007), 1–15.

[15] E.B. Dynkin: *An Introduction to Branching Measure-Valued Processes.* CRM Monograph Series, 6. Amer. Math. Soc. Providence, 1994.
[16] A.M. Etheridge: *An Introduction to Superprocesses.* Amer. Math. Soc., Providence, 2000.
[17] S.N. Ethier et T.G. Kurtz: *Markov Processes : Characterization and Convergence.* Wiley, New York, 1986.
[18] N. Ikéda et S. Oitanabé: *Stokhastitséskie différentsialïnye ouravnenia i diffuzionnye protsessy (Équations différentielles stochastiques et processus de diffusion).* (en russe) Naouka, Moscou, 1986.
[19] J. Jacod et A.N. Shiryaev: *Limit Theorems for Stochastic Processes.* Springer-Verlag, Berlin, 1987.
[20] G. Letta: *Martingales et Intégration Stochastique.* Scuola Normale Superiore, Pisa, 1984.
[21] Z.H. Li et J. Xiong: Continuous local time of a purely atomic immigration superprocess with dependent spatial motion. *preprint*, (2006), 1–22.
[22] T. Shiga: A stochastic equation based on a Poisson system for a class of measure-valued diffusion processes. *J. Math. Kyoto Univ.* **30** (1990), 245–279.
[23] H. Wang: State classification for a class of measure-valued branching diffusions in a Brownian medium. *Probab. Theory Relat. Fields* **109** (1997), 39–55.

(Received September 28, 2007; Accepted October 19, 2007)