

修士論文

算数・数学教育における  
集団としての学習に関する基礎的考察

埼玉大学大学院 教育学研究科  
教科教育専攻 数学教育専修  
指導教員 二宮裕之先生

08AC201

青木 徹

## 序章

### 本研究の目的及び方法

現在、学習は学級という集団の中で行われているものである。なぜ学校教育における学習がこのような形態をとるかについては教育史的な研究が必要になるだろうが、集団として学ぶこと自体に何かしらの必然性や有用性があるはずである。制度としてあるからではなく、現実で行われていることを反省的に捉えることは重要であると考え。また、2008年度に出された新学習指導要領においては、「説明し伝え合うこと」が学習を進めていくことが需要であることが示されている。これは考えを伝達する相手の存在が想定されており、学習が集団で行われることの必要性が述べられているとも解釈できる。つまり今まさに集団としての学習が指向され、その集団そのものに対する反省的見直しが必要になるのであろう。

一方、学習を捉えるための理論的基盤の一つに認識論研究がある。認識論研究では、認識の仕方や数学的知識が議論の対象となり、そこから学習の枠組みが構築されている。これまでの認識論研究では主として急進的構成主義・社会文化主義・相互作用主義の3つの立場で議論されてきた。学習の成果を個人の知的な変容過程とすると、これらの立場では、集団の学習はそれを通して学習者の知的変容を促す手立てでしかなかった。しかし、集団を構成する各個人が変容するという点において、そこには集団の変容もあると想定できる。本研究は認識論研究を基礎として理論を構築するために、これまでの認識論研究の依って立つパラダイムを検討し、今日的なパラダイムを検討するものである。

また、これらの認識論研究の成果としては、中原(2001)による「多世界パラダイム」という概念が挙げられる。氏では、3つの立場が原理的に整合しないとする一方で子どもの実態把握から学習を捉え説明することの必要性を述べている。しかし、3つの立場において理論的整合性を局所的にしか見出せず、そこに課題があるとも捉えられる。そのため、認識論研究を基盤として議論していくには、今日的なパラダイムについて検討していかなければならない。

認識論研究の新たな立場として Sierpinska(1996)ではフランスの数学教授学者の Chevallard や Brousseau が挙げられている。この2者の立場は平林(1998)で「実用論」と呼称されている。Brousseauの研究は我が国においてもなされているが、Chevallardに関する研究はほとんどなされていない。さらに平林(1998)は「もし今のわが国の算数・数学教育に認識論らしきものがあるとすれば、それは最もこのフランスの研究に通じているように思う」と指摘しており、Chevallard

の理論を考察することは、認識論研究に新たな見解を導入できる可能性を持っていると考えられる。その一端として、Chevallard 氏における「実用論」の立場での理論は、子どもが数学的知識を利用するという前提に設計されていることである。2008 年に出された新学習指導要領や日本国内外での大規模調査において、知識の活用に課題があることを指摘されており、Chevallard 氏の理論を検討することはこういった今日的要請に鑑みつつ検討できるであろう。

学級という環境の中で学習するということは、個々の学習がなされる一方で集団としての学習もなされている。集団の学習を捉えようとするためには、個々の学習がどのように関わっているかについて考えなければならない。つまり部分と全体の関係を考察していく必要がある。全体論の立場では「全体は部分の総和としては認識できず、全体としての原理把握が必要である」とされ、集団としての学習は個々の学習の総和以上のものであると捉えられる。この立場では、全体としての集団そのものを議論していると捉えられる。つまり全体論の理論を検討することにより、子どもたちの学習にとって、集団で学習ということが何を意味するのかという問題に対して一つの回答が得られると考えられる。つまり、これまでは個人の変容のために集団で学習すると捉えられていたが、一方で集団の変容に向けて個人が学習するとも捉えることができるのではないか。

そこで本研究の目的は次のようにした。今日的なパラダイムとしての認識論を基盤にしながら、子どもの学習が個人的な変容であるだけでなく、集団の変容に向けて行われるべきであることを示し、より集団としての学習を指向した学習の捉え方を明らかにする。そのため次のように論文を構成した。

第 1 章では、認識論研究の今日的成果を検討し、そこに見られるパラダイムを明らかにする。認識論研究には、急進的構成主義・社会文化主義・相互作用主義の 3 者が挙げられ、これまで様々な議論がなされてきた。今日的成果として、中原(2001)の「多世界パラダイム」や平林(1998)で指摘されている社会的構成主義についてその理論を検討する。それらの検討により認識論研究の既存のパラダイムを明らかにする。

第 2 章では、新たな認識論研究に位置づけられる Chevallard の「教授学的変換理論」を明らかにし、「実用論」がどのような理論であるかを明らかにする。まず、氏の研究対象と方法について明らかにしながら、今日的要請にも整合することを

新学習指導要領の検討から示す。また、氏の理論は数学的知識についてのものであり、氏の捉える数学的知識がどのようなものかを明らかにする。そして、それらの検討を踏まえ「教授学的変換理論」を検討する。

第3章では、第2章で検討した「実用論」を認識論研究の今日的なパラダイムとして位置づける。その目的のために全体論の理論を援用する。そこでまずミラー(1994,1997)や吉田(1999)を基に全体論の基礎的検討を行う。さらに全体論に基づく数学教育として Wittmann(2000 など)や國本(2001 など)、岡崎(2000 など)、服部(2004)を挙げ、それらの検討を通して数学教育における方法としての全体論について考察する。これらの検討を踏まえ、「実用論」と全体論の整合性を示し、全体論を援用しながら実用論の理論的な立場を明らかにする。以上の検討より実用論を今日的なパラダイムとして位置づける。

第4章では、学習の捉え方について明らかにする。そこでまず、学習の主体について検討する。個人と集団との関係を検討しながら、集団を学習の主体として捉えられることを示す。そして、これまでの議論を総括し、子どもの学習は、個人と集団両面の変容に向けたものであることを示し、より集団としての学習を指向した学習の捉え方を明らかにする。

終章では、本研究の研究結果を総括し、今後の検討課題について述べる。

序章の参考文献

- Chevallard,Y(1991) 『La Transposition Didactiques de Savoir Savant au Savoir Enseigné』 La Pensée Sauvage Editions
- Sierpinska,A.&Lerman,S.(1996) 「Epistemologies of Mathematics and Mathematics education」 『International Handbook of Mathematics Education』 Kluwer Academic Publishers pp;855-862
- E.ch.ヴィットマン著 湊三郎(2000)訳 「算数・数学教育を生命論的過程として発展させる」 『算数教育』 pp;30-42
- ジョン・P・ミラー著 吉田敦彦 他(1994)訳 『ホリスティック教育 - いのちのつながりを求めて』 春秋社
- ジョン・P・ミラー著 吉田敦彦 他(1997)訳 『ホリスティックな教師たち』 学習研究社
- 岡崎正和(2000) 「教授単元の考えを普通の授業に実現する一つの試み - 教授学的工学に着目して - 」 『第33回数学教育論文発表会論文集』 pp;31-36
- 國本景亀(2001) 「算数・数学学習における全体論的アプローチについて」 『第34回数学教育論文発表会論文集』 pp;7-12
- 中原忠男(2001) 『数学教育における多世界パラダイムに基づく授業論の理論的・実証的研究』 基盤研究(C)(2) 研究成果報告書
- 服部裕一郎(2004) 『全体論に基づく数学教育に関する研究』 修士論文
- 平林一榮(1998) 「わが国数学教育の認識論的状况」 西日本数学教育学会発表資料
- 吉田敦彦(1999) 『ホリスティック教育論 日本の動向と思想の地平』 平文社

# 第 1 章

## 認識論研究の基礎的考察

本章では、これまでの認識論研究の成果に見られるパラダイムを明らかにする。第 1 節では、認識論研究の今日的な成果として中原(2001)における「多世界パラダイム」について検討する。第 2 節では、平林(1998)の社会的構成主義を今日的な成果に位置づけられるという指摘に基づき、社会的構成主義者として挙げられる Cobb、Ernest、中原らの理論の検討を行う。第 3 節では、これまでの検討から認識論研究の今日的な成果に見られるパラダイムを明らかにする。

## 第1節 認識論研究の今日的成果の検討

認識論研究は今日までに様々な議論がなされてきた。そもそも認識論とは哲学の研究分野の一つである。哲学の研究分野は「価値論、存在論、認識論」に大別され、「算数・数学教育に関わりをもつのは価値論ではなく、主として存在論と認識論」(岡田,2000,p.59)である。

存在論とは、認識する対象に関するものであり、数学がどういった学問であるかを研究対象とするものである。これには、数学基礎論の論理主義・直観主義・形式主義などの諸学派があるとされる。

認識論とは、認識する主体が認識の対象をどのように認識するかが研究の対象になる。最近の構成主義や社会文化主義などの議論はここに含まれる。

そして、これらを平林(1998)によって図 1-1 のように区分けされている。

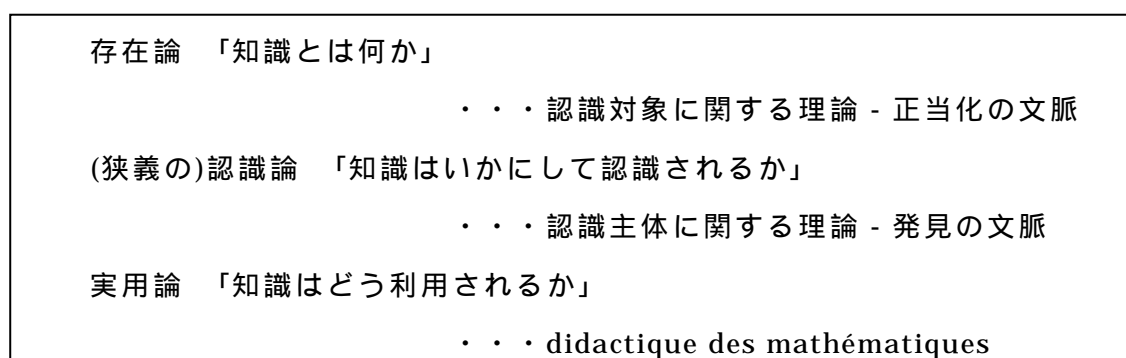


図 1-1 数学教育における認識論的状况を理解するための枠組み(平林, 1998, p.1)

そもそも存在論と認識論は別の研究分野ではあったが、平林(1998)では「数学的真理とは何であるか」という本来の存在論的課題と、「数学的真理はいかにして認識されるか」という狭義の認識論的課題は、いずれも数学認識論の課題として扱われるようである。」(p.2)と指摘している。

そこで、本節では「(狭義の)認識論」に挙げられる急進的構成主義、社会文化主義、相互作用主義の3者の理論を概観し、認識論研究の今日的成果として「多世界パラダイム」を検討する。

## 1.1.1 3つの主義の概観

近年、認識論研究としてあげられるのは図 1-1 の区分の「(狭義の)認識論」であ



る急進的構成主義、社会文化主義、相互作用主義の3つである。そこで、これら3つの主義を概観する。

(1)急進的構成主義

グラースフェルトによる急進的構成主義の基本原理解は中原(2001)で以下のように整理している。括弧内は石田(1992)より参照。

<p>RC1： 知識は、感覚を通してまた伝達によって、受動的に受け取られるものではない。知識は、認識主体によって、能動的につくりあげられるものである。(構成の原理)</p> <p>RC2a： 認識の機能は、言葉の生物学的な意味において、適応的(adaptive)であり、適合性(fit)や生存可能性に向かうものである。(生存可能性の原理)</p> <p>RC2b： 認識は、経験界の主体による組織化に役立つものであり、客観的な存在論的実体の発見に役立つものではない。(客観性の否定原理)</p>
---

図 1-2 急進的構成主義の基本原理解(中原,2001,pp;4-5)

石田(1992)や中原(1995)では基本原理解を次のようにまとめている。RC1は、知識が認識主体が対象に働きかけることを通して、能動的に構成されるものであることを示したものである。RC2aは急進的構成主義の知識観を提起したものである。知識は実世界との完全な「一致」はあり得ず、うまく「適合」するように変化されるものである。その際に「生存可能性の原理」に従って変化していくものである。RC2bは知識の客観性を否定するものである。この原理が「急進的」といわれるゆえんである。

急進的構成主義に対する批判は特にRC2bの「客観性の否定原理」に多い。客観的真理の存在を否定する理由について石田(1992)によれば大きく2つ指摘されている。

実体の不可知論

伝統的(急進的構成主義以前の)認識論は一般に、認知の対象としての実世界と認識主体とを分け、認識主体が実世界についての真の知識を構成、獲得していくと捉えている。

しかし、知識が実体と完全に一致していることを確認するためには、実体を完全に知っているかあるいは一致を確認する方法を完全に知っているかのどちらかが必要であるけれども、両者は互いに依存関係にあり、このジレンマを避けることができない。

#### 言語の非客観性観

言語によって意味を伝える活動は、話し手が主観的な意味を発し、聞き手がそれを主観的な意味に受け取る活動になり、客観的な意味の伝達は成立しない。

### (2)社会文化主義

社会文化主義は Vygotsky 及びその流れをくむ人々の立場であるが、Vygotsky 自身はその立場を簡潔に原理化していない。そこで、中原(2001)では次のように整理している。

- V 1 : 人間の認識の発達には社会、文化、歴史等の外的要因が最も大きな影響を与える。
- V 2 : 学習は、「発達の最近接領域」において行われるときに、有効に成立する。ここにおいては教師や有能な仲間との社会的相互作用が重要な役割を果たす。
- V 3 : 学習においては、学習者と文化を媒介する道具 - 精神的活動の場合にはコトバ - が重要な役割を果たす。
- V 4 : 学習は、組織化された共同体の文化的実践へ参加することによって成立する。

図 1-3 社会文化主義の基本原則(中原,2001,p.7)

V 1 について、中原(2001)で「知識の本性は社会すなわちそれぞれの共同体における文化と捉えられることになる。」としている。

V 2 は「最近接発達領域」と社会的相互作用の重要性が示されている。「最近接発達領域」についてはレイヴ他(1993)で次のような多様な解釈があると指摘されている。

- 単独の学習と支援者がある場合との距離
- 科学的・文化的知識と個々人の経験との距離
- 社会レベルの活動と個々人の活動との距離

について、吉田(2002)では「最近接発達領域の外的支援」という解釈をしている。これはヴィゴツキー(1975)による「最近接発達領域」の次の定義より導かれている。

子どもの発達最近接領域は、子どもの現下の発達水準と可能的水準とのあいだのへだたりである。つまり自力で解決する問題によって規定される前者と、おとなに指導されたり自分よりもできる仲間との共同で子どもが解く問題によって規定される後者とのへだたりである。(p.80)

について、レイブ他(1993)では Vygotsky の科学的概念と生活的概念についての説に基づいたものであると指摘されている。この科学的概念と生活的概念については、吉田(2001)では次のようにまとめている。(ただし、氏では科学的概念を数学的概念と置き換えて論じている。)

- ・ 数学的概念とは、数学に関係した科学的概念である。従って、論理性、客観性、系統性があり、数学の言語で表現され、高次に組織化された正式な教育において子どもに導入される。また、数学的概念を獲得するには、数学的思考が子どもの中に発達することが必要である。
- ・ 生活概念とは、子どもが家族や地域の人々とのやりとりをする日常生活に起源を持つ概念であり、それ故、現実世界の文脈に制限されている。子どもなりの考え方や捉え方となり得るもので、数学的概念はこれに依存している。

(p.72)

ここでの「最近接発達領域」は、科学的概念と生活概念との距離を表すものである。

について、吉田(2002)は「最近接発達領域は、「個々人の日常的活動と、日常的活動に潜在的に埋め込まれているダブルバインドの解決として集合的に生成され得る、歴史的に新しい形態の社会レベルの活動との距離」(エンゲストロームによる最近接発達領域の定義)である。」と指摘している。

V3は Vygotsky が言語を文化伝達的手段とともに思考発達の道具としていた

ことを示すものである。佐々木(2000)では「思考と言語の発達の統一性を主張している」とも指摘されている。

V4はレイブ他(1993)に見られる「状況的学習論」の理論に基づくものである。岡本(1998)では「状況的学習論」における学習の本性を次のように述べている。

LPPでは、学習を命題的知識の獲得という視点でとらえ、そこにどのような認知的過程と概念的構造が含まれているかを問うのではなく、学習を特定のタイプの社会的参加という状況の中でとらえ、どのような社会的関わり合いが学習を生起する適切な文脈を提供するかを問題にしている。従って、学習を個人の頭の中ではなく、社会的実践への「参加」という枠組において生じる過程であるととらえ、一人の人間の行為ではなく、共同参加者にわかち持たれているものとしてとらえようとする。(p.336)

### (3)相互作用主義

相互作用主義のルーツは、「アメリカの Mead が提起し、Blumer によって確立された社会学・社会心理学の一学派」(中原,2001,p5)であるシンボリック相互作用論である。ブルーマー(1991)においては次の3点を前提としてあげている。

<p>第一の前提は、人間は、ものごとが自分に対して持つ意味にのっとって、そのものごとに対して行為をするものである。</p> <p>第二の前提は、このようなものごとの意味は、個人がその仲間と一緒に参加する社会的相互作用から導き出され、発生するということである。</p> <p>第三の前提は、このような意味は、個人が、自分の出会ったものごとに対処するなかで、その個人が用いる解釈の過程によってあつかわれたり、修正されたりするということである。</p>
---

図 1-4 シンボリック相互作用論の前提(ブルーマー,1991,p.2)

第一の前提についてブルーマー(1991)は「ものごとが人間に対して持つ意味は、それ自体の価値によって中心的なもの」とし、さらに「人々が行為するものごとの意味を無視することは、研究されている行動を歪曲する」と指摘している。つまり「こ

の第一の前提はシンボリック相互作用論の根底をなすもの」(植田,2006,p.26)である。

第二の前提は、認識の本性についてである。先に検討した急進的構成主義や社会文化主義と立場を異にするものである。中原(2000)では「意味はあらかじめ客観的に存在するものでも、個人的なものでもなく、個人と個人がコミュニケーションやネゴシエーションなどの相互作用を通してつくりだすものであり、その過程で合意したとされるものであると捉えるのである」(p.48)と説明している。

第三の前提について、「人々による意味の使用は社会的相互作用によって導き出された意味をそのまま、そして固定的に適用するのではなく、ひとつの解釈の過程を通して使用し、その結果によってその意味を修正していくことを強調したものである。」(中原,2001,p.6)

数学教育の文脈での相互作用主義の捉え方については、植田(2006)において急進的構成主義、社会文化主義を考察した上で次のように述べている。

急進的構成主義においては、知識は「主観的」で「主体によって構成される」ものであった。大意的な言い方が許されるなら、「主観的認識」に重きをおいた知識観、と言えるだろう。対して「社会文化主義」においては、「社会的」で「それぞれの共同体における文化にある」ものであった。これは「客観的認識」に重きをおいた知識観、といえるだろう。

他方、相互作用主義では、「わたし」と「われわれ」を並列に捉え、「人々の相互作用の過程」で意味は生じるとする。つまりこの視座での知識は「間主観的」である。すなわち「主観的認識」と「客観的認識」の表裏一体の捉え方こそ、相互作用主義的視座からの見方であると言えるだろう。(p.29)

さらに植田(2006)では、Bauersfeldの論に依拠しながら次の図1-5を挙げている。

このように相互作用主義を捉えると、急進的構成主義と社会文化主義と並列的にみた1つの理論としてではなく、2者をつなぐ理論であるにとらえることもできる。

<p><u>個人主義的パラダイム</u></p> <p>学習は個人の変容であり、 認知発達の間と文脈に依存する 原型：認知心理学</p>	<p><u>集団主義的パラダイム</u></p> <p>学習は、実在する社会的構造への文化化であり、媒介的手段や適切な表象によってなされる 原型：活動理論</p>
<p><u>相互作用主義的パラダイム</u></p> <p>教師と生徒は教室の文化を相互作用的に構成する。 主題と社会的制約の双方に対する協定は創発(emerge)し、コミュニケーションは、ネゴシエーションと共有されたとされる(taken-as-shared)意味から生存(lives)する。 原型：エスノメソドロジー、シンボリック相互作用論、議論分析 (語用的言語学)</p>	

図 1-5 相互作用主義の基本的立場(植田,2006,p.30)

### 1.1.2 多世界パラダイムの検討

前節で、「(狭義の)認識論」における3つの主義についての基本原理を概観した。ここではまずそれらの比較を行う。そして、中原(2001)の「多世界パラダイム」を検討する。

中原(2001)では3つの主義を次の表 1-1 のようにまとめている。

まず、類似点から検討する。3者の共通点については「3つの主義はいずれも子どもが学習へ主体的・能動的に関わることを求めている点や、学習の重要な方法論に社会的相互作用を位置づけている点」(中原,2001,p.9)が挙げられる。

しかし、一方で対立点も多い。例えば、「認識の本性」や「学習の本性」に関わるものである。「認識の本性」に関して、まず「構成」と「文化化」とに2極化される。さらに「構成」といっても、それが個人か集団によるかによっても分けられる。「学習の本性」は「認識の本性」から派生されるわけであるから、同様の差異が生じることとなる。

中原(2001)でも3つの主義の相違を検討し、実際の授業において3つの主義がどう関わるかを検討している。中原(2001)で「3つの立場では、Lermanらが指摘するように確かに背反的な原理を基盤としている。しかし、複雑系と言われる人

間の学習を単一の原理で説明しようとする事自体に無理があり、限界があるといえるのではなかろうか」(p.14)と指摘している。

表 1-1 急進的構成主義、相互作用主義、社会文化主義(中原, 2001, p.8)

視点		急進的構成主義	相互作用主義	社会文化主義
認識論	認識の本性	個人による構成	仲間による構成	共同体における文化化
	知識の主観性・客観性	主観的	間主観的	社会的
学習論	学習の本性	個人による意味づくり	相互作用的な意味づくり	文化化、文化づくり
	主な契機	認識的葛藤	社会的相互作用	文化的実践への参加
	重要な方法論	仲間との社会的相互作用、反省的思考	仲間との社会的相互作用	有能な者との社会的相互作用、道具の活用
	最も影響するもの	個人の認知構造	学習する仲間	共同体の文化的状況
言語観	機能・役割	思考結果の表現手段、思考交流の手段	社会性はあるが解釈の過程を含む	文化伝達の手段、思考発達の道具
	内言・外言	内言から外言へ	活動と一体のもの	外言から内言へ
先生の役割		学習に支援者	個人的意味と社会的な意味の仲介	共同体の文化の熟達者、学習内容の指導者

その上で導き出された理論が「多世界パラダイム」である。これは「原理的には相いれない面があっても、学習活動を取りわけ学校における学習活動がその3つを重要な要因として含む以上はそれらを協応させ、補完しようとする立場」(p.14)である。さらにいえば、「子供や学習内容に応じて、一人ひとりの学習活動をそれに適応したり理論を採用して説明したり、それらを組み合わせで説明しようとするのがここで提唱しようとしている立場」(p.14)である。

「多世界パラダイム」という概念は、認識論研究の一つの成果として位置づけられる。この理論は3者の理論を検討し、それらをどのように補完することができる

るのかを考察したものである。氏では急進的構成主義・社会文化主義・相互作用主義の3者を併置させ検討されていたが、平林(1998)ではそれとは異なる見解を次のように記している。

最近の社会的構成主義もまた両者の折衷的なもの、ないしは両者を相補的なものとみるものと考えることができる。また、Bauersfeldらの相互作用主義(interactionism)も、社会的構成主義とともに、このような折衷的なないしは相補的理論であろうと思われる。(p.4)

この指摘は急進的構成主義と社会文化主義の相補的理論として社会的構成主義や相互作用主義が位置付くということである。相互作用主義については先の植田(2006)の見解により、その立場が急進的構成主義と社会文化主義の相補的理論としてみるができることが明らかにされた。そのため次節では、社会的構成主義について検討を加えることとする。

## 第2節 社会的構成主義について

本節では、平林(1998)により急進的構成主義と社会文化主義の相補的理論として位置づけられた社会的構成主義について検討を加える。

### 1.2.1 「客観性の否定原理」の検討

社会的構成主義の理論の内容を検討する前に、まず社会的構成主義が台頭してきた背景を明らかにする。これは急進的構成主義の基本原理のRC2b「客観性の否定原理」に関してである。そもそも、なぜ急進的構成主義が主観的知識の存在しか認めないという立場に立つのか。この点に関して、SteffeとKieren(1994)でその理由を次のように説明している。

構造主義は、1960年代において数学教育者へ、教科の構造を強調し、またPiagetの認知発達心理学との関係を示していた。しかし、それは、数学の構造とPiagetの発生的構造を分離しており、デカルトの認識論における古典的二元論に立ったものである。つまり、心(mind)を中心とした観点と外界を中心とし



た観点である。数学的構造は、理性や論理あるいは概念的過程によって得られるものであり、心から独立したものと見られていた。(pp;711,712)

デカルトの二元論とは端的に言って主客の分離を表し、構成主義者はそこに現代化運動の失敗を見たわけである。そのため主客の一体化を図るための一元論的な認識論が台頭してきたというわけである。

急進的構成主義が客観的知識を否定する理由は 実体の不可知論と 言語の非客観性観の2点を前節で検討した。この立場に立つと「知識は個人によって勝手につくられたものにすぎないか、体系化されている知識をどう捉えるか」(中原,1994,p.304)という問題が生じる。これに対する急進的構成主義における答えとして「各自が構成された知識は、実世界や他者との相互作用、自己の経験界、自己の既有的知識などとの交流を通して、整合性、適合性、機能性、効率性、合理性などの視点から取捨選択されたり、修正されたりする」(中原,1994,p.5)と捉えられている。

急進的構成主義は先の「客観性の否定原理」が「急進的」といわれるゆえんである。ここに批判が集中されるわけである。中原(1994)において諸批判を次のようにまとめている。

とりわけ、数学や科学などの知識の性格をどのように説明するのか、また、客観的知識が存在しないとすれば、教師は何を教えればよいのか、子供の解答に対して何を基準に評価し、どのように対応すればよいのか、などの疑問が生じてくる。(p.305)

### 1.2.2 社会的構成主義の諸理論の検討

上述の議論は客観的知識に関するものであったが、そもそも客観性はどう捉えられるべきか。まず、客観性の意味について、中原(1994)では以下の2つの意味捉えられている。

- ・ 普遍妥当性...時代や国民性の差異にかかわらず、誰にでも受け入れられるか、ないしは受け入れられるべき性質。
- ・ 主観独立性...人間主観とは独立に成り立つ性質。

上述のようになされる批判や疑問に対して、「客観性の否定原理」を補完・修正する動向が生じてきた。それが社会的構成主義の台頭である。

社会的構成主義に位置づけられるのは、中原(1994)で Cobb、Ernest,中原の3者を挙げ、それぞれの理論を検討している。ここでは中原(1994)にしたがって検討することとする。

(1)Cobb による「人類学的」構成主義

Cobb では、子どもが構成する数学的知識は、認知的な構成主義的視座とともに、文化人類学的な社会的視座をも踏まえて捉えることの必要性があることをしている。これは「構成主義と社会文化主義の対立について文化人類学的視座による正当性と限界を探る」(中西,1996,p.2)ことを目標としている。

そして、中原(1994)では Cobb の数学的知識観を次のように整理している。

- |   |
|---|
| <p>C1 . 数学的知識はある共同体内で構成され、メンバー間の相互交渉などの協応的活動を経て、合意的領域を構築する。</p> <p>C2 . 合意的領域内の数学的定理は、公共化された新生の真理とみなすことができる。</p> <p>C3 . ある共同体内の合意的領域は、その共同体あるいは他の共同体のメンバーとの協応的活動を経て、絶えず再創造されたり、修正されたりする。</p> |
|---|

図 1-6 Cobb の数学的知識観(中原,1994,p.306)

Cobb の理論は、急進的構成主義において批判の対象になっていた「客観性否定の原理」に対して、知識には合意性という客観性を有することを述べたものである。さらに、こうした立場においては絶対的な真理は存在せず、それは合意によって公共化されたものを新生の真理とみなすものである。

こうした前提に立った授業については、石田(1992)において次のようにまとめられている。

- C4. 学級を1つの文化共同体と位置づけている。
- C5. 数学の学習を、そこにおける合意的な文化の構成活動と捉えている。
- C6. そこにおいては、いわゆる社会的相互作用の活用が極めて重要な働きをする。

図 1-7 Cobb の数学授業(石田,1992,p.10)

先に検討したように、客観性を合意性とみなすため、社会的相互作用が授業において重要視されている。こういった授業観に立つと、急進的構成主義において授業で何を教えればよいかといった問題に対して、「子供たちは合意領域内の知識を主体的構成的に学習し、教師はその方向に子供たちが向かうように対応する」(中原,1994,p.307)と応えることができる。

また、急進的構成主義において「生存可能性の原理」に従って、各自が構成した知識は「実世界や他者との相互作用、自己の経験界、自己の既有的知識などとの交流を通して、整合性、適合性、機能性、効率性、合理性などの視点から取捨選択されたり、修正されたりする」(中原,1994,p.305)と捉えられている。Cobb による「人類学的」構成主義においては、知識の合意などの他者とのかわりを重要視している。つまり、Cobb による数学の授業における子供が構成する数学的知識は、急進的構成主義に基づく個人的認知過程だけでなく、広く学級に考察を与えることの重要性を示したものである。

## (2) Ernest による「社会的」構成主義

中原(1994)によれば Ernest では「絶対主義的哲学に代わって、Lakatos の準経験主義や Bloor の社会学的数学観、一般的に言えば規約主義数学観を基盤にして相対主義的哲学を提唱し、それを社会的構成主義と呼んでいる。」としている。

Ernest(1991)は哲学的立場を社会的構成主義と呼ぶ理由として、次の3点を示している。これは氏の哲学の基本的立場を述べたものである。

- (1) 数学的知識の基礎は、言語的知識、規約、規則であり、言語は社会的構成物である。
- (2) 主観的な数学的知識が、公表の後で、受け入れられた客観的な数学的知識へと変わるためには、間主観的な社会的過程が必要である。

(3)客観性それ自体は、社会的であることと理解されるであろう。

(p.42)

氏はこうした立場に立つ社会的構成主義の仮説として、次の7点を挙げている。

- (1)個人は数学の主観的知識を所有している。
- (2)公表は主観的知識が客観的知識となっていくために(十分ではないが)必要なものである。
- (3)ラカトシュの発見術を通して、公表された知識は数学の客観的知識となっていく。
- (4)この発見術は客観的基準に依拠している。
- (5)公表された数学的知識を批判するための客観的基準は、数学だけではなく、言語の客観的知識に基づいている。
- (6)数学の主観的知識はほとんどが内面化され、再構成された客観的知識である。
- (7)個人的な貢献が、数学的知識を再構造化したり、再生産するために付け加えられる。

Ernest は、数学的知識を「まず個人が構成し、それが公表され、ラカトシュの発見術 - 簡潔に言えば、反例、論駁による修正、洗練 - を経て客観的な知識となり、さらにそれが主観的知識の構成の基になる」(中原,1994,p.308)と捉えられている。こうした主観的知識と客観的知識のサイクル過程を次の図 1-8 のように示している。

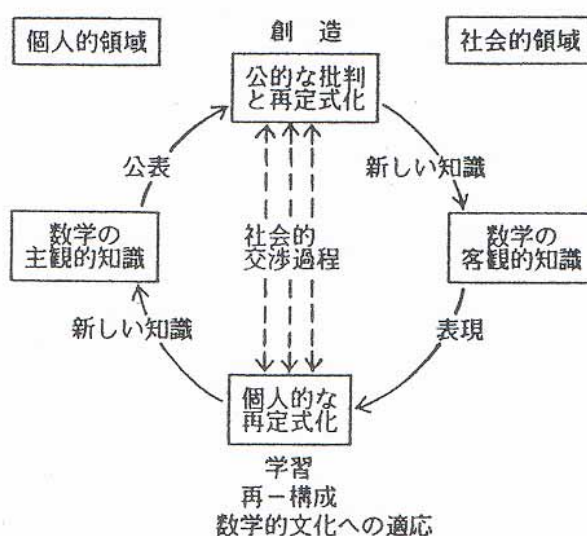


図 1-8 数学の主観的知識と客観的知識との関係(中原,1994,p.307)

これらを受けて中原(1994)では Ernest の社会的構成主義の特徴として、次の諸点を挙げている。

- E1 . 規約主義、準経験主義、急進的構成主義を基づく哲学であるが、とりわけ前の2つに大きな基盤を置いている。
- E2 . それ故に、認知的論議よりも数理哲学・科学哲学的論議を中心にしている。
- E3 . 主観的知識の発生よりもそれからの客観的知識への移行、すなわち、数学的知識の構成よりも社会的構成に重点を置いている。
- E4 . その過程においては、Lakatos の発見術を主要な原理としている。
- E5 . 客観性を社会性と捉えている。
- E6 . 客観性の根拠を自然言語の共有性(share)に置いている。

図 1-9 Ernest による社会的構成主義の特徴(中原,1994,p.308)

E 5 に表れているように、Ernest による社会的構成主義も急進的構成主義の「客観性否定の原理」を修正しようとする立場である。そこでは、客観性を社会性としてとらえ、そういった意味のもとで個人的知識から客観的知識へと至る過程と方法を提起したものである。

### (3) 中原による「協定的」構成主義

氏における研究も、Cobb や Ernest と同様に「客観性否定の原理」を修正しようとするものである。中原(1994)において客観性について次のように述べている。

まず数学的知識の客観性について考察し、今日の数学を支えている形式主義数学観においては、仮定としての公理から演繹的に導出される命題の体系として数学を捉える立場から、数学的知識は実世界の心理やアイデアの世界の真理を述べたものではないこと、したがって、そういう点で数学的知識は客観的真理を述べたものではないとの立場に立つことを明確にした。

ついで、数学における公理系の捉え方を形式主義の立場とともに、サポールのギリシャ数学の成立史観、ラカトシュやブルアらの規約主義的数学観などを検討した。そして、数学における公理、定義や推論規則は論争、協議を経て、合

意に達した内容を言語や記号で明文化したものであると捉えられることを指摘し、それ故に、それらを協定(agreement)と捉えることが適切であることを提起した。そうした協定は勝手に結ばれるのではなく、整合性、適合性、機能性、効率性などの視点からの検討を踏まえて、協定へと至ることにも言及した。さらに、そうした基準を満たす合意された知識を急進的構成主義にならって、生存可能な知識と呼ぶことにした。

明文化された協定の重要な機能としては、協定に基づいて数学的知識の正否が主観とは独立して判断されるようになること、そういう点で協定によって数学的知識が客観性を有してくることが挙げられる。(pp:308-309)

中原では客観性を普遍妥当性と主観独立性の2つの性質に分けて捉えられていた。先の指摘は、普遍妥当性という意味においては数学的知識の客観性を認めず、主観独立性という面において客観性を認めることを示したものである。氏における客観性とは、客観性の2つの性質のうち1つを満たしているため、中原(1994)では「準客観性」(p.309)と呼んでいる。こうした検討に基づいて、協定に焦点を当てた数学観(協定の原理)を次のように示している。

PA1.生存可能な数学的知識は集団において協定され、準客観的な知識となる。

PA2.数学的知識の正否の判断は、協定に基づいて準客観的になされる。

図 1-10 協定の原理(中原,1994,p.309)

この「協定の原理」と急進的構成主義の基本原則である「構成の原理」、「生存可能性の原理」の2つを総合した数学の認識論を「協定的」構成主義とした。

以上、Cobb、Ernest、中原の3者における社会構成主義について検討した。これらを踏まえ、中原(1994)では3者の共通点として以下の諸点を挙げている。

- (1) 相対主義的数学観である
- (2) 認識論として急進的構成主義、科学哲学論として規約主義を基盤にしている

- (3) 心的構成、社会的構成及びそれらの相互作用を基本としている
- (4) 共同体における合意、共有に、主観を越える客観的な知識の根拠を求めている

(p.309)

社会的構成主義においては、人間や実世界を超越した絶対的な真理の存在を認めず、人間により作り上げられたものであるとする規約主義に立つ。それに基づく数学教育においては、生徒による数学的知識の主体的構成がまず目指される。さらに構成された知識が、学級で発表されたり、練り上げられる。この過程においては生存可能性の原理に従って、合意事項に基づき、主観的であった知識が客観性を帯びる。

社会的構成主義の台頭の起源は、急進的構成主義の基本原理の1つであり、一番特徴的である「客観性否定の原理」に対する批判である。そのため3者においては客観性をどう説明するかが一つの焦点となっていた。

また、Cobb における研究では、教室でおきる現象を捉える際に、急進的構成主義の面からだけでは不十分であり、社会文化主義的な面からの考察を図ることの必要性があると述べられていた。つまり、社会的構成主義は構成主義と社会文化主義を総合しようとしたものである。このような2者の理論がどう関連しているのかにかかわる研究は、例えば佐々木(1998)や吉村(1995)、中西(1996)などが挙げられる。佐々木(1998)では Cobb の理論を援用しながら相対主義に立つことの必要性を述べた上で、「構成主義の立場からは、社会文化的な観点に注目し、社会文化主義理論の成果を積極的に数学教育へ取り入れていくことが重要である」(p.16)と結論付けている。吉村(1995)は社会的相互作用について検討していく中で、構成主義の基になった Piaget の理論と社会文化主義の基になった Vygotsky の理論を検討し、次のように述べている。

思考の発達における社会的相互作用の役割では、Piaget は、証明・論証の欲求や反省的思考を生み出したり、より客観的なものにしたり、他者との間で一定の意味の共有をはかろうとするものであった。それに対し、Vygotsky は、言語による社会的相互作用は思考の発達に直接的影響力をもつものとされていた。

すなわち、思考の発達の方角性を拘束するとともに、それが概念発達の出発点となり得るものであった。

それを受けて、Piaget においては、論理から協働(社会的相互作用)へ、すなわち、個人的な構成による論理をより客観的にするために、その構成後、社会的相互作用が機能することとなる。逆に、Vygotsky においては、言語的コミュニケーションから論理の構成へと展開されている。(p.80)

このように、社会的構成主義においては、急進的構成主義と社会文化主義の対立を補完しようとした理論であることが明らかとなる。つまり、中原(2001)における「多世界パラダイム」においては急進的構成主義、社会文化主義、相互作用主義の3者の理論を補完しようとするものであったが、社会的構成主義においても同様に異なる理論の補完を図ろうとする理論であることが明らかとなる。

### 第3節 今日の成果に見られるパラダイム

第1節では今日の成果として中原(2001)と平林(1998)を位置づけ両者の見解を検討した。そこでは、「多世界パラダイム」と「社会的構成主義」、「相互作用主義」を認識論研究の今日の成果とした。第2節では、平林の論に従い、社会的構成主義についてその理論を概観した。本節においては、これらの今日の成果に共通に見られるパラダイムを検討する。

先に結論を述べておけば次のようになる。数学教育学が実践を含む学問であり現実を無視することができない。急進的構成主義、社会文化主義、相互作用主義においては理論的に整合しないが、現実の授業を見る視点によってどの理論においても説明することができる。つまり認識論研究の成果においてはプラグマティズムが一つの帰結となっている。また、更に認識とは個人を焦点にあて考察されるものであるが、個人を捉える際にそれを取り巻く他者の存在を含めた考察が必要であること示されている。これら2点についてもう少し詳細に述べていく。

#### 1.3.1 プラグマティズムとしての認識論

第1節において中原(2001)における「多世界パラダイム」の理論を検討した。その目的は急進的構成主義、社会文化主義、相互作用主義の3者の理論を補完しよ



うとするものであった。3者の理論の類似点も挙げられるが基本的には相容れないことが示された。しかし、現実の授業を鑑みると「子どもの複雑多岐で多様な学習活動を解明するためには、こうした柔軟で常識を超えるパラダイムが求められる」(中原,2001,p.14)こととなる。「多世界パラダイム」以前での議論においては、特に急進的構成主義と社会文化主義は対立的に捉えられ、どちらが理論的に優位かが議論の的となっていた。つまり、一つの理論を用いて子どもの学習活動を捉えようとしていた。

しかし中原(2001)で述べているように、複雑な子どもの学習活動を捉える上で単一の原理で説明することに限界がある。中原(2001)では急進的構成主義、相互作用主義、社会文化主義の立場を単純化して「学習者、他者、文化をそれぞれの理論の基盤において学習活動を捉えようとしているともみられる」(p.14)とし、このような学習活動は現実の授業において見られるものである。このように「多世界パラダイム」は、実際の授業、子どもの学習活動を捉えたときに単一の原理で説明できず、3者の協応、補完の必要性を述べたものである。つまり、この立場はプラグマティズムであることが指摘できる。

また氏ではこの「多世界パラダイム」を活用する場として、子どもたちの学習を分析検討する場と子どもたちの学習作りの2つを挙げている。前者においては「子どもたちの学習活動や先生の従来授業分析、授業検討の場」(p.17)とされ、これは研究の記述的な面を示しているものと解釈できる。後者においては「指導計画を立てたり、学習指導案を考えたりする際における活用」(p.17)とされ、これは授業の内容、場面に合わせて背景とする立場を柔軟に変えながら計画することを示しているものと解釈できる。多少飛躍になってしまうが、この指摘は学習のあり方について述べているものと解釈できる。というのは、認識論における議論は、数学的知識の獲得を明確にしながら、そこから得られる学習のあり方を述べている。つまり子どもたちの学習活動を捉える枠組みを提案する一方で、学習活動はこうあるべきだと目指す学習活動の像を述べているとも解釈できる。認識論研究から得られる示唆として、子どもの学習活動を記述することだけでなく、規範的な側面も挙げられる。

また、社会的構成主義は急進的構成主義と社会文化主義の対立の中から提起されたものである。その対立は「客観性否定の原理」に関わるものであり、社会的構

成主義としてあげた Cobb、Ernest、中原の3者の理論は客観的知識をどう位置づけるかが主題となっていた。客観的知識が存在しないとするならば、現実としてある数学や科学の知識の性格をどう説明するかといった問題に答えなければならない。3者ではそれらを合意に基づいた知識として位置づけ、客観性の捉え方について若干の違いはあるものの、合意性に置いている。また Cobb における研究では、教室でおきる現象を捉える際に、急進的構成主義の面からだけでは不十分であり、社会文化主義的な面からの考察を図ることの必要性があると述べられていた。つまり社会的構成主義における議論では、急進的構成主義と社会文化主義の補完を図ろうとするものであり、それは現実の授業から要請されたものである。これは「多世界パラダイム」における議論と同様のものと解釈でき、プラグマティズムの立場に立った理論であると指摘できる。

### 1.3.2 他者の存在の重要性

これまで検討してきた認識論の議論では、学習において他者の存在の重要性を示したものと指摘できる。理由は2つある。1つめが、急進的構成主義、社会文化主義、相互作用主義においてその捉え方は違うものの、社会的相互作用が重要な方法論として位置づけられていることによる。2つめとしては社会的構成主義や相互作用主義が急進的構成主義と社会文化主義の相補的理論として位置づけられ、今日的な認識論研究の成果として位置づけられることによる。認識論研究の当初において急進的構成主義と社会文化主義が対立して議論されていた。その相補的理論として、社会的構成主義と相互作用主義を位置づけられ、2者は認識論研究の一つの成果としての理論であると指摘できる。社会的構成主義においては、各個人が構成した数学的知識が、客観性をあたえるために合意や協定が必要であることが述べられていた。また、相互作用主義においては認識の過程が相互作用による創発である。これら2者においては、他者が存在することでより有意義な学習活動が展開されることを示している。つまり、認識論研究の方向として、他者との学習を需要視している。以上の2つの理由により子どもの学習活動が展開されていく上で他者の存在の重要性を示すことができる。

これまで「(狭義の)認識論」における議論を検討し、今日的成果に見られるパラダイムを明らかにした。それは、理論としてはプラグマティズムであり、学習の

捉え方としては他者の存在の重要性、つまりは集団としての学習を強調しているものであった。

## 第1章のまとめ

まず、第1節においては急進的構成主義、社会文化主義、相互作用主義の3者の基本的立場を概観し、認識論研究の今日的な成果として挙げられる中原(2001)における「多世界パラダイム」を検討した。これは「原理的には相いれない面があっても、学習活動を取りわけ学校における学習活動がその3つを重要な要因として含む以上はそれらを協応させ、補完しようとする立場」(p.14)である。さらにいえば、「子供や学習内容に応じて、一人ひとりの学習活動をそれに適応したり理論を採用して説明したり、それらを組み合わせて説明しようとするのがここで提唱しようとしている立場」(p.14)である。

第2節においては、平林(1998)で社会的構成主義が急進的構成主義と社会文化主義の相補的な理論であるという指摘から、これを一つの認識論研究の今日的な成果として捉え、社会的構成主義を検討した。社会的構成主義者として Cobb、Ernest、中原の3者の立場を検討した。氏らの基本的立場を踏まえ、中原(1994)では3者の共通点として以下の諸点を挙げている。

- (1) 相対主義的数学観である
- (2) 認識論として急進的構成主義、科学哲学論として規約主義を基盤にしている
- (3) 心的構成、社会的構成及びそれらの相互作用を基本としている
- (4) 共同体における合意、共有に、主観を越える客観的な知識の根拠を求めている

(p.309)

第3節においては、今日的な成果として挙げられる「多世界パラダイム」と社会的構成主義に見られるパラダイムを明らかにした。理論的な整合性は図れないが、現実の学習活動を鑑みて、相対する理論を補完しようとするものであった。つまり理論的にはプラグマティズムの立場をとっている。また、さらに今日的な認識論研究の動向として、学習の捉え方に関して他者との相互作用の重要性を提起していることを明らかにした。

第1章の参考文献

- Ernest(1991) 『The Philosophy of Mathematics Education』 The Falmer Press
- Steffe&Kieren(1994) 『Radical Constructivism and Mathematics Education』  
Journal for Research in Mathematics Education Vol.25 No.6 pp;711-733
- ヴィゴツキー著 柴田義松・森岡修一訳(1975) 『子どもの知的発達と教授』 明治図書
- H. ブルーナー(1991); 後藤将之訳 『シンボリック相互作用論パースペクティブと方法』 勁草書房
- レイブ,J.& ウェンガー,E.著 佐伯胖訳(1993) 『状況に埋め込まれた学習』 産業図書
- 石田忠男(1992) 「数学教育における構成主義の研究(1) - 急進的構成主義から社会的構成主義へ - 」西日本数学教育学会発表資料
- 植田幸司(2006) 『相互作用主義に基づく数学学習指導の研究』 修士論文
- 岡田禎雄(2000) 「認識論」『算数・数学科 重要用語300の基礎知識』p.59 明治図書
- 岡本光司(1998) 「「状況的学習」論に基づいた数学学習のパラダイムと数学授業のフレームワーク」 第31回数学教育論文発表会論文集 pp;335-340
- 佐々木徹郎(1998) 「数学教育における構成主義と社会文化主義 - 相補か還元か - 」『数学教育学研究』 第4巻 pp;11-17
- 佐々木徹郎(2000) 「社会文化主義・活動理論」『算数・数学科 重要用語300の基礎知識』 p.41 明治図書
- 中西隆(1996) 「構成主義と社会文化主義の統合(Cobb)についての一考察 - 「数学教育研究」における文化人類学的視座の正当性 - 」 第4回全国数学教育学会発表資料
- 中原忠男(1994) 『数学教育における構成主義の展開 - 急進的構成主義から社会的構成主義へ - 』「日本数学教育学会誌」 第76巻 11号 pp;302-311
- 中原忠男(1995) 『算数・数学教育における 構成的アプローチの研究』 聖文社
- 中原忠男(2000) 「相互作用主義」『算数・数学科 重要用語300の基礎知識』 p.48 明治図書
- 中原忠男(2001) 『数学教育における多世界パラダイムに基づく授業論の理論

- 的・実証的研究』 基盤研究(C)(2) 研究成果報告書
- 平林一榮(1998) 「わが国数学教育の認識論的状况」 西日本数学教育学会発表資料
- 吉田香織(2001) 「Vygotskyによる社会文化主義について - Vygotsky理論の特徴付け - 」『数学教育における多世界パラダイムに基づく授業論の理論的・実証的研究』基盤研究(C)(2) 研究成果報告書 pp;71-91
- 吉田香織(2002) 『ヴィゴツキー理論を基盤とする子どもの分数概念の形成と学習に関する考察』 学位論文
- 吉村直道(1995) 「多様な社会的相互作用の捉え方についての考察 - Piaget と Vygotsky の比較を通して - 」『数学教育研究』 第1巻 pp;75-84

## 第 2 章

### 「教授学的変換」理論から見る「実用論」

第 2 章では新たな認識論研究に位置づけられる Chevallard の「教授学的変換理論」を明らかにし、「実用論」がどのような理論であることを明らかにする。そこで第 1 節では、氏の研究の対象や方法を検討し、これまでの認識論研究との差異を検討する。第 2 節では、氏における数学的知識に関する論考をまとめ、数学的知識の捉えを検討する。第 3 節では、「教授学的変換」理論から見る「実用論」の立場を明らかにする。

## 第1節 「実用論」の位置づけに関する検討

第1章において今日までに議論されてきた認識論研究を検討した。認識論研究の今日的成果を検討していく中で、「(狭義の)認識論」の中では原理的に相容れない理論をプラグマティズムの立場で補完していくことが明らかとなった。本研究ではそれとは違った方向から認識論研究を展開していく。それが「実用論」の立場からである。「実用論」として当てはまるのは Sierpinska(1996)によるとフランスの Chevallard や Brousseau が挙げられている。この2者に関して、Brousseau の研究は我が国においてもなされているが、Chevallard に関する研究はほとんどなされていない。そこで本研究において Chevallard の理論を考察することは、認識論研究に新たな見解を導入できる可能性があると考えられる。さらに平林(1998)は「もし今のわが国の算数・数学教育に認識論らしきものがあるとすれば、それは最もこのフランスの研究に通じているように思う」と指摘し、これらの論を検討する意義をうかがうことができる。そこでまず本節では氏の研究対象や研究方法を検討することによって、これまでになされてきた認識論研究との相違を明らかにする。さらに、平林の先の指摘により、Chevallard の理論と我が国の教育における今日的な関わりについても論じる。

Chevallard(1991)における認識論を Sierpinska(1996)で「知識人類学」と述べ、Chevallard(1991)の認識論の対象を次のように示している。

伝統的に、認識論的研究の対象は科学的知識の産物である。知識人類学は生産の構造だけでなく、科学的知識、科学的教授、科学的変換の使用や応用に関する実践にも従事することが当然であると捉えられている。(p.855)

ここで、前章で挙げた平林(1998)による認識論研究の区分を表した図 2-1 をもう一度挙げる。



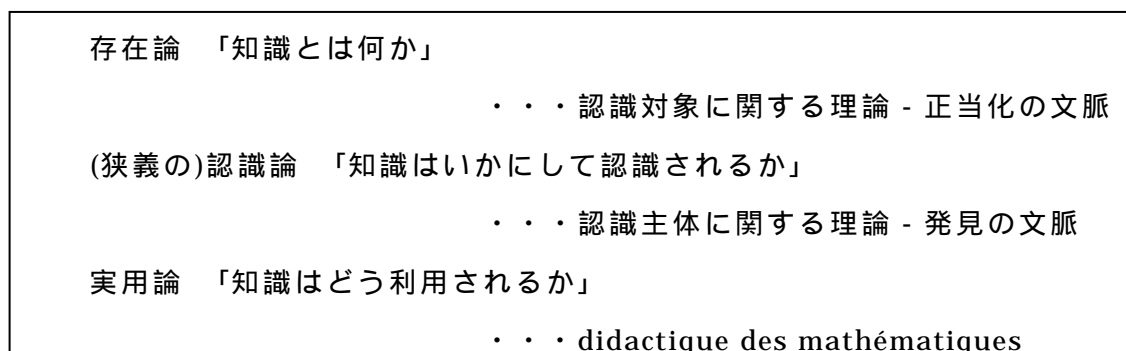


図 2-1 数学教育における認識論的状况を理解するための枠組み(平林, 1998, p.1)

この図と合わせながら先の Sierpinska(1996)の指摘を検討する。まず、伝統的な認識論研究とは図 2-1 にある「存在論」での議論である。それは数学基礎論における三大学派、いわゆる論理主義、形式主義、直観主義のことであり、認識の客体である数学的知識に関する認識論である。「(狭義の)認識論」では、急進的構成主義、社会文化主義、相互作用主義の3つが挙げられている。これらの理論は、認識主体にとって知識とは何かといった、認識の主体と客体との関係に関するものであるとされる。そして、「実用論」に位置づけられる Chevallard(1991)の「知識人類学」は、知識の使用や応用についても議論されるということである。これまでの「存在論」では数学的知識をどう正当化するかが主題となっていたが、「実用論」においては数学的知識の捉えだけでなく、その使用と応用に関する論である。この点において、「存在論」と「実用論」との違いが見られる。

また、氏において研究の方法に関して次のように述べている。

教授組織の内部(à l'intérieur)でおこっていることを理解するのに、その外部(son extérieur)を考慮しなくてはならないからである。教授組織は、開かれた(ouvert)組織であって、それが存続するためには、それと環境との両立化(compatibilisaation)が考えられねばならない。この両立化のためには、教授組織は社会的プロジェクトに付随し、それを正当化する要求にこたえねばならない。(p.16)

ここで述べられる「組織」や「環境」とは氏で次のように捉えられている。

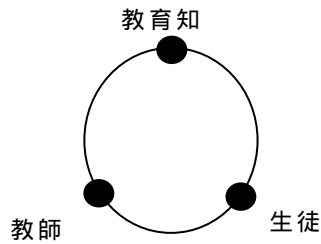


図 2-2 教授組織 (Chevallard, 1991, p.23)

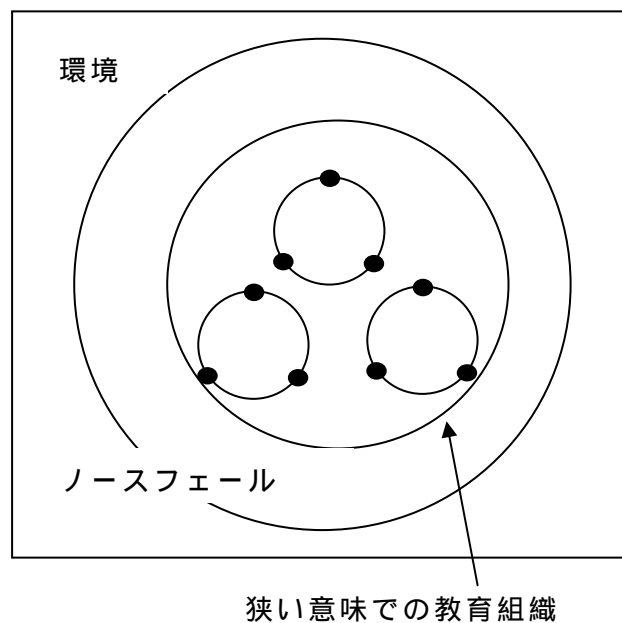


図 2-3 教授組織を取り巻く環境 (Chevallard, 1991, p.24)

教授組織とは、図 2-2 にあるように教師・生徒・教育知(これは後に定義する)からなるものである。図 2-3 は教授組織の外部にあるものを示している。教授組織の周りには、例えば「両親」や「学者(数学者)」などからなる教育組織である。そして、更に外側にある「ノースフェール(noosphère)」とは、「教授機能を考える場所」として、「社会とその要求に遭遇して生ずる諸問題と取り組むすべての人々」(Chevallard, 1991, p.24)であり、具体的には「数学者、教育委員会、両親、教師集団」(Sierpinska, 1996)などとされている。また、さらに Chevallard(1991)では教授組織・教育組織・ノースフェールを「施設」としている。

氏では、このように教授組織とそれを取り巻く環境を図式化している。そして

研究の方法として、教育が社会的プロジェクトであるとして、教授組織を考察する際にそれを取り巻く環境との関係に着目しながら論を進めていくことを述べている。つまり、氏は数学的知識の使用や応用に着目し、教授組織だけでなく、教授組織を取り巻く環境をも含めるというマクロな視点で検討するという立場に立つ。

「(狭義の)認識論」の研究は、教授組織内での子どもの認識の仕方が議論の対象であった。一方、Chevallard(1991)における「実用論」においては、教育を社会的プロジェクトであるとし、教授組織内だけでなく、その外にある環境をも対象化される。さらに、数学的知識の使用や応用の仕方まで問題にする。

以上のように、Chevallard における「実用論」は、これまでなされてきた認識論研究とは対象や方法の面で違いが見られた。

また、氏の検討において我が国の教育を考える上で示唆的であるのは、知識の使用や応用について考察することである。これは平成 20 年 9 月に出された新学習指導要領において「活用」がキーワードとなっていることに関連してである。数学科の目標は次のようにされている。

数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。

図 2-4 中学校数学科の目標(文部科学省,2008,p.14)

このように数学科の目標に「活用」が位置づけられている。さらに「活用」について次のように書かれている。

数学を適切に活用するためには、方程式を立てたり説明や証明の構想を練ったりするなど数学をどのように活用するのか、その方法を身につける必要がある。また、なぜ数学を活用するのか、その必要性や有用性について理解することも必要である。必要性や有用性を理解することは、数学を活用して考えたり判断したりしようとする態度と深く結びついている。学んだ数学を活用したい

と感ずるためには、その必要性や有用性を実感を伴って理解していることが重要である。したがって、体験を通して主体的に学習に取り組めるようにすることを重視し、数学を活用して考えたり判断したりすることに主体的に取り組む意欲を高めることに配慮する。(p.19)

この記述は、学習において子どもたちが数学的知識を認識するだけでなく、得た数学的知識を「活用」することの必要性を述べている。この数学的知識の「活用」とはその使用と応用であると捉えれば、使用を捉えるための認識論的枠組みが必要になるであろう。その点で、Chevallardの実用論は今日的な関わりがあると指摘することができる。

## 第2節 数学的知識に関する検討

前節では、Chevallard(1991)の研究の対象が数学的知識であり、その方法は教育が社会的プロジェクトであるとして、教授組織を考察する際にそれを取り巻く環境との関係に着目しながら論を進めていくものであった。本節では、氏が数学的知識をどのように捉えているかについて検討をする。

### 2.2.1 語「savoir」と「connaissance」

日本語における語「知識」に対するフランス語には「savoir」と「connaissance」がある。この2つの語の違いについては、平林(2001)がChevallardに示唆を得ながら知識の状態で区別できるとし、次のように説明している。

まだ主体の外にある知識と主体によって取り込まれた知識とを区別する必要がある。フランス語では、前者はサヴワール(savoir)、後者はコネサンス(connaissance)といって区別されるようであるが、日本語にはこのような区別がない。…(中略)…

数学の場合、前者はもっともはっきりした形では、テキストに書かれてある知識である。それは、非人格的、非情緒的、非文脈的であるが、主体がそれを読んで自分のものとしたとき、それは、テキストの知識が持っていた客観性とともに、その主体に固有な主観性が付与される。つまり、コネサンスには、客

観性とともに主体の人格性、情緒性、その時所の文脈性が付与されている。この両面の関係は極めて微妙である。簡単に言えば、何らかの問題に直面したとき、主観性は知識を当面する問題状位に適用させる役割をもち、客観性はその適用の適切さを保障する役割を持つといえよう。(p.36)

このようにフランス語における知識は、その状態によって区別することができる。これまでの認識論研究における問題の一つに「数学的知識は主観的か客観的か」という問題を挙げられるが、この指摘はその問題に対しての回答の一つとなる。フランス語における捉え方では、状態によって知識が主観的でもあるし、客観的でもあるわけである。つまり、認識した知識というのは「人格性、情緒性、その時所の文脈性が付与されている」もので主観的知識であり、まだ外にある知識は客観的知識である。

構成主義や相互作用主義においては、認識を個人または集団における知識の構成とみなしていた。これはフランス語における捉え方と知識を主観的に構成するという面においては整合するが、一方で知識の客観的側面を認めている点においては不整合である。社会文化主義においてはその逆の指摘をすることができる。このように「実用論」における認識論の議論は、「(狭義の)認識論」とは違った立場であることが指摘できる。つまり「実用論」においては「客観的知識はなく、一人ないし幾人かの主観の中の知識」(平林,2006,p.4)がその研究対象となるわけである。このように「実用論」における知識の捉え方の一つとして、「状態」または認識主体と知識の関係において区別できることが明らかとなった。

### 2.2.2 数学的知識に関連する要素

青木(2009)では、Chevallard(1991)の理論を数学的知識に焦点化し検討している。そこでは、数学的知識に「環境・関わる人・取り扱い」の3つの要素に関連があり、各々の要素において知識が異なる側面を示していることを指摘している。本小節では、この3つの要素について再検討する。その際、より明確化しやすいように3つの要素を「施設、当事者、取り扱い方」と改変しておく。

## (1) 施設について

ここで述べる「施設」とは、図 2-3 で示した教授組織を取り巻く環境をつくる諸集団のことである。Chevallard(1991)における「施設」に関わる議論としては「学問知」(savoir savant)と「教育知」(savoir enseigner)の区別が挙げられる。「学問知」とは学問としての数学から生まれた知識であり、「教育知」とは教育組織の内部で取り扱われる知識(p.26)のことを指す。この2つの知識は、教育の過程と学問研究過程の基本的な相違によって区別できるとし、氏では次のように指摘している。

学者都市(学会)では、知識の構成における前進(進歩)の原動力(le moteur)は、結局のところ、互いに関連して増殖する諸問題からつくられる...(中略)...問題(problèmes)が、科学進歩の「活力(nerf)」なのである。...(中略)...教育の過程は学問研究過程と基本的に異なる。教育の過程では問題は進歩の活力にならないからであり、そこでの進歩は新/旧のある矛盾(contradiction ancien/nouveau)によって作られるからである。(p.65)

「学問知」においては、例えばある定義から一つの定理が導かれ、さらに新たな定理が導かれ...といった「増殖する諸問題」から知識が発展する。一方、教育知とは新/旧のある矛盾によって進歩するとされている。教育の過程における新/旧の矛盾については、Chevallard(1991)では次のように述べている。

この対象(教育の対象)は、教授学的時間のある瞬間に、互いに矛盾した二つの面をもった対象として出現しなければならない。まず、一方では...(中略)...それは新しいものとして出現し、すでに探査された認識界の境界に一つの出入口(ouverture)をつくらねばならない。その新しさのお陰で、その主題に対して、教師と学習者の間に、教授学的契約が結ばれるようになる。すなわち、それ(その対象)が教育の対象となり、学習のねらい(l'enjeu d'une apprentissage)になりうるのである。しかし、他方...(中略)...それは古いものとして、すなわち、(学習者によって)その身分が認められていて、これまでの古い認識界の視野に登録されているものとして、出現しなければならない。(p.66 は筆者)

ここで述べる新/旧のある矛盾というのは、次のようなことである。生徒にとっては知識に新しい面と古い面の2つの面があるということである。授業においてある課題を解決するとき、子供は既習事項を用いて考えようとする。しかし、それでは解けないときに新しい考えを必要とし、そして学習が進む。ここに知識の矛盾する2つの面が見ることができよう。既習事項を用いようとするのは、知識が古いものと見える面があり、一方既習事項では解けないとき、知識が新しいものとして見える。一つの知識に対して、古いものという側面と新しいという側面の2つがあり、この様相は相対するものであり矛盾するものであるから、新/旧のある矛盾が教育の過程における進歩となるのである。これは、既習の知識に新しい知識を組み込むことと解釈できる。

以上のように「施設」における知識の違いを示した。この指摘は、同じ数学という学問であっても扱われる場所によって知識の違った側面があることを示したものである。

## (2) 当事者について

まず「当事者」というのは、知識を保有する人のことであり、知識を扱う各人のことである。氏においては図 2-2 の教授組織で示されていたように、授業を構成するのが「教師・生徒・教育知」であった。そこで教師と知識、生徒と知識のそれぞれの関係に違いが見られるとして次のように述べている。

教師と生徒は、教授組織の通時性(diachronie)に対するその特殊な関係によって異なっている。これはわれわれが時間的素性(chronogénèse)と呼ぶことのできるものである。しかし、教師と生徒はいま一つ別な様態によっても異なっている(ils different aussi slon d'autres modalités)。それは構成されつつある知識に関するそれぞれの場所によってであり、これは教授組織の共時性(synchronie)における知識の地位的素性(topogénèse)と呼びうるものである。(pp;72-73)

地位的素性とは「教師と生徒の学識の程度と質の違い」(平林、2006、p.7)である。時間的素性とは「生徒は過去に通じている・・・(中略)・・・が、教師だけは未来に通ず

ることができる。」(Chevallard,1991,p.72)という指摘から、知識はそれを学ぶ生徒においては遡及的に、それを教える教師は予見的に展開されるということである。この地位的素性と時間的素性とは特段新たな解釈ではないと捉えられる。地位的素性に関して、確かに教師と生徒の知識の質や量は違っている。時間的素性に関しては次のようになる。教師は、教育課程を知っていて、それを基に授業を計画するわけであり、その意味で先を予見しながら授業を展開していく。生徒に関して、先に教育課程の展開には新/旧のある矛盾が必要であり、そこでは既習の知識に新しい知識を組み込むことと述べたが、生徒の学習を捉えると、生徒の時間の流れは遡及的であると捉えられる。

### (3) 取り扱い方について

これまでの議論は、「施設」や「当事者」と知識の関係を考察し各々違った様相を見せることを示したものであった。さらに Chevallard(1991)において、知識の「取り扱い方」についても同様であるとし、以下の4つの場面で分類されている。

#### 1. 生産、 2. 使用、 3. 教育、 4. 変換

それぞれの知識がどういった目的で扱われるかによって異なることを示したものである。ここで氏の独自の視点が「変換」という場面である。この「変換」に関しては次のように述べている。

任意のある施設に現存する知識は、どこから来たのだろうか。それらはその場でつくられたというのであれば、(それが、知識の生産施設であるから)われわれは、ほとんどその瞬時に知識の生産施設と関わり合いを持っていることになる。

大抵の場合、特に知識を利用する施設ではそうはいかない。そこに現存している諸知識は、明らかに外来のものである。これらの知識は、この施設の当事者を通じて生きており、彼らは自分の挙動にあうようにそれをつくり替えねばならない。(p.213)

この指摘は授業において扱われている数学的知識がほかで生産された知識であると解釈できる。しかし、先に「学問知」と「教育知」では違いが見られたように、「施



設」が違えば知識の進展過程が違ってくる。また、さらに知識には様々な取り扱い方があるとするわけであり、その目的に合うように知識を作り替えられなければならない。そのため、「変換」を担う「施設」が必要であると Chevallard(1991)では指摘している。

これが図 2-3 に示されていたノースフェールである。ノースフェールとは「教授機能を考える場所」として、「社会とその要求に遭遇して生ずる諸問題と取り組むすべての人々」(Chevallard, 1991, p.24)であり、具体的には「数学者、教育委員会、両親、教師集団」(Sierpinska, 1996)などとされている。この組織においては、大学で「生産」された知識「学問知」を教育の目的にあった知識「教育知」に変換するのが主な作業である。この「ノースフェール」という施設は、我が国における学習指導要領の作成や教科書の作成に関わる施設であると解釈している。そこでは算数・数学教育の目標や内容についての議論がなされているわけであるが、算数・数学の授業で扱われる内容は、学問としての数学がその背景にある。それをそのまま教育しているわけではなく、氏が指摘しているように教育的意義を伴うものへとされているわけである。知識は「変換」されているのである。

これまでの検討より、知識に関連する要素から、知識には異なる側面があることを明らかにすることができる。氏では、「施設・当事者・取り扱い方」において検討されていた。

「施設」については、「学問知」と「教育知」との区別から検討した。これは「施設」によって知識の進展過程の違いを示したものであった。同じ数学という言葉を用いても、大学で行われている数学と授業で行われる数学は別物であるという立場に立つものである。つまり、「施設」という要素は知識と諸施設(教授組織、教育組織、ノースフェール)との関係に差異が見られることを示したものである。

「当事者」については、教師と生徒の知識の違いを検討した。教師と生徒の知識の違いは時間的素性と地位的素性において分けられることを示した。これは、教師と生徒の知識の量・質の面と知識の展開の2つに違いが見られるということである。後者において、教師では知識が予見的に展開され、生徒では遡及的に展開するということである。また、前小節でフランス語の「savoir」と「connaissance」検討により、学習者の知識の状態によっても知識を区別できることを示した。このように「当事者」という要素は、知識に関わる人(教師や生徒など)と知識の状態

の2つに関わって、知識の異なる側面を示している。

「取り扱い方」については、Chevallard(1991)で「生産、使用、教育、変換」の4つの場面が考えられていた。特に「変換」はChevallard氏の独自の概念であって、学問としての数学的知識を教育活動に合うように作り変えることである。「取り扱い方」という要素は、知識をどのように扱われるかによっても区別できることを示したものである。

本節での検討は知識の異なる面を指摘しただけであったが、氏ではこれら3つの要素は個別的に捉えられるのではなく、互いに連関していると捉えられている。これが「教授学的変換」の理論である。次節で、本節で検討された数学的知識に関わる要素を総合して捉え、「教授学的変換」理論を明らかにする。

### 第3節 「教授学的変換」理論から見る「実用論」

本節では、第2節で考察された事柄を総合して捉え、「教授学的変換」理論について検討する。その上で、氏における「実用論」とは何かを検討する。

#### 2.3.1 「教授学的変換」理論とは何か

Chevallard(1991)における議論は、数学的知識を明らかにすることが目的ではなく、数学的知識について考察することで「教授学的変換」理論を明らかにしている。この理論は氏において次の図2-5のように図式化されている。

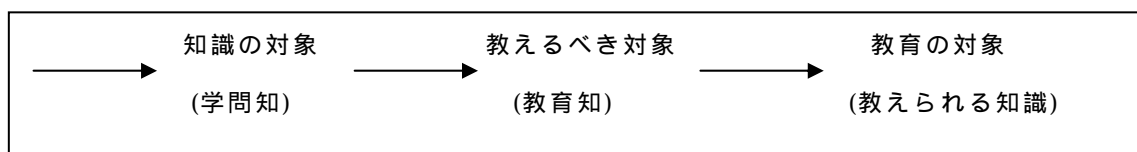


図 2-5 教授学的変換(Chevallard , 1991 , p.39) 括弧内筆者

「教授学的変換」は、「知識の基本要素が、「教えられる知識」に移るときに生ずる」(Chevallard , 1991 , p.22)ものである。ここでいう知識の基本要素とは、学問としての数学の知識、いわゆる「学問知」であり、一方「教えられる知識」とは教育の対象となるべき知識である。またここで、一番左の矢印は、「潜在性から顕在性へ、実践から理論へ、未構成から構成への移行を示している」(Chevallard ,1991 ,p.39)

とされる。これは、学問としての数学が生起することを意味している。このように、「教授学的変換」は「生産」から始まり「使用」までの知識の流れ(プロセス)を示したものであると解釈できる。

前節で、知識の「変換」は学問としての数学的知識を教育活動に合うように作り変えることであると示したが、氏においては3つの水準で考察されていると捉えられる。1つめは「学問知」から「教育知」の変換である。これは、前小節で示したように教育活動にあうように作り変えることである。

2つめが「教育知」から「教えられる知識」への変換である。これは授業の場面における変換であり、生徒が授業を通して知識を得るという過程での変換である。授業における知識は学習指導要領や教科書に書かれており、そこから選択して授業がなされる。テキストに書かれている知識は「savoir」としての客観的知識であり、一方子どもが得た知識は、「connaissance」としての主観的知識である。主観的知識には、客観性と共に文脈性などを付与されなければならないから、その意味において変換がなされる。

3つめが「施設」的変換である。氏がマクロな視点で数学的知識を検討することの必要性を述べており、その指摘を具体的に示したものが「施設」的変換である。「施設」、「取り扱い方」、「当事者」に関連付けて考えられている。つまり諸「施設」における独自の「取り扱い方」、「当事者」に適するように数学的知識を作り変えられることを示すものである。その一例を示すと次の表 2-1 のようになる。

表 2-1 「施設」・「当事者」・「取り扱い方」の対応関係の一例

施設	大学	ノースフェール	教育組織	教授組織
当事者	数学者	教授学者	教師	生徒
取り扱い方	生産	変換	教育	使用

この表は図 2-5 で示した「教授学的変換」の理論と同じ流れで作成した。このような数学的知識の流れがあり、「施設」的変換とは数学的知識が大学から教授組織にいたるまでにそれぞれの「施設」や「当事者」、「取り扱い方」に合うように知識を作り変えることである。

## 2.3.2 Chevallard 理論における「実用論」

氏においては数学的知識の多様な側面を示していた。平林(2006)ではこの多様な側面を「知識の生態(ecology)」(p.6)と呼び、「授業における知識の生態のカテゴリーを組織的に構成することは、認識論の重要な仕事であり、それは、学習指導論以前の極めてアカデミックな作業である」(p.6)と指摘されている。この指摘に鑑みながら、Chevallard(1991)における「実用論」の立場を明確にする。そこで、まずこれまでに議論されてきた認識論研究との差異について数学的知識の捉え方から検討する。

「存在論」における議論は形式主義、論理主義、直観主義の3つの立場でなされてきた。これらは数学をどのように体系付けるかという問題に対する論であり、それらの立場では「数学はモデルである、数学は言語である、数学は人間の活動である」(平林,1998,p.1)と説明されている。この立場では基本的に認識の主客を分離し、認識の客体に関する理論であると指摘できる。しかし、「認識における主客の役割は不可分なものであり、たとえ区分するにしても便宜的なこと」(平林,1998,p.2)であって一方だけでは生徒の認識は議論することが難しい。

「(狭義の)認識論」における議論は、急進的構成主義、社会文化主義、相互作用主義の3つの立場でなされてきた。3者は子どもが数学的知識をどう認識するかといった問題に対する論であり、認識の主体に関する論である。そしてこれら3者は、原理的に相容れないものであり、それぞれの立場でその有用性を示すことに尽力されてきた。前章で検討したように、中原(2001)の「多世界パラダイム」などのプラグマティズムの立場に立つことが一つの成果として挙げられる。しかし、依然として数学的知識が主観的か客観的かといった問題は未解決のままであった。

ここで、「存在論」における議論と「(狭義の)認識論」における数学的知識に関する問題点が示された。「存在論」においては、数学的知識の議論だけでは認識を捉えることができない。「(狭義の)認識論」においては認識の主体に関する議論がなされているためこの問題に一応の回答を与えられる。しかし、「(狭義の)認識論」における諸理論では、数学的知識が主観的か客観的かといった問題が生ずる。それに対する回答が Chevallard(1991)の「知識の生態」である。

氏においては、知識は主観的であり客観的でもあり、それは知識の状態によって説明される。テキストに書かれている主体の外にある知識は客観的であり、主

体に取り込まれた知識は文脈化され主観的知識となるのである。このように知識は主観的か客観的かのどちらかではなく、どちらでもあるわけである。Chevallard(1991)では「施設、当事者、取り扱い方」の3つの要素によって、知識の多様性が示されており、氏の立場では数学的知識を画一的に捉えられていない。ここに一つこれまでの認識論研究との差異が挙げられる。また、「教授学的変換」理論においては、知識は「多少の例外はあるが、教えるためではなく、用いるために設計され」(Kilpatrick ら,1992)ている。というのも、「教授学的変換」は「生産」から始まり「使用」までの知識のプロセスを示したものであった。生徒の「使用」を目的として考えられている点も氏の研究の独自性として挙げられる。そして、「使用」について考察することは、プラグマティズムを乗り越えられる可能性を示していると捉えられる。子どもの認識の仕方は目に見えるものではなく、実際に記述できるかどうかは不明である。子どもが数学的知識を「使用」できるから知っているとするならば、その使用方法を記述・分析することで子どもの認識の程度を把握できるのではないだろうか。ここに認識論研究における新たな可能性を見出すことができる。

また、数学的知識においてこのような差異が見られるため、そこから導出される学習の捉え方も異なる。これは Chevallard(1991)における「知識のテキスト」にかかわる議論の中から見ることができる。

「知識のテキスト」とは、日本で言えば教科書や学習指導要領のどちらの要素も含むものであるとされる。そして、「知識のテキスト」に書かれる知識には「数学的観念」・「パラ数学的観念」・「プロト数学的観念」という知識の境界付けをしている。それぞれの定義の概略は次のようになる。

- ・ 数学的観念・・・知識の対象、学問の対象、生徒が扱う知識、学習の対象
- ・ パラ数学的観念・・・数学的活動の観念的道具、学問の対象にならないもの、教師の知識、学習の方法
- ・ プロト数学的観念・・・教授契約を理解するための知識、学習の場

これらは数学教育の評価規準に照らし合わせて解釈することができる。「数学的

観念」とは、授業において学ぶ知識のことである。「パラ数学的観念」は数学的な考え方などのことを指す。「プロト数学的観念」とは、関心、意欲、態度などを表している。

さらに、「数学的観念」と「パラ数学的観念」は各領域に固有なものであり、「プロト数学的観念」は潜在的には存在しているが領域を規定できないものである。また、「数学的観念」は学習の対象となるものであり、「パラ数学的観念」は「知識のテキスト」の構成に必要であるが学習の対象にならないものである。このように2つの区別があることを指摘している。そして、「数学的観念」は「パラ数学的観念」によって文脈化されている。また逆にこのような境界付けにより学習の対象である「数学的観念」は脱文脈化される。

大学で生産された数学的知識は変換され教科書によって表されるが、教科書に書かれている知識は「仮想的生徒・教師と代表と見られる授業を想定している。この意味では、教科書における教授学的変換は、擬似文脈化(pseudo-contextualization)と擬似個性化(pseudo-personalization)の所産であり、手続き」(Kilpatrick ら,1992)である。そもそも生産された知識というのは生産者独自の文脈化・人格化(個性化)がなされているが、それを公表する際には脱文脈化・脱人格化(脱個別化)のプロセスを経ねばならない。Kilpatrick ら(1992)では次のように指摘している。

知識を伝達する過程は、次のように抽象化することができる。はじめて発想した人は、自分の個人的な文脈の中で、ある数学的な何事かを知るに到ったのであろう。この人はそれをある特別な方法で、ある特定の文脈の中で理解している。すなわちこの段階では、数学的知識は個性化(personalization)されており、文脈化(contextualization)されている。ここでも二つの知識のモードが働いているが、この個性化、文脈化の過程では、I-You モードが本質的である。というのは知る作用はいつも I-You モードで始まるからである。

ところが、知識は伝えられるためには、それが組織づけられ、形を与えられる必要がある。大抵の場合、はじめて考えるひとは、何事かを隠しておかずにはおれない。例えば、自分の成功を支配した個人的な条件のようなものがそれである。(そのため)I-You モードはだんだん色が褪せ始める。これは、脱個性化、

脱文脈化の過程であって、そこでは知識の I-It モードが優位になってくる。

( 知識の2つのモードについては章の終わりに付記する)

生産された知識は、脱文脈化・脱人格化(脱個性化)のプロセスを受けているわけであるから、変換し教科書に盛り込む際には、再度文脈化・人格化されなければならない。しかし、この過程は仮想的であるから擬似的であるということとなる。また、知識の客観的側面は脱文脈化・脱人格化された知識のことであり、主観的知識はそれに再度文脈化・人格化されたものであると捉えることができる。これらの考察を学習論に転移させれば、学習は学習者が数学的知識を文脈化・人格化することであると指摘できる。

しかし、これまでの検討において子どもの認識の仕方については明らかにされなかった。認識論研究においては子どもの認識の仕方は主要な課題であるから、「実用論」においても明確にされねばならず、今日的なパラダイムとして位置づけるために、次章で検討する。

## 第2章のまとめ

第1章では氏の研究対象や研究方法を検討することによって、これまでになされてきた認識論研究と「実用論」との相違を明らかにした。「実用論」においては数学的知識の使用と応用に関する論であり、この2者においては数学的知識に関する議論をする際のアプローチに違いが見られた。「(狭義の)認識論」の研究は、教授組織内での子どもの認識の仕方が議論の対象であった。一方、Chevallard(1991)における「実用論」においては、教育を社会的プロジェクトであるとし、教授組織内だけでなく、その外にある環境をも対象化される。さらに、数学的知識の使用や応用の仕方まで問題にする。このように、研究対象と方法に関して差異が見られた。また、新学習指導要領の「活用」に関する記述を検討すると、学習において子どもたちが数学的知識を認識するだけでなく、得た数学的知識を「活用」することの必要性を述べられていた。この数学的知識の「活用」とはその使用と応用であると解釈でき、そこまでも議論の対象としていることからChevallard(1991)の「実用論」の検討は今日的な要請に鑑みながら議論することができることが明らかとなった。

第2節においては氏の数学的知識の捉えについて検討をした。そこでまず語「savoir」と「connaissance」について考察し、フランス語における知識は、知識の状態により区別することができることを明らかにした。そして、客観的知識は主体の外にある知識(savoir)のことであり、それが主体に取り込まれると主観的知識(connaissance)となることを示した。

さらに、知識には「施設、当事者、取り扱い方」の3つの要素に関連があり、各々の要素において知識には様々な側面があることが指摘されていた。

「施設」については、「学問知」と「教育知」との区別から検討した。これは「施設」によって知識の進展過程の違いを示したものであった。同じ数学という言葉を用いても、大学で行われている数学と授業で行われる数学は別物であるという立場に立つものである。つまり、「施設」という要素は知識と諸施設(教授組織、教育組織、ノースフェール)との関係に差異が見られることを示したものである。

「当事者」については、教師と生徒の知識の違いを検討した。教師と生徒の知識の違いは時間的素性と地位的素性において分けられることを示した。これは、教師と生徒の知識の量・質の面と知識の展開の2つに違いが見られるということである。



ある。後者において、教師では知識が予見的に展開され、生徒では遡及的に展開するということである。また、前小節でフランス語の「savoir」と「connaissance」検討により、学習者の知識の状態によっても知識を区別できることを示した。このように「当事者」という要素は、知識に関わる人(教師や生徒など)と知識の状態の2つに関わって、知識の異なる側面を示している。

「取り扱い方」については、Chevallard(1991)で「生産、使用、教育、変換」の4つの場面が考えられていた。特に「変換」はChevallard氏の独自の概念であって、学問としての数学的知識を教育活動に合うように作り変えることである。「取り扱い方」という要素は、知識をどのように扱われるかによっても区別できることを示したものである。

第3節では、第2節で検討した数学的知識の多様な側面を総合し「教授学的変換」理論を検討し、氏における「実用論」を明らかにした。「教授学的変換」は「生産」から始まり「使用」までの知識の流れ(プロセス)を示したものであると解釈できる。

氏の捉える「教授学的変換」は次の3つの水準で考察されていると捉えられる。

1つめは「学問知」から「教育知」の変換である。これは、教育活動に合うように学問としての数学的知識を作り変えることである。

2つめが「教育知」から「教えられる知識」への変換である。これは授業の場面における変換であり、生徒が授業を通して知識を得るという過程での変換である。授業における知識は学習指導要領や教科書に書かれており、そこから選択して授業がなされる。テキストに書かれている知識は「savoir」としての客観的知識であり、一方子どもが得た知識は、「connaissance」としての主観的知識である。主観的知識には、客観性と共に文脈性などを付与されなければならないから、その意味において変換がなされる。

3つめが「施設」的変換である。氏がマクロな視点で数学的知識を検討することの必要性を述べており、その指摘を具体的に示したものが「施設」的変換である。「施設」、「取り扱い方」、「当事者」に関連付けて考えられている。つまり諸「施設」における独自の「取り扱い方」、「当事者」に適するように数学的知識を作り変えられることを示すものである。その具体例として表2-1を挙げた。

また氏の捉える「実用論」を明らかにするために、まずこれまでに議論されてきた認識論研究との差異について数学的知識の捉え方から検討した。

Chevallard(1991)では「施設、当事者、取り扱い方」の3つの要素によって、知識の多様性が示されており、氏の立場では数学的知識を画一的に捉えられていない。これがこれまでの認識論研究との差異の一つある。またもう一つは子どもの認識の捉え方に関してである。「使用」について考察することは、プラグマティズムを乗り越えられる可能性を示していると捉えられる。子どもの認識の仕方は目に見えるものではなく、実際に記述できるかどうかは不明である。生徒が数学的知識を「使用」できるから知っているとするならば、その使用方法を記述・分析することで生徒の認識の程度を把握できるのではないだろうか。

さらに、数学的知識やその認識についてこう捉えるとそこから導出される学習の捉え方も違ってくる。そこで学習は学習者が数学的知識を文脈化・人格化することであると同定した。

#### I-You モードと I-It モードについて

Kilpatrick ら(1992)においては、Chevallard 氏の「教授学的変換」理論を Buber の「I and Thou」の哲学に従って再検討されている。この哲学では「I は他の人々や事物と二通りのモード(I-You モードと I-It モード)によって相互に関連することができる」とされる。そして知るという行為は I-You モードと I-It モードの二通りがある。前者は、知るという行為のことであり、後者は知っているという状態を表すものである。

第2章の参考文献

Chevallard,Y(1991) 『La Transposition Didactiques de Savoir Savant au Savoir Enseigné』 La Pensée Sauvage Editions

Kong&Kilpatrick(1992) 「Didactic Transposition in Mathematics Textbooks」  
For the Learning of Mathematics 12,1 pp:2-7

Sierpinska,A.&Lerman,S.(1996) 「Epistemologies of Mathematics and Mathematics education」 『International Handbook of Mathematics Education』 Kluwer Academic Publishers pp;855-862

上記3つの論文に関しては、平林先生が私的に訳したものを参考にさせていただきました。

青木徹(2009) 「数学教育の“社会的”視座からの検討(1)」 第29回全国数学教育学会発表資料

中原忠男(2001) 『数学教育における多世界パラダイムに基づく授業論の理論的・実証的研究』 基盤研究(C)(2) 研究成果報告書

平林一榮(1998) 「わが国数学教育の認識論的状况」 西日本数学教育学会発表資料

平林一榮(2001) 「授業とは何か - 数学教育における認識論的授業論 - 」 近畿数学教育学会会誌 第14号

平林一榮(2006) 「数学教育学の居場所(niche) - 新しい認識論の視点から - 」 『第39回数学教育論文発表会論文集』

文部科学省(2008) 『中学校学習指導要領解説 数学編』文部科学省

## 第3章

# 全体論的視点からの認識論研究の検討

第3章においては、第2章で検討した「実用論」を認識論研究の今日的なパラダイムとして位置づける。その目的のために全体論の理論を援用する。第1節では、全体論の基礎的考察を行う。第2節では、全体論に基づく数学教育として Wittmann(2000 など)や國本(2001 など)、岡崎(2000 など)、服部(2004)を挙げ、それらの検討を通して数学教育における方法としての全体論について考察する。第3節では、全体論と「実用論」の整合性を示し、全体論の理論を援用しながら「実用論」を認識論研究の今日的なパラダイムとして位置づける。

### 第1節 全体論の基礎的検討

全体は、独立した部分の総和からなる。それゆえ部分の確実な理解が、全体を理解することに繋がる。この原子論的な立場は多くの現場教師の指導原理になっている(岡崎,2001a,p.47)。一方、「全体は部分の総和としては認識できず、全体としての原理把握が必要である」という全体論の立場がある。この節では、主にスマッツやミラー(1994,1997)、吉田(1999)の論に依拠し全体論の基礎的検討を行う。

#### 3.1.1 スマッツによる全体論の概念

全体論は J.Smuts により 1926 年に提唱されたもので、吉田(1999)では次のように紹介されている。

すべてがみんな、相互にかかわり、つながり合っている。あるものは、他のものを支えている。こう考えると、強さと平和が与えられる。そう考えないよりも、人生と自然に対する健全な(wholesome)見方が得られる。全体性(wholeness)は、思想の鍵となる概念だ。この観点に立つと、宇宙の秘密を、今までよりもずっと読み解きやすくなる。(p.6)

また、ホーリズム(全体論)の定義としては次のように述べている。

ホーリズムという語は、この宇宙の中で数々の全体を生み出し形成していく際にはたらいっている根本的な動因を指し示す言葉として、ここで(ギリシャ語の holos から)造りだしたものである。(p.240)

ここで気をつけなければならないことは「全体」という言葉である。吉田(1999)では「一つの全体」でも「究極の全体」でもなく「数々の全体」が使われていることに注目する必要がある(p.241)と指摘している。これは、個より集団を優位に位置づけたり、目指すべき全体が存在しないことを表している。というのも、「そもそもホーリズムはトータリズムとは異なり、固定され、実体化され、完成された究極的全体というものをあらかじめ措定することなく、空間的にも時間的にも開かれた不断に生成進化するダイナミックなプロセスとして、数々の全体的なるも

のを描き出そうとしたのである。」(吉田,1999,p211)からである。

つまり全体論における「全体」という概念はこうあるべきだといった姿はない。ではどういった視点で考察を加えるべきか。そのためにミラー(1994、1997)による論を援用し示唆を得る。

### 3.1.2 ミラーによる全体論の概念

ミラー(1994)は全体論に基づく教育を「ホリスティック教育」と呼び、次のように定義している。

ホリスティック教育は、**かかわり** に焦点を当てた教育である。すなわち、論理的思考と直観との **かかわり**、心と身体との **かかわり**、知のさまざまな分野の **かかわり**、個人とコミュニティとの **かかわり**、そして自我と自己との **かかわり** など、ホリスティック教育においては、学習者はこれらの **かかわり** を深く追求し、この **かかわり** に目覚めるとともに、その **かかわり** をより適切なものに変容していくために必要な力を得る。(p.8)

ミラー(1994)においては、この **かかわり** 言い換えれば **つながり** に焦点を根底に置き、論を進めている。しかし、ミラー(1997)においては「ホリスティック教育を **つながり** と **バランス** と **包括性** という三つの観点から定義している。」(吉田,1999,p.195)ことから、本小節ではこの三つの観点について検討する。

#### つながり について

つながり については、ミラーが六つの次元に具体化したのを、吉田(1999)が日本の教育現実の諸課題と照らし合わせて、次の6つの次元に修正した。

- : 意志 - 感情 - 思考 - 直観の **つながり**
- : さまざまな教科・領域の間の **つながり**
- : 家庭 - 学校 - 地域の **つながり**
- : 個人と人類共同体との **つながり**

：自然と人間と文化の つながり

：自我と自己といのちの つながり (pp;11-16 筆者により一部改定)

これらで特に数学教育に関わるものについて検討していく。

まず、 に関しては「論理的思考と直観との つながり 、および心と身体との つながり 、という二つの位相を、「全人」の視点からまとめたもの」(吉田,1999,p.11)とされる。これに関わって吉田(1999)では「近代の知」と「ホリスティックな知」という概念を提案している。

「近代の知」とは「デカルト＝ニュートンのパラダイムとか、機械論的パラダイムとか呼ばれてきたものに基づく知のあり方」(吉田,1999,p.30)である。これは「主／客の分離によって世界の客観的描写は可能だし、正しい 知 はそうあるべきだ、という発想」(吉田,1999,p.31)に基づくものである。そして「近代の知」では「ある現象を理解するのに、その現象が結果として生じているのには何か必ず合理的な原因があるはずだと考える因果論的な思考図式と、その図式にしたがって構成要素を分析して、その特性からそのものを理解する要素還元主義的な理解」(吉田,1999,p.34)という2つのポイントが含み込まれている。

一方「ホリスティックな知」は、「主観のまったく入らない純粹に客観的な理解はありえず、主観と客観がたえず相互作用している相互主観的な意味世界や、主観による客観化(対象化)を経ない直観やイマジネーションによる了解や解釈、あるいはメタファー的、物語的な理解も、それぞれに正当な知のあり方として認められる、という発想」(吉田,1999,p.31)に基づくものである。

つまり「ホリスティックな知」においては、「近代の知 が切り離してきた主観と客観、精神と物質との間、直観・イメージと論理的思考との間などの、 つながり に焦点を置く」(吉田,1999,pp;37-38)こととされる。

に関しては、吉田(1999)で総合学習についての検討がなされている。教科間のつながりに焦点を当てて考察をしている。服部(2004)では、「 :さまざまな教科・領域の間の つながり 」について次のように考察している。

全体論を数学教育に還元することを考えた場合、数学のもつ構造性を1つの つながり と見ることが出来る。この つながり を子ども達が見いだすこ

とで数学の構造的理解を図ることが望まれる。(p.8)

このような捉え方は Wittmann らによる “ math2000 ” のプロジェクトとも整合する。数学教育に関わる詳細な議論については次節で検討することとする。この つながり というのは関係性を重視することと捉えることができる。

### バランス について

先述した「近代の知」と「ホリスティックな知」に関連して、機械論的パラダイムと全体論パラダイムの特徴を次の表 3-1 のようにまとめられている。

表 3-1 2つのパラダイムの主要な特徴(パイク他,1997,p.47)

機械論的パラダイム	全体論的パラダイム
全体は部分の集合体である。	全体のシステムは、部分の集合体より大きい。部分とは、最終的には抽象的な性質であり、全体システム(重層・多面的である)との関連のなかでしか理解することが出来ない。
事象やできごとは個別に捉えられる。	事象やできごとは、ダイナミックかつ組織的に、時間・空間に関連づけられる。
観察者は、被観察物から区別された存在である。観察者は、価値観から事実を切り離すことによって、完全な客観性を獲得することができる。	観察者と被観察者は相補的關係にある。観察者が対象として何を選ぶか、どのように観察し解釈するか、何を発見するかは、すべての観察者の優先順位のつけ方や価値、思考や認識の枠組みに影響される。相対的な客観性のみが達成可能である。
合理的・理性的知識は、感情や直観、精神から区別され、これに勝るものである。	個人の能力を開花させるためには、合理性や理性は感情や直観、精神と補完的・シナジー的協同的關係になければならない。
分析、還元(事象を個別の部分に還元する)、焦点化志向。	総合、未広がり志向。



<p>問題 / 解決、原因 / 結果という直線的視点から問題をとらえ、“技術的な解決”が可能であると考ええる。</p>	<p>システムにおける問題は、ダイナミックで重層的、偶然のネットワークのなかに組み込まれている。解決やその影響というものは、システムの中で反響する。すなわち、さらに影響を生み出し、別の事柄の要因ともなる“技術的な解決”などというものない。</p>
<p>人間は自然や自然界のシステムとは別の存在であり、人間はそれらをコントロールし、支配することができる。</p>	<p>人間の命は自然・自然界のシステムに組み込まれており、そのように受けとめなければ、自然を破壊し人間の生存をも危険にさらす。</p>
<p>現実には、私たちの精神と肉体が区別できるように、やはり断片化され、個別にとらえられる性質をもつ。それぞれについては、専門家の知識と技術を信頼する必要性が生じる。</p>	<p>人間の能力は、幅広いものであり、人は自分の問題を自分の手で解決し、生き方を変えていくことができる。それによって、専門家への依存も減少する。</p>

これら2つのパラダイムの特徴を比較してみると、互いに排他的な関係のように思われる。しかし、吉田(1999)が「包括的な全体論的教育の立場は、機械論的な立場の教育を全面否定するものではなく、むしろその立場においてこそ、機械論的立場の教育がその限定された地位と正当性を得る」(p.194)ことを指摘している。この指摘が示していることは、互いに対立するパラダイムを対比的に捉え、どちらか一方の優位性を示すことに焦点をあてるのではなく、両者の関係に焦点化することを述べたものである。これがミラーにおける **バランス** である。

ミラー(1997)では次のような対照表を提示している。

表 3-2 両極的な対概念の対照表

<p>男性原理</p>	<p>女性原理</p>
<p>自立性</p>	<p>相互依存性</p>
<p>量</p>	<p>質</p>
<p>外向性</p>	<p>内向性</p>
<p>合理的</p>	<p>直観的</p>

経済性	環境調和性
ピラミッド型	ネットワーク型
テクノロジー	意識
物質性	精神性
国家	地域 / 地球

左が「これまでに西欧的な産業社会で支配的だった特質」で、右が「現在有力になりつつある特質」である。そしてミラー(1997)では次のように指摘している。

くり返しになりますが、こうした両極性を見ていくときに大切なのは、上段と下段のあいだに適切な関係が生まれてきている、という点です。一方の側を『悪』とみなし、反対側を『善』とみなしたりするべきではありません。問題や弊害が起こるのは、一方が他方を圧倒してしまい、支配や抑圧をもたらすときです。これら両極間の バランス、すなわち『適切な関係』が生まれるとき、より健全な展望が得られるのです。(p.10)

#### 包括性 について

ミラー(1994)では、様々な教育形態を大きく三つに分けている。

#### トランスミッション(伝達)型

トランスミッション型とは「教育を行う教育者(主体)から教育を受ける学習者(客体)に向けて教科目などに細かく分割された知識や技能のさまざまな要素を、一方的に伝達していき、それを学習者が記憶し蓄積していくというスタイルである。」(吉田,1999,p.197)図示すると次のようになる。

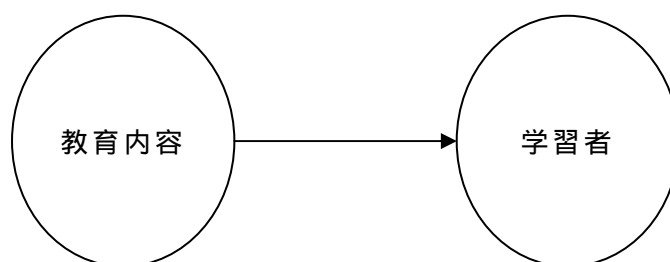


図 3-1 トランスミッション(伝達)型(ミラー,1997,p.20)

この立場に代表される学習観が機械論的学習観であり、このトランスミッション型の教育の例として行動主義と教科中心の教育(講義や復唱のようなスタイル)が挙げられる。(ミラー,1997,p.21)ここでの学習は知識技能の獲得であり、内容の吟味や批判的に分析したりすることはない。こうした背後には「アトミズム(原子論的)世界観が潜んでいる。そして、ミラー(1994)でアトミズムと特徴を次の5点を挙げている。

- 1、 物質主義的に現実を理解すること
- 2、 原子や論理要素などの構成物に現実を還元すること
- 3、 人間の感覚器官によって経験的に知覚しうるものだけを信頼すること
- 4、 物質的世界のコントロールは、経験科学の成果を適用した技術の進歩によって可能であると考えること
- 5、 価値観ぬきの調査研究が可能であると考えること

(p.20)

#### トランスアクション(交流)型

トランスアクション型とは「学習者は一方的な受け手ではなく、自ら問題を解決したり探求したりするプロセスを教師や他の学習者とともにも双方向に交流しつつ学ぶスタイルである。」(吉田,1999,p.197)図示すると次のようになる。

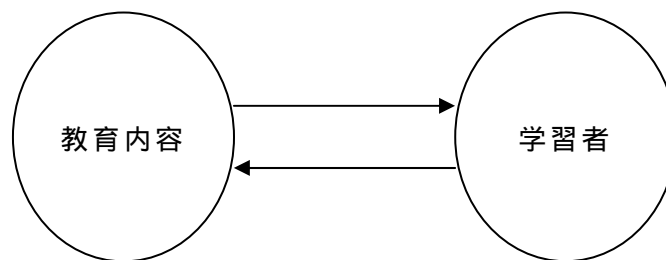


図 3-2 トランスアクション(交流)型(ミラー,1997,p.22)

ここでの学習は問題解決学習の形をとる。この場合「知識は、断片的な単位に分割された固定的なものではなく、生成変化するものとなり、実際の問題に適用」(ミラー,1997,pp;21-22)される。

しかし「そこでの探求は、認知レベルの思考、合理的知性に基づくもので、解決されるべき問題も自分の内面的なものというよりも、社会的なものが探求」(吉

田,1999,p.197)される。この立場の特徴としてミラー(1994)で次の5点を挙げている。

- 1、 宇宙は生成のプロセスの中にあり、あらゆるものは変化していく
- 2、 実験科学は、人間の経験の解釈と行動化のための最良のモデルである
- 3、 能動的活動的な経験による仮説の検証が、知性の最高の形態を生み出す
- 4、 科学的方法は、社会経験にも適用できる
- 5、 価値は、ある特定の状況や結果において生じる

(p.29)

#### トランスフォーメーション(変容)型

トランスフォーメーション型とは「学習者と教師や学習内容が分け隔てされておらず、認知レベルだけでなく、直観やイメージや無意識や身体などの全体が含まみ込まれていて、自分の外にある課題を解決するというよりも、内と外との つながり が深まり、自己自身が変容していくような学びである。このときには、教師自身もともに自己の変容プロセスを歩むことになる」(吉田,1999,p.197)

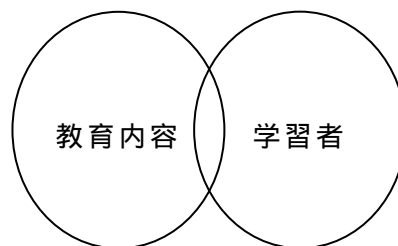


図 3-3 トランスフォーメーション(変容)型(ミラー,1997,p.23)

さらにミラー(1994)ではこの立場の特徴として次の5点を挙げている。

- 1、 宇宙は根源的に1つのものであり、あるものが他のすべてのものをつながり合っているのがリアリティである。
- 2、 その宇宙の統一性と、1人ひとりの内なる真の自己ないし高次の自己は、深く結びつき合っている
- 3、 その つながり は、心静かに魂と対話する黙想や瞑想によって直観的に洞

察できる

- 4、 価値や意味は、このリアリティに目覚め、その つながり を自覚するところから生じてくる
- 5、 社会の不正や困難に立ち向かう不屈の行動は、この つながり が人間において自覚されるとき生まれる

トランスフォーメーション型による学習においては、先述した「意志 - 感情 - 思考 - 直観の つながり 」を目指すものである。つまりこの立場においては、認知だけでなく、直観や意志などの要素をも踏まえ、自己自身の変容していくと捉えられる。

以上3つの教育形態を概観したが、ここで重要なことは3つの型が排他的・対立的ではなく包括的に捉えることである。これがミラー(1994)における「包括性の原理」である。氏では3つの型の関係を図3-4のように図示している。

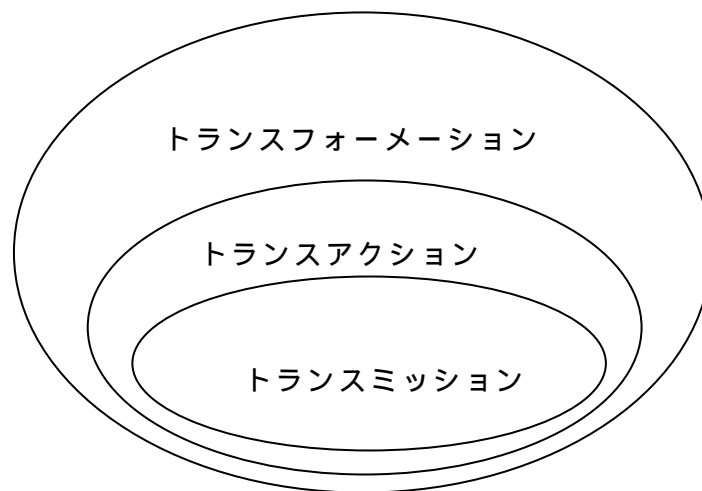


図 3-4 3つの教育形態の関係(ミラー,1994,p.7)

つまり、「トランスフォーメーション」を、いわば教育的な関係が成り立つ土台、あるいは学びの最大の目的としつつ、その上、あるいはその中に「トランスアクション」や「トランスミッション」が組み入れられるとき、それらも限定された妥当な意義を発揮する(吉田,1999,p.199)。

以上、ミラーによるホリスティック教育の基礎的概念を検討してきた。ミラー(1997)ではホリスティック教育を つながり と バランス と 包括性 とい

う三つの観点から定義していた。そもそもミラー(1994)ではつながりをホリスティック教育の定義としていたことからも見られるように、バランス や 包括性の議論の根底に つながり を意識していることが伺われる。つまりホリスティックな視点の最も根底にあるものが つながり であることがいえる。

### 3.1.3 ホリスティック教育論の目的

前小節ではミラーにおけるホリスティックな視点の根底にあるものが つながり であることが明らかとなった。ではそもそも氏の全体論的な教育論は何を指すものであるのか。

吉田(1999)によれば、ミラーのホリスティック教育論は「具体的実践(実践家の前理論的理解) 教育諸理論(教育諸原理の個別科学による正当化) (教育諸理論のより完全な自己理解を可能にする)基礎的教育理論という方向での理論的展開の帰結として、成立した」(p.275)とされる。これは図 3-5 のように表されている。

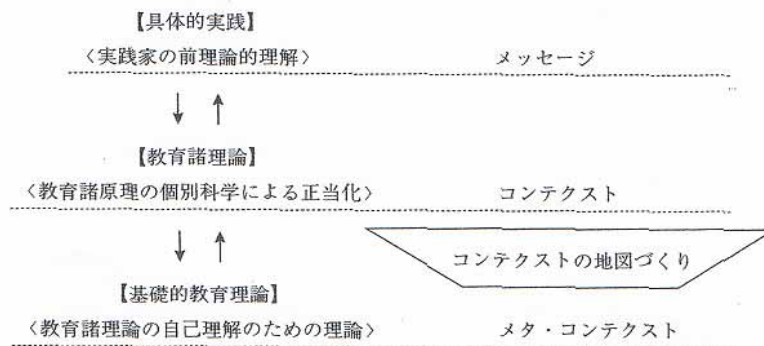


図 3-5 ホリスティック教育論への理論的展開(吉田,1999,p.276)

この図の説明としては次のように述べられている。

実践家によってどれかの具体的方略(メッセージ)が選択されるとき、その選択には各自のこの世界観(コンテキスト)が不可避的に関与しているし、またその方略をとおして世界観そのものも同時に教育している。しかし実際にはそれに無自覚なままであることが多い。彼(注：ミラー)は現場でのメッセージの交換をとおして、一人ひとりの教師が、多く気づかれていない自分のコンテクス

トを自覚することがたいせつだと感じるようになり、そのコンテキストの自己理解のためには、さまざまなコンテキストの特質と位置を一望して見て取ることのできるような「コンテキストの地図」(メタ・コンテキスト)を作成する必要に迫られた。(p.276)

つまりミラーにおけるホリスティック教育論は基礎的教育理論としての理論を構築しようとしたわけである。つまり、ホリスティック教育論は諸教育理論の〈つながり〉を捉えるための理論を構築するものである。

## 第2節 全体論に基づく数学教育の検討

前節では、ホリスティック教育の基礎的概念について考察し、ひとことで記すならば「つながり」を意識した教育であることが明らかにされた。本節では、そういった視座からの数学教育の先行研究を検討し、全体論に基づく数学教育の特徴を明らかにする。

### 3.2.1 数学教育における2つの全体論的視点

全体論的視座からの数学教育としては、今日、ドイツでの Wittmann を中心としたプロジェクト“mahe2000”や、我が国においては國本(2006)や岡崎(2000、2001)などの研究が挙げられる。氏らは「全体論」に基づく理論を構築しようとしている点では同じであるが、研究の対象に違いが見られる。

この点に関して岡崎(2001b)で検討されている。氏では「全体論」の立場を明確にする上で「Wittmann の教授単元の思想や Brousseau らの教授学的状況論(変換論、工学論を含む)が参考になる」(p.39)としながら、「両者とも生徒主体の授業展開を意図していることにかわりはなく、主に Wittmann はよい問題の構成を通して、Brousseau はよい授業状況の設定を通して、それを実現しようとしていると思われる」としている。「全体論」に基づく数学教育では、「問題の構成」と「授業状況の設定」という2つの対象が挙げられる。

この考察に基づき、次小節では各々の先行研究を検討し、それぞれの研究者の「全体論的」な視点を明らかにする。

## 3,2,2 Wittmann 氏による研究

Wittmann は、Mueller や Steinbring らと共に、1987 年に、プロジェクト “math2000” を創設し、その研究成果に基づいて教科書『数の本』を作成した人物である。「プロジェクト “math2000” は、小学校から大学(教師養成)に至るまでの数学教育を一つの全体と捉え、そのカリキュラムや教授・学習などを開発・研究するためのプロジェクトである。また、教育政策に対しては、教科教育学の有用性と必要性を喚起し、その研究成果を実践に普及させ、実践家との強力な協力に基づいて数学教育を改善することを目的としている。」(國本,2003,p.13)

また、Wittmann ら(2004)においてプロジェクト “math2000” の生みの親としてジョン・デューイ、ヨハネス・キューネル、ジャン・ピアジェ、ハンス・フロイデンタールの4人が挙げられている。この4人に関して國本ら(2004)において次のようにまとめられている。

フロイデンタールは、でき上がった数学ではなく、活動(過程)としての数学を重視し、教授・学習の過程の出発点として、でき上がった体系をもってくることを反教育的であると厳しく批判した数学者である。彼は数学を創造していく過程(数学化)こそ、数学教育の基本であるべきだと主張した。発生的認識論者であるピアジェは、子どもたちは環境との相互作用の中で、環境を自らの認知構造に同化し、あるいは、認知構造を調整することにより、自らの知識を能動的に構成することを実証し、算数・数学学習は、構成的で社会的学習であることを明確にした。20世紀初頭の改革運動の推進者であるキューネルは、将来の教授学について、「指導と受容ではなく、組織化と活動こそが教授・学習過程の特徴になる」と述べた。児童至上主義者と誤解されがちなデューイは、児童の発達とカリキュラムの発展の相補性を明確に主張した教育学者であり(『子どもとカリキュラム』)、実践家との密接な協力なしには、いかなる研究も改革も水泡に帰すことを明らかにした人である。(pp;121-122)

そして “math2000” の基本方針は國本(2006)で次のようにまとめられている。(pp;43-44)



(1) 数学の根本にある基本的アイデアに教材を焦点づけること

このプロジェクトでは、代数、幾何、応用などの初等数学の内容に重点が置かれる。これらの内容の基本的アイデアが、スパイラルの原理に従って、全学年にわたって、長期的な観点で展開される。このプロジェクトでは、実質的な学習目標(基本的知識や技能の習得)と以下の高次の一般的(形式的)学習目標とが、相補的に捉えられており、それらを互いに関連づけながら、数学学習が展開される。

数学化する：現実状況を数学言語に翻訳し、数学的に解決し、結果を現実状況で解釈する能力

発見する：状況を実験的に探求し、関係や構造を発見し、構造を発明する能力

推論する：数学的事態を理由づける能力

表現する(コミュニケーションする)：数学的事態を観察し、考察し、理由付け、評価し、それを口頭でも筆記でも表現する能力

また、応用指向と構造指向も相補的に捉えられ、数学的構造の解明は事実構造のそれと相互に関連づけられる。

(2) 活動的 発見的学習と社会的学習

数学的知識は、教師によって学習者に教えこまれるものではなく、教師や友達との社会的相互作用のもとで、学習者の予備知識を基礎にして、学習者自身によって構成されるものである。だから、教師の課題は、挑戦的な学習場を開発し、それを提供し、実り豊かな学習場や学習手段そして創造的練習様式を準備し、学習者全員に必要なコミュニケーションの場を構築し、保持することである。

(3) 教授とは学習過程の組織化である

子ども達は、知識の主体的な構成者であるから、教師の中心的課題は、教材を生徒に伝達することにあるのではなく、むしろ、教材と生徒を仲介することにある。教授と学習に関して、このプロジェクトのモットーは、「指導と受容ではなく、組織化と能動(活動)がこれからの数学教育の教授法である」である

(4) 実践との協力

このプロジェクトでは、実践との密接な協力がその生命線である。この理論実践ネットワークには、次のような事柄が含まれている。教育審議会、第2局面との協力実践家の協力、そして、授業研究における生徒達の協力である。

Wittmann(2004)は「プロジェクトでは、本質的学習場のデザイン、実験的研究、教師養成、教師再教育そして授業開発などを相互に密接に関連づけながら、それぞれの研究開発を行っている」(p.9)とし、「我々が最終的に目標とするところは、教育制度のすべての関係者が研究開発の過程に参加できるような「理論と実践のネットワーク」の構築である」(p.9)と述べている。このように氏では理論と実践のつながりが目標であり、そのために諸研究領域を関連づけながら研究していくことの重要性を指摘している。

そうした前提の上で、Wittmann(2004)での議論は次の5点でまとめられている。(p.10)

授業改善としての教育改革

教育制度の2本柱構造

学校段階全体や教科全体を包括した学習指導要領を開発すること

実践と関連させながら、教科専門の研究と教科教育学の研究とを互いに調和させ、教師養成の専門職化を実現すること

授業開発および生命論を基本とする教科教育学の開発研究体制を最優先に構築すること

上記にあるように授業開発や数学教育学の開発を最優先課題に挙げている。そして、教科教育学研究から教育改革を議論しようとするのである。

また、 にあるように生命論は氏の研究の基盤である。“生命論的”方法については経営学者マリクの論に依拠しながら次のように述べている。

(Wittmann,2000,p.34)

(複雑系を扱うための)生命論 創出的(systemic-evolutional)方法は全く異なる前提から出発する。その基礎的パラダイムは、生活体が最高の例示となるが、

自発的で自己生成的秩序である。有機体は組み立てられるのではない、それは生成発展するのである。自発的秩序は社会的領域においても生成発展する。それは人間の活動やその結果として立ち現れるが、当初の目論み、計画、目標に応じたものになるとは限らない。然しながら、それは高度に合理的でもあり得る。

生命論 創出的パラダイムによれば、社会的組織体に影響力を行使し、それを導く合理的で実行可能な唯一の方法は、その組織体の内部にある自己組織力と分別をもって相互作用をすることです。外部からの勧告、指示は、それが組織体の内部過程に適合しなければ、よくて無用です。更に瞬間的な制御でも外部から侵入するならば、組織体内部の自発力は抑圧され、結局は害することになります。適切な基盤を有しない組織体は複雑な環境と十分に相互作用を行うことはできません。多様性は多様性によってのみ取り入れられるのです。

そして、Wittmann(2000)で「一人ひとりの児童・生徒、一人ひとりの教師、学級、教職員、学区、県、国はすべて生活体であり、従って高度な複雑系です。如何なる政治的、教育的イデオロギーをも超えて、以下に記す生命論的結論をこれらの組織体がもつ固有な複雑系に関する自然法から正に引き出すことができます」(p.35)とし、数学教育に対する帰結として以下の3点を述べている。

すべての者の自発性が引き出され、励まされ、更に自立性と自己責任感が育てられたならば、学習は最高に繰り広げられる。

一方に研究者、他方に教師という分け隔てをしてきた伝統的垣根は取り払われるべきである。指導が生徒の自発性の上にうち立てられるべきと同様に、研究は教師の自発性の上にうち立てられるべきである。

伝統的な階層性は如何なる立場のものも協同と相互支援の関係網へと転換されねばならない。

(p.35)

Wittmann における語「systemisch」は「生命論的」と訳されているが、本研究において「全体論的」と同様であるとする。これは、「全体論的」視座に立つ國本の諸

研究において「生命論」と「全体論」は同義として使われていることによるからである。

以上のように、“math2000”プロジェクトの概要とその背景にある「全体論」の捉え方を検討してきた。Wittmann 氏の研究は授業開発がその最優先課題として挙げられていた。これは“math2000”における最終目標が「理論と実践のネットワーク」の構築であり、「授業開発を目指した教科教育学の研究の長所は、実践者との生命論的な関係を作り上げることができるという点にある」(Wittmann,2004,p.109)からである。

氏の授業開発としては本質的学習場の設計が挙げられる。本質的学習場とは次の条件を満たす単元のことである。(國本ら,2004,pp;126-127)

- 算数・数学指導の主要な目標、内容、原理がある水準において示されていること
- この水準を越えた重要な数学的内容、過程、方法と結びついており、数学的活動の豊かな源泉であること
- 柔軟性をもち、個々の学級の特事情に合わせることができること
- 算数・数学指導に関する数学的、心理学的、教授学的観点を統合し、実験的研究の豊かな場を形作ること

「理論と実践のネットワーク」の構築を目指した本質的学習場について次のように図示されている。

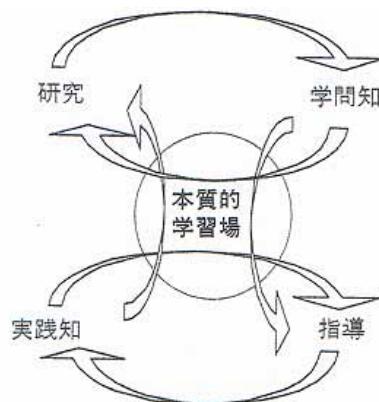


図 3-6 本質的学習場(Wittmann,2004,p.32)

この本質的学習場の思想を反映させて出来たものが教科書「数の本」である。ここでは具体的な内容には立ち入らないが、この「数の本」第一学年の表紙の裏に「両親および付き添いの方々に」という文章があり、そこにこの教科書の特色が記されている。國本ら(2004)で次のように紹介されている。

何を学ぶかではなく、数学をどのように学ぶかにも重点が置かれている。特に主体的に考えること、自分で確かめながら学習すること、そして協力して学習することに重点が置かれている。

基本的計算技能(四則計算技能)の練習にも重点が置かれている。しかし、この練習は、単なる習熟のための練習ではなく、生産的練習に重点が置かれている。練習では、練習の量ではなく、その質が重要なのである。もちろん、習熟のための練習(稲妻計算と呼ばれている)も組み込まれているが、稲妻計算は、学習過程の最後に行われ、練習内容は基本的な内容(2倍する、加法九九、乗法九九など)のみに制限され、毎月1回程度行われる。

子どもたちに、「初等数学の美しさ」を感得させることが重要である。数学教育の目標の一つは、数学のパターンや構造の美しさを子どもたちが体験することである。そのために、数や図形のパターン(計算三角形、数の石垣、美しい包み、対象など)が取り上げられている。これにより、数学に対する本物の興味・関心が喚起でき、倫理観も育つと考えられている。

多くの子どもたちは初めから数学に何らかの困難をもっている。理解の不十分や不確かさがあるのは学習の自然な付随現象である。だからこそ、スパイラルの原理に従って、学習内容が多くのコースで、表現体系を変化させたり、困難の程度を高めながら扱われている。だから、子どもたちはいつでも手がかりを見つけることができる。また、学習は長期にとらえられるべきで、子どもたちが困難を克服するまで、彼らを励まし、忍耐強く指導に当たることが重要である。

(pp;125-126)

Wittmann 氏においては授業開発を最優先課題と述べ、それは本質的学習場の設計であり、その成果の一つが「数の本」である。つまり、氏における「全体論的」

視点は数学教育の内容に関わるものである。しかし、プロジェクト“math2000”や Wittmann(2004)の議論は、内容に関わる検討にとどまらず、教師教育や指導要領の改善、さらにそれらを踏まえた教育改革を目指すものである。つまり「全体論的」視点は、授業改善から教育改革までの つながり を考察するものであるといえるだろう。

### 3.2.3 國本氏による研究

國本(2001)はドイツの算数・数学教育を参考にしながら全体論に立つ算数・数学教育(全体論的アプローチ)について、その目標、内容、方法を考察している。

全体論的アプローチとは、國本(2006)で「バラバラ主義であるスモールステップ方式に反して、「全体は部分の総和として認識できず、全体としての原理把握が必要である」という認識に立ち、「部分相互や部分と全体とを常に関係づける」ことを目指す教授・学習法」と定義されている。そして、全体的アプローチの目標としては次の2点が上げられている。

生徒の人格発達を総合的に保証すること

生徒が適切な数学像をもつこと

については「生徒の知情意の調和がとれた発達の促進が目指される。例えば、生徒自身が課題を見つけ、考え、判断し、自らを適切に評価し、目標を持って自らの能力を伸ばし、責任を持って学習することが目指される。そのために認知面だけでなく、情意面や態度面なども十分に考慮することが重要である。」(p.8)と述べている。この指摘は、1節で検討した6つの具体化された つながり のうち「意志 - 感情 - 思考 - 直観の つながり」とも整合するものである。両者とも生徒個人の調和的発達を目指すものであり、これは子ども個人の内の つながり を述べたものであると解釈できる。

については「過程(活動)としての数学」と「応用としての数学」の2つの数学像を挙げている。まず、「過程(活動)としての数学」については「結果としての数学」と対比させながら次のような表を挙げている。

表 3-3 2つの数学観の対比(國本,2006,p.18 筆者一部改訂)

結果としての数学	過程(活動)としての数学
<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 計算の伝達と応用</li> <li>・ 知識の継承、関係の伝達</li> <li>・ 与えられたモデル内での学習</li>   <li>・ 答が1つの孤立的な問題</li> <li>・ 概念が与えられ、定理を形式的に証明する</li> <li>・ 収束的で、結果重視</li> <li>・ 間違っただけの結果を過った習得と見る</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 計算を自分で作り、理解する</li> <li>・ オープン性(発展性)の意識</li> <li>・ 現実をモデル化したり、さらにそのモデルを数学化する</li> <li>・ 多様な解決を許す関係豊かな学習場</li> <li>・ 概念を発展させ、定理を見つけ、蓋然的、前形式的に根拠づける</li> <li>・ オープンな過程重視</li> <li>・ 誤答を構成的な授業改善の契機と見る</li> </ul>

この表のように数学を「結果としての数学」と捉えてしまうと「数学を公式の集まりとみなし、これ以上発展することのない静的な科学と見られがち」(國本,2001,p.8)になる。それに対し「活動としての数学」では、数学は発展し、創造される科学と捉えられ、人間が苦勞して作り上げられてきた文化的・歴史的産物である」(國本,2001,p.8)と数学を捉えることができる。

また「応用としての数学」については、「数学を通して現実に対し、深い理解を得るためである。「数学的処理なしには現実には完全に理解できない」という適切な数学像を形成するためである」(國本,2001,p.9)とされている。

さらに続けて「応用指向の数学教育では、数学化(モデル構成過程)の過程が重視される。出発状況はできるだけ現実に近く、オープンに提示されるべきでだし、ある程度の複雑さを備えているのがよい。というのも、そういう状況においてのみ、生徒が自ら課題を見つけ、単純化・理想化や拡張(継続的發展)、発見などの数学的活動が十分に行えるからである」(p.9)と指摘されている。

また方法に関しては以下の6つを挙げている。(國本,2001,pp;9-12)

- 一般的な学習目標に授業の焦点を当てること
- 行動指向であること
- 学習内容のネット化

最初に全体像を与え、常に学習内容を関連づけ、最後に学習過程を振り返ること

漸進的抽象化 多様なコースによる学習

個の尊重 さまざまな困難を持つ問題の提示

については、3,2,2 で検討した Wittmann 氏の高次の一般的(形式的)学習目標と同様のものである。

について、國本(2001)では「生徒の主体性を保証しようとする原理である。行動指向は、「学習者自身が行ったことこそが学習者には意味があり、新しい概念や関係の理解を促進する」という仮定に立つ」(p.10)とされている。

については、そもそも全体論の議論が関係性を重視しているものであったことから「さまざまな学習内容を関連づけるネット化」(p.10)を重視することを示したものである。ネット化には次の3つの方法が挙げられている。

ア、大局的ネット化 : これは数学内だけでなく、応用も含めて他の教科の内容や数学の文化的側面(芸術も含めて)と関連づけるネット化である。

イ、局所的ネット化 : 数学内の内容のネット化を意味する。例えば、代数と幾何を関連づけることがあげられる。

ウ、豊かな導入 : これは授業の導入においていくつかの問題を同時に提示し、これらの問題の共通性や相違、解法の共通性や一般性など、さまざまな側面から問題を関係づける方法である。

(p.10)

つまり、ここでは内容についての全体論的視点を示していると解釈できる。

について、氏は「学年や単元の最初にこれから学習する内容の概観や問題解決に役立つ情報を与える図を子ども達に示す。これは、子ども達がこれから学習する内容や相互関連に対する見通しを持ち、安心して学習を進めることができるためである」と説明している。ここで述べている学習過程とは次のようなものである。



- a) 挑戦的状況から始める(子どもは観察し、問い、推測する)。
- b) 問題あるいは豊かな問題状況を作る(子どもは自分で学習に取り組み、教師は子ども自身が発見することを援助する)。
- c) 得られた知識を既習の知識と多様な方法で結びつける(明瞭かつ簡潔に表現する。記憶しやすいようにまとめる。主体的に練習することを励ます)。
- d) 振り返る(新しい知識の価値やその習得の仕方について語る。新しい類似の事態を解明する)。

(pp;10-11)

全体論的アプローチにおいては、子どもたちが学習する際に において示された学習内容の相互関連を見いだすための方法を述べている。

については、「全体論的アプローチでは、部分相互の関係を常に結びつけることの重要である。だから、全体論的アプローチでは、学習内容はさまざまな側面から学習される。例えば、表現様式と関連して、漸進的抽象化が図られる。」(p.11)と述べている。さらに、多様なコースについては例を出しながら説明されているが、スパイラルの原理を示しているものである。

については、「子ども達は自らの発達に適した、あるいは挑戦に値する(発達を促進する)問題を選択し、解決する」(p.12)と述べ、例としては「a.円すいに内接する体積最大の円柱を求める問題。b.二等辺三角形の内接する面積最大の長方形を求める問題(高さとお底辺の長さは等しい)」を挙げている。つまり内容は同じでも難易度が違った問題を子ども自らが選び学習されることを示している。

ここまでは、國本(2001)における「全体論的アプローチ」の目標・方法について検討してきた。その背景には氏の全体論の捉え方がある。それは「教育的観点から見て、「全体性」、「相互関連性」、「プロセス重視」、「力動性」、「発展性」、「歴史性」、「科学理論性」、「長期的影響」、さらに「美意識」など」(國本,2006,p.12)である。これらの思想は、全体論的アプローチの目標や方法に現れている。

これまでに検討してきた國本氏の理論は、算数・数学の授業の改善を目指すものである。しかし、國本(2006)の論の中では、授業改善だけにとどまらず教師教育の必要性についても述べられている。また、氏の理論的背景には先に検討したWittmann氏が挙げられることより、國本氏においても、Wittmann氏同様に、授業改善から数学教育を捉えなおそうとしていると捉えられる。つまりこれは2

者に共通なことであるが、氏らの理論の展開はミクロなもの(授業改善)の改善からよりマクロなもの(学習指導要領の改善、教師教育、教育改革)の改善を目指すものであると捉えることができる。

#### 3.2.4 岡崎氏による研究

岡崎(2001b)では、氏の研究について中学1年生の文字と式の単元に焦点を当て、全体論の立場から授業を設計し、展開するとともに、その原理、方法等を明らかにすることを主要なねらいとしている。

そして、岡崎(2003)では前節で検討したミラーに依拠しながら、ホリスティック教育論を数学の授業に限定した時の、その目的と射程について次のように述べている。

一つは「知識形成の相」であり、ある知識を構成する時に、既存の知識、生活的な知識、直観や論理、他者のアイデア、教師の示唆することなどに繋がりを付け、理解することが重視される。第二は「人間関係形成の相」であり、クラスの雰囲気、学習態度、授業での決め事などを形成することも視野におさめられており、その時、人と人の関わり・繋がりは不可欠となる。さらに第三は、個人の心の奥にある「自己に関する相」があると言われている。そこが揺さぶられるような経験に遭遇することに、この教育の本質がある。そこでは外に現れる自我と、内面的な自己との繋がりがある。(p.2)

ホリスティック教育論において つながり がキーワードとなることを前節で検討したが、この指摘は数学の授業における つながり の具体化を示したものである。つまりどんな つながり に焦点を当てながら考察をしていくかが示唆されている。

氏において、こういった様々な つながり を感得できるような代数の導入過程の授業を目指す際に数学教育におけるシチュエーション研究を理論的視点としてあげている。これはホリスティック教育において吉田(1999)が教授手段として「学習の生起する関係性・場の成立が前提」(p.192)と述べたことによる。

氏においてシチュエーション研究として Brousseau の教授学的状況論を取り上

げ、学習の基本過程を図 3-7 のように図式化している。

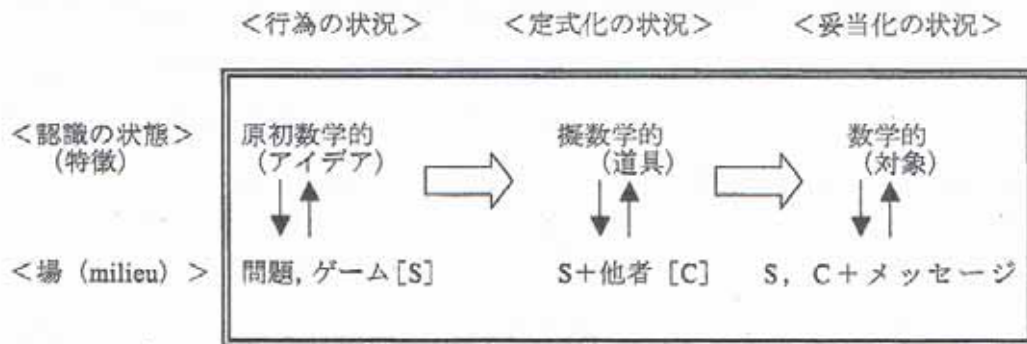


図 3-7 教授学的状況論における学習過程の基本的枠組み(岡崎,2003,p.3)

この図の説明として岡崎(2003)では次のように述べている。

行為の状況における働きかけの対象(milieu)は問題やゲームを含めた豊かなシチュエーションであり、主体はそれと相互作用から素朴なアイデアを生じさせる。しかし、定式化またはコミュニケーションの状況では、アイデアを実際に使ったり、他者に説明する必要性が生じ、ここでアイデアは使える知識(道具)としての様相を帯びることになる。つまり場(milieu)には「他者」という側面が入ってくる。さらに、妥当性を検討する状況では「他者と交わしてきたメッセージ」が考察の対象に加わり、その状況での取り組みにおいて、知識は数学的・理論的なもので発展する。(p.3)

これらの検討を踏まえ、Brousseau の理論におけるホリスティックな特徴として、「知識の形成」と「人間関係形成」の2つが挙げられている。「知識の形成」に関しては、「豊かなシチュエーションとの相互作用、他者との相互作用を含み、生徒が色々な関わり・繋がりを経験しながら、活動を連続的に展開する過程として示されている」(岡崎,2003,p.3)と指摘している。「人間関係形成」に関しては、岡崎(2000)で教授学的工学の理論を援用しながら、授業に置いて意味の形成のみならず人間関係づくりをも視野に入れた授業設計が必要であることを述べている。

岡崎氏による全体論的視点は授業設計に関わるものである。そこでは「知識形成

の相」、「人間関係形成の相」、「自己に関する相」の3つの つながり を図れるような“場”の構築を目指すものであった。

### 3.2.5 服部氏による研究

服部(2004)において、全体論についての基礎的な検討はをミラーに依拠し、なされている。さらに前小節までに検討した Wittmann 氏、國本氏、岡崎氏の全体論に基づく数学教育を検討した上で、それらを総合し全体論に基づく数学教育の特徴として以下の2つを挙げている。

知情意を含んだ総合的な人間形成を目的とする。

子ども達が数学的活動を行う環境(場)は閉じたものではなく、更なる発展の可能性が秘められているものである。それを与えることにより、数学の構造的な理解を目指す。(p.44)

に関しては次のように説明されている。

数学教育は手続き的な計算を覚え、与えられた問題を解くことができるようになることを望むものではない。全ては関わり合うものとして、認知面だけでなく情意面や態度面などあらゆる方向から捉えることで子ども達の総合的な人間形成が必要とされる。それゆえ、子ども達の自主性や積極性を育て、自ら考え、行動し、判断することができるようになる。特に、本研究では、こういった知情意は分けて育成することはできないことを主張する。(p.44)

については、服部(2004)では「全体」という語を、子ども達にとって数学的活動を行う環境(場)、あるいは教育内容と捉え、次のように説明している。

個々の学習内容に広がりや構造が見えず、狭い視野で子ども達が学習した場合、その子ども達にとってはその問題に対する単なる記憶学習にとどまってしまうであろう。子ども達が広い視野を持って、数学的構造の見える環境(場)において数学的活動を行うことで、数学の構造的な理解が促進されることが期待で

きる。(p.45)

このように氏における全体論的視点は、数学的活動を行う環境と教育内容である。

以上、本節では全体論に基づく数学教育として Wittmann 氏、國本氏、岡崎氏、服部氏の4人を検討し、氏らの全体論的視点を明らかにした。岡崎(2001b)で示されていたように、数学教育における全体論的な研究の対象は数学教育の内容に関わるものと、授業状況の設定に関わるものであった。しかし、全体論に基づく数学教育においては単に内容や授業状況の改善だけを目指すものではなく、そういった改善を図ることで指導要領や数学教育研究、教育改革までを目指すものである。

吉田(1999)における「一つの全体」でも「究極の全体」でもなく「数々の全体」が使われていることに注目する必要がある(p.241)という指摘に鑑みると、数々の全体の要素として、内容・授業状況・学習指導要領・数学教育研究・教育改革が位置付くことになる。こういった つながり という関連性を踏まえた上での論を展開していくことが本来的な全体論的視点であると捉えられる。

### 第3節 全体論に基づく認識論

これまでに全体論の定義と全体論に基づく数学教育の理論を検討してきた。全体論の基本概念は つながり であり、数学教育においては主に内容の つながり を目指すものであった。しかし、全体論に基づく数学教育においては単に内容や授業状況の改善を目指すものではなく、そういった改善を図ることで指導要領や数学教育研究、教育改革までを考察の対象となることが明らかになった。

本研究は認識論研究を根底に学習を考察する立場にあるので、この節では全体論の議論を援用しながら今日的な認識論研究のパラダイムについて検討する。それを第2章で検討した「実用論」に求めるわけであるが、この節で全体論の議論を用いることで「実用論」の補完をする。

#### 3.3.1 実用論と全体論の整合性

本研究では、認識論研究から学習を捉えようとする立場に立ち検討していこう

とするものである。第1章で検討したように今日的研究の成果ではプラグマティズムにたっていることが明らかになった。しかし、新学習指導要領において子どもが得た数学的知識を「活用」することの重要性が示され、数学的知識を認識するだけではこの目的は果たされえない。そのため今日的なパラダイムを検討する必要性があり、本研究では「実用論」を位置づけたいと考えている。

そこで第2章では、Chevallard(1991)における「教授学的変換」理論を検討し、これまで認識論との差異を明らかにした。「教授学的変換」理論においては、知識は「多少の例外はあるが、教えるためではなく、用いるために設計され」(Kilpatrickら,1992)ている。この前提に立つと、生徒が数学的知識を「使用」できるから知っているとするならば、その使用方法を記述・分析することで生徒の認識の程度を把握できるであろう。しかし、これは認識の程度であって本来的な問題である「生徒はどう認識するのか」という議論はなされないこととなる。これまで「(狭義の)認識論」ではこの認識の仕方が主目的であった。つまり、「実用論」と「(狭義の)認識論」における議論は、補完的にみることが有用であると考えられる。この目的のために本章において「全体論」を検討してきた。

そこでまず第2章で検討した Chevallard(1991)の「教授学的理論」と「全体論」との整合性について検討する。

Chevallard(1991)における「教授学的変換」理論とは、ある数学的知識が「学問知」から「教育知」へと変換されることを明らかにしたものである。詳細に述べれば、「施設」、「当事者」、「取り扱い方」という要素から数学的知識の「生態」があることを示し、この一連の流れが「教授学的変換」であった。また Chevallard(1991)の以下の指摘に、氏の研究の射程が述べられている。

知識の教育、もっと広く考えて、その教授学的取り扱い一般は、その利用性と生産性を無視しては、多くの面で理解されないということである。

...(中略)...

この教訓から分かることは、ある知識の社会的プレゼンスのいろいろな在り方は、決して完全に分離できるものではなく、しかしわれわれの取り組んでいるいかなる見地からも分離できないものだということである。すなわち、この点では、「特権的な規準」も、閉ざされた世界も存在しない。人類学的見地から

見れば、一つの知識は一つの全体として出現し、その種々の契機は緊要である。

(p.212)

この指摘に見られるように、「実用論」的捉えでは数学的知識の全体性を示そうとするものであると解釈できる。これは数学的知識を考察する際に、使用される「施設」にだけ着目するのではなく、「生産」過程にも焦点が当てられるべきであるということである。氏の研究は数学的知識を取り巻く全体に焦点が当てており、このように数学的知識の全体を捉えると知識は画一的なものではなく、多様な意味をもつものであった。

一方 Wittmann 氏においては授業開発を最優先課題と述べ、それは本質的学習場の設計であり、その成果の一つが「数の本」である。つまり、氏における「全体論的」視点は数学教育の内容に関わるものである。しかし、プロジェクト“math2000”や Wittmann(2004)の議論は、内容に関わる検討にとどまらず、教師教育や指導要領の改善、さらにそれらを踏まえた教育改革を目指すものである。つまり「全体論的」視点は、授業改善から教育改革までの つながり を考察するものである。

2者における研究はそのアプローチの方向が異なる。というのは、Chevallard 氏における数学的知識の検討は、大学で行われる理論的数学から、実際の授業における数学へという方向であり、Wittmann 氏の研究とは逆向きの方向性である。しかし、両者では1つの課題を検討するために、その課題を取り巻く「全体」との関連をみながら研究が進められている。つまり、Chevallard(1991)における「教授学的変換」理論の研究は、「全体論的」視点を有していると解釈できる。

### 3.3.2 今日のなパラダイムに関する検討

前小節では、Chevallard における「実用論」が「全体論」的視点を有していることが示された。「全体論」的考察を援用することにより「実用論」を認識論研究の今日のなパラダイムとして位置づける。そのためには、「(狭義の)認識論」研究において出された課題に対して答える必要性があると考えられる。そもそも認識論研究の課題は子どもの認識の仕方を明らかにすることであり、認識の仕方を記述できる理論でなければならない。これに関連して平林(1998)では教授論と認識論の関

係について次のように述べている。

認識論が主体と客体(知識)との関連を論ずるのに対して、教授論は教師の知識と生徒の知識との関係を論ずるということである。また、認識論は descriptive(記述的)理論で没価値的だが、教授論は prescriptive(規範的)理論であるといえるだろう。それにも拘わらず、数学教育の研究者の間でも、両者の区別が疎かにされているので、有用な学習指導論を考えれば、それですぐれた認識論的研究がなされていると勘違いされ、知らず知らずのうちに、社会体制にくみこまれてそれに奉仕するだけになり、それを外から批判することができなくなってくる。単に教材の認識論的特性を客観的に批判し、時にはそれを破棄したり、別の教材で置き換えたりすることはできないだろう。(p.8)

この指摘からも認識論研究を進める上で、記述的側面を検討しなければならないことが明らかにされる。しかし、Chevallard 氏における研究では知識は「多少の例外はあるが、教えるためではなく、用いるために設計され」(Kilpatrickら,1992)ているという前提に立つため、認識の仕方については考察されていない。そのため「実用論」を「(狭義の)認識論」で補完することでこの課題を解決していく。その理論的基盤として「全体論」から理論を援用し、検討を行う。

ホリスティック教育論は基礎的教育理論として理論を構築しようする立場であり、「さまざまなコンテキストの特質と位置を一望して見て取ることのできるような「コンテキストの地図」(メタ・コンテキスト)を作成する」(吉田,1999,p.276)ことがその仕事であった。これらについて吉田(1999)で次のように説明されている。

ホリスティック教育論は、新たな教育理解のコンテキストを、既存の教育学の諸コンテキストと横並びに付け加えるものではなく、また、超越的に外から(ホリスティック・パラダイムという名の)「コンテキストの地図」をもち込んで、それらの対話の場を用意しようとするものでもない。そうではなくて、教育現実のメッセージを読み取るコンテキストとしておのおのの近代教育学の諸系譜があったとすれば、それらの諸コンテキスト群のメタ・コンテキストに言及することによってまず各コンテキストを自己絶対視(自明視)から解放し、そのよ



うなコンテキスト・レベルの相対化とメタ・コンテキストの自覚化によって可能になる諸コンテキスト間の対話を増幅していきつつ、結果的に新たなメタ・コンテキストの創発(コンテキスト・レベルでは諸コンテキスト間の関係性の組み換え)を促そうとするものである。(p.294)

前小節において、「実用論」と「全体論」の整合性を示し、「実用論」が全体論的な認識論研究であることを明らかにした。つまり、全体論的立場では基礎教育理論として様々な諸理論の関係性を見出していくものであり、「実用論」もそういった立場で議論することができるであろう。もう少し詳細に述べるために第1節で検討した図をもう一度参照する。

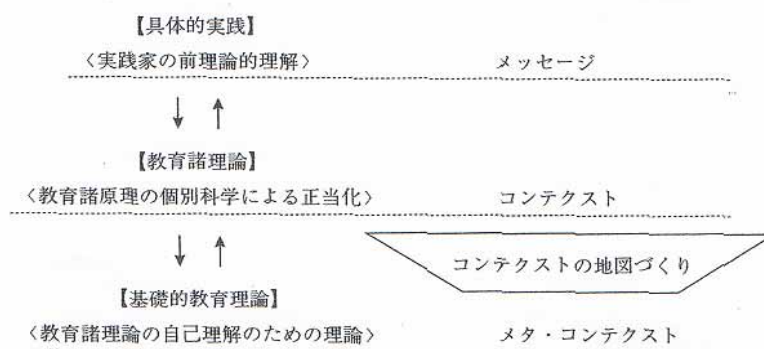


図 3-8 ホリスティック教育論への理論的展開(吉田,1999,p.276)

つまり、教育諸理論に「(狭義の)認識論」の理論を位置づけ、基礎的教育理論として「実用論」を位置づけるということである。というのも、「(狭義の)認識論」における議論の中で「数学的知識は主観的か客観的か」というものがあつたが、「実用論」ではこの課題に答えることができるからである。これは語「savoir」と「connaissance」の違いに見られ、前者はまだ主体の外にある状態の知識で、後者はそれが取り込まれた状態の知識である。前者は知識の客観性の面を説明し、後者が知識の主観性を述べるのである。つまり、数学的知識は主観か客観かどちらかではなく、どちらでもありそれは知識の状態により説明されるのである。「(狭義の)認識論」におけるこの議論は、その背景に主観か客観かという二元論的な見

方がその背景にあり、それこそが問題であった。それに対して「実用論」における理論は数学的知識の主観的側面と客観的側面を示し、メタレベルでの解決をなすことができ、それゆえに基礎的教育理論として位置づけられるであろう。

「実用論」を基礎的教育理論として位置づけることは、「(狭義の)認識論」という各コンテキストを相対化することができる。こう捉えると「(狭義の)認識論」における認識の仕方の差異はどのように捉えられるべきか。それは Wittmann(2000)で述べられているように「多様性は多様性によってのみ取り入れられる」(p.20)ということであり、各々の認識の仕方が存在するということである。これは中原(2001)による「多世界パラダイム」における捉え方と立場的には整合する。しかし、本研究においてはこれらの原理を「背反的」と捉えるのではなく、多様な側面を示していると捉えることができる。このように捉えれば、「多世界パラダイム」の立場で示すことが難しい理論的な整合性について、基礎教育理論としての「実用論」という理論的整合性を示せるであろう。「実用論」における子どもの認識の仕方は急進的構成主義・社会文化主義・相互作用主義の3者において示された多様な認識方法であると捉える。認識の記述に関しては、第2章で検討したように子どもの知識の使用方法を記述・分析することで生徒の認識の程度を把握することで明らかにする。

また、本章によって捉えられた今日的なパラダイムとしての「実用論」をまとめると次のようになる。

数学的知識は、「施設、当事者、取り扱い方」の3要素から多様なものであると捉えられる。

急進的構成主義、社会文化主義、相互作用主義の3つの立場によって提案された認識の仕方を子どもの多様な認識の仕方として捉える。

認識を捉えるためには、子どもの知識の使用に着目することで、認識の程度を把握する。

## 第3章のまとめ

本研究は認識論研究の側面から学習を捉えようとし、それは第2章で示された「実用論」の立場から考察していこうとするものである。しかし、Chevallard氏においては認識の仕方に関する論考がなく、どのように認識の仕方を捉えるかに問題があった。そこで「全体論」を援用し「実用論」の補完を図ることが第3章の目的であった。

第1節では、ミラー(1994,1997)や吉田(1999)に依拠し「全体論」の基礎的検討を行った。ミラー(1997)ではホリスティック教育を つながり と バランス と 包括性 という三つの観点から定義していた。そもそもミラー(1994)ではつながりをホリスティック教育の定義としていたことからも見られるように、バランス や 包括性 の議論の根底に つながり を意識していることが伺われる。つまりホリスティックな視点の最も根底にあるものが つながり であることを示した。さらに、ミラーにおけるホリスティック教育論は基礎的教育理論(諸教育理論のつながりを示す理論)として理論を構築することがその目的であることを明らかにした。

第2節では、全体論に基づく数学教育として Wittmann 氏、國本氏、岡崎氏、服部氏の4人を検討し、氏らの全体論的視点を明らかにした。岡崎(2001b)で示されていたように、数学教育における全体論的な研究の対象は数学教育の内容に関わるものと、授業状況の設定に関わるものであった。しかし、全体論に基づく数学教育においては単に内容や授業状況の改善だけを目指すものではなく、内容や授業の改善を図ることで指導要領や数学教育研究、教育改革までを目指すものである。

吉田(1999)における「一つの全体」でも「究極の全体」でもなく「数々の全体」が使われていることに注目する必要がある(p.241)という指摘に鑑みると、数々の全体の要素として、内容・授業状況・学習指導要領・数学教育研究・教育改革が位置付くことになる。こういった つながり という関連性を踏まえた上での論を展開していくことが数学教育における全体論的視点であると捉えられる。

第3節では、前節までの全体論の検討を通して「実用論」の補完を図った。これは「実用論」をホリスティック教育論の目指す基礎的教育理論として位置づけ、「(狭義の)認識論」の議論を補完することであった。その目的のためにまず「実用

論」と Wittmann 氏の述べる全体論的視点との整合性について検討した。この検討から次のような結論を得た。2者における研究はそのアプローチの方向が異なる。というのは、Chevallard 氏における数学的知識の検討は、大学で行われる理論的数学から、実際の授業における数学へという方向であり、Wittmann 氏の研究とは逆向きの方向性である。しかし、両者では1つの課題を検討するために、その課題を取り巻く「全体」との関連をみながら研究が進められている。つまり、Chevallard(1991)における「教授学的変換」理論の研究は、「全体論的」視点を有していると解釈できる。

さらに、知識の主観性、客観性の問題を検討することで基礎教育論として「実用論」を位置づけた。このように「実用論」を捉えると、認識の仕方を急進的構成主義・社会文化主義・相互作用主義の3者において示された多様な認識方法であると捉えられることができた。

認識論研究における新たなパラダイムとしての「実用論」では、認識の仕方は急進的構成主義・社会文化主義・相互作用主義の3者において示された多様な認識方法であり、子どもの知識の使用方法を記述・分析することで子どもの認識の程度を把握することである。

本章によって捉えられた今日的なパラダイムとしての「実用論」をまとめると次のようになる。

数学的知識は、「施設、当事者、取り扱い方」の3要素から多様なものであると捉えられる。

急進的構成主義、社会文化主義、相互作用主義の3つの立場によって提案された認識の仕方を子どもの多様な認識の仕方として捉える。

認識を捉えるためには、子どもの知識の使用に着目することで、認識の程度を把握する。

第3章の参考文献

- Chevallard,Y(1991) 『La Transposition Didactiques de Savoir Savant au Savoir Enseigné』 La Pensée Sauvage Editions
- Kong&Kilpatrick(1992) 「Didactic Transposition in Mathematics Textbooks」  
For the Learning of Mathematics 12,1 pp:2-7
- E.ch.ヴィットマン/G.N.ミューラー/H.シュタインプリング共著 國本景亀/山本信也共訳(2004) 『PISA を乗り越えて 算数・数学 授業改善から教育改革へ』 東洋館出版社
- E.ch.ヴィットマン著 湊三郎(2000)訳 「算数・数学教育を生命論的過程として発展させる」 『算数教育』 pp;30-42
- グラハム・パイク&ディヴィット・セラピー著 中川喜代子 監修 阿久澤麻里子(1997)訳 『地球市民を育む学習 - Global Teacher,Global Learner - 』明石書店
- ジョン・P・ミラー著 吉田敦彦 他(1994)訳 『ホリスティック教育 - いのちのつながりを求めて』春秋社
- ジョン・P・ミラー著 吉田敦彦 他(1997)訳 『ホリスティックな教師たち』学習研究社
- 岡崎正和(2000) 「教授単元の考えを普通の授業に実現する一つの試み - 教授学的工学に着目して - 」 『第33回数学教育論文発表会論文集』 pp;31-36
- 岡崎正和(2001a) 「全体論的な視座からの授業設計に関する考察 - 中学校1年の文字式・方程式の授業デザインに向けて - 」 『上越数学教育研究』第16号 pp;47-56
- 岡崎正和(2001b) 「全体論的な視座からの代数の導入過程に関する研究 - 代数的発想の生起の様相 - 」 『数学教育学研究』第7巻 pp;39-49
- 岡崎正和(2003) 「全体論的視座からの正負の数の加減の単元構成に関する研究」 『数学教育研究』第9巻 pp;1-13
- 國本景亀(2001) 「算数・数学学習における全体論的アプローチについて」 『第34回数学教育論文発表会論文集』 pp;7-12
- 國本景亀(2003) 「E.ch.Wittmann の数学教育論( ) - 問題解決能力の育成と技能の習得・習熟を結びつける - 」 『第36回数学教育論文発表会論文集』

pp:13-18

國本景亀ら(2004) 「訳者あとがき 生命論的観点に立つ算数・数学教育」  
『PISA を乗り越えて 算数・数学 授業改善から教育改革へ』 東洋館出版  
社

國本景亀研究代表(2006) 「全体論(生命論)に立つ教科書：『数の本』」『「全体論」  
数学教育の理論と実践に関する研究』 基盤研究(C) 研究成果報告書  
pp:43-59

服部裕一郎(2004) 『全体論に基づく数学教育に関する研究』 修士論文

平林一榮(1998) 「わが国数学教育の認識論的状况」 西日本数学教育学会発表  
資料

吉田敦彦(1999) 『ホリスティック教育論 日本の動向と思想の地平』 平文社

## 第4章

# 学習の捉え方の検討

第4章では、集団の学習の捉え方について明らかにする。第1節では認識論研究の成果により、集団を学習の主体として捉えることの必要性を示す。第2節では、全体論の「全体」の捉え方から個人と集団の関係を考察し、両者が連関的な関係があることを示す。第3節では、これまでの議論を総括し、子どもの学習は、個人と集団両面の変容に向けたものであることを示し、より集団としての学習を指向した学習の捉え方を明らかにする。

### 第1節 学習の主体に関する検討

現在、学習は学級という集団の中で行われているものである。なぜ学校教育における学習がこのような形態をとるかについては教育史的な研究が必要になるだろうが、集団として学ぶこと自体に何かしらの必然性や有用性があるはずである。制度としてあるからではなく、現実で行われていることを反省的に捉えることは重要であると考え。また、2008年度に出された新学習指導要領においては、「説明し伝え合うこと」が学習を進めていくことが需要であることが示されている。これは考えを伝達する相手の存在が想定されており、学習が集団で行われることの必要性が述べられているとも解釈できる。つまり今まさに集団としての学習が指向され、その集団そのものに対する反省的見直しが必要になるのであろう。

本研究においては、集団の学習を捉えるための理論的基盤として認識論を位置づけ、それは「実用論」の立場である。この立場において、子どもの認識を記述する方法は知識の使用方法を記述・分析することで生徒の認識の程度を把握することである。子どもの使用に着目するということは、子どものもっている数学的知識がどのような性質を持つものなのかが問題になる。集団学習の中で得られた数学的知識は、集団的なものであると捉えられる。オープンアプローチのような形態をのぞけば、授業における数学的知識の流れは、練り上げや討論という活動を通して一つにまとめられる。このまとめるという過程により数学的知識に集団性という性質が付与されると捉えられる。

このように学習や数学的知識を捉えると、学習の成果は集団的成果である。確かに数学的知識を認識する過程や保持するのは個人であり、そういった意味で学習の主体は個人であると同定できる。一方、学習の成果は集団としての成果でありこの意味で学習の主体は集団であると同定できるのではないだろうか。この捉えを明らかにするために、本節では学習の主体について検討し、集団を学習の主体として捉えることの必要性を述べる。これについては、「(狭義の)認識論」と「実用論」の両面から認識論研究の考察をすることで明らかにする。

#### 4.1.1 数学的知識についての捉え方

まず本研究における数学的知識の捉え方についてまとめる。数学的知識につい



では主に第2章で検討した議論を参考にしながら明らかにしていく。

### (1) 知識の状態

知識の状態とは、主体と客体との位置関係である。これは日本語の知識に対する2つのフランス語「savoir」と「connaissance」から平林(1998)で次のように指摘している。

まだ主体の外にある知識と主体によって取り込まれた知識とを区別する必要がある。フランス語では、前者はサヴワール(savoir)、後者はコネサンス(connaissance)といって区別されるようであるが、日本語にはこのような区別がない。…(中略)…

数学の場合、前者はもっともはっきりした形では、テキストに書かれてある知識である。それは、非人格的、非情緒的、非文脈的であるが、主体がそれを読んで自分のものとしたとき、それは、テキストの知識が持っていた客観性ととともに、その主体に固有な主観性が付与される。つまり、コネサンスには、客観性ととともに主体の人格性、情緒性、その時所の文脈性が付与されている。この両面の関係は極めて微妙である。簡単に言えば、何らかの問題に直面したとき、主観性は知識を当面する問題状位に適用させる役割をもち、客観性はその適用の適切さを保障する役割を持つといえよう。(p.36)

前者はまだ主体の外にある知識であり、知識が「客観的」であることを示すものである。後者は、主体に取り込まれた知識であり、知識が「主観的」であることを示すものである。このように主体と客体との位置関係により、知識が主観的か客観的かを示すことができる。そして、学習者が得た知識は、客観性ととともに主体の人格性、情緒性、文脈性等が付与されている。そして、知識の主観性が問題を解決するのに役立ち、客観性はその根拠を示すものである。

### (2) 数学的知識に関連する要素

第2章で示したように、数学的知識には「施設・当事者・取り扱い方」という3

つの要素に関連があり、これらの要素により数学的知識の多様性を示した。これら3つの要素については次のように検討した。

「施設」については、「学問知」と「教育知」との区別から検討した。これは「施設」によって知識の進展過程の違いを示したものであった。同じ数学という言葉を使っているにもかかわらず、大学で行われている数学と授業で行われる数学は別物であるという立場に立つものである。つまり、「施設」という要素は知識と諸施設(教授組織、教育組織、ノースフェール)との関係において差異が見られることを示したものである。

「当事者」については、教師と生徒の知識の違いを検討した。教師と生徒の知識の違いは時間的素性と地位的素性において分けられることを示した。これは、教師と生徒の知識の量・質の面と知識の展開の2つに違いが見られるということである。後者において、教師では知識が予見的に展開され、生徒では遡及的に展開するということである。このように「当事者」という要素は、知識に関わる人(教師や生徒など)によって知識に異なる側面があることを示したものである。

「取り扱い方」については、Chevallard(1991)で「生産、使用、教育、変換」の4つの場面が考えられていた。特に「変換」はChevallard氏の独自の概念であって、学問としての数学的知識を教育活動に合うように作り変えることである。「取り扱い方」という要素は、知識をどのように扱われるかによっても区別できることを示したものである。

数学的知識にはこのような多様性があり、平林(2006)では知識のこの多様な側面を「知識の生態(ecology)」(p.6)とした。これらの考察は数学的知識の異なる面を示したものであり、この多様性から数学的知識が「施設」、「当事者」、「取り扱い方」に依存するものであると指摘することができる。数学的知識が学級固有のものであり、子どもの個人により文脈性が付与され、子どもによって使用されるということである。ここから導出される学級でなされる学習においては学級という「施設」、子どもという「当事者」、使用という「取り扱い方」に依存するということである。

#### 4.1.2 「(狭義の)認識論」から見る学習の主体

本小節では、「(狭義の)認識論」の諸理論を検討することにより集団を学習の主

体としてみることの必要性を述べる。そのために、「(狭義の)認識論」における議論が集団での学習を志向していることを明らかにする。

これまでの認識論研究は「(狭義の)認識論」における急進的構成主義・社会文化主義・相互作用主義の中で議論されてきた。特に急進的構成主義と社会文化主義は、相容れないものとして互いに対立していた。様々な研究の中では、両者を近づけようとするものもあり、視点の違いによって考察の結果が違っていると指摘している。ただ、両者の根本にある「認識の本性」や「知識は主観か客観か」ということについては基本的に相容れない。

そういった対立の中で台頭してきたのが、社会的構成主義や相互作用主義であるとの指摘がある。これは平林(1998)の次の指摘にも見られる。

最近の社会的構成主義もまた両者の折衷的なもの、ないしは両者を相補的なものとみるものと考えることができる。また、Bauersfeld らの相互作用主義(interactionism)も、社会的構成主義とともに、このような折衷的なないしは相補的理論であろうと思われる。(p.4)

この指摘から、相互作用主義と社会的構成主義には急進的構成主義と社会文化主義の折衷的な理論という側面を含んでいることが示唆されている。そして社会的構成主義と相互作用主義を一つの認識論研究の成果と位置づけることができる。つまり、この2者における学習の捉え方を検討し、「(狭義の)認識論」における議論が集団での学習を志向していることを明らかにする。

#### (1)個人の学びか集団の学びか

学習の成果を資質・能力の向上という視点で見れば、それは個人的なものであるが、現実の教育活動は集団で執り行われているわけであるから、集団としての学習を考えることも必要になるだろう。

さらに、学習を集団の営みであると同定した時に問題を分岐させることが出来る。それは、学習の拠り所においてである。

「(狭義の)認識論」においては、3者において集団的な営みは存在するが、その位置づけが異なる。これについては、それぞれの立場における社会的相互作用の

あり方から指摘できる。第1章で検討したように、3者の重要な方法論として位置づけていた。

構成主義と社会文化主義については、その起源とされる Piaget と Vygotsky の両者の相互作用の捉え方を検討した吉村(1995)が次のように指摘している。

思考の発達における社会的相互作用の役割では、Piaget は、証明・論証の欲求や反省的思考を生み出したり、より客観的なものにししたり、他者との間で一定の意味の共有をはかろうとするものであった。それに対し、Vygotsky は、言語による社会的相互作用は思考の発達に直接的影響力をもつものとされていた。すなわち、思考の発達の方向性を拘束するとともに、それが概念発達の出発点となり得るものであった。

それを受けて、Piaget においては、論理から協働(社会的相互作用)へ、すなわち、個人的な構成による論理をより客観的にするために、その構成後、社会的相互作用が機能することとなる。逆に、Vygotsky においては、言語的コミュニケーションから論理の構成へと展開されている。(p.80)

さらに相互作用主義においては、ブルーマー(1991)のシンボリック相互作用論の前提の2つめに述べられている。「このようなものごとの意味は、個人がその仲間と一緒に参加する社会的相互作用から導き出され、発生するということである」という指摘から、認識が仲間による構成(創発)であるとする認識の本性の前提として社会的相互作用が位置づけられている。

これらの検討より、急進的構成主義は個人を拠り所として、社会文化主義と相互作用主義は集団を拠り所として学習が行われる。さらに社会的構成主義も前者に含まれるが、第1章の検討より共同体における合意、共有に、主観を越える客観的な知識の根拠を求めているため、集団での学習を重視した理論であるといえる。つまり、集団での学習を志向しているのは社会文化主義、相互作用主義、社会的構成主義の3者においてである。

## (2) 学習の捉え方

学習を集団的な営みと同定した時に、社会文化主義、相互作用主義、社会的構

成主義の3者があげられた。ここでは、これらを更に細分化する。

まず、学習が相互作用主義や社会的構成主義における構成によるか、社会文化主義における文化化によってなされるかという問題である。ここで、前小節の検討により子どもが得た数学的知識には主観が入り込むことを鑑みると、個人的であれ集団的であれ、文脈が付与され、学習が知識の(再)構成によってなされるわけである。

次に、社会的構成主義と相互作用主義の2者の違いについて検討する。社会的構成主義者として、Ernest や Cobb、中原などを、佐々木(1998)では挙げられている。この3者の立場は社会的構成主義、人類学的構成主義、協定的構成主義として石田(1992)によってまとめられている。

中原(1994)では、Ernest(1991)における社会的構成主義は、図4-1のサイクルによって学習がなされるとされている。

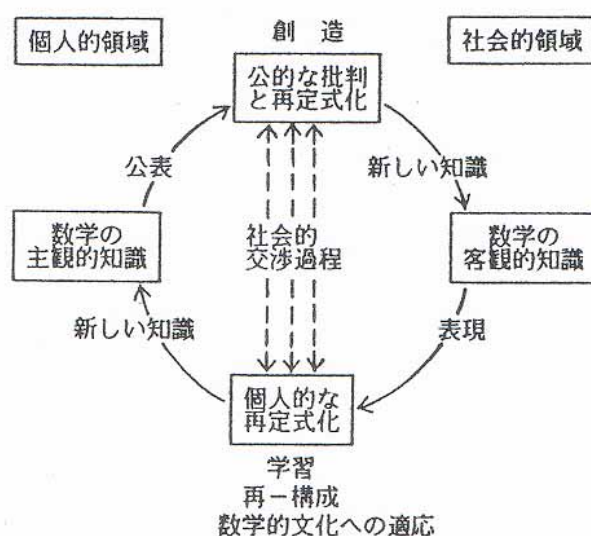


図4-1 数学の主観的知識と客観的知識との関係(中原,1994,p.307)

そして、Ernest の特色は「主観的知識の発生よりもそれからの客観的知識への移行、すなわち、数学的知識の個人的構成よりも社会的構成に重点を置いている」(石田, 1992, p.12)である。Cobb における人類学的構成主義は「数学の学習を、そこにおける合意的な文化の構成活動と捉えている」(石田, 1992, p.10)。中原(1992)における協定的構成主義は、「急進的構成主義に協定という原理を組み入れ

て修正したものであり、数学は構成したものを協定し、協定をしてさらに構成する、その発展的繰り返しからなると捉える」とされている。更にこれら3者の共通点として以下の4つを挙げている。(石田, 1992, p.15)

相対主義的数学観であること。

認知論として急進的構成主義、科学的哲学論として規約主義を基にしていること。

心的構成と社会的相互作用を基盤としていること。

共同体における合意に、主観を越える知識の根拠を求めていること。

社会的構成主義は、急進的構成主義の最大の論点となっていた知識の客観性をどう説明するのかを乗り越えるために生じた理論である。これら3者の理論の共通部分を考慮すると、社会的構成主義では個人の学習がまずあり、それらに客観性を付与するため、よりよいものに洗練していくために社会的相互作用が位置づけられていると言えるであろう。つまり、個の学習がまずあり、それから集団での学習へと移り変わっていくということである。

相互作用主義については、先に検討したように、知識の獲得が社会的相互作用によってなされるものである。つまり、集団としての学習が個の学習を規定するというものである。このように社会的構成主義と相互作用主義の学習観の違いは個と集団の学習の位置づけについてである。

以上の議論のように、社会的構成主義・相互作用主義を認識論研究の今日的な成果と位置づけると、「(狭義の)認識論」における議論からは集団での学習を志向していることが明らかにされた。これより2者における学習における成果は集団としての成果であるといえ、学習の主体を集団としてみることの必要性が示された。

#### 4.1.3 「実用論」から見る学習の主体

前小節では、「(狭義の)認識論」研究の検討により、学習の主体を集団ともみられることを示した。これは、これまでの認識論研究の側からの検討である。一方本研究においては、新たなパラダイムとして「実用論」を位置づけ、学習を捉える

理論的背景に位置づけている。そのため、「実用論」においても同様の結論を得ることができるかが検討されなければならない。そこで本小節においては、「実用論」における学習が集団的な営みであることを示し、集団を学習の主体としてみることの必要性を述べる。

#### (1)「教授学的変換」理論

Chevallard(1991)における「教授学的変換」理論は、「生産」から始まり「使用」までの知識の流れ(プロセス)を示したものであった。この理論は次の図 4-2 で表される。

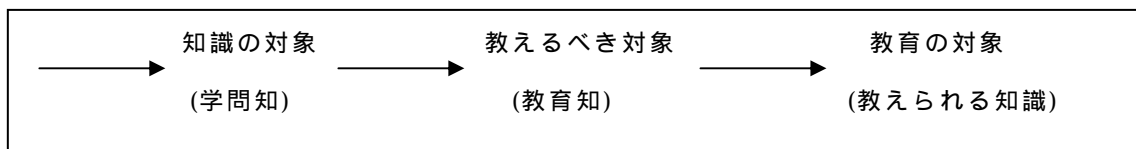


図 4-2 教授学的変換(Chevallard , 1991 , p.39) 括弧内筆者

この教授学的変換は次の3つの水準で捉えることができる。

1 つめは「学問知」から「教育知」の変換である。これは数学的知識を教育活動にあうように作り変えることである。具体的に述べれば、教科書に書かれる知識に変換することである。その知識の流れは、学問としての数学から学習指導要領に書かれる知識を選択し、学習指導要領に書かれている数学的知識を擬似文脈化し教科書に書き表すことである。この過程は図 4-2 における2つ目の矢印を表している。

2 つめが「教育知」から「教えられる知識」への変換である。これは授業の場面における変換であり、生徒が授業を通して知識を認識できるように変換することである。授業における知識は学習指導要領や教科書に書かれており、教師がそこから知識を選択して授業がなされる。その際、テキストに書かれている知識は客観的であり、子どもが認識できるように文脈化されなければならない。つまり授業での教師の仕事は、子どもに適するように「教えようとする知識を、文脈化し直したり、個性化し直したりする」(Kilpatrickら,1992)ことである。つまり、教師が「教育」という目標のために、子どもの「使用」に適するように変換することである。こ

これは図 4-2 の 3 つめの矢印を表している。

3 つめが「施設」的変換である。氏がマクロな視点で数学的知識を検討することの必要性を述べており、その指摘を具体的に示したものが「施設」的変換である。「施設」、「取り扱い方」、「当事者」に関連については第 2 章で示した通りであるが、諸「施設」における独自の「取り扱い方」、「当事者」に適するように数学的知識を作り変えられることを示すものである。この「施設」的変換が Chevallard(1991)氏における「教授学的変換」理論の本来的な解釈である。図式化されていたものは、この「施設」的変換であり、先に述べた 2 つの変換の水準は、図の一部を示したものである。

さらに Chevallard(1991)では、教授組織を次の図 4-3 のように捉えられている。

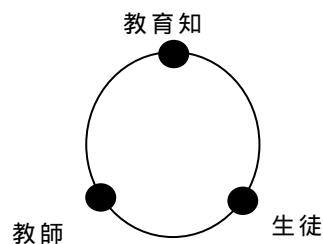


図 4-3 教授組織 (Chevallard, 1991, p.23)

この図 4-3 にある「教育知」とは、授業で扱う知識のことであり、教科書等に記述されているものである。このように学習とは「教育知」・「教師」・「生徒」の関係において成り立つものであると解釈できる。

## (2)「教授学的変換」理論からの学習

ここでは、これまでの Chevallard(1991)の知識の捉え方や「教授学的変換」理論を総合し、そこから得られる学習のあり方を規定する。

知識とは「施設・当事者・取り扱い方」に依存的であり、数学の授業においては生徒の「使用」のために知識を作り替えなければならないということ、学習が「知識」・「教師」・「生徒」との 3 者の関係によって成り立つものであることが明らかにされた。これらから、学習とは授業の構成員である教師と生徒によって、数学的知識にその集団特有の文脈性を付与するという活動である。このように学習を捉



えると、学習における成果は集団によるものであり、集団特有のものであると指摘できる。つまり、学習の主体は集団とも見ることができるであろう。

本節では、これまで学習の主体を個人と捉えられてきたが、集団を学習の主体としてみなせることを明らかにした。一方、認識とは個人内の現象であり、これまでの検討では認識論研究の議論において集団の学習を指向しているために、集団を学習の主体として見られるであろうとする必要性のみを論じたにすぎない。しかし、個人の活動は集団の活動と連関するものであり、個人と集団をそのように捉えることにより、学習の主体が個人であり集団でもあることを示すことができる。そこで次節では、個人と集団とのをどのように捉えるかを検討し、学習の主体が個人であり集団でもあることを示し、子どもの学習が個人と集団の両面への変容を目指すものであることを示す。

## 第2節 個人と集団の関係

第3章において全体論について考察し、「実用論」との整合性を示した。本節では、全体論からこの課題について検討する。全体論では「全体は部分の総和としては認識できず、全体としての原理把握が必要である」というテーゼに基づいた理論である。このように学級を1つの全体と捉えると、学習者個人の集まり以上の組織であると捉えることができる。

また、岡崎(2003)では第3章で検討したミラーに依拠しながら、ホリスティック教育論を数学の授業に限定した時の、その目的と射程について次のように述べていた。

一つは「知識形成の相」であり、ある知識を構成する時に、既存の知識、生活的な知識、直観や論理、他者のアイデア、教師の示唆することなどに繋がりを付け、理解することが重視される。第二は「人間関係形成の相」であり、クラスの雰囲気、学習態度、授業での決め事などを形成することも視野におさめられており、その時、人と人の関わり・繋がりは不可欠となる。さらに第三は、個人の心の奥にある「自己に関する相」があると言われている。そこが揺さぶられるような経験に遭遇することに、この教育の本質がある。そこでは外に現れる自我と、内面的な自己との繋がりがあ。 (p.2)

本節で検討するのは、氏の指摘の第2にある「人間関係形成の相」である。

そこで、氏の指摘にならない全体論における全体の捉え方を検討し、個人と集団の関係をどのように捉えたらよいかを検討する。

#### 4.2.1 全体論における全体の捉え方

全体論において、全体が部分の総和以上であるということは部分に対する全体の優位性を論じたものではない。英語における「全体」は、wholeness と totality の2つの意味があるが、全体論においては wholeness の意味で「全体」を捉えている。

吉田(1999)は、スマッツの次のような言葉を引用し、全体論における「全体」を捉える上での問題を紹介している。

それは、大文字の全体(The Whole)の問題である。私たちが進化の織物に見出してきた、より小さい数々の全体とは区別される。偉大な全体それ自体、といったものの問題である。つまりは、より小さい数々の全体が、その部分ないしは器官でしかないような1つの究極の全体はあるのだろうか。(p.243)

その答えとしては次のように述べている。

では、大自然は、1つの全体なのでしょうか。1つの大きな全体、というものは存在するのでしょうか。世界が、1つの大きな全体なのでしょうか。私は、そのような1つの全体、というものが存在するとは考えていません。(p.244)

このように、全体論における「全体」は、上記のように究極的全体の存在を否定し、「全体」を空間的にも時間的にも開かれた不断に生成進化するダイナミックなプロセスと捉えられる。それゆえ「全体」は「数々の全体」として捉えることができる。

#### 4.2.2 個人と集団の捉え方

個人について、吉田(1999)では個人の中にも全体性を見出し、その一例として

「全体としての人格性」(吉田,1999,p.236)を挙げている。この「人格性」とは各個人の「自己」と「自我」とを総合したものであると捉えられている。ここでいう「自己」とは感情や欲求などの本能的なものを指す。一方、「自我」とは常識や規範などの社会的要請に合致した意識や思考などといったものである。このように個人を全体として捉えている。つまり、集団を一つの全体として捉えたときの個人はその部分であり、一方で一つの全体なのである。

また、個人と集団との関係についてはどのように捉えるべきか。吉田(1999)では個と全体の関係について次のように述べている。

ホリスティックな世界観では、個と全体を二者択一的に捉えるのではなく、個(部分)のもつ自立傾向と、全体(普遍)への統合傾向の両面をあわせもつ「ホロン(holon)」(ケストラ)が、多元的重層的に折り重なり相互依存しているという見方で、人間や世界を見る(p.97)

このように個と全体を捉えることにより学級は各個人の集まりであり、一方で一つの組織としてみることが出来る。また、各個人はそれぞれ1人の人間としての自分であり、学級の構成員としての自分でもあるという側面がある。このように全体論的な捉え方において、学級集団とは、各個人がそれぞれの個性をもつ一方で、集団は個人と同様に1つの個として捉えられ、アイデンティティーを持つものであると解釈できる。

個人と集団の関係をこう捉えると学級における学習は、個人の活動と集団の活動が不可分な関係にあることを指摘できる。つまり集団としての学習というのは、各々の子どもの知的な変容に向けた活動であり、学級集団の変容に向けた活動であると捉えられる。

個人の学習と集団の学習は連関するものであるという捉え方は特段真新しいものではない。しかし、これまでの捉え方は、集団の学習を個人のための手段として位置づけられていると解釈している。認識論研究では次のように捉えられる。構成主義では「生存可能性の原理」に従い、構成した知識がうまく適合するようにするために社会的相互作用という過程が重視されていた。社会文化主義においては、例えば原理V2で「学習は、「発達の最近接領域」において行われるときに、有

効に成立する。ここにおいては教師や有能な仲間との社会的相互作用が重要な役割を果たす。」と述べられている。相互作用主義においては、認識は創発によってなされ、その意味で社会的相互作用の重要性が示されている。これらを簡略化すれば、学習の手立てと認識の手立てとして集団的な学習が位置づけられているわけである。認識に関しては各個人内のものであり集団の学習の中で、個人が認識するという点に異論はないが、学習についてはこれまで議論してきたように、個人と集団の相互に向けて行われるべきものである。

全体論的な捉え方において、集団の学習は学習を捉える上で本質的な意味を持っている。それは、個人の活動と集団の活動が不可分なものであるからである。パイク(1997)では「外への旅」は、「内への旅」であり、2つの旅は、相互に補完し合い、照らし合うもの(p.52)と指摘しており、つまり、学習するという行為は、個人の変容を目指すものであると同時に集団の変容を目指すものである。この指摘から集団として学習することは個人指向と集団指向の2つの側面があるといえる。個人指向というのは学習者個人の高まりを目指すものであり、そこでの集団としての学習は個人の知的変容のための手段として位置づけられる。この意味においては学習の主体は個人である。一方、集団指向というのは学習集団の高まりを目指すものであり、そこでの個人の学習は集団の高まりに向けた手段と位置づけられる。この意味における主体は集団であると捉えられる。

### 第3節 学習の捉え方に関する検討

本節では、これまで検討されてきたことを総括し、より集団を指向した学習の捉え方を明らかにする。

そこでまず第3章で提案した「実用論」のまとめを再度取り上げる。それは次のようにまとめた。

数学的知識は、「施設、当事者、取り扱い方」の3要素から多様な性質をもつものであると捉えられる。

急進的構成主義、社会文化主義、相互作用主義の3つの立場によって提案された認識の仕方を子どもの多様な認識の仕方として捉える。

認識を捉えるためには、子どもの知識の使用に着目することで、認識の程度を把握する。

特に に関わって、数学的知識は諸「施設、当事者、取り扱い方」に依存することが明らかにされた。つまり、学級で行われる学習とはその学級独自の取り組みであるということである。

また、「実用論」の理論による数学的知識の捉えから導出される学習の捉え方は4.1.3で示した「学習とは授業の構成員である教師と生徒によって、数学的知識にその集団特有の文脈性を付与するという活動」である。ここで述べる文脈性とは2つの意味で捉えている。1つは、数学的知識を得たときの授業の記憶である。例えば、そのときのクラスの雰囲気であったり、話し合った内容であったり、誰から出された意見であったかなどの知識に付随する記憶のことである。2つめは、全体論に基づく数学教育で述べられていた内容の関連性である。これは今学習していることは、これまでまたはこれからの学習にどのように関わるかという意味での関連性である。

更に、前節では学級における学習とは、各々の子どもの学習の集まりであり、1つの学級集団としての学習であることを示し、そこら次の2つのことを示した。

学習の主体は個人であり、集団であること。

学習は個人の変容過程であり、集団の変容過程でもあること。

以上の検討を総括して、本研究におけるより集団を指向した学習のあり方は以下の3つが明らかになった。

学習の主体は、個人であり学級集団である。

学級における学習では、個人の変容(高まり)と集団としての変容(高まり)を目指す。

学級集団における知識の学習は、授業の構成員である教師と生徒によって、数学的知識にその集団特有の文脈性を付与するという活動である。

## 第4章のまとめ

第4章においては、集団としての学習が学習する上で本質的な意味をもつであろうことを明らかにするために、学習の主体と個人と集団の関係について検討した。

第1節では、学習の主体について検討した。これまで学習の主体としては個人が想定されてきたが、集団も主体としてみることの必然性を明らかにすることが具体的な課題である。この課題に対して、「(狭義の)認識論」と「実用論」の2つの立場から検討した。「(狭義の)認識論」研究において、社会的構成主義・相互作用主義を認識論研究の今日的な成果と位置づけると、「(狭義の)認識論」における議論からは集団での学習を志向していることが明らかにされた。これより2者における学習における成果は集団としての成果であるといえ、学習の主体を集団としてみることの必要性が示された。

一方、「実用論」においては次のように結論付けた。学習とは授業の構成員である教師と生徒によって、数学的知識にその集団特有の文脈性を付与するという活動である。このように学習を捉えると、学習における成果は集団によるものであり、集団特有のものであると指摘できる。つまり、学習の主体は集団とも見ることができであろう。

第2節では、学習の主体として集団が位置づけられることと、集団としての学習が個人の変容とともに集団の変容を目指すものであるべきことを明らかにする。この節では主に全体論の理論を検討することにより、次のような結論を得た。

学級は各個人の集まりであり、一方で一つの組織としてみることができる。また、各個人はそれぞれ1人の人間としての自分であり、学級の構成員としての自分でもあるという側面がある。このように全体論的な捉え方では個人と集団は不可分な関係にあり、連関するものであることが明らかになる。

個人と集団の関係をこう捉えると学級における学習においては、個人の活動と集団の活動が連関的な関係にあることが指摘される。学級における学習というのは、各々の子どもの学習の集まりであり、学級集団としての学習であると捉えられる。つまり、この意味において学習の主体は個人であり集団でもある。

個人の学習と集団の学習は連関するものであるという捉え方は特段真新しいものではない。しかし、これまでの捉え方は、集団の学習を方法として位置づけら

れていると解釈している。認識論研究に話を限定すれば、構成主義では「生存可能性の原理」に従い、構成した知識がうまく適合するようにするために社会的相互作用という過程が重視されていた。社会文化主義においては、例えば原理V2で「学習は、「発達の最近接領域」において行われるときに、有効に成立する。ここにおいては教師や有能な仲間との社会的相互作用が重要な役割を果たす。」と述べられている。相互作用主義においては、認識は創発によってなされ、その意味で社会的相互作用の重要性が示されている。これらを簡略化すれば、学習の方法と認識の方法として集団的な学習が位置づけられているわけである。

一方全体論的な捉え方において、集団の学習は学習を捉える上で本質的な意味を持っている。それは、個人の活動と集団の活動が不可分なものであるからである。つまり、学習するという行為は、個人の変容を目指すことと同時に集団の変容を目指すものである。こういった意味において子どもの学習にとって、集団の学習は本質的な意味を持っていると捉えられる。

第3節では、これまでの議論を総括し、本研究におけるより集団を指向した学習のあり方として次の3つを指摘した。

学習の主体は、個人であり学級集団である。

学級における学習では、個人の変容(高まり)と集団としての変容(高まり)を目指す。

学級集団における知識の学習は、授業の構成員である教師と生徒によって、数学的知識にその集団特有の文脈性を付与するという活動である。

第4章の参考文献

- Chevallard,Y(1991) 『La Transposition Didactiques de Savoir Savant au Savoir Enseigné』 La Pensée Sauvage Editions
- Ernest(1991) 『The Plilosophy of Mathematics Education』 The Falmer Press
- Kong&Kilpatrick(1992) 「Didactic Transposition in Mathematics Textbooks」  
For the Learning of Mathematics 12,1 pp:2-7
- グラハム・パイク&ディヴィット・セラピー著 中川喜代子 監修 阿久澤麻里子(1997)訳 『地球市民を育む学習 - Global Teacher,Global Learner - 』明石書店
- H. ブルーマー(1991); 後藤将之訳 『シンボリック相互作用論パースペクティブと方法』勁草書房
- 石田忠男(1992) 「数学教育における構成主義の研究(1) - 急進的構成主義から社会的構成主義へ - 」西日本数学教育学会発表資料
- 岡崎正和(2003) 「全体論的視座からの正負の数の加減の単元構成に関する研究」『数学教育研究』第9巻 pp;1-13
- 佐々木徹郎(1998) 「数学教育における構成主義と社会文化主義 - 相補か還元か - 」『数学教育学研究』第4巻 pp;11-17
- 中原忠男(1994) 『数学教育における構成主義の展開 - 急進的構成主義から社会的構成主義へ - 』「日本数学教育学会誌」第76巻 11号 pp;302-311
- 平林一榮(1998) 「わが国数学教育の認識論的状况」西日本数学教育学会発表資料
- 平林一榮(2006) 「数学教育学の居場所(niche) - 新しい認識論の視点から - 」『第39回数学教育論文発表会論文集』
- 吉田敦彦(1999) 『ホリスティック教育論 日本の動向と思想の地平』平文社
- 吉村直道(1995) 「多様な社会的相互作用の捉え方についての考察 - Piaget と Vygotsky の比較を通して - 」『数学教育研究』第1巻 pp;75-84



## 終章

### 本研究のまとめと今後の課題

## 第1節 本研究のまとめ

本研究は、集団としての学習が強調されている今日において、集団で学習することが学校という制度としてだけでなく、必然的かつ本質的な意味や意義があることを問うことが課題意識としてあった。その一助として、目的を「今日のパラダイムとしての認識論を基盤にしながら、子どもの学習が個人的な変容であるだけでなく、集団の変容に向けて行われるべきであることを示し、より集団としての学習を指向した捉え方を明らかにする。」こととした。本節では、研究結果を概観する。

第1章では、認識論研究の今日的成果を検討し、そこに見られるパラダイムを明らかにした。まず、第1節においては急進的構成主義、社会文化主義、相互作用主義の3者の基本的立場を概観し、認識論研究の今日的な成果として挙げられる中原(2001)における「多世界パラダイム」を検討した。これは「原理的には相いれない面があっても、学習活動を取りわけ学校における学習活動がその3つを重要な要因として含む以上はそれらを協応させ、補完しようとする立場」(p.14)である。さらにいえば、「子供や学習内容に応じて、一人ひとりの学習活動をそれに適応したり理論を採用して説明したり、それらを組み合わせで説明しようとするのがここで提唱しようとしている立場」(p.14)である。

第2節においては、平林(1998)で社会的構成主義が急進的構成主義と社会文化主義の相補的な理論であるという指摘から、これを一つの認識論研究の今日的成果として捉え、社会的構成主義を検討した。社会的構成主義者として Cobb、Ernest、中原の3者の立場を検討した。氏らの基本的立場を踏まえ、中原(1994)では3者の共通点として以下の諸点を挙げている。

- (1) 相対主義的数学観である
- (2) 認識論として急進的構成主義、科学哲学論として規約主義を基盤にしている
- (3) 心的構成、社会的構成及びそれらの相互作用を基本としている
- (4) 共同体における合意、共有に、主観を越える客観的な知識の根拠を求めている

(p.309)

第3節においては、今日的成果として挙げられる「多世界パラダイム」と社会的

構成主義に見られるパラダイムを明らかにした。理論的な整合性は図れないが、現実の学習活動を鑑みて、相対する理論を補完しようとするものであった。つまり理論的にはプラグマティズムの立場をとっている。また、さらに今日的な認識論研究の動向として、学習の捉え方に関して他者との相互作用の重要性を提起していることを明らかにした。

第2章においては、新たな認識論研究に位置づけられる Chevallard の「教授学的変換理論」を明らかにし、「実用論」がどのような理論であるかを明らかにした。まず、第1章では氏の研究対象や研究方法を検討することによって、これまでになされてきた認識論研究と「実用論」との相違を明らかにした。「実用論」においては数学的知識の使用と応用に関する論であり、この2者においては数学的知識に関する議論をする際のアプローチに違いが見られた。「(狭義の)認識論」の研究は、教授組織内での子どもの認識の仕方が議論の対象であった。一方、Chevallard(1991)における「実用論」においては、教育を社会的プロジェクトであるとし、教授組織内だけでなく、その外にある環境をも対象化される。さらに、数学的知識の使用や応用の仕方まで問題にする。このように、研究対象と方法に関して差異が見られた。また、新学習指導要領の「活用」に関する記述を検討すると、学習において子どもたちが数学的知識を認識するだけでなく、得た数学的知識を「活用」することの必要性を述べられていた。この数学的知識の「活用」とはその使用と応用であると解釈でき、そこまでも議論の対象としていることから Chevallard(1991)の「実用論」の検討は今日的な要請に鑑みながら議論することができることが明らかとなった。

第2節においては氏の数学的知識の捉えについて検討をした。そこでまず語「savoir」と「connaissance」について考察し、フランス語における知識は、知識の状態により区別することができることを明らかにした。そして、客観的知識は主体の外にある知識(savoir)のことであり、それが主体に取り込まれると主観的知識(connaissance)となることを示した。

さらに、知識には「施設、当事者、取り扱い方」の3つの要素に関連があり、各々の要素において知識には様々な側面があることが指摘されていた。

「施設」については、「学問知」と「教育知」との区別から検討した。これは「施設」によって知識の進展過程の違いを示したものであった。同じ数学という言葉で冠

していても、大学で行われている数学と授業で行われる数学は別物であるという立場に立つものである。つまり、「施設」という要素は知識と諸施設(教授組織、教育組織、ノースフェール)との関係に差異が見られることを示したものである。

「当事者」については、教師と生徒の知識の違いを検討した。教師と生徒の知識の違いは時間的素性と地位的素性において分けられることを示した。これは、教師と生徒の知識の量・質の面と知識の展開の2つに違いが見られるということである。後者において、教師では知識が予見的に展開され、生徒では遡及的に展開するということである。また、前小節でフランス語の「savoir」と「connaissance」検討により、学習者の知識の状態によっても知識を区別できることを示した。このように「当事者」という要素は、知識に関わる人(教師や生徒など)と知識の状態の2つに関わって、知識の異なる側面を示している。

「取り扱い方」については、Chevallard(1991)で「生産、使用、教育、変換」の4つの場面が考えられていた。特に「変換」はChevallard氏の独自の概念であって、学問としての数学的知識を教育活動に合うように作り変えることである。「取り扱い方」という要素は、知識をどのように扱われるかによっても区別できることを示したものである。

第3節では、第2節で検討した数学的知識の多様な側面を総合し「教授学的変換」理論を検討し、氏における「實用論」を明らかにした。「教授学的変換」は「生産」から始まり「使用」までの知識の流れ(プロセス)を示したものであると解釈できる。

氏の捉える「教授学的変換」は次の3つの水準で考察されていると捉えられる。

1つめは「学問知」から「教育知」の変換である。これは、教育活動に合うように学問としての数学的知識を作り変えることである。

2つめが「教育知」から「教えられる知識」への変換である。これは授業の場面における変換であり、生徒が授業を通して知識を得るという過程での変換である。授業における知識は学習指導要領や教科書に書かれており、そこから選択して授業がなされる。テキストに書かれている知識は「savoir」としての客観的知識であり、一方子どもが得た知識は、「connaissance」としての主観的知識である。主観的知識には、客観性と共に文脈性などを付与されなければならないから、その意味において変換がなされる。

3つめが「施設」的変換である。氏がマクロな視点で数学的知識を検討すること

の必要性を述べており、その指摘を具体的に示したものが「施設」的変換である。「施設」、「取り扱い方」、「当事者」に関連付けて考えられている。つまり諸「施設」における独自の「取り扱い方」、「当事者」に適するように数学的知識を作り変えられることを示すものである。その具体例として表 2-1 を挙げた。

また氏の捉える「実用論」を明らかにするために、まずこれまでに議論されてきた認識論研究との差異について数学的知識の捉え方から検討した。Chevallard(1991)では「施設、当事者、取り扱い方」の3つの要素によって、知識の多様性が示されており、氏の立場では数学的知識を画一的に捉えられていない。これがこれまでの認識論研究との差異の一つある。またもう一つは子どもの認識の捉え方に関してである。「使用」について考察することは、プラグマティズムを乗り越えられる可能性を示していると捉えられる。子どもの認識の仕方は目に見えるものではなく、実際に記述できるかどうかは不明である。生徒が数学的知識を「使用」できるから知っているとするならば、その使用方法を記述・分析することで生徒の認識の程度を把握できるのではないだろうか。

さらに、数学的知識やその認識についてこう捉えるとそこから導出される学習の捉え方も違ってくる。そこで学習は学習者が数学的知識を文脈化・人格化することであると同定した。

第3章においては、第2章で検討した「実用論」を認識論研究の今日的なパラダイムとして位置づけた。第1節では、ミラー(1994,1997)や吉田(1999)に依拠し「全体論」の基礎的検討を行った。ミラー(1997)ではホリスティック教育を つながりと バランス と 包括性 という三つの観点から定義していた。そもそもミラー(1994)ではつながりをホリスティック教育の定義としていたことからも見られるように、 バランス や 包括性 の議論の根底に つながり を意識していることが伺われる。つまりホリスティックな視点の最も根底にあるものが つながり であることを示した。さらに、ミラーにおけるホリスティック教育論は基礎的教育理論(諸教育理論のつながりを示す理論)として理論を構築することがその目的であることを明らかにした。

第2節では、全体論に基づく数学教育として Wittmann 氏、國本氏、岡崎氏、服部氏の4人を検討し、氏らの全体論的視点を明らかにした。岡崎(2001b)で示されていたように、数学教育における全体論的な研究の対象は数学教育の内容に関

わるものと、授業状況の設定に関わるものであった。しかし、全体論に基づく数学教育においては単に内容や授業状況の改善だけを目指すものではなく、内容や授業の改善を図ることで指導要領や数学教育研究、教育改革までを目指すものである。

吉田(1999)における「一つの全体」でも「究極の全体」でもなく「数々の全体」が使われていることに注目する必要がある(p.241)という指摘に鑑みると、数々の全体の要素として、内容・授業状況・学習指導要領・数学教育研究・教育改革が位置付くことになる。こういった つながり という関連性を踏まえた上での論を展開していくことが数学教育における全体論的視点であると捉えられる。

第3節では、前節までの全体論の検討を通して「実用論」の補完を図った。これは「実用論」をホリスティック教育論の目指す基礎的教育理論として位置づけ、「(狭義の)認識論」の議論を補完することであった。その目的のためにまず「実用論」と Wittmann 氏の述べる全体論的視点との整合性について検討した。この検討から次のような結論を得た。2者における研究はそのアプローチの方向が異なる。というのは、Chevallard 氏における数学的知識の検討は、大学で行われる理論的数学から、実際の授業における数学へという方向であり、Wittmann 氏の研究とは逆向きの方角性である。しかし、両者では1つの課題を検討するために、その課題を取り巻く「全体」との関連をみながら研究が進められている。つまり、Chevallard(1991)における「教授学的変換」理論の研究は、「全体論的」視点を有していると解釈できる。

さらに、知識の主観性、客観性の問題を検討することで基礎教育論として「実用論」を位置づけた。このように「実用論」を捉えると、認識の仕方を急進的構成主義・社会文化主義・相互作用主義の3者において示された多様な認識方法であると捉えられることができた。

認識論研究における新たなパラダイムとしての「実用論」では、認識の仕方は急進的構成主義・社会文化主義・相互作用主義の3者において示された多様な認識方法であり、子どもの知識の使用方法を記述・分析することで子どもの認識の程度を把握することである。

本章によって捉えられた今日的なパラダイムとしての「実用論」をまとめると次のようになる。

- 、数学的知識は、「施設、当事者、取り扱い方」の3要素から多様なものであると捉えられる。
- 、急進的構成主義、社会文化主義、相互作用主義の3つの立場によって提案された認識の仕方を子どもの多様な認識の仕方として捉える。
- 、認識を捉えるためには、子どもの知識の使用に着目することで、認識の程度を把握する。

第4章では、本研究の目的であるより集団としての学習を指向した学習の捉え方を明らかにした。第1節では、学習の主体について検討した。これまで学習の主体としては個人が想定されてきたが、集団も主体としてみることの必然性を明らかにすることが具体的な課題である。この課題に対して、「(狭義の)認識論」と「実用論」の2つの立場から検討した。「(狭義の)認識論」研究において、社会的構成主義・相互作用主義を認識論研究の今日的な成果と位置づけると、「(狭義の)認識論」における議論からは集団での学習を志向していることが明らかにされた。これより2者における学習における成果は集団としての成果であるといえ、学習の主体を集団としてみることの必要性が示された。

一方、「実用論」においては次のように結論付けた。学習とは授業の構成員である教師と生徒によって、数学的知識にその集団特有の文脈性を付与するという活動である。このように学習を捉えると、学習における成果は集団によるものであり、集団特有のものであると指摘できる。つまり、学習の主体は集団とも見ることができであろう。

第2節では、学習の主体として集団が位置づけられることと、集団としての学習が個人の変容とともに集団の変容を目指すものであるべきことを明らかにする。この節では主に全体論の理論を検討することにより、次のような結論を得た。

学級は各個人の集まりであり、一方で一つの組織としてみることができる。また、各個人はそれぞれ1人の人間としての自分であり、学級の構成員としての自分でもあるという側面がある。このように全体論的な捉え方では個人と集団は不可分な関係にあり、連関するものであることが明らかになる。

個人と集団の関係をこう捉えると学級における学習においては、個人の活動と集団の活動が連関的な関係にあることが指摘される。学級における学習というのは、各々の子どもの学習の集まりであり、学級集団としての学習であると捉えら

れる。つまり、この意味において学習の主体は個人であり集団でもある。

個人の学習と集団の学習は連関するものであるという捉え方は特段真新しいものではない。しかし、これまでの捉え方は、集団の学習を方法として位置づけられていると解釈している。認識論研究に話を限定すれば、構成主義では「生存可能性の原理」に従い、構成した知識がうまく適合するようにするために社会的相互作用という過程が重視されていた。社会文化主義においては、例えば原理V2で「学習は、「発達の最近接領域」において行われるときに、有効に成立する。ここにおいては教師や有能な仲間との社会的相互作用が重要な役割を果たす。」と述べられている。相互作用主義においては、認識は創発によってなされ、その意味で社会的相互作用の重要性が示されている。これらを簡略化すれば、学習の方法と認識の方法として集団的な学習が位置づけられているわけである。

一方全体論的な捉え方において、集団の学習は学習を捉える上で本質的な意味を持っている。それは、個人の活動と集団の活動が不可分なものであるからである。つまり、学習するという行為は、個人の変容を目指すことと同時に集団の変容を目指すものである。こういった意味において子どもの学習にとって、集団の学習は本質的な意味を持っていると捉えられる。

第3節では、これまでの議論を総括し、本研究におけるより集団を指向した学習のあり方として次の3つを指摘した。

学習の主体は、個人であり学級集団である。

学級における学習では、個人の変容(高まり)と集団としての変容(高まり)を目指す。

学級集団における知識の学習は、授業の構成員である教師と生徒によって、数学的知識にその集団特有の文脈性を付与するという活動である。



## 第2節 今後の検討課題

本研究における課題を最後に述べたいが、それは数多く残されている。筆者が特に最重要課題であると捉えているものを挙げておきたい。

まずは、実践研究である。筆者自身は大学院生として研究している立場であり、現実の授業をよく知っているとはいいがたい。Wittmann 氏も述べているように、現実の授業改善をも視野に入れなければ、研究としての有用性は少ない。来年から中学校で教鞭をとることになっているので、自身の研究がどのような意義があるのかを再検討しつつ、さらなるよりよい研究となるように深めていきたいと考えている。

2つめは、Chevallard 氏の「教授学的変換理論」の捉え方である。氏の理論はとても難解であり完璧に的を得ているという自信が正直あまりない。そもそもフランス語にあまり精通していないために、私的に日本語訳されたもので検討を行った。そのためまずフランス語をしっかりと勉強することから始めなければならない。また、氏の理論はフロイデンタール氏によって痛烈に批判されており、その批判についても検討し応えられるような理論を構築しなければならないと感じている。

3つめは、評価に関してである。本研究は、学習を集団としての変容(高まり)として同定したが、集団として目指す目標があるということは、評価しなければならないということでもある。学校生活の中では、グループ活動や部活動等では集団として評価されることはあるかもしれないが、教科教育の中で集団を評価するということはあまりなされていない。そもそもその評価が必要であるのかという根本的な問題から始めなければならないが、これについても自分の経験を重ねることで示唆を得たいと考えている。

最後に、学習の捉え方である。というのは、本研究においては主に数学的知識に焦点を当て、知識の学習に関する論考であった。しかし、Wittmann 氏や國本氏が述べているように全体論に基づく上では、知情意の調和的発達を目指しており、全人的ともいえる学習理論を提案している。つまり、全体論に依拠することは、一つの要素について述べるだけでは不十分で、それらの諸要素との関連に着目しなければならない。

今後の課題として4つ述べたが、これらを着実に検討しながらよりよい授業実践をしていきたいと考えております。

## 参考文献一覧

- Chevallard,Y(1991) 『La Transposition Didactiques de Savoir Savant au Savoir Enseigné』 La Pensée Sauvage Editions
- Ernest(1991) 『The Philosophy of Mathematics Education』 The Falmer Press
- Kong&Kilpatrick(1992) 「Didactic Transposition in Mathematics Textbooks」  
For the Learning of Mathematics 12,1 pp:2-7
- Sierpinska,A.&Lerman,S.(1996) 「Epistemologies of Mathematics and Mathematics education」 『International Handbook of Mathematics Education』 Kluwer Academic Publishers pp;855-862
- Steffe&Kieren(1994) 『Radical Constructivism and Mathematics Education』  
Journal for Research in Mathematics Education Vol.25 No.6 pp;711-733
- ヴィゴツキー著 柴田義松・森岡修一訳(1975) 『子どもの知的発達と教授』 明治図書
- E.ch.ヴィットマン/G.N.ミューラー/H.シュタインプリング共著 國本景亀/山本信也共訳(2004) 『PISA を乗り越えて 算数・数学 授業改善から教育改革へ』 東洋館出版社
- E.ch.ヴィットマン著 湊三郎(2000)訳 「算数・数学教育を生命論的過程として発展させる」 『算数教育』 pp;30-42
- グラハム・パイク&ディヴィット・セラピー著 中川喜代子 監修 阿久澤麻里子(1997)訳 『地球市民を育む学習 - Global Teacher,Global Learner - 』 明石書店
- ジョン・P・ミラー著 吉田敦彦 他(1994)訳 『ホリスティック教育 - いのちのつながりを求めて』 春秋社
- ジョン・P・ミラー著 吉田敦彦 他(1997)訳 『ホリスティックな教師たち』 学習研究社
- H. ブルーマー(1991) ; 後藤将之訳 『シンボリック相互作用論パースペクティブと方法』 勁草書房
- レイブ,J.&ウエンガー,E.著 佐伯胖訳(1993) 『状況に埋め込まれた学習』 産業図書
- 青木徹(2009) 「数学教育の“社会的”視座からの検討(1)」 第29回全国数学

## 教育学会発表資料

- 石田忠男(1992) 『数学教育における構成主義の研究(1) - 急進的構成主義から社会的構成主義へ - 』西日本数学教育学会発表資料
- 植田幸司(2006) 『相互作用主義に基づく数学学習指導の研究』 修士論文
- 岡田禎雄(2000) 「認識論」『算数・数学科 重要用語 300 の基礎知識』p.59 明治図書
- 岡本光司(1998) 「「状況的学習」論に基づいた数学学習のパラダイムと数学授業のフレームワーク」 第31回数学教育論文発表会論文集 pp;335-340
- 岡崎正和(2000) 「教授単元の考えを普段の授業に実現する一つの試み - 教授学的工学に着目して - 」 『第33回数学教育論文発表会論文集』 pp;31-36
- 岡崎正和(2001a) 「全体論的な視座からの授業設計に関する考察 - 中学校1年の文字式・方程式の授業デザインに向けて - 」 『上越数学教育研究』第16号 pp;47-56
- 岡崎正和(2001b) 「全体論的な視座からの代数の導入過程に関する研究 - 代数的発想の生起の様相 - 」 『数学教育学研究』第7巻 pp;39-49
- 岡崎正和(2003) 「全体論的視座からの正負の数の加減の単元構成に関する研究」 『数学教育研究』第9巻 pp;1-13
- 國本景龜(2001) 「算数・数学学習における全体論的アプローチについて」 『第34回数学教育論文発表会論文集』 pp;7-12
- 國本景龜(2003) 「E.ch.Wittmann の数学教育論( ) - 問題解決能力の育成と技能の習得・習熟を結びつける - 」 『第36回数学教育論文発表会論文集』 pp;13-18
- 國本景龜ら(2004) 「訳者あとがき 生命論的観点に立つ算数・数学教育」 『PISA を乗り越えて 算数・数学 授業改善から教育改革へ』 東洋館出版社
- 國本景龜研究代表(2006) 「全体論(生命論)に立つ教科書:『数の本』」 『「全体論」数学教育の理論と実践に関する研究』 基盤研究(C) 研究成果報告書 pp;43-59
- 佐々木徹郎(1998) 「数学教育における構成主義と社会文化主義 - 相補か還元か - 」 『数学教育学研究』 第4巻 pp;11-17

- 佐々木徹郎(2000) 「社会文化主義・活動理論」『算数・数学科 重要用語 300の基礎知識』 p.41 明治図書
- 中西隆(1996) 「構成主義と社会文化主義の統合(Cobb)についての一考察 - 「数学教育研究」における文化人類学的視座の正当性 - 」 第4回全国数学教育学会発表資料
- 中原忠男(1994) 『数学教育における構成主義の展開 - 急進的構成主義から社会的構成主義へ - 』「日本数学教育学会誌」 第76巻 11号 pp;302-311
- 中原忠男(1995) 『算数・数学教育における 構成的アプローチの研究』 聖文社
- 中原忠男(2000) 「相互作用主義」『算数・数学科 重要用語 300の基礎知識』 p.48 明治図書
- 中原忠男(2001) 『数学教育における多世界パラダイムに基づく授業論の理論的・実証的研究』 基盤研究(C)(2) 研究成果報告書
- 服部裕一郎(2004) 『全体論に基づく数学教育に関する研究』 修士論文
- 平林一榮(1998) 「わが国数学教育の認識論的状况」 西日本数学教育学会発表資料
- 平林一榮(2001) 「授業とは何か - 数学教育における認識論的授業論 - 」 近畿数学教育学会会誌 第14号
- 平林一榮(2006) 「数学教育学の居場所(niche) - 新しい認識論の視点から - 」 『第39回数学教育論文発表会論文集』
- 文部科学省(2008) 『中学校学習指導要領解説 数学編』 文部科学省
- 吉田敦彦(1999) 『ホリスティック教育論 日本の動向と思想の地平』 平文社
- 吉田香織(2001) 「Vygotskyによる社会文化主義について - Vygotsky理論の特徴付け - 」『数学教育における多世界パラダイムに基づく授業論の理論的・実証的研究』 pp;71-91 基盤研究(C)(2) 研究成果報告書
- 吉田香織(2002) 『ヴィゴツキー理論を基盤とする子どもの分数概念の形成と学習に関する考察』 学位論文
- 吉村直道(1995) 「多様な社会的相互作用の捉え方についての考察 - Piaget と Vygotsky の比較を通して - 」『数学教育研究』 第1巻 pp;75-84