

ニューラルネットワークの性能向上と
デジタル通信受信方式への応用に関する研究

Studies on Performance Improvement of Neural Networks and
Applications to Receivers in Digital Communication Systems

1994年3月

埼玉大学大学院理工学研究科（博士後期課程）

生産情報科学専攻（主指導教官 小林 禧夫）

宮嶋 照行

要旨

ニューラルネットワークは、並列処理、非線形性、学習能力といった特長を有するシステムであり、様々な分野へ応用されている。本論文では、ニューラルネットワークの性能向上及びそのデジタル通信受信方式への応用を目的とし進められた一連の研究について述べている。まずニューラルネットワークの性能向上法として、動的なパターン認識に適したニューラルネットワークと学習アルゴリズムの高速化について述べ、次にニューラルネットワークのデジタル通信受信方式への応用として、適応等化器への応用と、符号分割多元接続 (CDMA) 通信のマルチユーザー検波への応用について述べている。

第1章では、まず、ニューラルネットワークとそのデジタル通信受信方式への応用の歴史について述べている。次にニューラルネットワークの原理と、本論文で検討するデジタル通信受信方式である、適応等化器と、CDMA 通信のマルチユーザー検波の原理について述べ、その次に本論文の位置付けを行なっている。

ニューラルネットワークをパターン認識へ応用する場合、従来は評価データの分布が時不変な静的なパターン認識が主に検討されており、評価データの分布が時変である動的なパターン認識はほとんど検討されていない。また、従来ニューラルネットワークの学習に用いられている逆伝播法は収束に時間がかかるという欠点を有しており、収束の高速な学習アルゴリズムが必要とされている。そこで第2章では、まず、ニューラルネットワークの基礎理論について述べた後、動的なパターン認識に適用可能な、選択的に教師なし学習を行なうニューラルネットワーク (SULNN) を提案している。SULNN は、学習データで学習済みのネットワークの出力値をもとに、評価データに対してシステム自身で教師信号を生成し学習を行なうことにより、外部からの教師がなくてもデータ分布の変化に追従が可能になる。また、選択的に学習を行なうことにより雑音に強いシステムとなっている。計算機シミュレーションにより、

選択的に学習を行なうことにより誤った学習を防ぎ、データ分布の変化に追従できることを示している。次に、ニューラルネットワークの高速学習アルゴリズムとして、新しい導出法に基づく RLS アルゴリズムを用いた学習アルゴリズムを提案している。これは、評価関数に出力層のユニットの内部ポテンシャルの 2 乗誤差和を用いることにより、RLS アルゴリズムの使用を可能にしている。排他的論理和を学習させた場合、従来の逆伝播法に比べて約 9 倍高速であることを示している。また提案する学習アルゴリズムは、処理する信号が複素数である複素ニューラルネットワークにも適用できることを明らかにし、従来の複素逆伝播法に比べて約 100 倍高速であることを示している。

適応等化器にニューラルネットワークを用いることにより性能が向上することが知られている。適応等化器は、デジタル移動体通信で重要な技術として検討されているが、ニューラルネットワークを用いた適応等化器の性能を移動体通信で見られる周波数選択性フェージング伝送路で検討した報告はない。そこで第 3 章では、ニューラルネットワークを用いた判定帰還型適応等化器 (DFE) の周波数選択性フェージング伝送路における性能の評価を行なっている。特に、第 2 章で提案する高速学習アルゴリズムで学習する SULNN を用いた DFE について検討している。高速学習アルゴリズムを用いることにより伝送路の変化に高速に追従でき、また SULNN を用いることにより雑音に強いシステムとなっている。計算機シミュレーションにより、従来の逆伝播法を用いて学習するニューラルネットワークを用いた DFE は学習が遅いため従来の DFE に比べ性能が劣化することを明らかにし、さらに高速学習アルゴリズムで学習する SULNN を用いた DFE は、ビット誤り率が 10^{-2} において従来の DFE より約 2dB 優れていることを示している。

CDMA 通信のマルチユーザー検波の最適受信機はユーザー数に対し指数的に複雑になり、実現が困難であるため、最適に近い性能を有し、かつ簡易な方式が必要とされている。第 4 章では、ホップフィールドネットワークを用いた同期 CDMA 通信のマルチユーザー検波のための受

受信機を提案している。最適受信機の尤度関数とホップフィールドネットワークのエネルギー関数を対応づけることにより、ホップフィールドネットワークによりマルチユーザー検波が可能になる。また、最適受信機の複雑さがユーザー数に対し指数的に増加するのに対し、提案する受信機の複雑さはユーザー数に比例する。計算機シミュレーションにより、提案する受信機により、最適に近い性能が得られることを明らかにしている。また、エネルギー関数の極小値への収束はさほど深刻ではないことを示している。

第5章では、ホップフィールドネットワークを用いた非同期CDMA通信のマルチユーザー検波のための受信機を提案している。同期CDMA通信の場合と同様に、提案する受信機の複雑さはユーザー数に比例する。計算機シミュレーションにより、準最適な性能が得られることを示している。またエネルギー関数の極小値への収束率は、干渉信号が推定しにくいような場合に増加することを示している。さらに収束に必要な反復回数について検討し、最適受信機に比べて計算複雑性が小さいことを示している。

第6章では、本研究の成果を総括している。

目次

第1章 序論	1
1.1 ニューラルネットワークとそのデジタル通信受信方式 への応用の歴史	1
1.2 ニューラルネットワークの原理	2
1.3 適応等化器の原理	4
1.4 符号分割多元接続通信のマルチユーザー検波の原理	5
1.5 本論文の位置付けと目的	6
1.6 本論文の構成	9
第2章 ニューラルネットワークの性能向上	11
2.1 まえがき	11
2.2 ニューラルネットワークの基礎	13
2.2.1 階層型ニューラルネットワーク	13
2.2.2 ホップフィールドネットワーク	17
2.3 選択的に教師なし学習を行なうニューラルネットワーク (SULNN)	21
2.4 RLS アルゴリズムを用いた高速学習アルゴリズム	29
2.4.1 実ニューラルネットワークの学習アルゴリズム	30
2.4.2 複素ニューラルネットワークの学習アルゴリズム	35
2.5 本章のまとめ	41
第3章 周波数選択性フェージング伝送路におけるニューラルネット ワークを用いた適応等化器	44
3.1 まえがき	44
3.2 周波数選択性フェージング伝送路と判定帰還型適応等化 器 (DFE)	45
3.3 SULNN を用いた DFE	48
3.4 計算機シミュレーション	50

3.5 本章のまとめ	57
第4章 ホップフィールドネットワークを用いた同期符号分割多元接 続通信のマルチユーザー検波	59
4.1 まえがき	59
4.2 同期符号分割多元接続通信モデルと最適マルチユーザー 検波	61
4.3 ホップフィールドネットワークを用いたマルチユーザー 検波方式	63
4.4 計算機シミュレーション	66
4.5 本章のまとめ	75
第5章 ホップフィールドネットワークを用いた非同期符号分割多元 接続通信のマルチユーザー検波	77
5.1 まえがき	77
5.2 非同期符号分割多元接続通信モデルと最適マルチユーザー 検波	78
5.3 ホップフィールドネットワークを用いたマルチユーザー 検波方式	80
5.4 計算機シミュレーション	85
5.5 本章のまとめ	93
第6章 結論	97
謝辞	102
参考文献	103
付録1 RLS アルゴリズムを用いた実ニューラルネットワークの学 習アルゴリズムの導出	113

付録 2 RLS アルゴリズムを用いた複素ニューラルネットワークの 学習アルゴリズムの導出	120
付録 3 非同期符号分割多元接続通信の最適マルチユーザー検波の尤 度関数の導出	127

第1章 序論

1.1 ニューラルネットワークとそのデジタル通信受信方式への応用の歴史

ニューラルネットワークの歴史は、1943年に McCulloch と Pitts⁽¹⁾が形式ニューロンであらゆる論理関数が実現可能であることを示した論文に始まる。その後1958年に Rosenblatt⁽²⁾がパーセプトロンを開発し、そのパターン認識への応用が盛んに研究された。しかしながらこの研究熱は、1969年に Minsky と Papert⁽³⁾によりパーセプトロンの限界が明らかにされてから急速にさめた。1982年に、物理学者の Hopfield が、相互結合型のニューラルネットワークを物理学とのアナロジーから解析し⁽⁴⁾、更に最適化問題への応用が可能であることを示した⁽⁵⁾。また1986年には、心理学者の Rumelhart らが階層型のニューラルネットワークの学習法を提案し^{(6),(7)}、パーセプトロンの欠点を克服し、再びニューラルネットワークのパターン認識への応用の道を開いた。それ以来、ハードウェア技術の進歩も助けとなり^{(8),(9)}、様々な分野の研究者がニューラルネットワークの研究に参入し、数理的な研究^{(10),(11)}をはじめ、パターン認識⁽¹²⁾、信号処理⁽¹³⁾、制御⁽¹⁴⁾など様々な分野への応用も研究されるようになった。現在では、International Joint Conference on Neural Networks をはじめとした多数の国際会議が毎年各地で開催されている。また Neural Networks や Neural Computation など多数の論文誌が刊行されており、一つの学問分野を形成しつつある。

最近、ニューラルネットワークをデジタル通信における受信方式へ応用する研究が盛んに行なわれている。その中で、現在実用化がすすめられている移動体通信において重要な技術である適応等化器について、1989年に Gibson ら⁽¹⁵⁾によって、ニューラルネットワークを用いることにより従来の手法より誤り率を低減できることが報告され、これを契機に数多くの研究発表がされるようになった⁽¹⁶⁾⁻⁽²⁹⁾。また、最近移動体通信やコンシューマ通信において注目されている符号分割多元接続 (Code

Division Multiple Access : CDMA) 通信の検波について, 1992年に Aazhang ら⁽³⁰⁾によって, ニューラルネットワークを用いることにより受信機の複雑さを低減できることが報告され, これをきっかけに盛んに研究されるようになった⁽³¹⁾⁻⁽³³⁾. その他に, 誤り訂正符号の復号⁽³¹⁾⁽³⁵⁾, アダプティブアレイアンテナ^{(36),(37)}, 符号化変調方式の受信機⁽³⁸⁾, 信号の検波⁽³⁹⁾⁻⁽⁴³⁾など, 多くの方式にニューラルネットワークは応用されている. 1993年には, International Workshop on Applications of Neural Networks to Telecommunications という国際会議が開催されるなど, 現在最も注目されている応用分野の一つである.

1.2 ニューラルネットワークの原理

ニューラルネットワークは, 脳の機能に学んだ情報処理システムである. その特長として, 並列処理, 非線形性, 学習能力を挙げることができる. ニューラルネットワークは, 相互に結合した多数の非線形処理を行なうユニット (以後ユニットと呼ぶ) からなり, これらが並列に動作し, 学習によって所望の処理を行なうことができるのである. 並列に動作するため処理が高速であり, 学習能力を有するため汎用性があり, 非線形システムであるため複雑な問題に適用できるという利点がある.

これまでに広く検討されてきたニューラルネットワークは, その構造によって, 階層型と相互結合型に大別することができる^{(44),(45)}. 図 1.1に階層型ニューラルネットワークを, 図 1.2に相互結合型ニューラルネットワークを示す. 図 1.1, 1.2において, 丸はユニットを表し, ユニット間の矢印はユニット間の結合を表している. 階層型ニューラルネットワークは, ユニットが層状に配列したものであり, あらゆる写像を近似できる能力を有している⁽⁴⁶⁾. またこのニューラルネットワークには, 強力な学習アルゴリズムとして逆伝播法 (Back Propagation)^{(6),(7)}が知られており, 学習によって種々の処理が可能になるため, パターン認識をはじめとしてその応用分野は多岐にわたる. 一方, 相互結合型ニューラルネットワークは, 全てのユニットが相互に結合したものであり, フィード

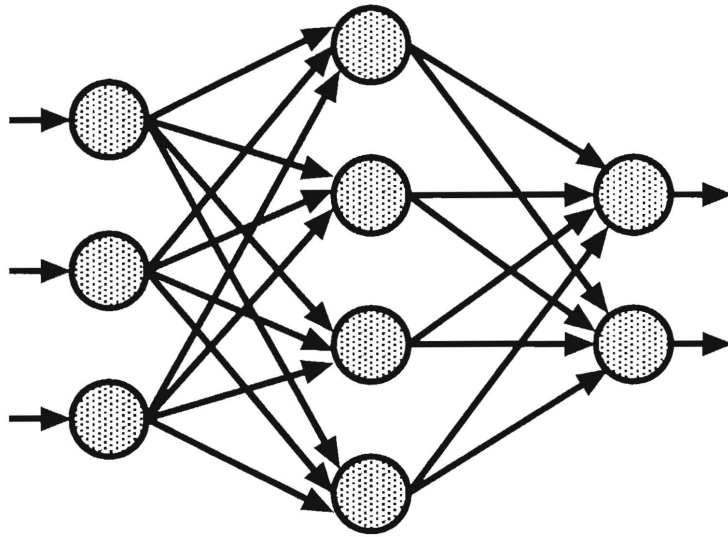


図 1.1 階層型ニューラルネットワーク

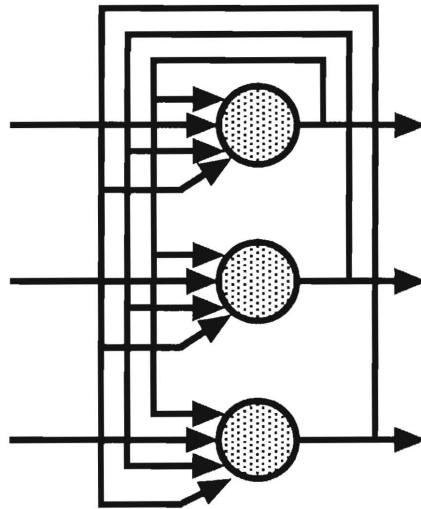


図 1.2 相互結合型ニューラルネットワーク

バックがあるためダイナミクスを有する。Hopfield は、この種のネットワークにエネルギー関数が定義でき、ある条件下において、このエネルギー関数が時間とともに減少することを示し⁽⁴⁾、またこの性質を利用して最適化問題に応用できることを示した⁽⁵⁾。そのためこのネットワークはホップフィールドネットワークとも呼ばれる。

1.3 適応等化器の原理

適応等化器は、図 1.3 に示すように、分散性の伝送路で生じた符号間干渉により歪んだ受信信号から符号間干渉を除去する技術である⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾。適応等化器には線形トランスバーサルフィルタがよく用いられ、その内部パラメータを適応アルゴリズムにより調節することにより、時変環境に適応追従することを可能にしている⁽⁴⁹⁾。

現在、デジタル移動体通信の実用化が検討されているが、移動体通信においては、ビルなどの反射による遅延波が存在し符号間干渉が生じる。また移動局の移動にともない、その伝送路特性は時間とともに変化する。その様子を図 1.4 に示す。したがって、符号間干渉と時変環境に強い適応等化器は、移動体通信の伝送品質劣化の対策技術として、必要

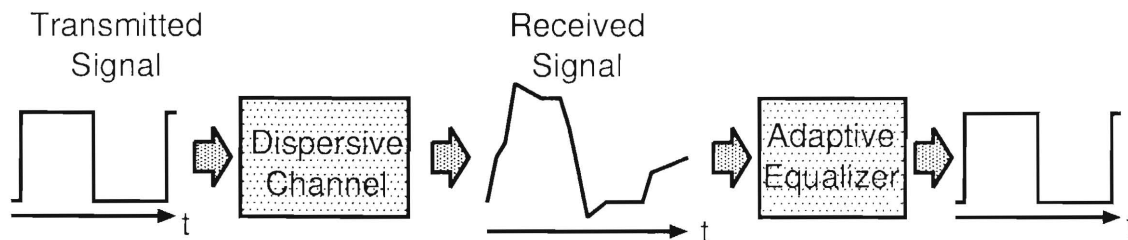


図 1.3 分散性通信路と適応等化器

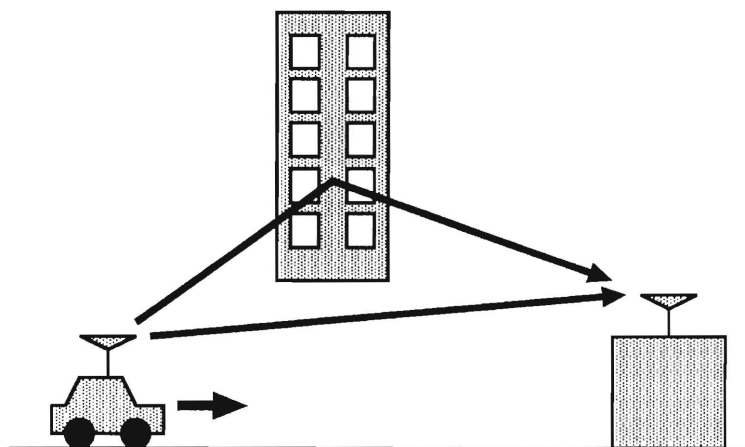


図 1.4 陸上移動体通信

不可欠なものとして検討されている⁽⁵⁰⁾.

1.4 符号分割多元接続通信のマルチユーザー検波の原理

秘話性, 秘匿性, 対妨害性などの優れた特長を有するスペクトル拡散通信方式⁽⁵¹⁾は, 近年のデバイス技術の進歩⁽⁵²⁾により, 移動体通信⁽⁵³⁾やファクトリーオートメーションやローカルエリアネットワークなど様々な分野で盛んに研究が行なわれるようになった^{(54),(55)}. 特に, ユーザーによって通信ネットワークが所有されるコンシューマ通信で注目されている⁽⁵⁶⁾.

CDMA 通信は, スペクトル拡散通信方式による多元接続通信であり, 複数のユーザーが共通の周波数帯域で, 各ユーザーにあらかじめ割り当てられた符号を用いて通信を行なう方式である⁽⁵⁷⁾. 図 1.5 に示すように, 全てのユーザーが同期をとって送信を行なう方式を同期 CDMA 通信と呼び, 図 1.6 に示すように, 各ユーザーが任意のタイミングで送信を行なう方式を非同期 CDMA 通信と呼ぶ.

CDMA 通信の基地局においては, 複数のユーザーの情報信号を同時に復調する必要がある. これをマルチユーザー検波と呼ぶ. この時, あ

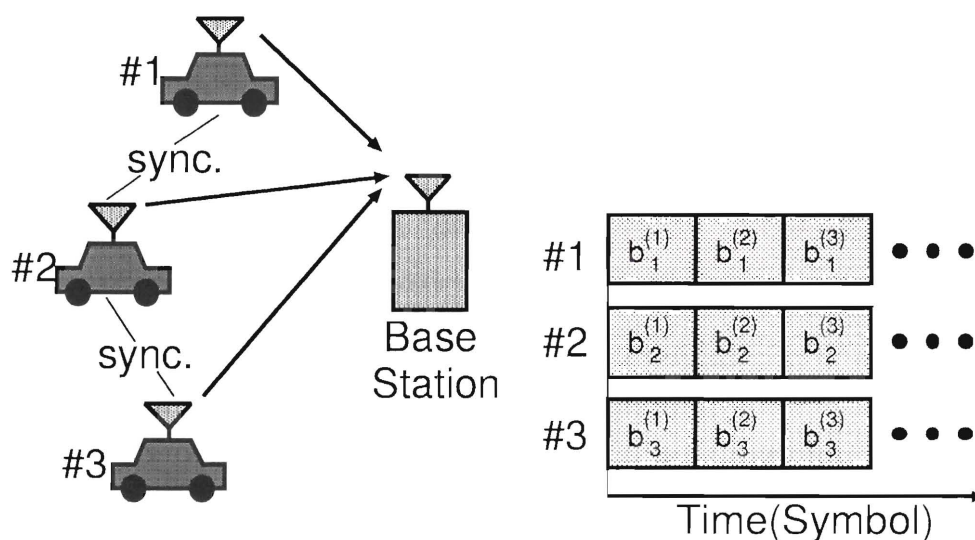


図 1.5 同期符号分割多元接続通信

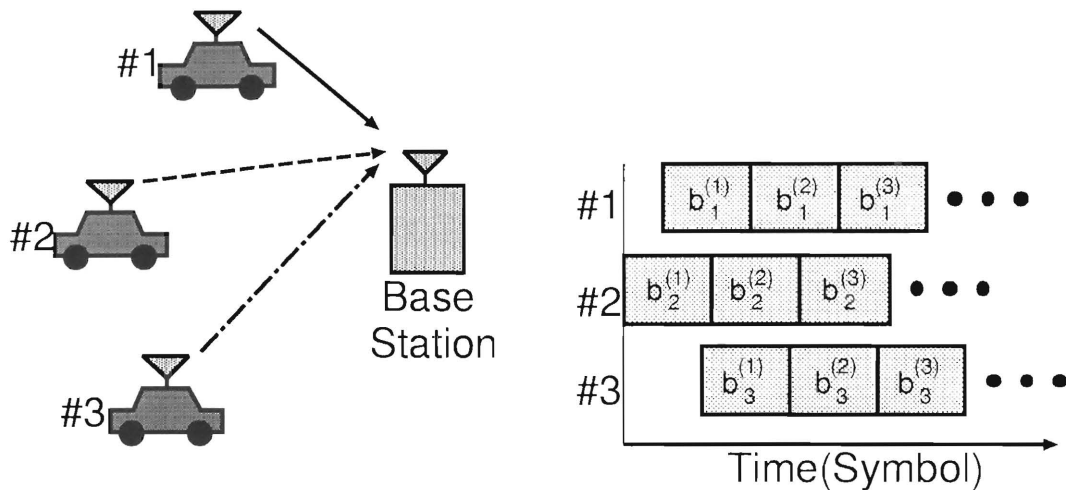


図 1.6 非同期符号分割多元接続通信

らかじめ割り当てた符号間に相関が存在するため、これがチャンネル間干渉となって、復調誤りの原因となる。干渉信号のエネルギーが相対的に大きい場合、チャンネル間干渉が増加し、さらなる性能劣化を引き起こす。これは遠近問題と呼ばれている。チャンネル間干渉は、拡散変調に用いる符号間の相互相関が原因であるので、相互相関が小さい符号を用いることにより、チャンネル間干渉を低減できるが⁽⁵⁸⁾、それだけでは十分でなく、積極的にこの干渉を除去する技術が必要とされている⁽⁵⁹⁾。

1.5 本論文の位置付けと目的

階層型ニューラルネットワークは、逆伝播法が提案されて以来、盛んに研究されるようになったが、まだ多くの解決すべき問題点がある。また、ニューラルネットワークの応用分野としてのデジタル通信の受信方式は、まだ歴史が浅く、基礎的な検討が行なわれつつある段階であり、検討すべき課題が多数ある。本論文では、階層型ニューラルネットワークの問題点の中で、動的なパターン認識への適用と学習の高速化について検討を行なう。さらに、デジタル通信受信方式への応用として、周波数選択性フェージング伝送路における適応等化器と、CDMA通信のマルチユーザー検波を検討する。

1.2節で述べたように、階層型ニューラルネットワークはパターン認識に広く用いられている^{(12)・(60)・(61)}。通常、パターン認識を行なう場合、学習データを与えネットワークを学習した後、評価データを与え性能評価を行なう。従来は、図1.7に示すような静的なパターン認識、つまり評価データの分布が時不変であるような場合が主に検討されてきた。一方、例えば経年変化する音声の認識など、評価データの分布が時間とともに変化するようなパターン認識、つまり動的なパターン認識も考えられる(図1.8)。これまで、ニューラルネットワークを動的なパターン認識に適用した例はほとんどない⁽⁶²⁾。そこで2.3節では、動的なパターン認識に適した、選択的に教師なし学習を行なうニューラルネットワーク(Selectively Unsupervised Learning Neural Network: SULNN)を提案し、時間的に変化するデータ分布に追従できることを示す^{(63)~(66)}。

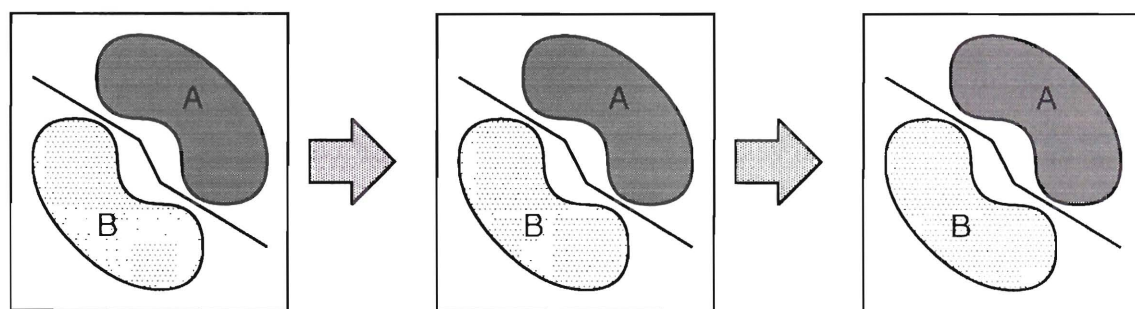


図 1.7 静的なパターン認識

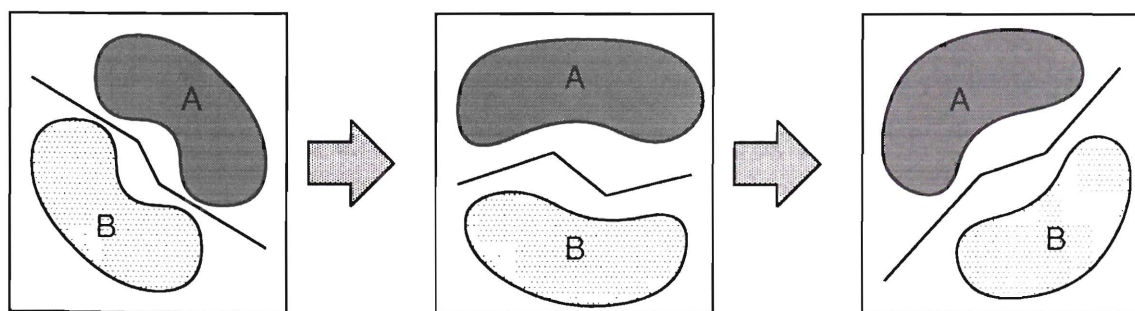


図 1.8 動的なパターン認識

階層型ニューラルネットワークは、学習により種々の処理を行なうことが可能になることを1.2節で述べた。従来、学習アルゴリズムとして逆伝播法が広く用いられていた^{(6),(7)}。しかしながら、逆伝播法はこう配降下法に基づくため収束が遅いという欠点がある。これまでに、学習の高速化のために種々の手法が提案されているが⁽⁶⁷⁾⁻⁽⁷¹⁾、最近、線形適応フィルタの適応アルゴリズムとして高速な収束特性を有することが知られている Recursive Least Squares (RLS) アルゴリズム⁽¹⁹⁾を用いた学習アルゴリズムがいくつか独立に提案され、非常に高速であることが報告されている⁽⁷²⁾⁻⁽⁷⁴⁾。2.4節では、従来とは異なる導出法に基づく RLS アルゴリズムを用いた学習アルゴリズムを提案し、その有効性を示す⁽⁷⁵⁾。さらにこのアルゴリズムが、処理を行なう信号が複素数であるような複素ニューラルネットワークの学習アルゴリズムにも拡張できることを示す⁽⁷⁶⁾。

1.1節で述べたように、非線形システムである階層型ニューラルネットワークを用いることにより、適応等化器の性能が向上することが知られている⁽¹⁵⁾。一方、1.3節で述べたように、適応等化器は移動体通信での実用化が検討されているが、移動体通信では、周波数選択性フェージングと呼ばれる伝送路特性の時間変動の克服が重要課題である⁽⁵⁰⁾。これまでに、移動体通信に見られる周波数選択性フェージング伝送路において、ニューラルネットワークを用いた適応等化器の性能を検討した報告はない。第3章では、ニューラルネットワークを用いた適応等化器の性能を、周波数選択性フェージング伝送路において検討する^{(77),(78)}。特に、2.3節で提案する、時変環境に追従できる SULNN を用い、さらに時変伝送路に高速に追従するために、2.4節で提案する高速学習アルゴリズムを用いる方式について検討する⁽⁷⁵⁾。

CDMA 通信のマルチユーザー検波においては、チャンネル間干渉が性能劣化を引き起こすことを1.4節で述べた。これまでに、最適受信機が検討されているが、ユーザー数に対し指数的にシステムが複雑になるという欠点があった⁽⁷⁹⁾⁻⁽⁸²⁾。最近、マルチユーザー検波の問題をパターン

認識の問題とみなすことにより，階層型ニューラルネットワークをマルチユーザー検波の受信機に用いることができることが指摘され，この受信機の構成は簡易であり，準最適な検波ができることが報告された⁽³⁰⁾．第4章と第5章では，それぞれ同期，非同期 CDMA 通信のマルチユーザー検波の問題を最適化問題とみなし，ホップフィールドネットワークを用いた受信機を提案する⁽⁸³⁾⁻⁽⁸⁷⁾．提案するシステムの複雑さは，ユーザー数に比例し，準最適な検波ができることを示す．

1.6 本論文の構成

本論文は6章構成であり，その内容は以下の通りである．第2章では，ニューラルネットワークの基礎について述べた後，SULNNを提案する．また，RLSアルゴリズムを用いた階層型ニューラルネットワークの高速学習アルゴリズムを提案し，さらに複素ニューラルネットワークの学習に拡張できることを述べる．第3章では，RLSアルゴリズムを用いた高速学習アルゴリズムで学習するSULNNを用いた適応等化器の，周波数選択性フェージング伝送路における性能について述べる．第4章，第5章では，それぞれ同期，非同期 CDMA 通信のマルチユーザー検波にホップフィールドネットワークを用いる方式を提案する．第6章では，本論文を総括する．

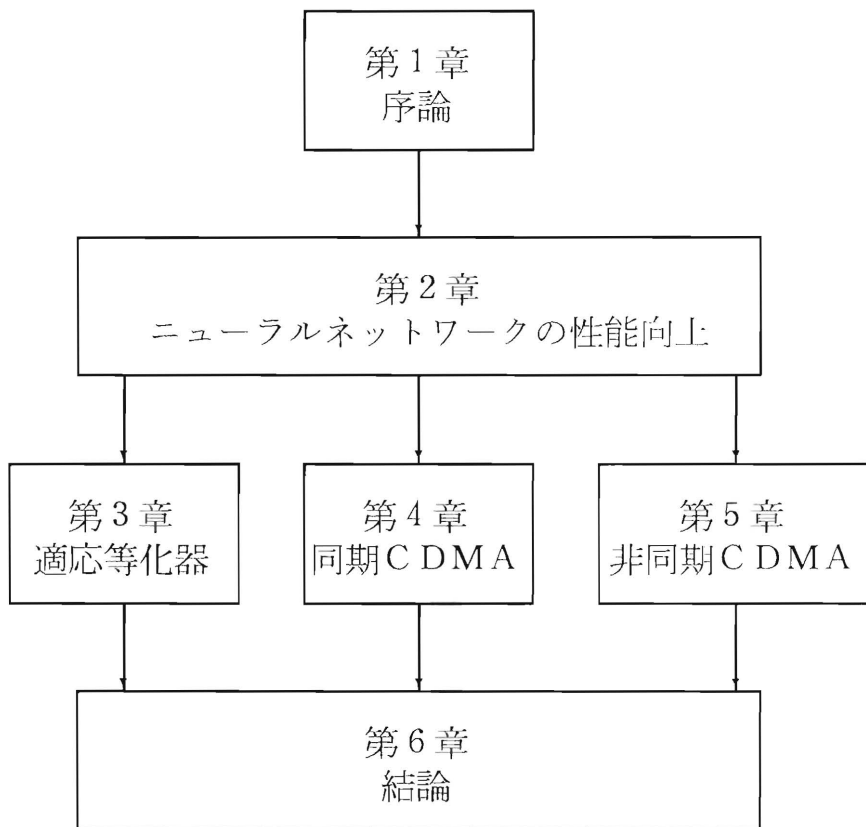


図 1.9 本論文の構成

第2章 ニューラルネットワークの性能向上

2.1 まえがき

階層型ニューラルネットワークは、学習能力を有する非線形システムであり、パターン認識への応用が盛んに行なわれている^{(12),(60),(61)}。通常、パターン認識を行なう場合、学習データを与えネットワークを学習した後、評価データを与え性能評価を行なう。これまでは、評価データの分布が時不変であるような静的なパターン認識が主に検討されてきた。一方、経年変化する音声の認識など、評価データの分布が時間とともに変化するような動的なパターン認識についてはあまり検討されていない。これまでに、岡本によって⁽⁶²⁾、パラダイムマシンと呼ばれる、パターン分布が不連続に変化する環境に実時間で適応するネットワークが提案されている。パラダイムマシンは不連続に大きく変化する環境に適応するために、外部から教師信号を与える教師あり学習を用いている。しかし、学習データで学習済みのニューラルネットワークを動作させた後は、ネットワークの動作を外部で監視しながら状況に応じて再び教師あり学習するよりも、そのような管理をせずに、ネットワーク自身が教師なし学習で環境に適応追従していくことが実用上望ましい。環境が連続に徐々に変化する場合には、変化前の環境についてネットワークが学習できていれば、このネットワークの出力値を利用することにより、教師なし学習で環境の変化に追従できると考えられる。そこで2.3節において、動的なパターン認識に適した、選択的に教師なし学習を行なうニューラルネットワーク (Selectively Unsupervised Learning Neural Network : SULNN) を提案し、その有効性を示す⁽⁶³⁾⁻⁽⁶⁶⁾。SULNN は、学習済みのネットワークの出力値をもとに、評価データに対してシステム自身で教師信号を生成し、学習を行なうものである。また選択的な学習を行なうことにより、雑音に強いシステムとなっている。

次に、階層型ニューラルネットワークの学習アルゴリズムについて検討する。現在、最も広く用いられている学習アルゴリズムは、逆伝播法

(Back Propagation)である^{(6),(7)}。逆伝播法は、ニューラルネットワークの学習アルゴリズムとしては最も単純であるが、こう配降下法に基づいているため収束が遅いという欠点があった。これまでに、学習アルゴリズムの高速化のために、学習係数の動的変更⁽⁶⁸⁾、非線形最適化法の利用⁽⁷⁰⁾、評価関数の変更⁽⁷¹⁾、重み係数の初期値設定⁽⁶⁹⁾、中間層のユニットの削減⁽⁶⁷⁾等のさまざまな手法が提案されている。一方最近、線形適応フィルタの適応アルゴリズムとして高速な収束特性を有することが知られている Recursive Least Squares (RLS) アルゴリズム⁽¹⁹⁾を用いた学習アルゴリズムがいくつか独立に提案され、非常に高速であることが報告されている⁽⁷²⁾⁻⁽⁷⁴⁾。Azimi-Sadjadiら⁽⁷²⁾は、ユニットの出力関数に通常用いられるシグモイド関数の代わりに区分線形関数を用いることにより RLS アルゴリズムの使用を可能にした。また Scaleroら⁽⁷³⁾、Shahら⁽⁷⁴⁾は、各ユニットの望ましい内部ポテンシャルを推定し、各ユニットの内部ポテンシャルの2乗誤差和を最小化することにより、RLS アルゴリズムの使用を可能にした。2.4節では、これらとは異なる導出法に基づく RLS アルゴリズムを用いたニューラルネットワークの学習アルゴリズムを提案し、その有効性を示す⁽⁷⁵⁾。提案アルゴリズムは、評価関数に出力層のユニットの実際の内部ポテンシャルと望ましい内部ポテンシャル（出力関数の逆関数より求めることができる）の2乗誤差和を用いることにより、RLS アルゴリズムの使用を可能にしている。

さらに、2.4節では、複素ニューラルネットワークの学習アルゴリズムについて検討する。最近、ユニットの入出力信号と重み係数が複素数である複素ニューラルネットワークが、いくつか独立に提案され⁽⁸⁸⁾⁻⁽⁹⁰⁾、通信方式等の複素数の信号を扱う分野での応用が期待されている^{(16),(17)}。⁽⁹¹⁾。しかしながらこれまでに提案されている学習アルゴリズムは、従来の実数の逆伝播法を複素数に拡張したものであり、実数の場合と同様に学習に時間がかかるという欠点を有している。そこで、提案する高速学習アルゴリズムが、複素ニューラルネットワークの学習アルゴリズムにも拡張できることを明らかにし、その有効性を示す⁽⁷⁶⁾。

本章では、ニューラルネットワークの基礎理論について述べた後、階層型ニューラルネットワークの性能向上法として、動的なパターン認識に適したSULNNを提案し、その後、RLSアルゴリズムを用いた階層型ニューラルネットワークの高速学習アルゴリズムを提案する。

2.2 ニューラルネットワークの基礎

ニューラルネットワークを構成しているユニットは、脳内の神経細胞（ニューロン）の数理的モデルであり、多入力・出力の非線形素子である。これらのユニットの結合状態により、階層型ニューラルネットワークと相互結合型ニューラルネットワークに分けることができる^{(14), (45)}。本節では、階層型ニューラルネットワークと、相互結合型ニューラルネットワークの一種であるホップフィールドネットワーク^{(4), (92)}について説明する。

2.2.1 階層型ニューラルネットワーク

図 2.1 に階層型ニューラルネットワークのユニットを示す。図 1.1 に示すように、階層型ニューラルネットワークは、ユニットが層状に配列したものである。通常、隣合う層にあるユニット間の結合のみ考慮し、同一層内のユニット間や、層を飛び越えたユニット間の結合は考えない。入力信号を受ける層を入力層、出力信号を出力する層を出力層、それらの間にある層を中間層と呼ぶ。

階層型ニューラルネットワークで用いられるユニットの動作について説明する。 m 層の i 番目のユニットの入出力関係は、その出力を $x_i^{(m)}$ とすると、

$$\begin{aligned} y_i^{(m)} &= \sum_{j=1}^{N_{m-1}} w_{ij}^{(m)} x_j^{(m-1)} + w_{i0}^{(m)} \\ &= \sum_{j=0}^{N_{m-1}} w_{ij}^{(m)} x_j^{(m-1)} \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$x_i^{(m)} = f \left(y_i^{(m)} \right) \quad (2.2)$$

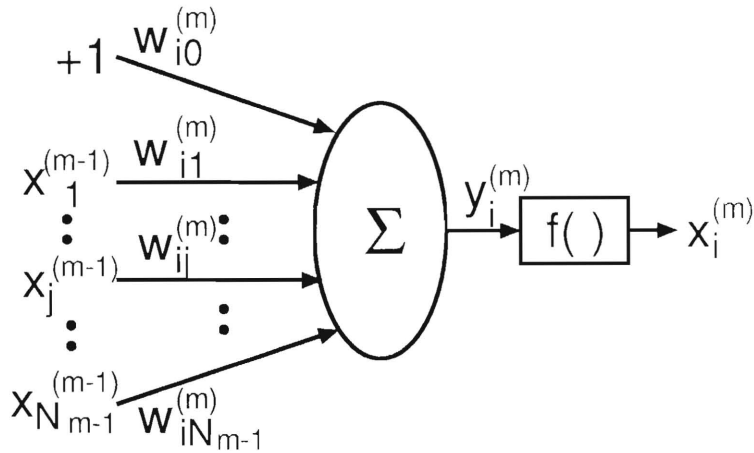


図 2.1 階層型ニューラルネットワークのユニット

と表せる. ここで $y_i^{(m)}$ は m 層の i 番目のユニットへの入力の総和であり, 内部ポテンシャルと呼ばれる. また, $w_{ij}^{(m)}$ は $m - 1$ 層の j 番目のユニットから m 層の i 番目のユニットへの結合の重み係数である. $w_{i0}^{(m)}$ は m 層の i 番目のユニットのしきい値を表している. これは, 常に $+1$ を出力するユニット ($x_0^{(m-1)} = 1$) との結合の重みと考えることができる. N_m は m 層のユニット数である. また式 (2.2) の関数 $f(\cdot)$ は非線形の入出力関数であり, 次式で表されるシグモイド関数 (図 2.2) がよく用いられる.

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}. \tag{2.3}$$

ニューラルネットワークの学習は, 各ユニットの重み係数を修正することで行なわれる. 最も広く用いられている逆伝播法^{(6),(7)}を以下に説明する. 入力層を含め M 層からなるネットワークで, P 個のデータを学習することを考える. 最小化すべき評価関数を, 次式の出力層における 2 乗誤差で定義する.

$$E = \sum_{p=1}^P E_p = \sum_{p=1}^P \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_M} (t_{pj} - x_{pj}^{(M)})^2 \tag{2.4}$$

ここで t_{pj} は p 番目の入力データに対する出力層の j 番目のユニットの

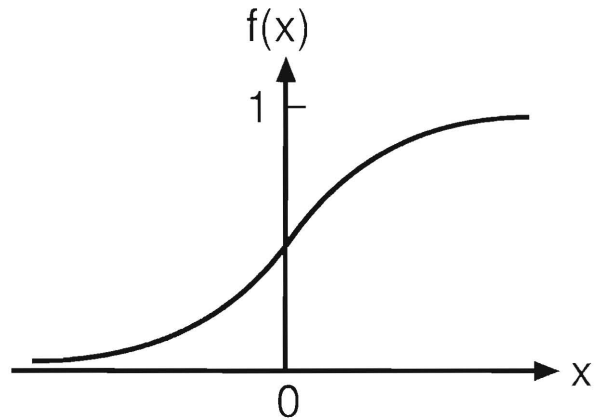


図 2.2 シグモイド関数

望ましい出力，つまり教師信号である． $x_{pj}^{(M)}$ は p 番目の入力データに対する出力層の j 番目のユニットの実際の出力である．

重みの修正量は，次式のように，こう配降下法によって求められる．

$$\begin{aligned}\Delta w_{ij}^{(m)} &= -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ij}^{(m)}} \\ &= -\eta \sum_{p=1}^P \frac{\partial E_p}{\partial w_{ij}^{(m)}}\end{aligned}\quad (2.5)$$

ここで η は修正量を調節する定数で，学習係数と呼ばれる．式 (2.5) では，全てのデータ提示したた後，まとめて重みの修正を行なっているが，

$$\Delta w_{ij}^{(m)} = -\eta \frac{\partial E_p}{\partial w_{ij}^{(m)}}\quad (2.6)$$

のように，データが提示されるたびに修正を行なっても，学習係数を小さくとれば，確率的に E を減らすことができる⁽¹⁰⁾．以下では，式 (2.6) の修正を考えるので， E_p 以外の，下つきの添え字 p は混乱しないので省略する．

式 (2.6) の右辺を求める．

$$\frac{\partial E_p}{\partial w_{ij}^{(m)}} = \frac{\partial E_p}{\partial y_i^{(m)}} \frac{\partial y_i^{(m)}}{\partial w_{ij}^{(m)}}$$

$$= -\delta_i^{(m)} x_j^{(m-1)}. \quad (2.7)$$

出力層のユニットに関する $\delta_i^{(M)}$ は,

$$\delta_i^{(M)} = (t_i - x_i^{(M)}) f' \left(y_i^{(M)} \right) \quad (2.8)$$

中間層のユニットに関する $\delta_i^{(m)}$ は,

$$\delta_i^{(m)} = f' \left(y_i^{(m)} \right) \sum_{k=1}^{N_{m+1}} w_{ki}^{(m+1)} \delta_k^{(m+1)} \quad (2.9)$$

で与えられ, 誤差信号 $\delta_i^{(m)}$ が出力層から入力層へ向けて逆伝播する.

学習を高速にし, かつ重みの振動を防ぐために, 重みの修正式に慣性項を加える方法が一般的である.

$$\Delta w_{ij}^{(m)}(n+1) = -\eta \frac{\partial E_p}{\partial w_{ij}^{(m)}} + \alpha \Delta w_{ij}^{(m)}(n) \quad (2.10)$$

ここで, n は学習の回数を表し, α は慣性の係数と呼ばれる定数である.

逆伝播法は, こう配降下法に基づくため, 収束が遅いという欠点がある. これについては2.4節で述べる. また, 逆伝播法の評価関数は, 一般に多くの極小値を有するため, こう配降下法を用いると, 重み係数の初期値によって決定される, 評価関数の極小値の一つに収束してしまう. 学習の目的は, 評価関数の最小化であるから, 極小値への収束による性能劣化が問題となるが, 実際に学習を行なってみると, 多くの応用で極小値への収束はさほど問題とならないことが知られている⁽⁷⁾. しかし応用によっては, 極小値への収束は深刻であり, 極小値への収束をさける手法の開発が必要である.

3層(入力, 中間, 出力層)ニューラルネットワークで, 中間層に十分多くのユニットがあれば, 任意の連続写像が任意の精度で近似的に実現できるという定理が知られている⁽⁴⁶⁾. これは, 階層型ニューラルネットワークによって, 入力空間上に任意の非線形決定境界を形成できることをも意味する. これは, 従来の線形適応フィルタなどの線形システムが, 線形の決定境界しか形成できないことと対照的である. したがって, こ

れまで線形システムが用いられていた分野へ、ニューラルネットワークを応用することにより、性能向上が期待できる^{(15),(30)}.

先の定理は、写像近似の意味での階層型ニューラルネットワークの能力の高さを示すものであるが、中間層のユニット数をいくつにしたら良いかという問題が依然として残っている。一般に、中間層のユニット数が多いと、学習データに対する性能が良くなるが、未学習の評価データに対する性能（汎化能力）が悪くなるといわれている。したがって、中間層のユニット数を適切に設定することは重要な問題であり、これに対する対策が多数検討されている^{(44),(67),(93)}.

2.2.2 ホップフィールドネットワーク

図 1.2 に示すような、全てのユニットが相互に結合したネットワークは、相互結合型ニューラルネットワークと呼ばれている。その相互結合型ニューラルネットワークの中で Hopfield によって解析されたタイプは、ホップフィールドネットワークと呼ばれている。ホップフィールドネットワークには、離散時間で動作し出力値が離散値であるもの⁽⁴⁾、連続時間で動作し出力値が連続値であるもの⁽⁹²⁾の 2 種類がある。

まず離散値のホップフィールドネットワークについて述べる。図 2.3 にホップフィールドネットワークのユニットを示す。この図で、離散値の場合は実線の符号関数を用いる。 i 番目のユニットの出力 x_i は、次式で与えられる。

$$y_i = \sum_{j=1}^N w_{ij} x_j + in_i \quad (2.11)$$

$$x_i = \text{sgn}(y_i) \quad (2.12)$$

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1. & x > 0 \\ -1. & x \leq 0 \end{cases} \quad (2.13)$$

ここで y_i は i 番目のユニットへの入力との総和であり、内部ポテンシャルと呼ばれる。 in_i は i 番目のユニットへの外部からの入力である。 N はネットワーク内のユニット数である。また式 (2.12) の関数 $f(\cdot)$ は非線形

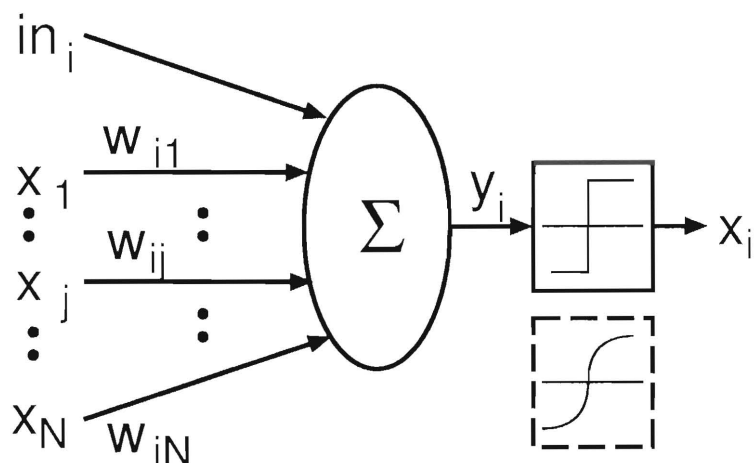


図 2.3 ホップフィールドネットワークのユニット

の入出力関数であり，式 (2.13) で表される符号関数の他にも， $\{0, 1\}$ の値をとるステップ関数なども考えられるが，本質的な差異は無いので，本論文では符号関数のみ扱う。

w_{ij} は j 番目のユニットから i 番目のユニットへの結合の重み係数であり，つぎの条件を満たしているとする。

$$w_{ii} = 0 \quad (2.14)$$

$$w_{ij} = w_{ji}. \quad (2.15)$$

つまり，自分自身への結合がなく，相互の結合の重みは対称である。

全てのユニットの出力を N 次元ベクトルで表し，これをネットワークの状態と呼ぶ

$$\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T \quad (2.16)$$

ここで， T は転置を表す。

ある時刻において， N 個のユニットの内，1 個のユニットをランダムに選びその出力値を更新するような，非同期的な動作を考える。この回路網に対して，エネルギー関数を次式で定義する。

$$E(\mathbf{X}) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} x_i x_j - \sum_{i=1}^N x_i in_i. \quad (2.17)$$

今, i 番目のユニットが選ばれて,

$$x_i \rightarrow x_i + \Delta x_i \quad (2.18)$$

のように変化した時, エネルギー関数の変化量は,

$$\begin{aligned} \Delta E(\mathbf{X}) &= - \left(\sum_{j=1}^N \frac{w_{ij} + w_{ji}}{2} x_j + in_i \right) \Delta x_i - \frac{1}{2} w_{ii} \Delta x_i^2 \\ &= -y_i \Delta x_i \end{aligned} \quad (2.19)$$

となる. $y_i > 0$ なら $\Delta x_i > 0$, $y_i < 0$ なら $\Delta x_i < 0$ なので,

$$\Delta E(\mathbf{X}) < 0 \quad (2.20)$$

である. つまり, ネットワークの状態が変化する時, エネルギーは必ず減少するのである. したがって, ネットワークの状態は, 何回かの状態変化の後, 初期状態で決定される平衡状態へ収束する. エネルギー関数は多数の極小値を有するので, 収束した平衡状態は, これらの極小値の一つに対応している.

次に連続値のホップフィールドネットワークについて述べる. 図 2.3 の符号関数を破線内の \tanh 関数に置き換えたものが連続値のユニットである. 連続時間連続出力値のネットワークでは, N 個のユニット全てが次式に従って, 同時にその出力値を更新する. i 番目のユニットの出力 x_i は, 次式で与えられる.

$$\frac{dy_i}{dt} = -\frac{y_i}{\tau} + \sum_{j=1}^N w_{ij} x_j + in_i \quad (2.21)$$

$$x_i = \tanh(y_i) \quad (2.22)$$

ここで τ は時定数である. 結合の重みは対称であるという条件を満たしているとする.

$$w_{ij} = w_{ji} \quad (2.23)$$

この回路網に対して, エネルギー関数を次式で定義する.

$$E(\mathbf{X}) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} x_i x_j - \sum_{i=1}^N x_i in_i + \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^N \int_0^{x_i} \tanh^{-1}(r) dr. \quad (2.24)$$

このエネルギー関数の時間変化は、

$$\begin{aligned}
 \frac{dE(\mathbf{X})}{dt} &= \sum_{i=1}^N \frac{\partial E(\mathbf{X})}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt} \\
 &= - \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N \frac{w_{ij} + w_{ji}}{2} x_j - +in_i - \frac{y_i}{\tau} \right) \frac{dx_i}{dt} \\
 &= - \sum_{i=1}^N \frac{dy_i}{dt} \frac{dx_i}{dt} \\
 &= - \sum_{i=1}^N (1 - x_i^2) \left(\frac{dy_i}{dt} \right)^2 \\
 &\leq 0
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

となる。つまり、エネルギーの時間微分は正にならない。したがって、適当な初期状態からネットワークを動作させると、エネルギーは時間とともに減少し、ネットワークの状態は、ある平衡状態へ収束する。このとき、エネルギーの値は極小になっている。

このエネルギーが減少する性質を利用して、最小化したい関数をエネルギー関数と対応づけることにより、最適化問題にホップフィールドネットワークが適用できることを Hopfield らは示した⁽⁵⁾。ここで問題となるのは、最適化問題ではエネルギー関数を最小にするような状態を見つきたいのであるが、ホップフィールドネットワークでは、必ずしも最小値へ収束せず、極小値へ収束する可能性があることである。しかし実際には、最小値以外の極小値へ収束しても、比較的最低値に近い極小値へ収束するため、準最適解を高速に得ることができている⁽⁵⁾。

本論文では、時定数 τ を無限大と仮定する^{(94),(95)}。この時、式 (2.21), (2.24) はそれぞれ、

$$\frac{dy_i}{dt} = \sum_{j=1}^N w_{ij} x_j + in_i \tag{2.26}$$

$$E(\mathbf{X}) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} x_i x_j - \sum_{i=1}^N x_i in_i \tag{2.27}$$

となる。また、自分自身への結合 w_{ii} は 0 とする。なぜなら、時定数 τ

が無限大で、自分自身の結合 w_{ii} が 0 であるネットワークでは、エネルギー関数は、超立方体内部で漸近安定な平衡点を持たず、超立方体の頂点で状態が停止することが知られているからである⁽⁹⁵⁾。

超立方体の頂点におけるエネルギーを考えた時、自分自身への結合 w_{ii} のエネルギーへの貢献は、

$$\sum_{i=1}^N w_{ii} x_i^2 \quad (2.28)$$

となるが、超立方体の頂点では $x_i^2 = 1$ なので、式 (2.28) は定数となり、頂点間の相対的なエネルギー関係は、 $w_{ii} = 0$ としても同じである。本論文では、第4章で、2値問題にホップフィールドネットワークを適用するので、 τ が無限大、 $w_{ii} = 0$ という仮定は妥当である。

2.3 選択的に教師なし学習を行なうニューラルネットワーク (SULNN)

本節では、動的なパターン認識に適した、SULNN を提案し、その有効性を確認する⁽⁶³⁾⁻⁽⁶⁶⁾。

提案するニューラルネットワークの構成を図 2.4 に示す。提案するネットワークは、階層型ニューラルネットワークの出力層の後に、「確か

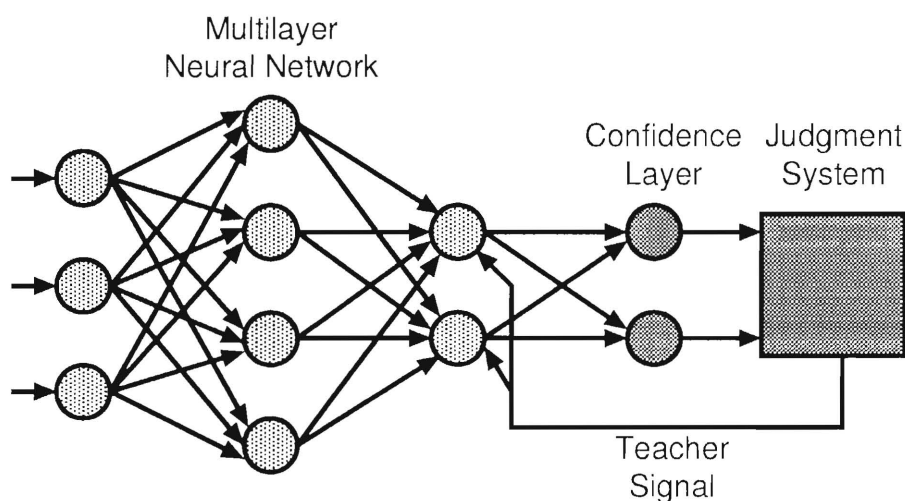


図 2.4 選択的に教師なし学習を行なうニューラルネットワーク (SULNN)

らしさ層」と「判断システム」を加えた構成になっている。確からしさ層は、「確からしさユニット」からなり、各確からしさユニットは、出力層のユニットと1対1で対応している。確からしさユニットの出力を「確からしさ」と呼ぶことにする。判断システムは、確からしさを基に、(1) 現在の入力データについて学習を行なうかどうかを判断し、(2) 学習すると判断した場合は、教師信号を生成する。この時、この教師信号は外部から与えられたものではなく、ネットワーク自身が生成した教師信号であることに注意する。逆伝播法を学習アルゴリズムとして用いる場合、計算手続き上教師信号が必要となるが、外部から教師信号を与えていないという意味で、これを教師なし学習と呼ぶことができる。このように、提案するネットワークは選択的に教師なしの学習を行なうので、選択的に教師なし学習を行なうニューラルネットワーク (SULNN) と呼ぶことにする。

次に、SULNNの動作モードについて説明する。SULNNの動作モードを図2.5に示す。SULNNは2種類のモードで動作する。すなわち、初期学習モードと自己判断学習モードである。従来のニューラルネット

	Learning Data	Evaluation Data
Conventional NN	Supervised Learning	Evaluation
SULNN	Supervised Learning (Initial Learning Mode)	Evaluation & Unsupervised Learning (Self Judgment Learning Mode)

図 2.5 動作モード

ワークは、学習データに対して、教師あり学習を行ない、学習が十分収束した後、評価データについて評価のみを行なう。SULNNでは、まず初期学習モードにおいて、学習データに対して、教師あり学習を行なう。これは、従来のネットワークと全く同じである。その後、自己判断学習モードに入り、評価データに対し、評価を行ないながら、前に述べたように選択的に教師なし学習を行なう。これにより、評価データの分布が時間とともに変化するような場合に追従が可能となる。

次に、自己判断学習について説明する。自己判断学習の基本的な原理は、先に述べたように、確からしさを基にして、学習を行なうかどうかを判断し、学習を行なう場合には教師信号を生成するということである。学習を行なうかどうかの判断基準は、問題によって異なって良い。基本的には、確からしさが高い場合は学習を行ない、低い場合は行なわないという方法で行なう。また、教師信号の生成方法も、問題に依存する。ここでは、2つの例を示す。

まず、音声の母音の認識等に用いる場合を考える。通常、出力層の各ユニットを各母音のクラスに相当させ、学習時は、入力データの属するクラスに対応するユニットに教師信号として1を与え、それ以外を0として学習を行ない、評価時は、最大値を出力しているユニットに対応するクラスを認識結果とする。この場合、図2.6に示すように、ある出力ユニットとそれに対応する確からしきユニットとの結合の重みを+1、それ以外の確からしきユニットとの結合の重みを-1として、重みづけ総和を確からしきとすることができる。例えば1番目の確からしきユニットの場合、その確からしきは、

$$c_1 = x_1^{(M)} - x_2^{(M)} - x_3^{(M)} \quad (2.29)$$

となるわけである。この場合、確からしき c_i は、現在の入力が入力 i 番目のクラスに属する確信度を表している。判断システムでは、これらの確からしきの最大値を検出する。

$$c_{max} = \max_i c_i. \quad (2.30)$$

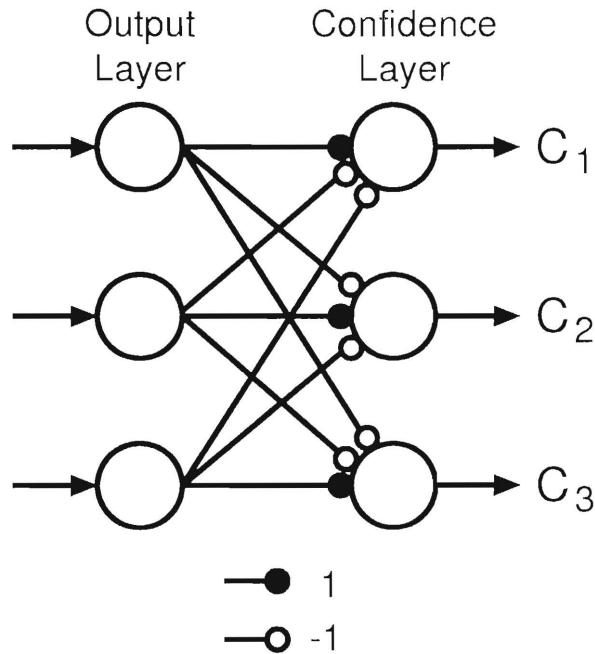


図 2.6 確からしさユニット

この時 c_{max} が、あらかじめ設定した「自己判断のしきい値」と呼ぶ値より大きい場合に学習を行ない、小さい場合は学習を行なわないとする。学習を行なう場合、 max 番目のクラスに対応する出力ユニットに 1 を、それ以外は 0 を教師信号として与え学習を行なう。以上をまとめて次式に表す。

$$t_i = \begin{cases} 1, & (i = max) \\ 0, & (i \neq max) \end{cases} \quad c_{max} > T_s \quad (2.31)$$

学習しない $c_{max} \leq T_s$

ここで、 T_s は自己判断のしきい値を表す。出力層のユニットの入出力関数に式 (2.3) のシグモイド関数を用いる時、式 (2.29) よりわかるように、確からしさは最大で 1 となるので、自己判断のしきい値を 1 にした場合、評価データについて全く学習を行なわないので、SULNN は従来のニューラルネットワークと等価になる。

次に、排他的論理和 (Exclusive-OR) や、 $\{0, 1\}$ の 2 値の信号の検波等に用いる場合を考える。通常、出力層のユニット数は 1 であり、学習

時は、入力データに対する関数値、あるいは信号値をそのまま教師信号として与え学習を行ない、評価時は、出力ユニットの出力値が0.5以上なら、認識結果を1、0.5以下なら認識結果を0とする。この場合、確からしさは次式で決定できる。

$$c = |2x_1^{(M)} - 1|. \quad (2.32)$$

判断システムは、次式で表す判断及び教師信号の生成を行なう。

$$t_i = \begin{cases} 1, & (x_1 > 0.5) \\ 0, & (x_1 \leq 0.5) \end{cases} \quad c > T_s \quad (2.33)$$

学習しない $c \leq T_s$

先の例と同様に、自己判断のしきい値を1にした場合、SULNNは従来のニューラルネットワークと等価になる。

以上述べたように、SULNNは、外部から動作を監視する必要なく、ネットワークの出力値を利用することにより、教師なし学習で環境の変化に追従できると考えられる。また、雑音によって誤った認識をした場合、誤った学習をしてしまう可能性があるが、選択的に学習を行なうことにより、誤った学習を防ぐことができると考えられる。以下において、SULNNの性能を計算機シミュレーションにより確認する。

問題として排他的論理和問題を検討する。排他的論理和問題は、非線形な分離面を必要とする問題であり、ニューラルネットワークのベンチマークテストによく用いられる。ネットワークのユニット数は、入力層が2、中間層が2、出力層が1とした。また学習係数は0.9、慣性の係数は0、結合の重みの初期値は-0.5から+0.5の一様乱数とした。学習データとして、図2.7(a)に示す4データを順番に与えた。○には0を、●には1を教師信号として与える。初期学習モードは、これらのデータについて、実際の出力と教師信号の2乗誤差が10回続けて0.01以下になるまで、逆伝播法を用いて学習する。その後、自己判断学習モードでは、評価データとして、図2.7(b)に示すような学習データが時間とともに右方向にシフトしたものをを用いた。つまり、時刻 t における評価デー

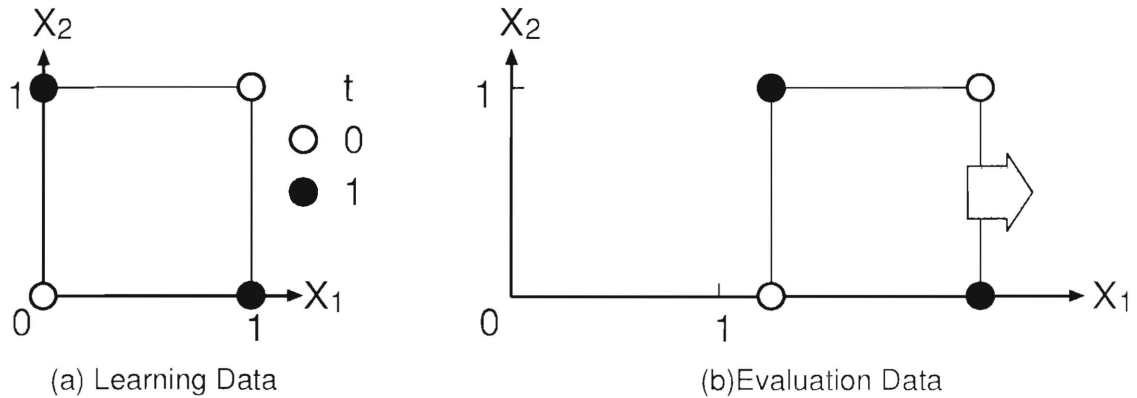


図 2.7 学習データと評価データ

タ $(X_1(t), X_2(t))$ は,

$$(X_1(t), X_2(t)) = (X_1(0) + \Delta X \cdot t, X_2(0)) \quad (2.34)$$

で与えられるものとした. ここで ΔX は変化の速さを表す. 以下のシミュレーションでは, $\Delta X = 0.0005$ の場合について検討した.

まず, SULNN が追従能力を有することを確認する. 評価データに雑音を付加しない場合を検討する. 雑音がないので選択的に学習する必要はないので, 自己判断のしきい値 T_s は 0 として, 全ての評価データを学習するものとした. 図 2.8 に, シフト量に対する, 従来ネットワーク (自己判断のしきい値が 1 に相当) と SULNN の認識率の変化を示す. 認識率は, 100 個のデータに渡る平均として求めた. 従来ネットワークは, 追従能力がないため, 評価データが変化するにつれて認識率が低下し, 最終的に 0.5 に収束する. 一方, SULNN の認識率は 1.0 で一定であり, 評価データの分布の変化に追従できていることがわかる.

次に, SULNN の選択的な学習の効果について検討する. 学習データは図 2.7(a) と同じである. 評価データは図 2.7(b) のデータに, 標準偏差が $\sigma = 0.1$ の白色ガウス雑音を付加したものとした. 自己判断のしきい値 T_s が 1 の場合は, 先に述べたように, 追従能力を持たないのでここでは検討しない. 図 2.9 に, $T_s = 0$ の場合, つまり全てのデータを学習

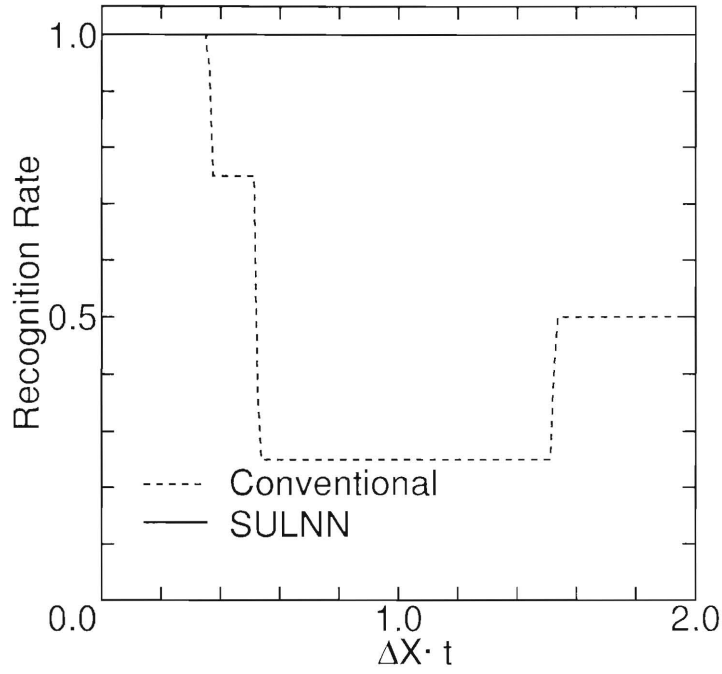


図 2.8 認識率の時間変化
($\sigma = 0, T_s = 0$)

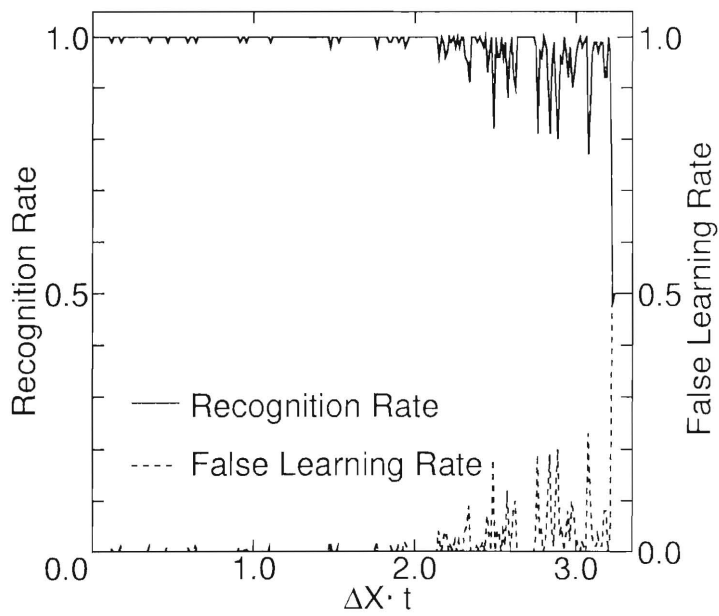


図 2.9 認識率と誤った学習の実行率の時間変化
($\sigma = 0.1, T_s = 0$)

する場合の、認識率と誤った学習の実行率を示す。全てのデータを学習する場合、ノイズによって誤って認識した場合に、誤った学習を行なってしまう。この図より、 $X_1(t)$ が2.0を越えた付近から、誤った学習が増え、認識率が低下し、環境の変化に追従できなくなってしまうことがわかる。図2.10に、 $T_s = 0.7$ の場合の、つまり選択的に学習する場合の学習の非実行率を示す。この図より、選択的な学習が行なわれていることがわかる。また、図2.11に、 $T_s = 0.7$ の場合の認識率と誤った学習の実行率を示す。選択的な学習を行なうことにより、ノイズによって誤った認識をした場合に、誤った学習をしてしまうことを防ぐことができ、その結果 $T_s = 0$ の場合と比べて、環境の変化に対する追従性が向上していることがわかる。

自己判断のしきい値を低く設定すると、誤った学習が多くなり、認識率の低下につながり、また逆に高く設定すると、学習するデータ数が少

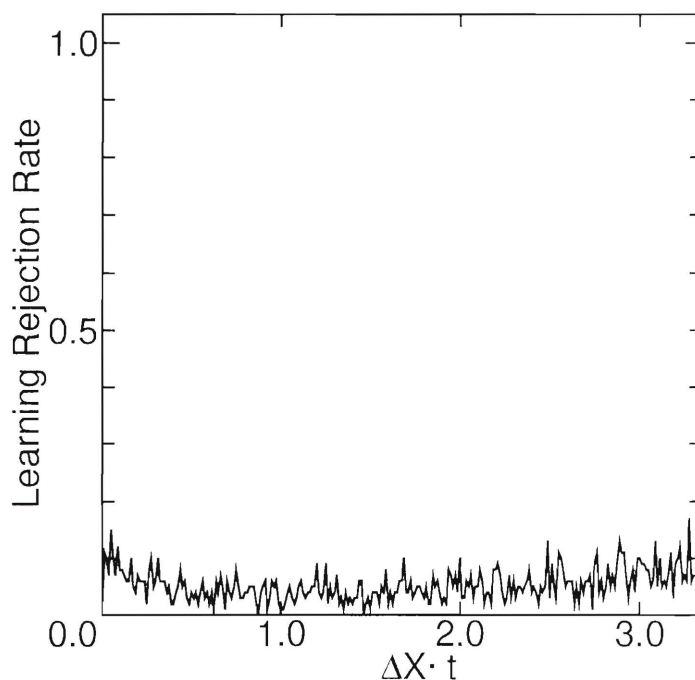


図 2.10 学習の非実行効率の時間変化
($\sigma = 0.1, T_s = 0.7$)

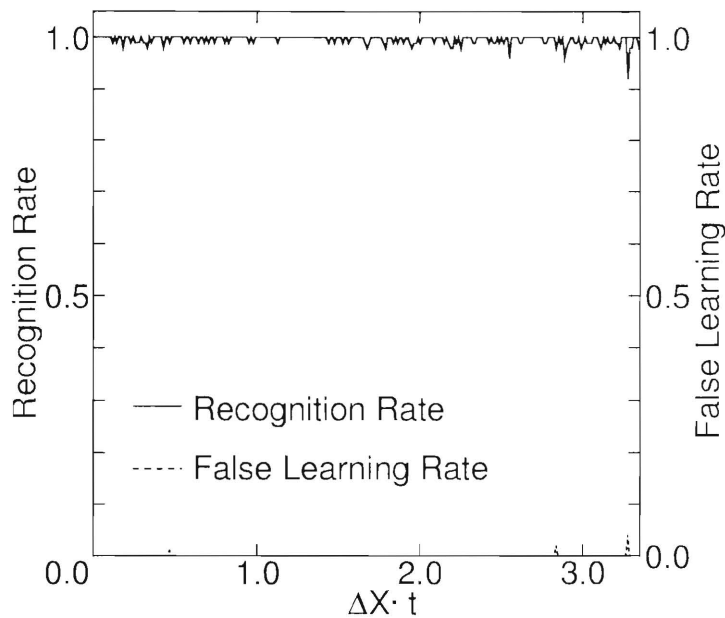


図 2.11 認識率と誤った学習の実行率の時間変化
($\sigma = 0.1, T_s = 0.7$)

なくなり、環境の変化に追従できなくなる。したがって、適切にこのしきい値を設定することは重要である。適切なしきい値は、問題に依存するであろう。この問題では、0.7 付近であれば、ほぼ同じ結果が得られている。

2.4 RLS アルゴリズムを用いた高速学習アルゴリズム

本節では、RLS アルゴリズムを用いた階層型ニューラルネットワークの高速学習アルゴリズムを提案し、その有効性を示す^{(75) (76)}。まず、2.4.1 節では、ユニットの重み係数と入出力信号が実数である実ニューラルネットワーク (2.2.1 節で述べたものと同じであるが、複素ニューラルネットワークと区別するために、ここでは実ニューラルネットワークと呼ぶことにする) の学習アルゴリズムについて述べる。次に 2.4.2 節では、ユニットの重み係数と入出力信号が複素数である複素ニューラルネットワークの学習アルゴリズムについて述べる。

2.4.1 実ニューラルネットワークの学習アルゴリズム

以下、2.2.1節の内容と若干重複するが、アルゴリズム導出の明確化のためであることを断っておく。M層からなるネットワークについて検討する。図2.12に示すような、時刻tのm層のi番目のユニットの内部ポテンシャル $y_i^{(m)}(t)$ と出力 $x_i^{(m)}(t)$ は次式で表される。

$$y_i^{(m)}(t) = \sum_{j=0}^{N_{m-1}} w_{ij}^{(m)}(t-1)x_j^{(m-1)}(t) \tag{2.35}$$

$$x_i^{(m)}(t) = f(y_i^{(m)}(t)) \tag{2.36}$$

ここで N_{m-1} はm-1層のユニット数、 $w_{ij}^{(m)}(t-1)$ は時刻t-1のm-1層のj番目のユニットからm層のi番目のユニットへの結合の重み係数、 $f(\cdot)$ は入出力関数である。 $x_0^{(m)}(t)$ は常に1であり、しきい値のための定数である。入力層(m=1)のユニットは入力信号をそのまま出力する。

評価関数を次式で定義し、これを最小にすることを考える。

$$E(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \sum_{i=1}^{N_M} e_i^{(M)}(n, t)^2 \tag{2.37}$$

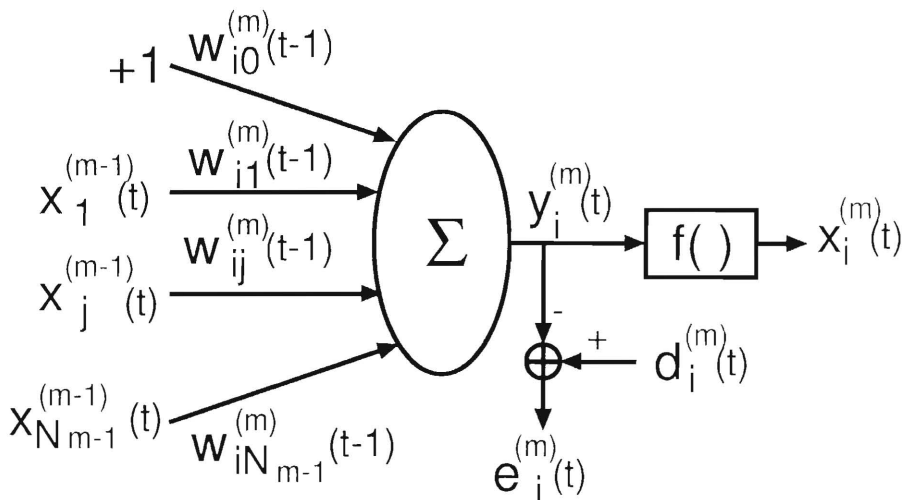


図 2.12 実ニューラルネットワークのユニット

ここで,

$$e_i^{(M)}(n, t) = d_i^{(M)}(n) - y_i^{(M)}(n, t). \quad (2.38)$$

$\beta (0 < \beta \leq 1)$ は忘却の係数であり, 時変環境での追従性を良くするために用いられる. $y_i^{(M)}(n, t)$, $e_i^{(M)}(n, t)$ はそれぞれ, 時刻 n の入力データに対する, 時刻 t の結合の重みを有するネットワークの出力層の i 番目のユニットの実際の内部ポテンシャル及び内部ポテンシャルにおける誤差を表している. $d_i^{(M)}(n)$ は時刻 n の入力データに対する出力層の i 番目のユニットの望ましい内部ポテンシャルであり, 望ましい出力 (教師信号) に出関数の逆関数を適用し得られる. 式 (2.37) を各重み係数 $w_{ij}^{(m)}(t)$ で偏微分したものを 0 とすることにより次式が得られる.

$$\sum_{n=0}^t \beta^{t-n} e_i^{(m)}(n, t) x_j^{(m-1)}(n, t) = 0 \quad (2.39)$$

ここで $x_j^{(m-1)}(n, t)$ は, 時刻 n の入力データに対する, 時刻 t の結合の重みを有するニューラルネットワークの $m-1$ 層の j 番目のユニットの出力である. $e_i^{(m)}(n, t)$ は出力層の場合は式 (2.38) であり, 中間層 (m 層) の場合は次式で表される.

$$e_i^{(m)}(n, t) = f' \left(y_i^{(m)}(n, t) \right) \sum_{k=1}^{N_{m+1}} w_{ki}^{(m+1)}(t) e_k^{(m+1)}(n, t) \quad (2.40)$$

ここで図 2.12 に示すように, 中間層の $e_i^{(m)}(n, t)$ を出力層と同様に望ましい内部ポテンシャルと実際の内部ポテンシャルの差と考える.

$$e_i^{(m)}(n, t) = d_i^{(m)}(n) - \sum_{k=0}^{N_{m-1}} w_{ik}^{(m)}(t) x_k^{(m-1)}(n, t). \quad (2.41)$$

式 (2.41) を式 (2.39) に代入することにより決定論的正規方程式⁽⁴⁹⁾が得られる. この決定論的正規方程式から RLS アルゴリズム⁽⁴⁹⁾を用いて再帰的な学習アルゴリズムが得られる. 導出の詳細は付録 1 に示す.

得られた学習アルゴリズムを以下にまとめる.

[Step 1] 初期化.

全ての重み係数 $w_{ij}^{(m)}(0)$ を小さいランダムな値に初期化する. $m \in$

[2. M] 層の $(N_{m-1} + 1) \times (N_{m-1} + 1)$ 相関行列 $\mathbf{P}^{(m)}(0)$ を単位行列に初期化する.

[Step 2] 出力の計算.

各ユニットの内部ポテンシャル $y_i^{(m)}(t)$ と出力 $x_i^{(m)}(t)$ を, それぞれ式 (2.35).(2.36) に従って計算する.

[Step 3] カルマンゲインと相関行列の更新.

m 層のカルマンゲイン $\mathbf{K}^{(m)}(t)$ と相関行列 $\mathbf{P}^{(m)}(t)$ を更新する.

$$\mathbf{K}^{(m)}(t) = \frac{\mathbf{P}^{(m)}(t-1)\mathbf{X}^{(m-1)}(t)}{\beta + \mathbf{X}^{(m-1)T}(t)\mathbf{P}^{(m)}(t-1)\mathbf{X}^{(m-1)}(t)} \quad (2.42)$$

$$\mathbf{P}^{(m)}(t) = \frac{1}{\beta} \{ \mathbf{P}^{(m)}(t-1) - \mathbf{K}^{(m)}(t)\mathbf{X}^{(m-1)T}(t)\mathbf{P}^{(m)}(t-1) \} \quad (2.43)$$

ここで $\mathbf{X}^{(m-1)}(t)$ は $m-1$ 層のユニットの出力 $x_i^{(m-1)}(t)$ を要素とするベクトル. T は転置を表す.

[Step 4] 誤差信号の計算.

出力層の場合, 次式を誤差信号とする.

$$e_i^{(M)}(t) = d_i^{(M)}(t) - y_i^{(M)}(t) \quad (2.44)$$

ここで,

$$d_i^{(M)}(t) = f^{-1}(t_i(t)) \quad (2.45)$$

$t_i(t)$ は出力層の i 番目のユニットの望ましい出力 (教師信号) を表す. 中間層 (m 層) の場合は次式を用いる.

$$e_i^{(m)}(t) = f' \left(y_i^{(m)}(t) \right) \sum_{j=1}^{N_{m+1}} w_{ji}^{(m+1)}(t-1) e_j^{(m+1)}(t). \quad (2.46)$$

[Step 5] 重みの更新.

$m-1$ 層から m 層の i 番目のユニットへ結合している重みベクトルを次式に従って更新する.

$$\mathbf{W}_i^{(m)}(t) = \mathbf{W}_i^{(m)}(t-1) + \mathbf{K}^{(m)}(t) e_i^{(m)}(t). \quad (2.47)$$

ここで $\mathbf{W}_i^{(m)}(t)$ は $w_{ij}^{(m)}(t)$ を j 番目の要素とする重みベクトルである。

誤差が十分収束するまで、Step 2 から Step 5 を繰り返す。

提案アルゴリズムの性能を計算機シミュレーションにより評価する。逆伝播法と比較を行う。一例として、排他的論理和⁽⁷⁾について検討する。ネットワークのユニット数は、入力層が2、中間層が2、出力層が1とした。重みの初期値として -0.5 から $+0.5$ の一様乱数を与えた。提案する学習アルゴリズムと逆伝播法ともに同じ重みの初期値を用いた。重み係数の初期値を変えてそれぞれ1,000回の試行を行った。学習パターンは同じ順序で呈示した。提案する学習アルゴリズムの忘却係数は 0.5 から 0.95 まで 0.05 きざみで、また逆伝播法の学習係数と慣性の係数はそれぞれ 0.2 から 1.0 まで 0.2 きざみでシミュレーションを行ない、 80% 以上収束したもののうち最も早く収束したものを採用することにした。出力の2乗誤差が4回続けて、 0.001 以下になったとき収束したと判定した。また10,000回の学習で収束しない場合は学習を打ち切り、収束しないと判定した。その結果、忘却係数は 0.8 、学習係数は 1.0 、慣性の係数は 0.8 とした。ここでは入出力関数に式 (2.3) を用いる。式 (2.3) の逆関数は次式で与えられる。

$$f^{-1}(x) = \ln \frac{x}{1-x}. \quad (2.48)$$

教師信号を 0 と 1 とすると式 (2.48) が無限大になってしまうので、望ましい出力を 0.01 と 0.99 とした。

図 2.13 に学習曲線の一例を示す。この図より提案する学習アルゴリズムは逆伝播法に比べ、格段に少ない学習回数で2乗誤差が小さくなるのがわかる。

次に収束に要する学習回数、時間について検討する。結果を表 2.1 にまとめる。収束に要する平均学習回数について、提案する学習アルゴリズムは逆伝播法に比べ約9倍高速である。また1回の学習に要するCPU時間について、提案する学習アルゴリズムは逆伝播法の約2倍の時間が

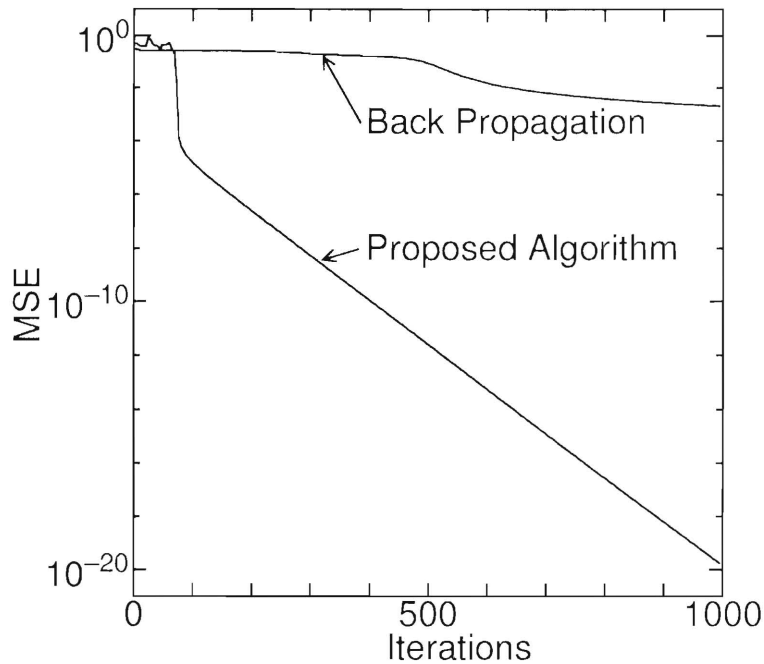


図 2.13 学習曲線

表 2.1 Exclusive-OR のシミュレーション結果

	提案学習法	逆伝播法
平均学習回数	234	2057
収束率 [%]	98.9	81.0
1 回の学習に要する CPU 時間 [msec]	0.202	0.125
収束に要する CPU 時間 [msec]	47	257

かかる。したがって収束に要する CPU 時間について、提案する学習アルゴリズムは逆伝播法に比べ約 5 倍高速である。また、このアルゴリズムは、逆伝播法と同様に、極小値への収束は避けられないことが、収束率が 100% でないことよりわかる。

ユニットへの入力の数 N とするとき、逆伝播法の計算量が N に比

例するのに対し、RLS アルゴリズムの計算量は N^2 に比例する⁽⁴⁹⁾。したがって N が非常に大きくなった場合、提案する学習アルゴリズムの収束に要する CPU 時間は非常に長くなる。しかしながら適応等化器⁽⁵⁰⁾などの、一定の時間間隔で学習データがシステムに与えられ、短時間で環境の変化に追従しなければならないシステムでは、学習回数が少ないことが本質的に必要である。このような応用分野において、提案する学習アルゴリズムは特に有用であると考えられる。そこで第3章では、本学習アルゴリズムを用いたニューラルネットワークの適応等化器への応用について述べる。

2.4.2 複素ニューラルネットワークの学習アルゴリズム

M 層のネットワークについて検討する。ユニットの入出力関数の違いによって、これまでにいくつかのユニットが提案されているが⁽⁸⁸⁾⁻⁽⁹⁰⁾、本論文では入出力関係が次式で定義されるユニット⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾⁽⁹⁰⁾⁽⁹⁶⁾について検討する(図 2.14)。時刻 t の m 層の i 番目のユニットの内部ポテンシャル $y_i^{(m)}(t)$ と出力 $x_i^{(m)}(t)$ は次式で表される。

$$y_i^{(m)}(t) = \sum_{j=0}^{N_{m-1}} w_{ij}^{(m)}(t-1)x_j^{(m-1)}(t) \quad (2.49)$$

$$x_i^{(m)}(t) = f\left(y_{iR}^{(m)}(t)\right) + jf\left(y_{iI}^{(m)}(t)\right) \quad (2.50)$$

ここで N_m は m 層のユニット数、 $w_{ij}^{(m)}(t-1)$ は時刻 $t-1$ の $m-1$ 層の j 番目のユニットから m 層の i 番目のユニットへの結合の重み係数である。式 (2.50) の $f(\cdot)$ は入出力関数、右辺第 2 項の j は虚数単位を表している。 $x_0^{(m)}(t)$ は常に 1 であり、しきい値のための定数である。入力層 ($m=1$) のユニットは入力信号をそのまま出力する。内部ポテンシャル $y_i^{(m)}(t)$ 、出力 $x_i^{(m)}(t)$ 、重み係数 $w_{ij}^{(m)}(t)$ は複素数である。本論文では複素数変数の実部及び虚部を例えば $y_{iR}^{(m)}(t)$ 、 $y_{iI}^{(m)}(t)$ の様に下付きの R と I で表す。また、式 (2.50) と同様式 (2.54)。(2.60)。(2.61) の j は虚数単位を表す。

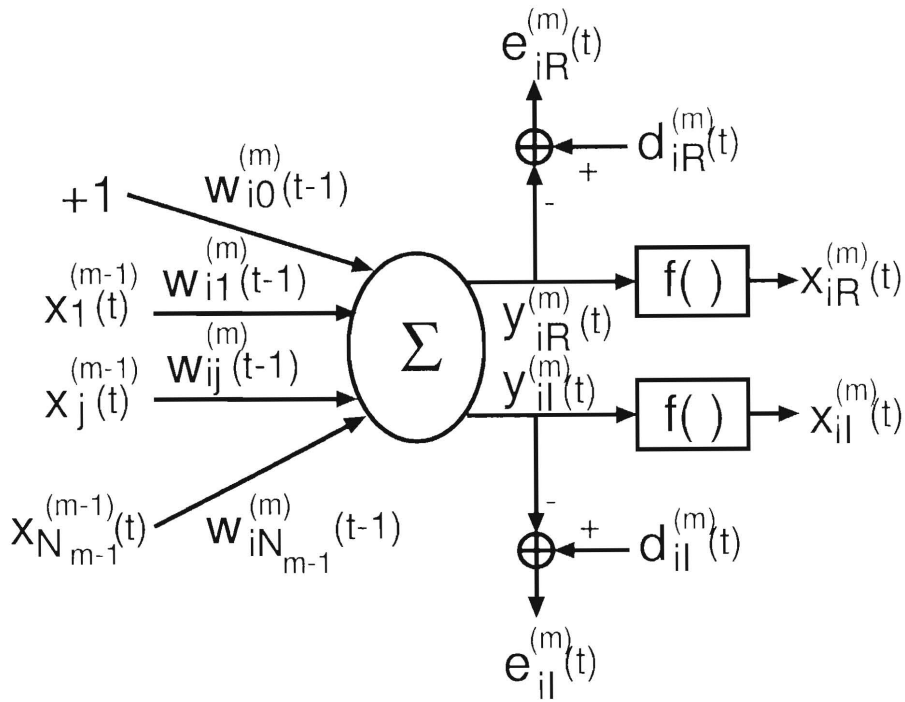


図 2.14 複素ニューラルネットワークのユニット

評価関数を次式で定義し、これを最小にすることを考える.

$$E(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \sum_{i=1}^{N_M} |e_i^{(M)}(n, t)|^2 \quad (2.51)$$

ここで,

$$e_i^{(M)}(n, t) = d_i^{(M)}(n) - y_i^{(M)}(n, t). \quad (2.52)$$

$\beta (0 < \beta \leq 1)$ は忘却の係数であり、時変環境での追従性を良くするために用いられる. $y_i^{(M)}(n, t)$, $e_i^{(M)}(n, t)$ はそれぞれ、時刻 n の入力データに対する、時刻 t の結合の重みを有するネットワークの出力層の i 番目のユニットの実際の内部ポテンシャル及び誤差である. $d_i^{(M)}(n)$ は時刻 n の入力データに対する出力層の i 番目のユニットの望ましい内部ポテンシャルであり、望ましい出力に出力関数の逆関数を適用し得られる. 式 (2.51) を各重み係数 $w_{ij}^{(m)}(t)$ で偏微分したものを 0 とすることにより

次式が得られる.

$$\sum_{n=0}^t \beta^{t-n} e_i^{(m)}(n, t) x_j^{(m-1)*}(n, t) = 0 \quad (2.53)$$

ここで $x_j^{(m-1)}(n, t)$ は, 時刻 n の入力データに対する, 時刻 t の結合の重みを有するネットワークの $m - 1$ 層の j 番目のユニットの出力である. $*$ は複素共役を表す. $e_i^{(m)}(n, t)$ は出力層の場合は式 (2.52) であり, 中間層 (m 層) の場合は次式で表される.

$$e_i^{(m)}(n, t) = f' \left(y_{iR}^{(m)}(n, t) \right) \sigma_{iR}^{(m)}(n, t) + j f' \left(y_{iI}^{(m)}(n, t) \right) \sigma_{iI}^{(m)}(n, t) \quad (2.54)$$

ここで,

$$\sigma_i^{(m)}(n, t) = \sum_{k=1}^{N_{m+1}} w_{ki}^{(m+1)*}(t) c_k^{(m+1)}(n, t). \quad (2.55)$$

ここで図 2.14 に示すように, 中間層の $e_i^{(m)}(n, t)$ を出力層と同様に望ましい内部ポテンシャルと実際の内部ポテンシャルの差と考える.

$$e_i^{(m)}(n, t) = d_i^{(m)}(n) - \sum_{k=0}^{N_{m-1}} w_{ik}^{(m)}(t) x_k^{(m-1)}(n, t). \quad (2.56)$$

式 (2.56) を式 (2.53) に代入することにより決定論的正規方程式が得られる. この決定論的正規方程式から複素数の RLS アルゴリズム⁽⁹⁷⁾を用いて再帰的な学習アルゴリズムが得られる. 導出の詳細は付録 2 に示す.

得られた学習アルゴリズムを以下にまとめる.

[Step 1]: 初期化.

全ての重み係数 $w_{ij}^{(m)}(0)$ を小さいランダムな値に初期化する. $m \in [2, M]$ 層の $(N_{m-1} + 1) \times (N_{m-1} + 1)$ 相関行列 $\mathbf{P}^{(m)}(0)$ を単位行列に初期化する.

[Step 2]: 出力の計算.

各ユニットの内部ポテンシャル $y_i^{(m)}(t)$ 及び出力 $x_i^{(m)}(t)$ を, それぞれ式 (2.49), (2.50) に従って計算する.

[Step 3] : カルマンゲインと相関行列の更新.

m 層のカルマンゲイン $\mathbf{K}^{(m)}(t)$ と相関行列 $\mathbf{P}^{(m)}(t)$ を更新する.

$$\mathbf{K}^{(m)}(t) = \frac{\mathbf{P}^{(m)}(t-1)\mathbf{X}^{(m-1)*}(t)}{\beta + \mathbf{X}^{(m-1)T}(t)\mathbf{P}^{(m)}(t-1)\mathbf{X}^{(m-1)*}(t)} \quad (2.57)$$

$$\mathbf{P}^{(m)}(t) = \frac{1}{\beta} \left\{ \mathbf{P}^{(m)}(t-1) - \mathbf{K}^{(m)}(t)\mathbf{X}^{(m-1)T}(t)\mathbf{P}^{(m)}(t-1) \right\} \quad (2.58)$$

ここで $\mathbf{X}^{(m-1)}(t)$ は $m-1$ 層のユニットの出力 $x_i^{(m-1)}(t)$ を要素とするベクトル. T は転置を表す.

[Step 4] : 誤差信号の計算.

出力層の場合, 次式を誤差信号とする.

$$e_i^{(M)}(t) = d_i^{(M)}(t) - y_i^{(M)}(t) \quad (2.59)$$

ここで,

$$d_i^{(M)}(t) = f^{-1}(t_{iR}(t)) + jf^{-1}(t_{iI}(t)) \quad (2.60)$$

ここで $t_i(t)$ は出力層の i 番目のユニットの望ましい出力を表す. 中間層 (m 層) の場合は次式を用いる.

$$e_i^{(m)}(t) = f' \left(y_{iR}^{(m)}(t) \right) \sigma_{iR}^{(m)}(t) + jf' \left(y_{iI}^{(m)}(t) \right) \sigma_{iI}^{(m)}(t) \quad (2.61)$$

ここで,

$$\sigma_i^{(m)}(t) = \sum_{j=1}^{N_{m+1}} w_{ji}^{(m+1)*}(t-1)e_j^{(m+1)}(t). \quad (2.62)$$

[Step 5] : 重みの更新.

$m-1$ 層から m 層の i 番目のユニットへ結合している重みベクトルを次式に従って更新する.

$$\mathbf{W}_i^{(m)}(t) = \mathbf{W}_i^{(m)}(t-1) + \mathbf{K}^{(m)}(t)e_i^{(m)}(t). \quad (2.63)$$

誤差が十分収束するまで, Step 2 から Step 5 を繰り返す.

提案した学習アルゴリズムの性能を計算機シミュレーションにより評価する。複素逆伝播法^{(16),(17)(90)(96)}と比較を行う。ここでは複素逆伝播法について、実数の逆伝播法で通常用いられるように、慣性項を加えて高速化を図った。表 2.2 に示す学習パターン⁽⁹⁶⁾について検討する。この学習パターンは単一の複素ユニットでは分離不可能で、中間層が必要な問題である。

ここでは入出力関数に次式を用いる。

$$f(x) = \frac{(1 - e^{-x})}{(1 + e^{-x})}. \quad (2.64)$$

式 (2.64) の逆関数は次式で与えられる。

$$f^{-1}(x) = \ln \frac{(1+x)}{(1-x)}. \quad (2.65)$$

望ましい出力が 2 値の場合、それを ± 1.0 とすると式 (2.65) が無限大になってしまうので、シミュレーションでは望ましい出力を ± 0.99 とした。ネットワークのユニット数は、入力層が 1, 中間層が 3, 出力層が 1 とした。重みの初期値は -0.5 から $+0.5$ の一様乱数で与えた。提案する学習アルゴリズムと複素逆伝播法ともに同じ重みの初期値を用いた。重み係数の初期値を変えて 100 回の試行を行った。学習パターンは同じ順序で呈示した。提案する学習アルゴリズムの忘却係数は、0.8 から 1.0 まで 0.01 きざみで、また複素逆伝播法の学習係数と慣性の係数はそれぞれ 0.1 から 0.9 まで 0.1 きざみでシミュレーションを行ないもっとも早く収

表 2.2 学習パターン

パターン番号	入力パターン	出力パターン
1	$-1 - j$	$-0.99 - j0.99$
2	$-1 + j$	$0.99 - j0.99$
3	$1 - j$	$0.99 + j0.99$
4	$1 + j$	$-0.99 + j0.99$

束したものをを用いた。その結果、忘却係数は 0.9, 学習係数は 0.3, 慣性の係数は 0.8 とした。

図 2.15 に学習曲線の一例を示す。この図より提案する学習アルゴリズムは複素逆伝播法に比べ、格段に少ない学習回数で 2 乗誤差が小さくなることがわかる。

次に収束に要する学習回数, 時間について検討する。出力の 2 乗誤差が 4 回続けて 0.01 以下になったとき, 学習が収束したものとみなした。100,000 回の学習で収束しない場合はローカルミニマムに陥ったとみなし学習を打ち切った。

結果を表 2.3 にまとめる。収束に要する平均学習回数について, 提案する学習アルゴリズムは複素逆伝播法に比べ約 100 倍高速である。また学習回数のばらつきが少ないこともわかる。1 回の学習に要する CPU 時間について, 提案する学習アルゴリズムは複素逆伝播法の約 4 倍である。したがって収束に要する CPU 時間について, 提案する学習アルゴ

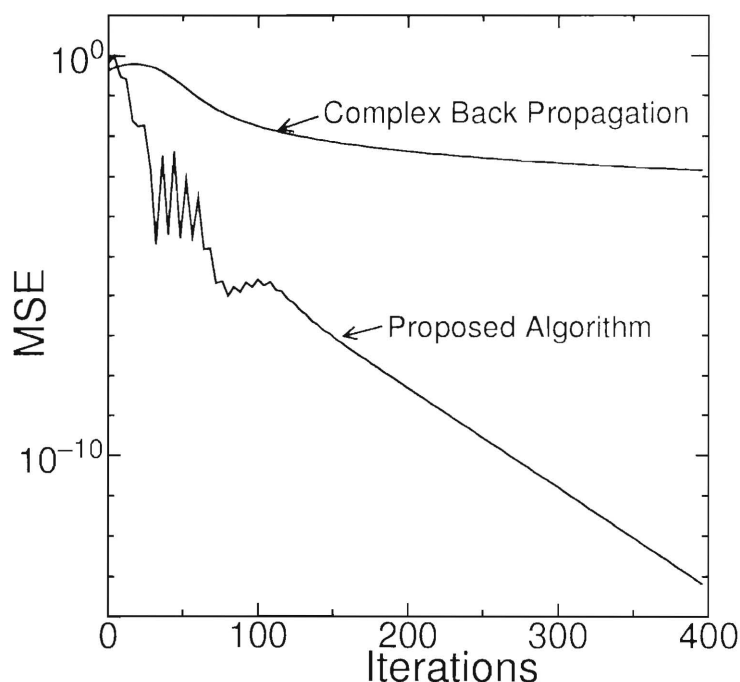


図 2.15 学習曲線

表 2.3 シミュレーション結果

	提案学習法	複素逆伝播法
平均学習回数	37	3834
学習回数の標準偏差	12	8081
最小学習回数	22	624
最大学習回数	85	43704
収束率 [%]	100	99
1回の学習に要する CPU 時間 [msec]	1.23	0.31
収束に要する CPU 時間 [msec]	45	1189

リズムは複素逆伝播法に比べ約 25 倍高速である.

実ニューラルネットワークの場合と同様に, ユニットへの入力の数 N とするとき, N が非常に大きくなった場合, 提案する学習アルゴリズムの収束に要する CPU 時間は非常に長くなる. しかしながら, 学習回数が少ないことが必要であるような応用分野において, 提案する学習アルゴリズムは有用であると考えられる.

2.5 本章のまとめ

本章では, 階層型ニューラルネットワークの性能向上法として, 動的なパターン認識に適した SULNN を提案し, その有効性を確認した. また実ニューラルネットワークと複素ニューラルネットワークのための, RLS アルゴリズムを用いた高速学習アルゴリズムを提案し, 有効性を確認した.

SULNN は, 学習データで学習済みのネットワークの出力値をもとに, 評価データに対してシステム自身で教師信号を生成し, 学習を行なうものである. また選択的な学習を行なうことにより, 雑音に強いシステムとなっている. 計算機シミュレーションにより, 評価データの分布が時

間とともに変化する場合の性能を評価した。その結果、評価データに雑音がない場合において、従来のニューラルネットワークは全く追従能力がないのに対して、SULNNはデータ分布の変化に追従できることがわかった。また、評価データに雑音がある場合、全ての評価データを学習してしまうと、雑音によって誤った認識をした場合に誤った学習をしてしまい、変化に追従できなくなるが、選択的に学習を行なうことにより、誤った学習を防ぎ、追従性能が向上することがわかった。

環境の変化に追従が可能であり、雑音に強いというSULNNの特長を生かして、接続機器が時間とともに切り替わる電灯線におけるスペクトル拡散通信の検波にSULNNを用い、従来手法より優れた結果が得られることが報告されている^{(39),(65)}。また、SULNNの構造を用いて、学習条件によらず一定の決定境界を形成するという興味深い試みも行なわれている⁽⁹⁸⁾。また、SULNNで用いる学習アルゴリズムは逆伝播法に限らない。Kullback Divergenceを評価関数に用いた高速な学習アルゴリズム⁽⁷¹⁾を用いたSULNNで、逆伝播法を用いる場合に比べ、追従性能が向上することが報告されている⁽⁴¹⁾。

提案した高速学習アルゴリズムでは、評価関数に出力層のユニットの実際の内部ポテンシャルと望ましい内部ポテンシャルの2乗誤差和を用いることにより、RLSアルゴリズムの使用を可能にした。計算機シミュレーションによりその性能評価を行なった。実ニューラルネットワークの場合、排他的論理和について検討し、2乗誤差が4回続けて0.001以下になるために必要な学習回数について、提案する学習アルゴリズムは逆伝播法に比べ約9倍高速であり、CPU時間では、提案する学習アルゴリズムは逆伝播法に比べ約5倍高速であることがわかった。一方、複素ニューラルネットワークの場合、2乗誤差が4回続けて、0.01以下になるために必要な学習回数について、提案する学習アルゴリズムは複素逆伝播法に比べ約100倍高速であり、CPU時間について、提案する学習アルゴリズムは複素逆伝播法に比べ約25倍高速であることがわかった。本学習アルゴリズムは、学習回数が少ないことが望まれる応用分野

において特に有用である⁽⁷⁵⁾.

第3章 周波数選択性フェージング伝送路におけるニューラルネットワークを用いた適応等化器

3.1 まえがき

適応等化器は、分散性の伝送路で生じた符号間干渉による信号品質劣化の対策として有効であることが知られている^{(47),(48)}。デジタル通信における伝送路の適応等化の問題をパターン認識の問題として考えると、符号間干渉のある伝送路の適応等化の問題は本質的に非線形な問題であることが報告されている⁽¹⁵⁾。つまり、2値の伝送において、適応等化器への入力に対し、送られた信号が+1であるか-1であるかを判定する問題を考えた時、伝送路における雑音まで考慮すると、伝送路が最小位相系か非最小位相系かにかかわらず⁽¹⁵⁾、また伝送路が線形か非線形であるかにかかわらず⁽¹⁸⁾、また伝送路雑音が白色雑音であるか有色雑音であるかにかかわらず⁽¹⁸⁾、またチャネル間干渉が存在するかしないかにかかわらず⁽²⁰⁾、最適に判定するための判定境界は、非線形になるのである。

しかしながら、従来の適応等化器は線形トランスバーサルフィルタを用いており、その判定境界は線形であるため、最適な受信は不可能である。Gibsonら⁽¹⁵⁾は、非線形な判定境界を形成できる階層型ニューラルネットワークを用いた適応等化器は、従来の適応等化器より優れていることを示した。

一方、現在、適応等化器の検討が進められているデジタル陸上移動体通信においては、伝送路特性の時間変動の克服が重要な課題である⁽⁵⁰⁾。したがって階層型ニューラルネットワークを用いた適応等化器をデジタル陸上移動体通信に用いるにあたって、その時変伝送路での性能評価が必要となる。これまでに時変伝送路において、階層型ニューラルネットワークを用いた適応等化器の性能評価を行なった報告が幾つかあるが^{(21),(23)-(25),(99)}、これらの報告で検討している伝送路はあまり現実的でなく、陸上移動体通信で見られる周波数選択性フェージング伝送路に

については検討されていない。また、時変伝送路へ適応追従するためには、高速な収束特性を持つ学習アルゴリズムを用いる必要があるが、これに関してはこれまで詳しく検討されていない。

そこで本章では、ニューラルネットワークを用いた適応等化器の周波数選択性フェージング伝送路における性能の評価を行なう^{(77),(78)}。第2章で選択的に教師なし学習を行なうニューラルネットワーク (Selectively Unsupervised Learning Neural Network: SULNN) を提案し、雑音の存在する時変環境下でのパターン認識に適していることを示した⁽⁶⁶⁾。したがって、SULNN は、時変伝送路における適応等化に適していると考えられる。また、同様に第2章で Recursive Least Squares (RLS) アルゴリズムを用いた階層型ニューラルネットワークの高速学習アルゴリズムを提案した⁽⁷⁵⁾。このアルゴリズムを用いることにより、時変伝送路への追従性能の向上が期待できる。そこで本章では、特に、第2章で提案した高速学習アルゴリズムで学習を行なう SULNN を用いた判定帰還形適応等化器 (Decision Feedback Equalizer:DFE) について検討する⁽⁷⁵⁾。これの周波数選択性フェージング伝送路における性能の評価を行ない、従来の種々の手法より優れていることを示す。

3.2 周波数選択性フェージング伝送路と判定帰還型適応等化器 (DFE)

次世代のデジタル陸上移動体通信では、多様なサービスを供給するために、高速で高品質な伝送が要求される。したがって、陸上移動体通信では広帯域伝送が必要になるが、マルチパスが存在するため、伝送路特性は周波数選択性となり劣化する。また、移動局の移動にともない伝送路特性は時間的に変化するので、周波数選択性フェージング伝送路となる⁽⁵⁰⁾。

本論文では、周波数選択性フェージング伝送路モデルとして、2波モデルを検討する。2波モデルは単純なモデルであるが、最小位相系と非最小位相系が混在する伝送路が実現できるので、等化器の基本的動作の検討に適している。図 3.1 に、直接波と遅延波の2波からなる周波数選

択性フェージング伝送路モデルを示す. 各波の平均受信電力は等しく, それぞれ独立にレイリーフェージングを受けていると仮定する. 本論文では, 3.4節の計算機シミュレーションの簡単のために, ベースバンド信号を扱う. 時刻 t の復調された複素ベースバンド信号は次式で表される.

$$u(t) = v(t)g_0(t) + v(t - T_d)g_1(t) + n(t) \quad (3.1)$$

ここで $v(t)$ は送信された複素ベースバンド信号であり, T_d は遅延波の遅延時間である. $n(t)$ は等価低域システムで表された白色ガウス雑音である. $g_i(t)$ は平均が0の複素ガウス過程であり, 帯域が $\pm f_D$ に制限されている. $g_i(t)$ の包絡線はレイリー分布則に, 位相は一様分布則に従う. 3.4節では, 計算機上で白色ガウス乱数を発生し, 高速フーリエ変換 (FFT) で周波数領域に変換後, パワースペクトル密度 (PSD) ⁽¹⁰⁰⁾が

$$S(f) = \frac{b_0}{\pi f_D} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_D}\right)^2}} \quad (3.2)$$

となるようにスペクトルを整形し, 逆FFTにより時間領域に戻すことにより $g_i(t)$ を発生させた. ここで, b_0 は平均受信電力, f_D は最大ドップラー周波数であり,

$$f_D = \frac{V}{\lambda} \quad (3.3)$$

で表される. ここで V は移動局の走行速度, λ は送信波の波長である.

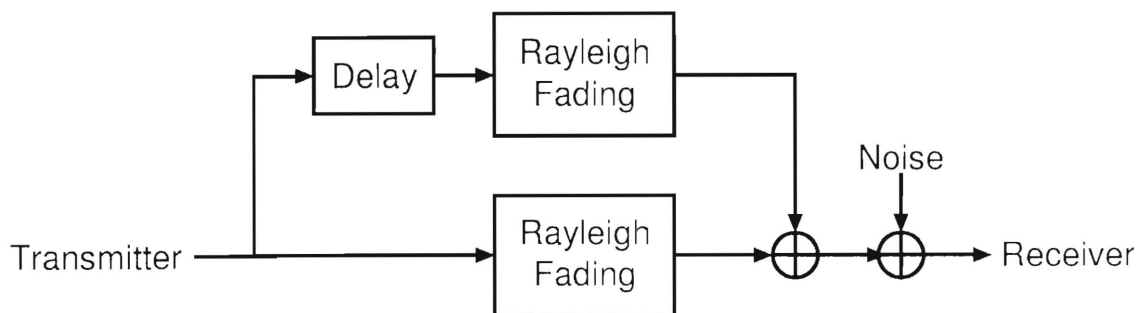


図 3.1 周波数選択性フェージング伝送路モデル

周波数選択性フェージング対策として、適応等化器が必要である。その中で、判定帰還型適応等化器 (DFE) と最尤系列推定 (Maximum Likelihood Sequence Estimation: MLSE) (Viterbi 等化器とも呼ばれている) が有効であるとされている^{(47),(48),(50)}。特に、DFE は構成が簡易であるため実現に向けて広く検討されている。DFE の構成を図 3.2 に示す。DFE は、フィードフォワードフィルタと、等化器の判定結果を遅延させたフィードバックフィルタからなる。フィードフォワードフィルタには、等化できる帯域が広い分数間隔型が用いられる。伝送路の変化に高速に追従するため、収束が高速である RLS アルゴリズム⁽⁴⁹⁾ が、フィルタのタップ係数を調節するために広く用いられている。

DFE のフィードバック信号に誤りがないものとして、DFE への入力に対し、送られた信号が +1 であるか -1 であるかを最適に判定する時、伝送路における雑音まで考慮すると、判定境界は非線形になることが知られている⁽¹⁹⁾。DFE はシステム全体としては非線形な適応等化器であ

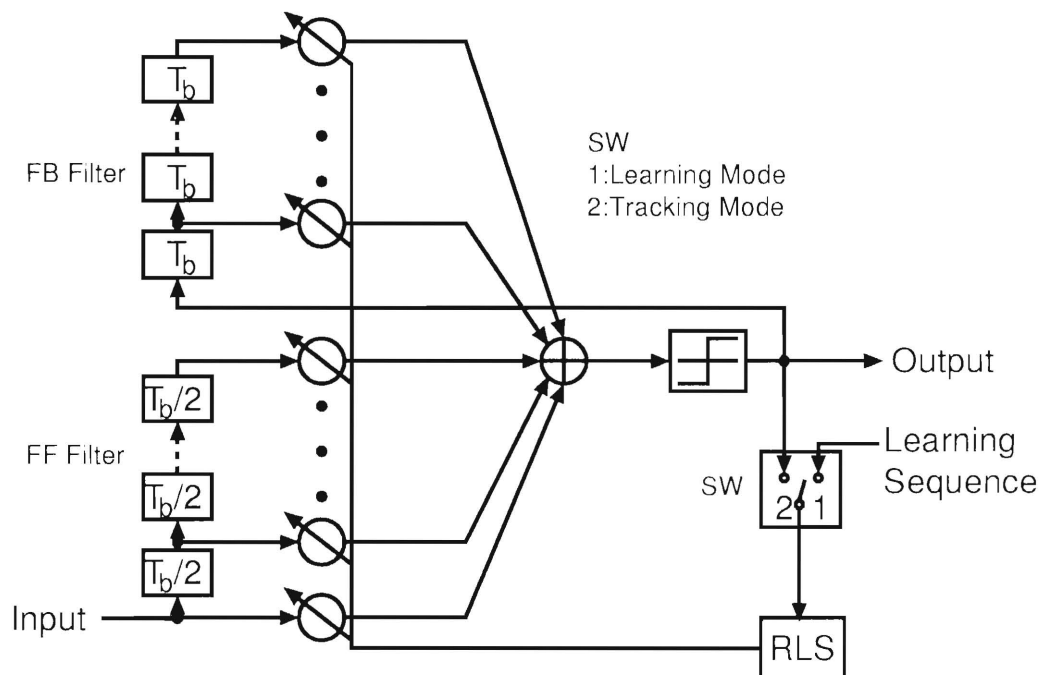


図 3.2 判定帰還型適応等化器 (DFE)

るが、入力から出力の写像を行なう部分は線形フィルタを用いているため、線形な境界しか形成できず、最適な性能は得られない。最適な性能を得るためには、非線形な境界を形成できるシステムが必要となる。これが、非線形な境界を形成できるニューラルネットワークをDFEに用いる動機である。

3.3 SULNN を用いた DFE

図3.3にSULNNを用いたDFEの構成を示す。処理する信号が複素数なので、入力層と出力層には複素信号の実部と虚部に相当するユニットを用意している。

等化器の動作を説明する。通常適応等化器は2種類のモードで動作する。つまり学習モードと追従モードである。学習モードにおいては、既知の学習データについて学習を行なう。このモードは第2章において述べたSULNNの初期学習モードに相当する。追従モードはSULNNの自己判断学習モードに相当している。追従モードにおいては、未知の情報データについて判定を行ないながら、伝送路の変動に追従するために判定結果を教師信号として用いて学習を行なう。これは判定参照方式と呼ばれており、従来から用いられている手法である。判定参照方式では、雑音などの影響により判定を誤った場合、誤った教師信号を用いて学習を行なってしまい、性能が劣化することが予想される。しかしSULNNを用いたDFEでは、追従モードにおいて選択的に学習を行なうので、誤った学習を防ぐことができると期待できる。

本章では、変調方式としてBPSKについて検討するので、送信シンボルは+1または-1の値をとると考えられる。したがって、ここでは、ユニットの入出力関数として、-1から+1の値をとる式(2.64)のシグモイド関数を用いる。

確からしさユニットと判断システムの動作を説明する。これらは、どのような変調方式を用いるかによって異なる。変調方式にBPSKを用いた場合について以下に示す。確からしさユニットは出力層のユニットと

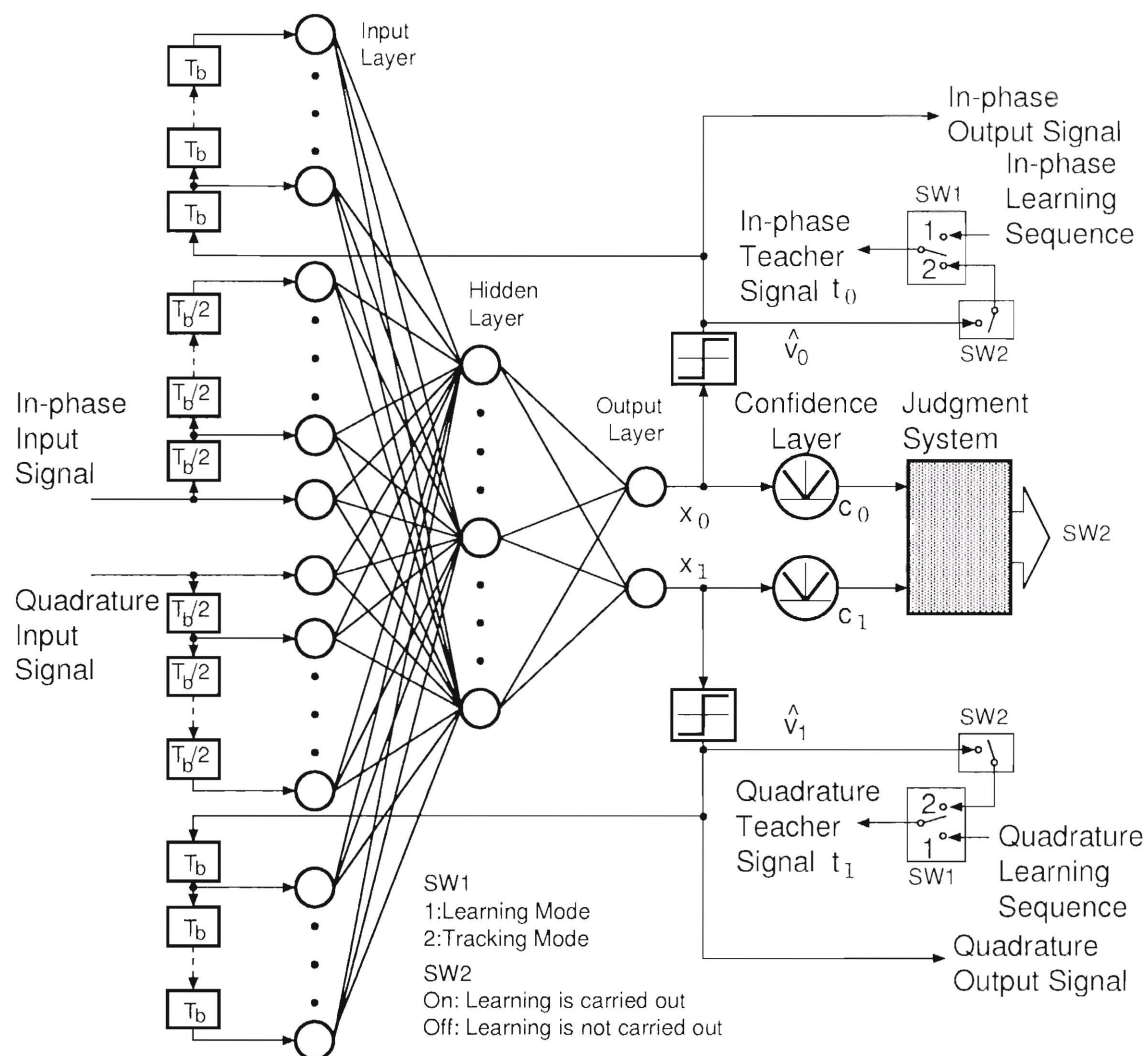


図 3.3 SULNN を用いた DFE

1 対 1 に対応しており，対応する出力層のユニットの出力値の絶対値を出力するものとする。

$$c_i = |x_i^{(M)}|, \quad i = 0, 1. \quad (3.4)$$

ここで $i = 0$ は出力信号の実数成分， $i = 1$ は虚数成分に相当する．判断システムではこの確からしきをもとに，現在の入力データについて学習を行なうかどうかを判断する．変調方式が BPSK なので，復調信号の実数成分のみ考慮すれば良いので，実数成分に対応する確からしき c_0 が，あらかじめ設定した自己判断のしきい値を越えた時学習するものとする．

学習を行なう場合には、判定参照モードと同様に判定結果を教師信号として用いる。

$$\begin{cases} t_0 = \hat{v}_0 & c_0 > T_s \\ t_1 = 0 & \\ \text{学習しない} & c_0 \leq T_s \end{cases} \quad (3.5)$$

ここで判定結果 \hat{v}_i は

$$\hat{v}_i = \begin{cases} 1 & x_i^{(M)} > 0 \\ -1 & x_i^{(M)} \leq 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

である。また c_0 は等化器出力の実数成分に対応する確からしきである。 T_s は自己判断のしきい値を表す。自己判断のしきい値を適切に設定することにより、誤った学習を防ぐことができると期待できる。

出力関数に式(2.64)の -1 から 1 の値をとるシグモイド関数を用いるので、確からしきは 0 から 1 の値をとることになる。したがって自己判断のしきい値を 0 に設定した場合、すべてのデータについて学習を行なうので、提案する DFE は従来のニューラルネットワークを用いた DFE を判定参照方式で動作させたものと等価になる。

伝送路の変化に高速に追従するため、第2章で提案した RLS アルゴリズムを用いた高速学習アルゴリズムにより学習を行なう。この時、式(2.64)の逆関数は、式(2.65)で与えられる。式(2.65)が無限大にならないように、教師信号 t_0 を ± 1 の代わりに ± 0.99 とした。

3.4 計算機シミュレーション

計算機シミュレーションにより SULNN を用いた DFE の性能評価を行なう。図 3.4 に検討するシミュレーションモデルを示す。また表 3.1 にシミュレーション諸元を示す。本論文では、最大ドップラー周波数 f_D について、 $f_D T_b = 1/12,800$ の場合について検討する。これは例えば、伝送速度が 1.024kbps の場合、最大ドップラー周波数が $f_D = 80\text{Hz}$ に相当する。また搬送波の周波数が 900MHz の場合、 $f_D = 80\text{Hz}$ は移動

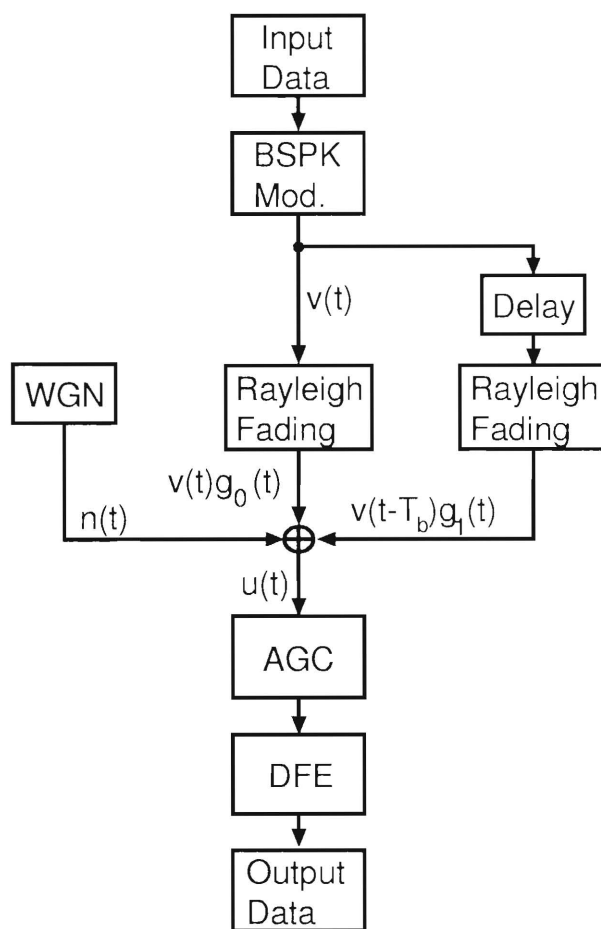


図 3.4 シミュレーションモデル

局の速度が時速 96km に相当する。フィードフォワードフィルタのタップ間隔は良く用いられている 2taps/symbol とした⁽⁵⁰⁾。遅延波の遅延時間 T_d は 1 シンボル時間長 T_b とした。遅延波の遅延時間が 1 シンボル時間長の場合、フィードバックフィルタは 1 タップ、フィードフォワードフィルタは 2 タップとすれば良いことが知られている⁽⁵⁰⁾。フィードフォワードフィルタは 2 taps/symbol なので、タップ数を 4 とした。学習データと情報データで構成されるバーストによる伝送を行なうものとした⁽⁵⁰⁾。ネットワークの重み係数 $w_{ij}^{(m)}$ と相関行列 $\mathbf{P}^{(m)}$ は追従性を向上させるために各バースト毎に初期化した。第 2 章で述べたように、学習に用いるアルゴリズムは逆伝播法と同様に、極小値へ収束する可能性があるが、ネットワークの重み係数 $w_{ij}^{(m)}$ を各バーストごとに初期化する

表 3.1 シミュレーション諸元

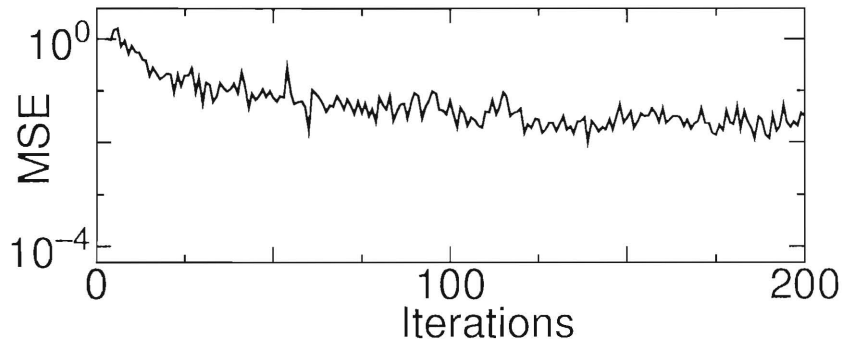
学習データ系列長	50 bit
情報データ系列長	500 bit
変調方式	BPSK
復調方式	同期検波
ロールオフ率	1.0
AGC の時定数	0.01
タップ数	FF 4
	FB 1
タップスペース	FF $T_b/2$
	FB T_b
入力層のユニット数	8
中間層のユニット数	8
出力層のユニット数	2
忘却係数 (RLS)	0.98
忘却係数 (提案法)	0.99
BP の学習係数	0.4
BP の慣性の係数	0.2
$f_D T_b$	1/12.800
遅延波の遅延時間	T_b

FF: フィードフォワード

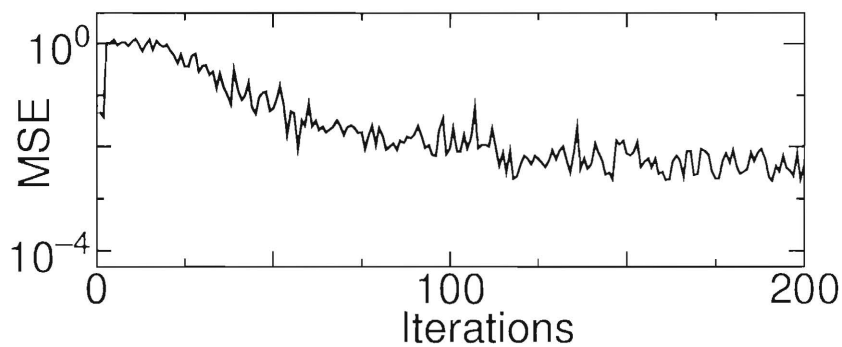
FB: フィードバック

ので、もしあるバーストにおいてローカルミニマムに収束しても、それによる性能劣化は1バースト以内に抑えることができる。AGCとしてはフィードバック制御型のAGC⁽¹⁰¹⁾を用いた。RLSアルゴリズム及びRLSアルゴリズムを用いた高速学習アルゴリズムの忘却係数、逆伝播法の学習係数、慣性の係数は、データ伝送速度や最大ドップラー周波数などの条件によって、最適値は変わると考えられるが⁽¹⁰²⁾、表3.1の条件でいくつかの値を検討し、最も誤り率特性の良いものを用いた。

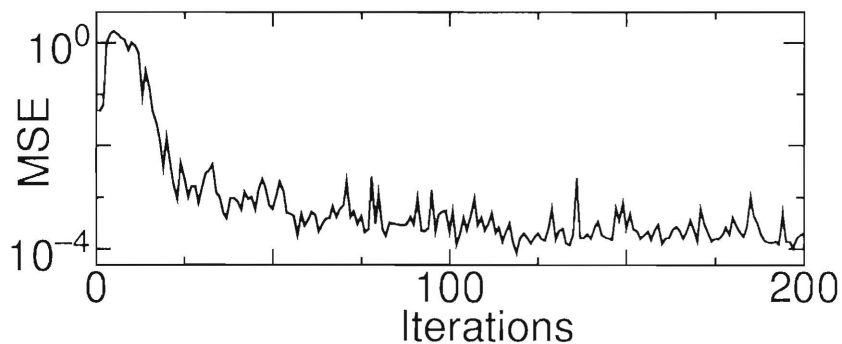
まずニューラルネットワークの有効性及び高速学習アルゴリズムの有効性を確認する。図3.5に、 $E_b/N_0 = 20\text{dB}$ の場合の学習曲線を示す。 E_b は遅延波も含めた受信信号1ビットあたりのエネルギー、 N_0 は雑音



(a) RLS アルゴリズム



(b) 逆伝播法



(c) 高速学習アルゴリズム

図 3.5 学習曲線

の片側パワースペクトル密度を表す。教師信号は既知で、帰還信号は正解の信号とした。ここで検討する従来のDFEは、タップ係数が複素数の複素等化器であり、学習には複素数のRLSアルゴリズム⁽⁹⁷⁾を用いている。逆伝播法(BP)(b)と高速学習アルゴリズム(c)で学習したニューラルネットワークを用いたDFEは、従来のDFE(a)に比べて平均2乗誤差を低く抑えることができることが確認できる。これは、周波数選択性フェージング伝送路の等化の問題では非線形な分離が必要であるが、従来の線形トランスバーサル型フィルタを用いるDFEは線形な分離面を形成するにすぎないのに対して、ニューラルネットワークは非線形な分離面を形成できるためである。また高速学習アルゴリズムはすでに述べたように、逆伝播法に比べて収束が速く、フェージング伝送路のような時変環境への追従性が良いと考えられる。

次に高速学習アルゴリズムで学習するSULNNを用いたDFEについて検討する。図3.5(c)の結果より約50ビットで学習が収束しているのので、以下のシミュレーションでは、学習データ系列長を50ビットとした。また情報データ系列長については、伝送の効率と追従性を考慮して500ビットとした。

SULNNは2.3節で述べたように、自己判断のしきい値 T_s に性能が依存する。自己判断のしきい値にどのように性能が依存するかについて検討する。図3.6に自己判断のしきい値と、全判定回数に対する誤った学習の実行率及び学習の非実行率の関係を示す。ここで $E_b/N_0 = 10\text{dB}$ である。この図より、自己判断のしきい値が大きくなるにつれて誤った学習の実行率は減少し、学習の非実行率は増加することがわかる。自己判断のしきい値が小さすぎると、誤った学習の実行率が多くなり適切な等化が行なわれず、また自己判断のしきい値が大きすぎると、学習の非実行率が多くなり伝送路の変化に追従することが困難になると考えられる。したがって自己判断のしきい値 T_s は0から1の間の適切な値に設定する必要がある。

図3.7に自己判断のしきい値とビット誤り率の関係を示す。自己判断

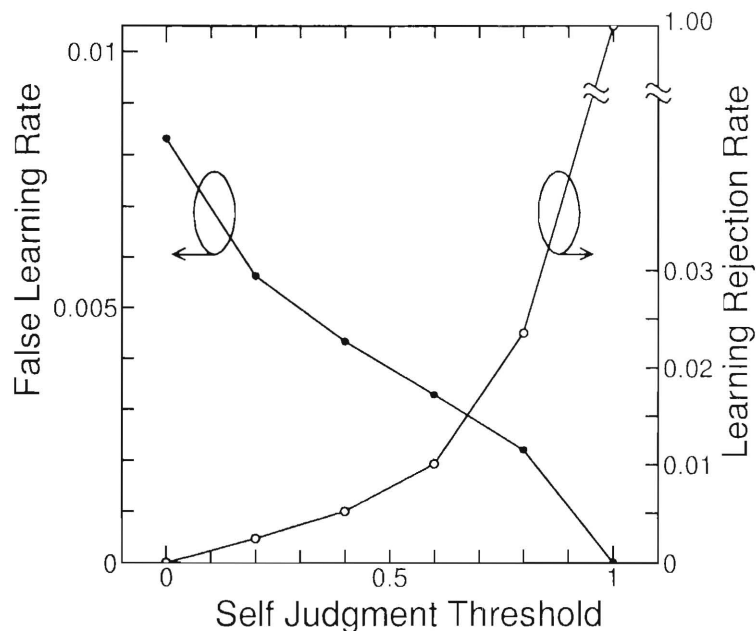


図 3.6 自己判断のしきい値と誤った学習の実行率および学習の非実行率の関係

のしきい値を適切に設定することにより、従来のニューラルネットワークを用いた DFE を判定参照方式で動作させたもの ($T_s = 0$ に相当) より誤り率を低く抑えることができることがわかる。この図より、自己判断のしきい値が 0.6 の場合が最適である。 E_b/N_0 などの条件によって、最適な自己判断のしきい値は変わるが、0.6 程度であれば常に十分満足できる結果が得られた。以下のシミュレーションでは自己判断のしきい値を 0.6 とした。

次に、図 3.8 に誤り率特性を示す。逆伝播法で学習するニューラルネットワークを用いた DFE がもっとも悪い結果となっているが、これは逆伝播法は学習速度が遅いため、伝送路の変化に十分に追従できないためであると考えられる。一方高速学習アルゴリズムで学習するニューラルネットワークを用いた DFE は、学習が高速なので伝送路の変化に追従でき、かつニューラルネットワークの非線形性を活かすことにより従来の DFE より優れた結果を示していると考えられる。高速学習アル

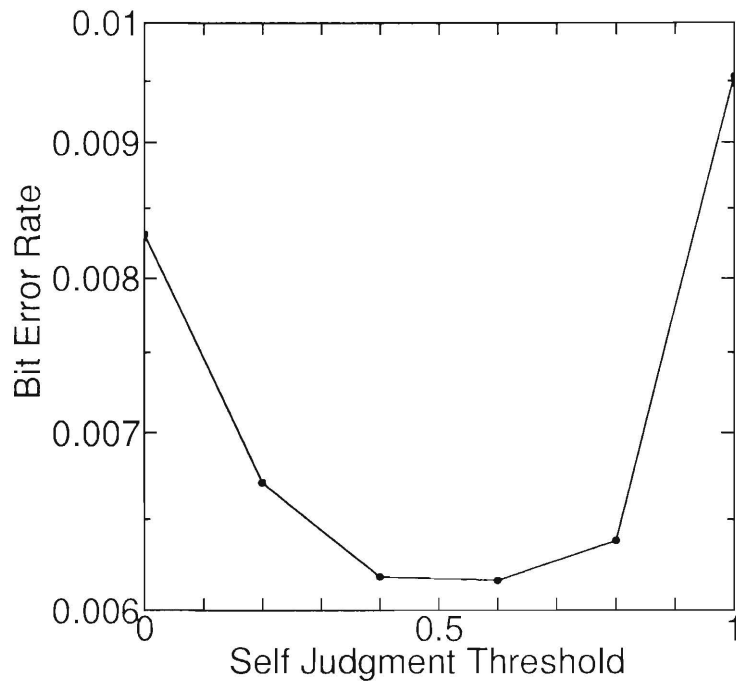


図 3.7 自己判断のしきい値と誤り率の関係

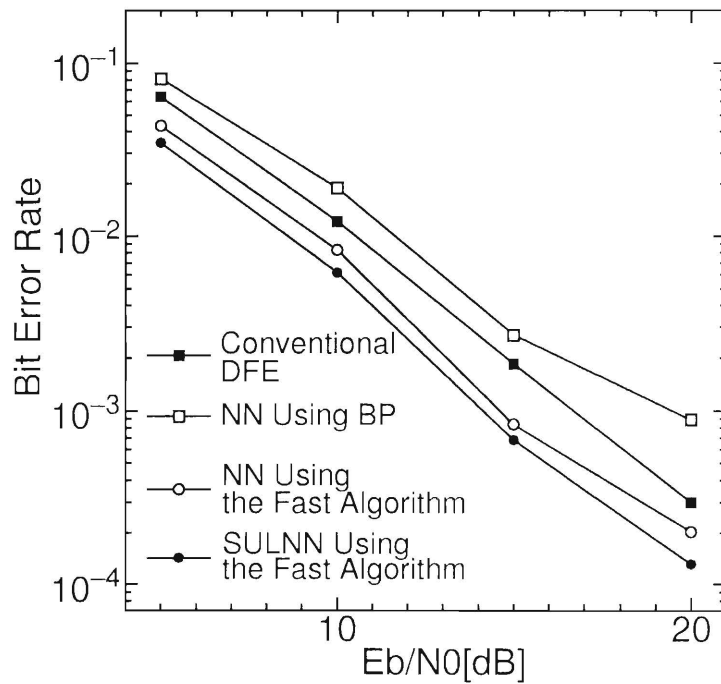


図 3.8 誤り率特性

ゴリズムで学習する SULNN を用いた DFE は、学習の高速性とニューラルネットワークの非線形性に加えて、選択的な学習により誤った学習を防ぐことによりさらなる向上を得ている。現在の自動車電話の音声符号化技術では、ビット誤り率が 10^{-2} 以下であれば通信品質を良好に確保できる⁽¹⁰³⁾ので、ビット誤り率 10^{-2} を得るために必要な E_b/N_0 により評価すると、従来の DFE と比べて、高速学習アルゴリズムで学習するニューラルネットワークを用いた DFE は約 1dB、高速学習アルゴリズムで学習する SULNN を用いた DFE は約 2dB の向上が得られていることがわかる。

3.5 本章のまとめ

本章では、ニューラルネットワークを用いた判定帰還型適応等化器の周波数選択性フェージング伝送路における性能の評価を行なった。特に、第2章で提案した高速学習アルゴリズムで学習を行なう SULNN を用いた DFE について検討した。

遅延波の遅延時間が1シンボル時間長、 $f_D T_b = 1/12.800$ の場合について検討を行なった。高速学習アルゴリズムを用いることによって、従来の DFE より出力の2乗誤差を小さくすることができ、逆伝播法より収束が高速であり、伝送路の変化への追従性が良いことがわかった。SULNN を用いた DFE は、自己判断のしきい値を適切に設定し選択的に学習を行なうことにより、判定参照方式で動作するニューラルネットワークを用いた DFE より誤り率を低く抑えることができたことがわかった。逆伝播法で学習するニューラルネットワークを用いた DFE は、収束が遅いため伝送路の変化への追従が十分でなくなり、従来の DFE より性能が劣ることがわかった。また、ビット誤り率が 10^{-2} において、従来の DFE と比較して、高速学習アルゴリズムで学習するニューラルネットワークを用いた DFE は約 1dB、高速学習アルゴリズムで学習する SULNN を用いた DFE は約 2dB の向上が得られることがわかり、これらの手法が周波数選択性フェージング対策に有効であることがわかった。

本章の内容に関する発表^{(75)・(77)・(78)}とほぼ同時期に独立に、ニューラルネットワークを用いた適応等化器の周波数選択性フェージング伝送路における評価を行なった報告^{(22)・(28)・(29)}が数件あったことを断っておく。金田⁽²²⁾は、Forward-Only Counterpropagationを用いた適応等化器と線形等化器の性能比較を行なっているが、DFEについては検討を行っていない。Xiangら⁽²⁹⁾は、学習係数が可変の高速学習アルゴリズムで学習するニューラルネットワークを用いたDFEと従来のDFEの性能比較を行なっているが、その他の学習アルゴリズムについては検討していない。柳沼ら⁽²⁸⁾は、伝送路の推定と等化を行なう2種類のネットワークを組み合わせた方式を検討しているが、有効性が明らかでない。したがって、本章の内容はこれらの報告とは異なるものとなっている。

第4章 ホップフィールドネットワークを用いた同期符号分割多元接続通信のマルチユーザー検波

4.1 まえがき

本章では、直接拡散による同期符号分割多元接続 (Code Division Multiple Access : CDMA) 通信のマルチユーザー検波について検討する。

同期CDMA通信において従来の受信機では、簡易なマッチドフィルタが広く用いられている⁽⁵⁷⁾。しかしながら、干渉信号の電力が希望信号に対して相対的に大きい場合、すなわち遠近問題がある場合、マッチドフィルタ受信機の性能は劣化することが知られている。これはマッチドフィルタ受信機は、干渉信号の存在を考慮していないからである。この問題を解決するために、同期CDMA通信の最適マルチユーザー受信機が提案されている⁽⁸⁰⁾。最適受信は、尤度関数の最大化によって行なわれる。しかしながら最適受信機は、ユーザー数の増加にともないシステムの複雑さが指数的に増加するという欠点がある。そこで最適に近い性能を有し、かつ簡易である方式が必要とされている。

これまでに、最適に近い性能を有し、かつ複雑性の低い受信機が提案されている^{(80),(104)}。大きく分類すると、拡散符号の相互相関行列の逆行列をマッチドフィルタ出力ベクトルに乗算することにより、チャンネル間干渉を除去する方式と⁽⁸⁰⁾、推定(復調)した情報シンボルを基に、チャンネル間干渉成分を推定(レプリカを作成)し、それを受信信号から引くことによりチャンネル間干渉を除去する方式がある⁽¹⁰⁴⁾。これらの方式の複雑さはユーザー数に比例する。

本論文では、同期CDMA通信のマルチユーザー検波にニューラルネットワークを用いる方式について検討する。第2章において述べたように、ニューラルネットワークには、パターン認識に適した階層型ニューラルネットワークと、最適化問題に適したホップフィールドネットワークが知られている。Aazhangら⁽³⁰⁾は、マルチユーザー検波の問題をパ

ターン認識の問題とみなした場合、マルチユーザー検波を最適に行なうためには、非線形な判定境界が必要となることを明らかにし、非線形な判定境界を形成できる階層型ニューラルネットワークが応用できることを示し、階層型ニューラルネットワークを用いた受信機を提案している。そして Aazhang らは、階層型ニューラルネットワークによって、従来のマッチドフィルタ受信機に比べ優れた結果が得られ、さらに準最適な結果が得られることを報告している。しかしながら、階層型ニューラルネットワークをマルチユーザー検波に用いる場合、いくつかの問題点がある。まず、逆伝播法などの学習アルゴリズムは、最小化したい評価関数の最小値への収束が保証されないことである。実際に、干渉信号が希望信号に比べて非常に大きい時、学習が収束しないことがあることが指摘されている⁽³³⁾。それに対し、CDMA 通信の受信機では、拡散符号間の相互相関が既知であるから、(通信路雑音を無視した場合)すべての入力パターンを知ることができるので、この事前の知識を利用して、判定境界を決定する学習法が Aazhang らによって提案されている。しかしこの学習法を用いた場合、準最適な性能を得ることができるが、必要な中間層のユニット数がユーザー数に対し指数的に増加し、最適受信機に比べ簡易さという点で利得はない。この問題以外にも、中間層のユニット数をいくつにしたら良いかわからない、既知の学習系列を必要とし、また学習に何シンボル必要であるか明らかでない、学習係数などのパラメータを最適に決定することが困難であるといった多くの問題がある。

一方、ホップフィールドネットワークを用いたマルチユーザー検波のための受信機は、これまでに提案されていない。そこで本章では、同期 CDMA 通信のマルチユーザー検波の問題を最適化問題とみなして、ホップフィールドネットワークを用いた受信機を提案し、その基礎的性能を検討する⁽⁸³⁾⁻⁽⁸⁵⁾。ホップフィールドネットワークのエネルギー関数と、最適マルチユーザー検波の尤度関数を対応づけることによって、ホップフィールドネットワークにより準最適マルチユーザー検波を実行できることを示す。ホップフィールドネットワークを用いた受信機のユニット

数は、ユーザー数に等しいことを示す。

4.2 同期符号分割多元接続通信モデルと最適マルチユーザー検波

K ユーザーがチャンネルに存在すると仮定する。各ユーザーは直接拡散方式で通信を行っていると仮定する。図4.1に、一般的な直接拡散による CDMA 通信を示す。この図では、受信機は従来のマッチドフィルタ受信機である。受信信号は次式で表される。

$$r(t) = S(t) + n(t) \tag{4.1}$$

ここで $n(t)$ は平均 0、両側パワースペクトル密度 $N_0/2$ の白色ガウス雑音、 $S(t)$ は、

$$S(t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^K b_k^{(p)} s_k(t - pT_b - \tau_k) \tag{4.2}$$

ここで、 $b_k^{(p)} \in \{-1, +1\}$ は k 番目のユーザーの p 番目の送信情報ビット、 T_b はシンボル時間長、 τ_k は k 番目のユーザーの時間遅延を表しており、同期 CDMA 通信の場合は $\tau_k = 0 \forall k$ であり、非同期 CDMA 通

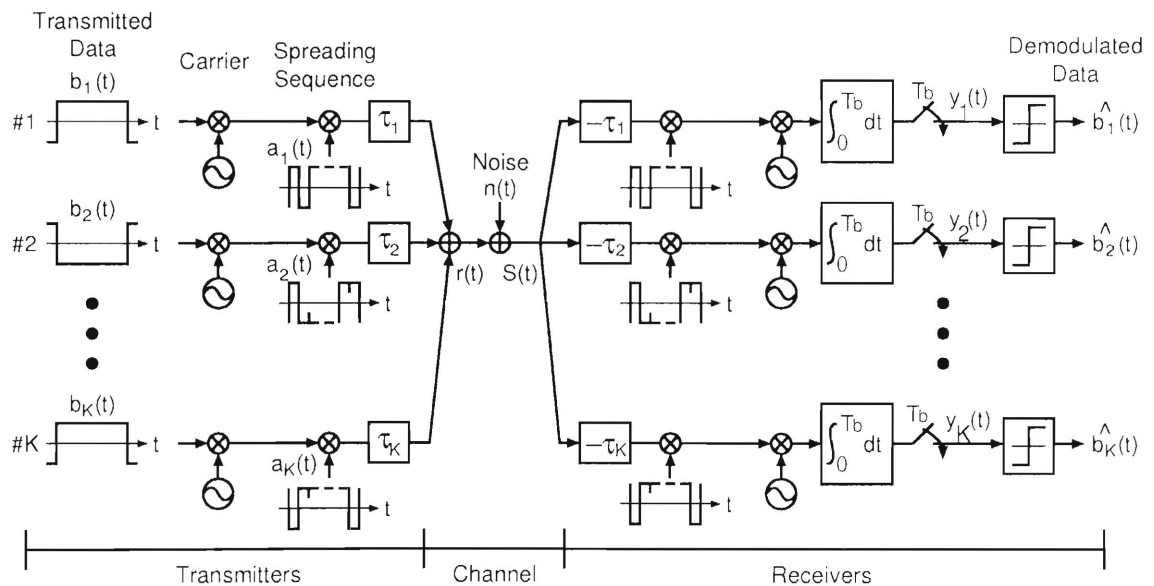


図 4.1 符号分割多元接続 (CDMA) 通信

信の場合は $\tau_k \in [0, T_b)$ である. ユーザー k は, あらかじめ次式の波形 $s_k(t), t \in [0, T_b]$ を割り当てられる.

$$s_k(t) = A_k a_k(t) \cos(\omega_c t + \theta_k), k = 1, 2, \dots, K \quad (4.3)$$

ここで A_k は信号振幅, ω_c は搬送波周波数, $\theta_k \in [0, 2\pi)$ は位相角である. 以後ユーザー k の波形の受信エネルギーを E_k で表すことにする. 拡散信号 $a_k(t)$ は次式で表される.

$$a_k(t) = \sum_{i=0}^{L_c-1} a_i^{(k)} p_{T_c}(t - iT_c) \quad (4.4)$$

ここで $p_{T_c}(t)$ は幅 T_c の矩形波形を表している. つまり, $0 \leq t < T_c$ の区間で $p_{T_c}(t) = 1$ あり, それ以外で $p_{T_c}(t) = 0$ である. ここで T_c はチップ間隔である. また $\{a_i^{(k)} \in \{-1, +1\}\}$ は符号長 $L_c = T_b/T_c$ の拡散符号である. 拡散信号は情報信号に比べて帯域が広いので, 送信信号のスペクトルが拡散する. 以下では, 信号の振幅, 搬送波の位相角について正確な推定が得られていると仮定する.

各ユーザーの拡散符号間に相互相関があるので, マッチドフィルタ出力に他ユーザーとの相互相関成分が現れる. これはチャンネル間干渉と呼ばれ, 従来のマッチドフィルタ受信機の性能劣化の原因となっている. また, 他ユーザーの信号エネルギーが相対的に大きい時, マッチドフィルタ出力におけるチャンネル間干渉成分が増加し, さらなる性能劣化を引き起こす. これは遠近問題と呼ばれる.

送信情報ビットの最適受信を考える. 同期 CDMA 通信では, すべてのユーザーの信号が同期しており, あるユーザーのある時刻における信号は, それ以外のユーザーの同一時刻の信号にのみ影響を与えるので, ある時刻の信号の最適な検波を行なうには, その時刻についてだけ全てのユーザーの信号の最適な検波を考えれば良い. したがって, ここでは混乱がないので, 情報ビットを表す変数 $b_k^{(p)}$ の時刻を表す上つきの (p) は省略する. 通信路雑音が白色ガウス雑音で, すべての送信信号が等確率で送信されると仮定する. その時, 最適受信は次式の尤度関数を最大

にする情報ビットの組合せ $\hat{\mathbf{b}} = (\hat{b}_1, \dots, \hat{b}_K)$, $\hat{b}_k \in \{+1, -1\}$ を見つけることにより行なわれる⁽⁸⁰⁾.

$$L = \sum_{i=1}^K 2z_i \hat{b}_i - \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K h_{ij} \hat{b}_i \hat{b}_j \quad (4.5)$$

ここで h_{ij} は割り当てられた信号間の相互相関で次式で表される.

$$h_{ij} = \int_0^{T_b} s_i(t) s_j(t) dt. \quad (4.6)$$

h_{ii} は1ビット当たりのエネルギーで $h_{ii} \neq 0$ であることに注意する. また, z_k はユーザー k の波形に対応しているマッチドフィルタの出力であり, 次式で表される.

$$z_k = \int_0^{T_b} r(t) s_k(t) dt. \quad (4.7)$$

式(4.5)の計算量は, ユーザー数に対し指数的に増加する. 式(4.5)の最大化問題はNP完全であることが知られている⁽⁸⁰⁾. すなわち K の多項式時間でこれを解くアルゴリズムは知られておらず, 高速にこの問題を解く手法が必要とされている.

一方, 従来のマッチドフィルタ受信機における判定は, マッチドフィルタ出力 z_k の符号に基づいて行なわれる. すなわち,

$$\hat{b}_k = \text{sgn}(z_k). \quad (4.8)$$

式(4.8)では, チャネル間干渉成分を考慮していないため, チャネル間干渉により性能が劣化する.

4.3 ホップフィールドネットワークを用いたマルチユーザー検波方式

第2章で述べたように, ホップフィールドネットワークには離散値と連続値のものがあるが, 本章では連続値⁽⁹²⁾のものについて検討する.

これまでに, 最適マルチユーザー検波問題は, 尤度関数(4.5)の最大化であることを述べた. また, 第2章で, ホップフィールドネットワークはダイナミクスにより, エネルギー関数(2.27)を最小化することを述

べた. ホップフィールドネットワークによりマルチユーザー検波を行なうには, 尤度関数 (4.5) とエネルギー関数 (2.27) の各変数の対応をとり, ホップフィールドネットワークで尤度関数の最大化を行なわせれば良い. 式 (4.5) と式 (2.27) の係数比較を行なうと, 各変数は次式で定められる.

$$in_i = 2z_i \quad (4.9)$$

$$w_{ij} = -2h_{ij} \quad (4.10)$$

$$x_i = \hat{b}_i \quad (4.11)$$

$$N = K. \quad (4.12)$$

ユニット i への外部入力 in_i は, ユーザー i の波形に対応しているマッチドフィルタの出力 z_i で決定される. ユニット i とユニット j の結合の重み w_{ij} は, ユーザー i とユーザー j に割り当てられた信号間の相互相関 h_{ij} で決定される. また定常状態になったネットワークの各ユニットの出力 x_i が, 送信信号推定値 \hat{b}_i に対応する. ユニットの個数 N はユーザー数 K に等しい.

図 4.2 にホップフィールドネットワークを用いた受信機の構成を示す. 以後, この受信機をホップフィールドネットワーク受信機と呼ぶことにする. 白丸はユニットを表す. 各ユーザーに対応したマッチドフィルタがあり, その出力がネットワークの各ユニットへの外部入力となる. ネットワークのユニット数は, ユーザー数に等しく, 各ユニットは各ユーザーに対応している. ネットワークのダイナミクスが収束した後, 各ユニットの出力値は各ユーザーの情報ビットの推定値となる. ユニット間の結合の重みが符号間の相互相関であるので, あるユニットへのそれ以外のユニットからの重み付け入力 はチャンネル間干渉成分に相当し, またユニットへの外部入力がマッチドフィルタ出力に相当するので, ホップフィールドネットワーク受信機で行なっていることは, マッチドフィルタ出力からチャンネル間干渉成分を除去することに相当すると考えられる.

第2章で述べたように, ホップフィールドネットワークは結合の重みが対称の場合, すなわち $w_{ij} = w_{ji}$ の場合に収束が保証される. 式 (4.6)

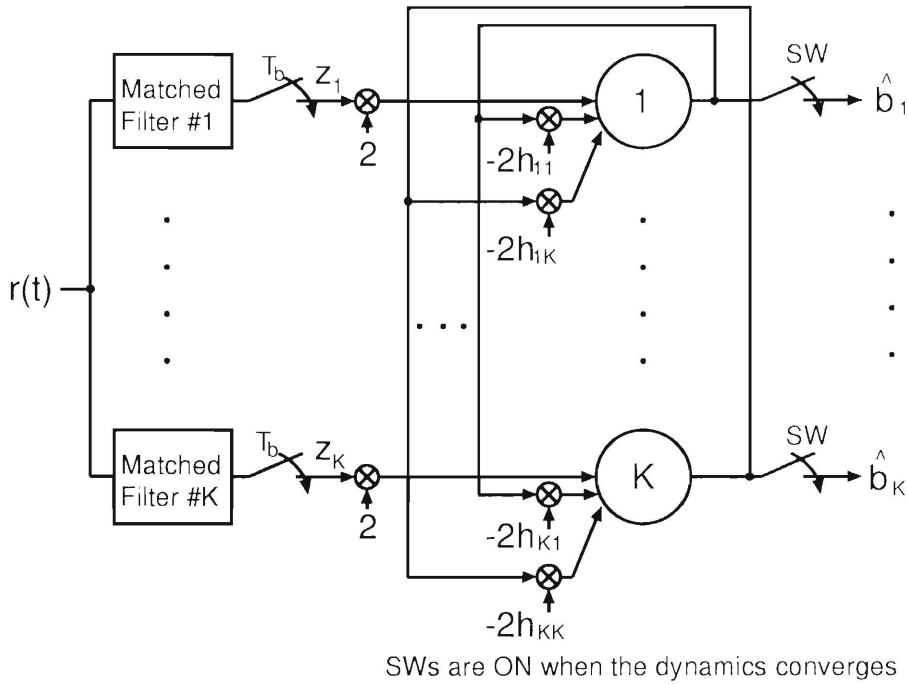


図 4.2 ホップフィールドネットワーク受信機

より、 $h_{ij} = h_{ji}$ なので、結合の重みの対称性 $w_{ij} = w_{ji}$ が成り立つ。また、式 (4.10) より、自分自身への結合は $w_{ii} = -2h_{ii}$ であり、 h_{ii} は信号 1 ビットあたりのエネルギーであるから非 0 であるが、第 2 章で述べたように、これを 0 としても超立方体の頂点間の相対的なエネルギー関係は変わらないので、 $w_{ii} = 0$ とできる。

最適マルチユーザー検波がホップフィールドネットワークにより達成できるのは、エネルギー関数の最小値に収束する場合だけである。しかし、ホップフィールドネットワークでは極小値の一つに収束することだけが保証されているにすぎない。エネルギー関数は、多数の極小値を有するので、最小値以外の極小値へ収束する可能性が大きい。もし極小値に収束した場合、最適受信機に比べ性能は劣化すると考えられる。しかしながら、巡回セールスマン問題⁽⁵⁾で示されたように、たとえ極小値に収束しても最小値に近い極小値であれば、比較的良好な結果が得られると期待できる。したがってホップフィールドネットワーク受信機により、

最適に近いマルチユーザー検波ができると期待できる。

各ユニットの出力値の初期値、つまりネットワークの初期状態により、どの極小値へ収束するかが決定されるので、初期値設定は重要な問題である。この初期値は状態空間の原点に近いところに選ぶことが良く、特にユニット数が2の場合、初期値を原点にとれば最小値に収束することが知られている^{(94),(95)}。したがって本章では、ユニット数によらず、初期値は全て0とした。

ホップフィールドネットワーク受信機では、最適受信機と同様に、信号振幅、搬送波の位相が既知でなければならない。これらのパラメータは、(本論文では検討しないが)時変の通信路では、逐時推定しなければならないであろう。したがって、適応信号処理の技術によりこれらパラメータは推定する必要がある⁽¹⁰⁵⁾。

4.4 計算機シミュレーション

計算機シミュレーションにより、最適受信機、マッチドフィルタ受信機、ホップフィールドネットワーク受信機の性能比較を行なう。簡単のためシミュレーションは等価低域系で行なった。

まず、ホップフィールドネットワーク受信機の動作を確認するために、2ユーザーチャネルについて検討する。2ユーザーの場合、ユニット数は2なので、前に述べたように最小値への収束が保証される。すなわちホップフィールドネットワーク受信機により最適受信が可能である。ここでは、ユーザー1の拡散符号は、符号長31のM系列、ユーザー2の拡散符号はユーザー1のイメージ系列とした。

この2ユーザーの場合は、階層型ニューラルネットワークを用いた受信機についても検討する。このネットワークへの入力信号は、チップマッチドフィルタの出力をチップ間隔 T_c でサンプリングし、これら1ビット分からなる L_c 次元ベクトルとした。中間層のユニット数は、Aazhangらの論文⁽³⁰⁾にならって3とした。逆伝播法を学習に用い、学習の係数は0.1、慣性の係数は0.9とした。また、学習データ数は10000ビットと

した.

図 4.3に E_1/N_0 とユーザー 1 のビット誤り率の関係を示す. ここで E_1 はユーザー 1 の 1 ビットあたりの信号エネルギー, N_0 は雑音の片側パワースペクトル密度である. ここで, ユーザー 2 とユーザー 1 のエネルギー比は, $E_2/E_1 = 6\text{dB}$ とし, 遠近問題を考えた. マッチドフィルタ受信機の誤り率は, 遠近問題のために, 劣化していることがわかる. 期待したように, ホップフィールドネットワークは常に最小値に収束し, その誤り率は最適受信機のもので完全に一致した. 一方, 階層型ニューラルネットワークを用いた受信機の性能は, マッチドフィルタ受信機より優れており, 準最適な性能が得られている. しかし, 階層型ニューラルネットワーク受信機の性能は, わずかにホップフィールドネットワーク受信機の性能より劣化していることに注意する.

図 4.4は, 2 ユーザー間のエネルギー比とユーザー 1 のビット誤り率の

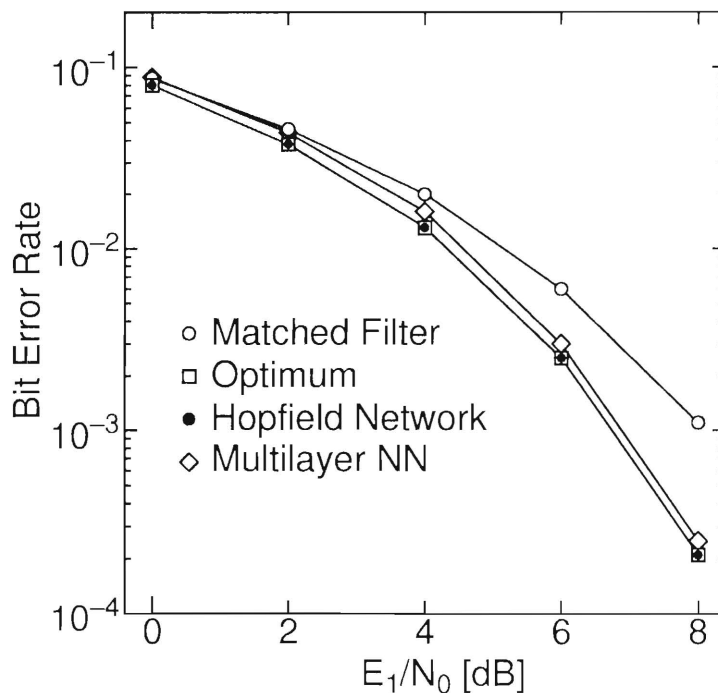


図 4.3 E_1/N_0 と誤り率の関係
(2 ユーザー, $E_2/E_1 = 6\text{dB}$)

関係を示す. ここで $E_1/N_0 = 6\text{dB}$ とした. チャンネル間干渉成分を無視しているために, マッチドフィルタ受信機の誤り率は, 干渉信号 (ユーザー 2) のエネルギーが相対的に大きくなるに従い劣化することがわかる. 最適受信機の誤り率は, 干渉ユーザーのエネルギーの大きさによらずほぼ一定の値を確保できていることがわかる. さらに, ホップフィールドネットワーク受信機は, 常に最小値に収束し, 最適な受信ができている. 一方, 階層型ニューラルネットワーク受信機について, その性能は準最適を示しているが, ホップフィールドネットワーク受信機の性能より悪いことがわかる.

次に 6 ユーザーチャンネルについて検討する. ここでは, 最小値以外の極小値への収束率のビット誤り率への影響について検討する. 最小値以外の極小値への収束率と信号対雑音比および相対エネルギー比との関係について検討する. ユーザー 1, 2, 3 に, 符号長 31 の異なる M 系列を

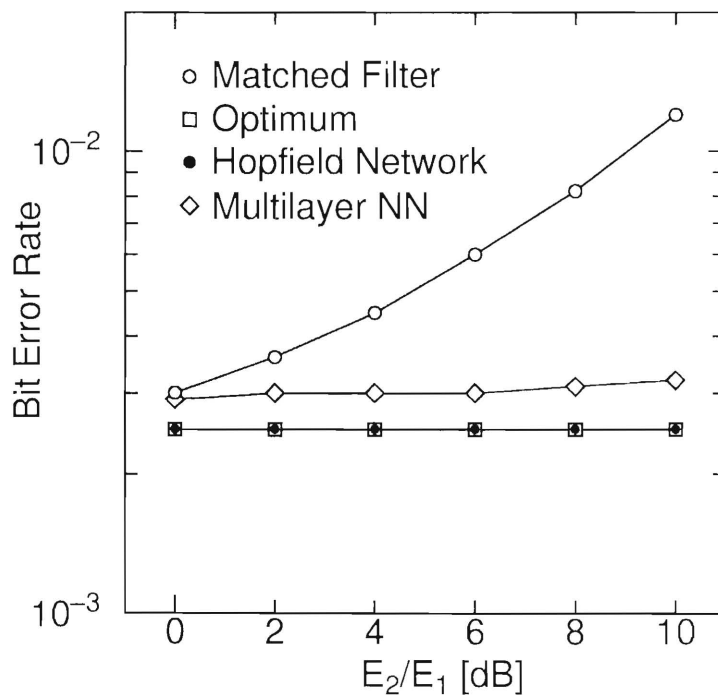


図 4.4 E_i/E_1 と誤り率の関係
(2 ユーザー, $E_1/N_0 = 6\text{dB}$)

拡散符号として割り当て、ユーザー 4, 5, 6 の拡散符号は、ユーザー 1, 2, 3 のイメージ系列とした。以降、ユーザー 1 のビット誤り率を検討するので、ユーザー 1 以外のユーザーのエネルギーは全て等しいと仮定する。

2 ユーザーの場合と違い、極小値への収束が観測された。ユーザー 1 に対する各ユーザーの 1 ビットあたりのエネルギー比が $E_i/E_1 = 6\text{dB}$ の場合の、ユーザー 1 の信号対雑音比 E_1/N_0 と、極小値への収束率の関係を図 4.5 に示す。 E_1/N_0 が低い場合、極小値へ収束することがわかる。前に述べたように、極小値への収束は性能を劣化させると予想される。この場合の E_1/N_0 とビット誤り率の関係を図 4.6 に示す。遠近問題により、従来のマッチドフィルタ受信機は、特に E_1/N_0 が高い領域において最適受信機に比べ劣化している。期待したように、ホップフィールドネットワーク受信機は、極小値に収束するにもかかわらず、その誤り率は

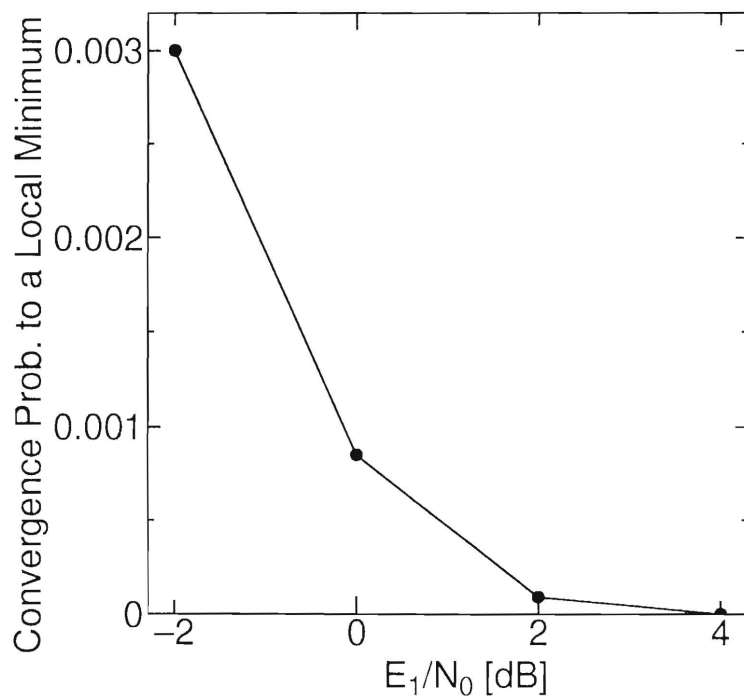


図 4.5 E_1/N_0 と極小値への収束率の関係
(6 ユーザー、 $E_i/E_1 = 6\text{dB}$)

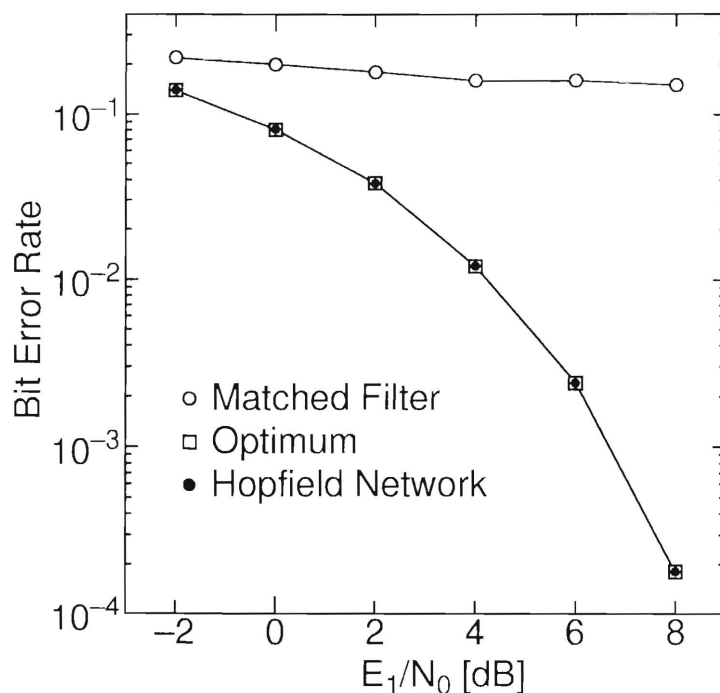


図 4.6 E_1/N_0 と誤り率の関係
(6 ユーザー, $E_i/E_1 = 6\text{dB}$)

最適受信機の誤り率にほぼ一致する。ここで E_1/N_0 が低い時に極小値への収束率が増加し、性能が劣化する可能性があるが、 E_1/N_0 が低い場合はあまり重要でないことに注意する。なぜなら図 4.6 から明らかなように、 E_1/N_0 が低い場合、マッチドフィルタ受信機と最適受信機の性能はほぼ同等であり、もはや最適受信機を用いる利点がないからである。

次に遠近問題による影響について検討する。ユーザー 1 の信号対雑音比 E_1/N_0 が 6dB で一定の場合、エネルギー比 E_i/E_1 と極小値への収束率の関係を図 4.7 に示す。 E_i/E_1 が低い場合、極小値へ収束することがわかる。この場合の E_i/E_1 とビット誤り率の関係を図 4.8 に示す。2 ユーザーの場合と同様に、マッチドフィルタ受信機は干渉が大きくなるにつれて性能が劣化する。一方、最適受信機は干渉を除去できることがわかる。ホップフィールドネットワーク受信機の誤り率は、最適受信機のそれにほぼ一致することがわかり、極小値への収束による性能劣化は

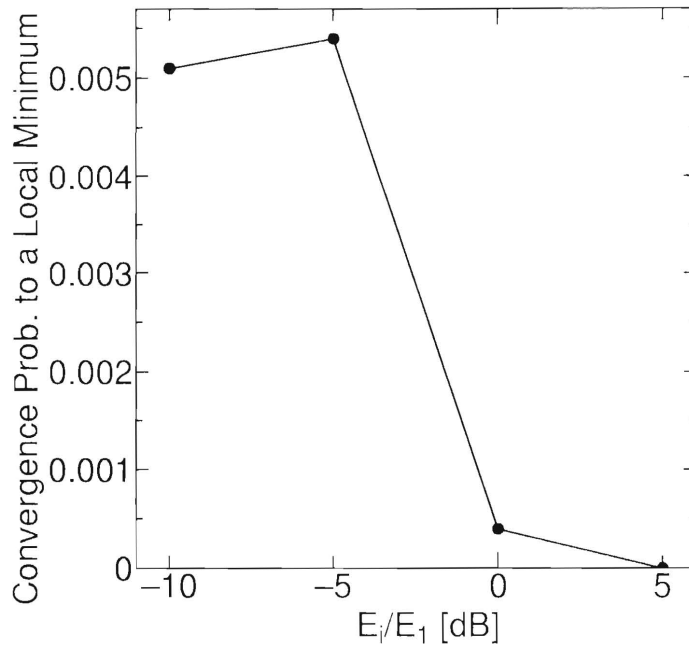


図 4.7 E_i/E_1 と極小値への収束率の関係
(6 ユーザー, $E_1/N_0 = 6\text{dB}$)

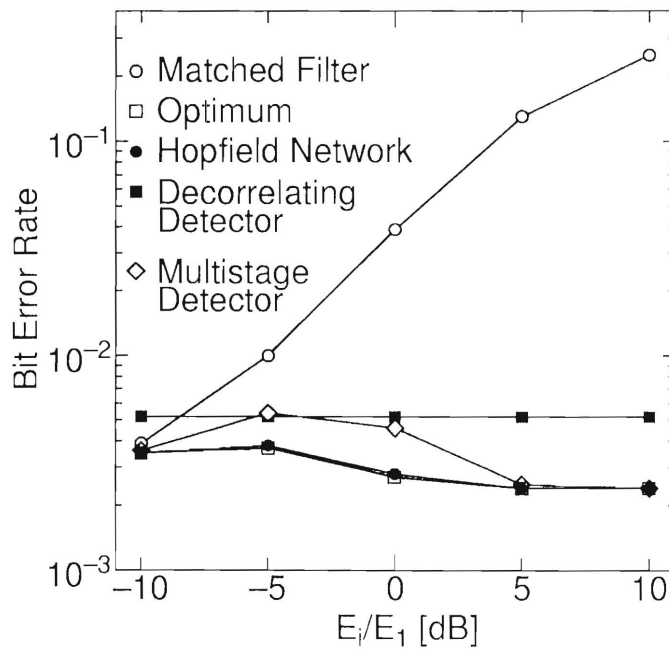


図 4.8 E_i/E_1 と誤り率の関係
(6 ユーザー, $E_1/N_0 = 6\text{dB}$)

問題にならないと考えられる。 E_i/E_1 が低い時、極小値への収束率が増え、性能が劣化する可能性があるが、 E_1/N_0 が低い時同様の理由であまり重要でない。以上の結果より、極小値への収束はそれほど深刻な問題でないといえる。むしろ最適受信機が有効である、 E_1/N_0 や E_i/E_1 が高い場合において、極小値への収束が観測されず、最適な性能が得られていることを強調したい。

また図 4.8には、Lupas ら⁽⁸⁰⁾によって提案された Decorrelating Detector と、Varanasi ら⁽¹⁰⁴⁾によって提案された Multistage Detector の結果もあわせて示してある。Multistage Detector は、第一段階にマッチドフィルタ出力を用い、その後4段の干渉除去を行なった。これより、従来の手法に比べても、ホップフィールドネットワーク受信機が優れていることがわかる。

最後に、ユーザー数を変えた場合について検討した。ここでは、ユーザー数に対する極小値への収束率と、極小値への収束の誤り率への影響について検討する。ユーザー1の拡散符号は符号長31のM系列とし、それ以外のユーザーの拡散符号はユーザー1のものを1チップずつシフトしたものとした。

図 4.9に $E_1/N_0 = -3\text{dB}$, $E_i/E_1 = 0\text{dB}$ の場合の、ユーザー数と最小値以外の極小値への収束率の関係を示す。ここでは、ユーザー数の増加による極小値への収束率、及びその誤り率への影響を調べるために、 E_1/N_0 、及び E_i/E_1 を比較的低く設定している。これよりユーザー数が増加するに従い収束率が高くなることがわかる。この場合のユーザー数とユーザー1のビット誤り率の関係を図 4.10に示す。ホップフィールドネットワーク受信機は極小値へ収束するにもかかわらず、最適受信機と同等な性能が得られている。ここでマッチドフィルタ受信機に注意すると、最適受信機とほぼ同じ性能であることがわかる。これは、 E_1/N_0 、及び E_i/E_1 を比較的低く設定したためである。

上のような場合には最適受信機を用いても利点は少なく、したがって最適受信機がマッチドフィルタ受信機に比べ優れるような条件における

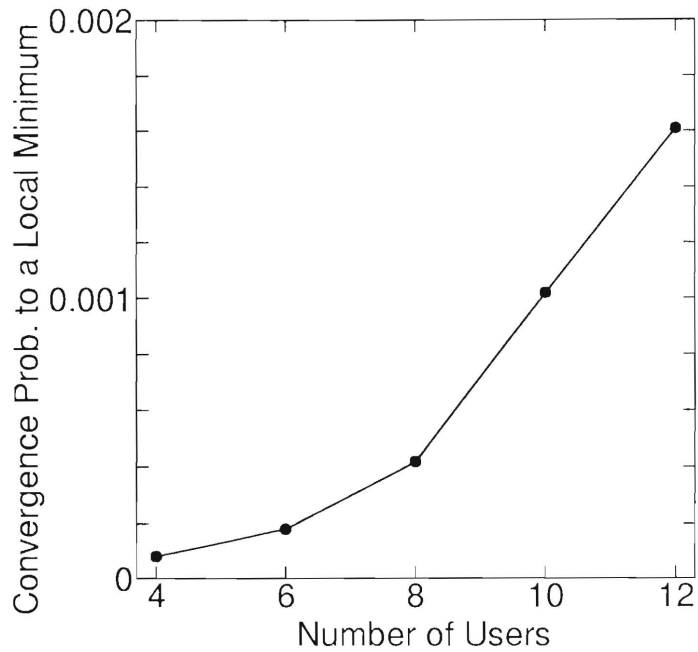


図 4.9 ユーザー数と極小値への収束率の関係
 ($E_1/N_0 = -3\text{dB}, E_i/E_1 = 0\text{dB}$)

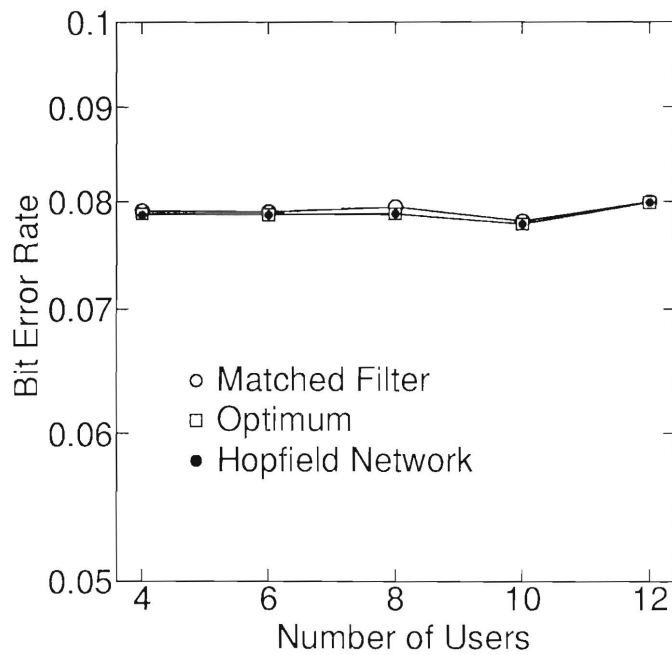


図 4.10 ユーザー数と誤り率の関係
 ($E_1/N_0 = -3\text{dB}, E_i/E_1 = 0\text{dB}$)

検討が必要である。つまり E_1/N_0 , E_i/E_1 を比較的高く設定した場合の検討が必要である。図4.11に $E_1/N_0 = 6\text{dB}$, $E_i/E_1 = 10\text{dB}$ の場合の、ユーザー数と誤り率の関係を示す。マッチドフィルタ受信機はユーザー数が増加するに従い、性能が劣化することがわかる。一方ホップフィールドネットワーク受信機は、最適受信機の性能と一致することがわかる。この場合、ユーザー数によらず、極小値へ収束した例は見られなかった。これらの結果より、最適受信機が有効である場合には、有効でない場合に比べて、極小値への収束率はユーザー数の増加に対して敏感でないと言える。本論文で検討したユーザー数は少ないかも知れないが、以上の結果は、最適受信機が有効である場合に、提案したホップフィールドネットワーク受信機によって最適に近い受信が可能であることを示している。

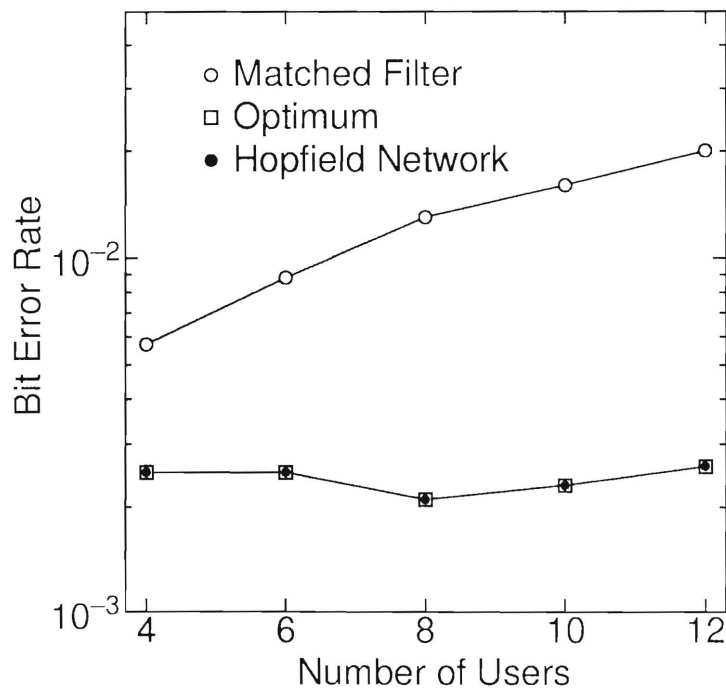


図 4.11 ユーザー数と誤り率の関係
($E_1/N_0 = 6\text{dB}$, $E_i/E_1 = 10\text{dB}$)

4.5 本章のまとめ

本章では、ホップフィールドネットワークを用いた同期 CDMA 通信のマルチユーザー検波について検討した。ホップフィールドネットワークのエネルギー関数と最適マルチユーザー検波の尤度関数を対応づけることにより、ホップフィールドネットワークによりマルチユーザー検波が可能になることを示した。ホップフィールドネットワーク受信機のユニット数は、ユーザー数に等しいことを示した。最適受信機とマッチドフィルタ受信機とホップフィールドネットワーク受信機の性能比較を計算機シミュレーションにより行なった。

最小値以外の極小値への収束は性能劣化を引き起こすと予想されたが、ホップフィールドネットワーク受信機は、極小値へ収束するにもかかわらず、最適に近い性能が得られることがわかった。さらに、極小値への収束は、さほど深刻ではないことを示した。なぜなら、信号対雑音比の低い場合、また干渉信号のエネルギーが相対的に小さい場合に極小値の収束が多く観測されるが、これらの場合は最適受信機の利点がない場合であるからである。さらに、最適受信機が有効である場合には、有効でない場合に比べ、極小値への収束に敏感でないことがわかった。

ホップフィールドネットワーク受信機は、現在盛んに開発が行なわれている、ニューロチップによって、実装できるであろう。

最後に、階層型ニューラルネットワーク受信機について簡単に述べておく。本章では、2 ユーザーの場合についてしか結果を示さなかったが、6 ユーザーの場合とユーザー数を変えた場合についても同様に計算機シミュレーションを行なった。2 ユーザーの場合と同様に、階層型ニューラルネットワーク受信機の性能は準最適であるが、やはりホップフィールドネットワーク受信機の性能より劣る。例えば、6 ユーザーの場合について、ビット誤り率が 10^{-2} を得るために必要な E_b/N_0 について、階層型ニューラルネットワーク受信機はホップフィールドネットワーク受信機に比べ約 1.5dB 劣化する。これは一例であり、学習係数などのパラ

メータを最適に設定すれば、さらに良い結果が得られるであろう。しかしながら、この最適化は実際には困難であるので、階層型ニューラルネットワーク受信機は使いにくいシステムであると言えよう。一方、ホップフィールドネットワーク受信機は、そのようなパラメータはなく、また学習も必要でないので、階層型に比べ使いやすいと言えよう。

第5章 ホップフィールドネットワークを用いた非同期符号分割多元接続通信のマルチユーザー検波

5.1 まえがき

本章では、直接拡散による非同期符号分割多元接続 (Code Division Multiple Access: CDMA) 通信のマルチユーザー検波について検討する。

従来の非同期CDMA通信では、同期CDMA通信と同様に、簡易なマッチドフィルタを受信機として用いているが、これは干渉信号の存在を考慮していないため、干渉信号の電力が相対的に大きい場合、すなわち遠近問題がある場合に、性能が大きく劣化してしまう。一方、非同期CDMA通信の最適マルチユーザー受信機が提案されており^{(79)・(81)・(82)}、最適マルチユーザー受信は、ビタビアルゴリズムを用いた尤度関数の最大化により行なわれる。しかしながら、この最適受信では、ビタビアルゴリズムの状態数がユーザー数に対し指数的に増加してしまうという欠点がある。一般にCDMA通信では、多数のユーザーが存在すると考えられるので、最適受信機を実装することは困難である。そこで準最適な性能を有し、かつ簡易である方式が必要とされている。

これまでに、拡散符号の相互相関行列の逆行列を求め、それをマッチドフィルタ出力ベクトルに乗算することにより、チャンネル間干渉を除去する方式^{(106)–(109)}と、推定(復調)した情報ビットを基に、チャンネル間干渉成分を推定(レプリカを作成)し、それを受信信号またはマッチドフィルタ出力から引き算することにより、チャンネル間干渉を除去する方式^{(110)–(113)}の両方式が、同期CDMA通信の場合と同様に、最適に近い性能を有し、システム複雑性の低い受信機として提案されている。

本論文では、ニューラルネットワークを用いた受信機について検討する。第4章では、同期CDMA通信のマルチユーザー検波の問題を最適化問題とみなして、ホップフィールドネットワークを用いたマルチユー

ザー検波方式を提案し、その有効性を確認した。そこで本章では、非同期CDMA通信のマルチユーザー検波にホップフィールドネットワークを用いる方式を提案し、その性能を計算機シミュレーションにより評価する^{(86),(87)}。最適マルチユーザー検波の尤度関数とホップフィールドネットワークのエネルギー関数を対応づけることにより、非同期CDMA通信のマルチユーザー検波にホップフィールドネットワークを用いることができることを示す。また、提案する方式により準最適な検波が可能で、かつネットワークのユニット数、すなわちシステムの複雑さはユーザー数に対し比例することを示す。

5.2 非同期符号分割多元接続通信モデルと最適マルチユーザー検波

非同期CDMA通信の受信信号は式(4.1)で表され、式(4.2)で時間遅延 τ_k が、 $\tau_k \in [0, T_b)$ で表される。本論文では、一般性を失うことなく、 $0 \leq \tau_1 \leq \dots \leq \tau_K < T_b$ と仮定する。

非同期CDMA通信の場合、あるユーザーのある時刻の情報ビットは、それ以外のユーザーの同一時刻及びそれと前後する時刻の送信情報ビットから影響を受ける。したがってある時刻の情報ビットを最適に復調するためには、その前後の時刻の情報ビットについても考慮しなければならないので、結果として数時刻に渡る情報ビット系列を復調しなければならないことになる。ここでは、全ての K ユーザーについて、 i 番目から $P+i-1$ 番目までの情報ビット系列からなる、合計 PK ビットの最適な復調を考える^{(79),(81),(82)}。受信機において、信号のパラメータ $\{A_k\}, \{\tau_k\}, \{\theta_k\}$ の正確な推定が得られていると仮定する。通信路雑音が白色ガウス雑音で、全ての送信信号が等確率で送信される時、最尤系列推定、すなわち最適マルチユーザー検波では、次式の尤度関数を最大にするような情報ビットベクトル系列 $\{\hat{\mathbf{b}}^{(p)} = [\hat{b}_1^{(p)}, \hat{b}_2^{(p)}, \dots, \hat{b}_K^{(p)}]^T, p = i-1, \dots, P+i\}$ を見つけることにより行なわれる（尤度関数の導出は

付録3を参照) .

$$\begin{aligned}
L = & \hat{\mathbf{b}}^{(i-1)T} \left\{ 2\mathbf{z}^{(i-1)} - \mathbf{H}'\hat{\mathbf{b}}^{(i-1)} \right\} \\
& + \sum_{p=i}^{P+i-1} \hat{\mathbf{b}}^{(p)T} \left\{ 2\mathbf{z}^{(p)} - \mathbf{H}(0)\hat{\mathbf{b}}^{(p)} - 2\mathbf{H}(1)\hat{\mathbf{b}}^{(p-1)} \right\} \\
& + \hat{\mathbf{b}}^{(P+i)T} \left\{ 2\mathbf{z}^{(P+i)} - \mathbf{H}''\hat{\mathbf{b}}^{(P+i)} - 2\mathbf{H}(1)\hat{\mathbf{b}}^{(P+i-1)} \right\} \quad (5.1)
\end{aligned}$$

ここで、ベクトル $\mathbf{z}^{(i-1)}$, $\mathbf{z}^{(p)}$, $\mathbf{z}^{(P+i)}$ の各要素は、

$$z_k^{(i-1)} = \int_{iT_b+\tau_1}^{iT_b+\tau_k} s_k(t - (i-1)T_b - \tau_k)r(t)dt \quad (5.2a)$$

$$z_k^{(p)} = \int_{pT_b+\tau_k}^{(p+1)T_b+\tau_k} s_k(t - pT_b - \tau_k)r(t)dt \quad (5.2b)$$

$$z_k^{(P+i)} = \int_{(P+i)T_b+\tau_k}^{(P+i)T_b+\tau_K} s_k(t - (P+i)T_b - \tau_k)r(t)dt \quad (5.2c)$$

で与えられ、マッチドフィルタ出力より求められる. また $K \times K$ 行列 \mathbf{H}' , $\mathbf{H}(i)$, \mathbf{H}'' の (k, l) 成分は、

$$h'_{kl} = \int_{\tau_1}^{\tau_k} s_k(t + T_b - \tau_k)s_l(t + T_b - \tau_l)dt \quad (5.3a)$$

$$h_{kl}(i) = \int_{\tau_k}^{T_b+\tau_k} s_k(t - \tau_k)s_l(t + iT_b - \tau_l)dt \quad (5.3b)$$

$$h''_{kl} = \int_{\tau_k}^{\tau_K} s_k(t - \tau_k)s_l(t - \tau_l)dt \quad (5.3c)$$

であり、各ユーザーに割り当てた符号間の相互相関に相当する. 結果として、尤度関数を最大にする系列は、ビタビアルゴリズムを用いて求めることができる^{(79),(81),(82)} (ブランチメトリックは付録3を参照). しかしながら、状態数が 2^K 個となりユーザー数に対し指数的に増加するので、必要なハードウェアと計算量が指数的に増加し実現が困難である. そこで、準最適な性能を有する簡易な方式が必要とされる.

一方、従来のマッチドフィルタ受信機では、 k 番目のユーザーの p 番目の情報ビットの判定は、式 (5.2b) のマッチドフィルタ出力の符号に基づいて行なわれる.

$$\hat{b}_k^{(p)} = \text{sgn}(z_k^{(p)}). \quad (5.4)$$

マッチドフィルタ出力は、希望信号成分とチャネル間干渉成分と雑音成分からなるが、式 (5.4) では、チャネル間干渉成分を雑音と同様に扱っているため、干渉信号のエネルギーが大きいときこの受信機の性能は劣化する。

5.3 ホップフィールドネットワークを用いたマルチユーザー検波方式

本章では、簡単のために、ユニットの出力が離散値のホップフィールドネットワークを用いる⁽⁴⁾。

同期 CDMA 通信の場合と同様に、ホップフィールドネットワークにより、マルチユーザー検波を行なうためには、式 (5.1) の尤度関数と、式 (2.17) を対応づけて、ホップフィールドネットワークで尤度関数の最大化を行なわせれば良い。同期 CDMA 通信の場合は 1 時刻の情報ビットのみ復調したのに対し、非同期 CDMA 通信では P ビットの長さの情報ビット系列を復調する点が異なることに注意する。

同期 CDMA 通信の場合と同様に、ホップフィールドネットワーク内の各ユニットの出力が、各時点での各ユーザーの情報ビットの推定値に相当するような受信機を考える。したがって、全ての K ユーザーについて、 i 番目から $P+i-1$ 番目の情報ビットまでの合計 PK ビットのマルチユーザー検波を行なうためには、 PK 個のユニットが必要であるが、 i 番目の情報ビットは $i-1$ 番目の情報ビットから、また $P+i-1$ 番目の情報ビットは $P+i$ 番目の情報ビットから影響を受けることを考慮すると、合計で $N = (P+2)K$ 個のユニットが必要になる。ここで、ネットワークを $(P+2)$ 個のサブネットワークに分割して考えると理解しやすい。各サブネットワークは、 K 個のユニットから構成される。この時、 p 番目のサブネットワークの k 番目のユニットの出力は次式で書き直すことができる。

$$y_k^{(p)} = \sum_{q=0}^{P+1} \sum_{l=1}^K w_k^{(p)(q)} x_l^{(q)} + in_k^{(p)} \quad (5.5)$$

$$x_k^{(p)} = \text{sgn}(y_k^{(p)}) \quad (5.6)$$

ここで、 $y_k^{(p)}, x_k^{(p)}, in_k^{(p)}$ は、それぞれ p 番目のサブネットワークの k 番目のユニットの内部ポテンシャル、出力、外部入力、 $w_k^{(p)(q)}$ は、 q 番目のサブネットワークの l 番目のユニットから p 番目のサブネットワークの k 番目のユニットへの結合の重みである。

この時、エネルギー関数は次式のように書き直すことができる。

$$E(\mathbf{X}) = - \sum_{p=0}^{P+1} \mathbf{X}^{(p)T} \mathbf{I}^{(p)} - \frac{1}{2} \sum_{p=0}^{P+1} \sum_{q=0}^{P+1} \mathbf{X}^{(p)T} \mathbf{W}^{(p)(q)} \mathbf{X}^{(q)} \quad (5.7)$$

ここで、 $\mathbf{X}^{(p)}$ は p 番目のサブネットワークの出力ベクトルで、その k 番目の要素は $x_k^{(p)}$ 、 $\mathbf{I}^{(p)}$ は p 番目のサブネットワークの外部入力ベクトルで、その k 番目の要素は $in_k^{(p)}$ であり、 $\mathbf{W}^{(p)(q)}$ は、 p 番目のサブネットワークから q 番目のサブネットワークへの結合の重み行列であり、その (k, l) 成分は $w_k^{(p)(q)}$ である。

ホップフィールドネットワークの各パラメータは、尤度関数 (5.1) とエネルギー関数 (5.7) の係数比較をすればよい。その結果ホップフィールドネットワークの各パラメータは次式で決定される。

$$\mathbf{X}^{(p)} = \hat{\mathbf{b}}^{(i-1+p)} \quad (5.8)$$

$$\mathbf{I}^{(p)} = \begin{cases} 2z^{(i-1)} & p = 0 \\ 2z^{(p+i)} & 1 \leq p \leq P \\ 2z^{(P+i)} & p = P + 1 \end{cases} \quad (5.9)$$

$$\mathbf{W}^{(p)(q)} = \begin{cases} -2\mathbf{H}' & p = q \text{ かつ } p = 0 \\ -2\mathbf{H}(0) & p = q \text{ かつ } 1 \leq p \leq P \\ -2\mathbf{H}'' & p = q \text{ かつ } p = P + 1 \\ -2\mathbf{H}(1) & p = q - 1 \\ -2\mathbf{H}(-1) & p = q + 1 \\ \mathbf{0} & \text{それ以外} \end{cases} \quad (5.10)$$

ダイナミクスが収束した後の各ユニットの出力値は情報ビットの推定値となり、外部入力はマッチドフィルタ出力で決定され、結合の重みは符号間の相互相関で決定される。第2章に述べたように、エネルギー関数

を減少させるためには、結合の重みが対称で、自分自身への結合の重みが0でなければならない。 $H^i = H^{i^T}$, $H^{ii} = H^{ii}$, $H(i) = H^i(-i)$ であるから、式(5.10)より、 $w_k^{(p)(q)} = w_l^{(q)(p)}$ は明らかである。また、 $w_k^{(p)(p)} \neq 0$ であるが、 $w_k^{(p)(p)} = 0$ としても、超立方体の各頂点におけるエネルギーの相対関係は変わらず、最小値探索に影響はないので、 $w_k^{(p)(p)} = 0$ とできる。式(5.8)・(5.9)・(5.10)で各変数を決定し、 $w_k^{(p)(p)} = 0$ としたホップフィールドネットワークにより、マルチユーザー検波の尤度関数(5.1)を最大にする情報ビット系列の探索が行なえる。

以上の結果より、図5.1, 5.2, 5.3に示すようなホップフィールドネットワーク受信機が構成できる。図5.1では、システム全体の構成を示している。各ユーザーに対応した K 個のマッチドフィルタがある。全ての K ユーザーについて、 i 番目から $P+i-1$ 番目までの合計 PK ビットを復調するために、マッチドフィルタの出力 $\{z_k^{(i-1)}\}$, $\{z_k^{(p)}\}$, $\{z_k^{(P+i)}\}$ を一時メモリに貯め、これをホップフィールドネットワークへ入力する。式(5.10)で決定される重みを有するホップフィールドネットワークは、式(5.5)・(5.6)に従って収束するまで状態を更新する。収束後の各ユニットの出力が、各時刻の各ユーザーの情報ビット推定値に相当する。

図5.2では、ユニット間の結合状態を示している。ネットワークは、それぞれ K 個のユニットからなる $P+2$ 個のサブネットワークにわかれており、ユニット間の結合は、同じサブネットワーク内のユニット間と、隣接するサブネットワーク内のユニット間においてのみ存在する。これは、非同期 CDMA 通信のチャンネル間干渉が、同じ時刻と隣合う時刻における他のユーザーの送信信号によって起こることに起因している。ここで重要なことは、ユニット数は $N = (P+2)K$ であること、つまり、システムの複雑さはユーザー数に比例することである。

図5.3では、 p 番目のサブネットワークの i 番目のユニットの入出力関係を示している。 $p-1$, p , $p+1$ 番目のサブネットワークのユニットからと外部からの入力を受け、その総和に符号関数を適用したものが出力となっている。

尤度関数 (5.1) とエネルギー関数 (5.7) より，最適なマルチユーザー検波がホップフィールドネットワーク受信機により達成できるのは，エネルギー関数の最小値へ収束した時だけであることがわかる．極小値へ収束した場合，最適ではなくなってしまうが，同期 CDMA 通信の場合と同様に，最小値に近い極小値へ収束すれば，準最適な検波が可能で，そ

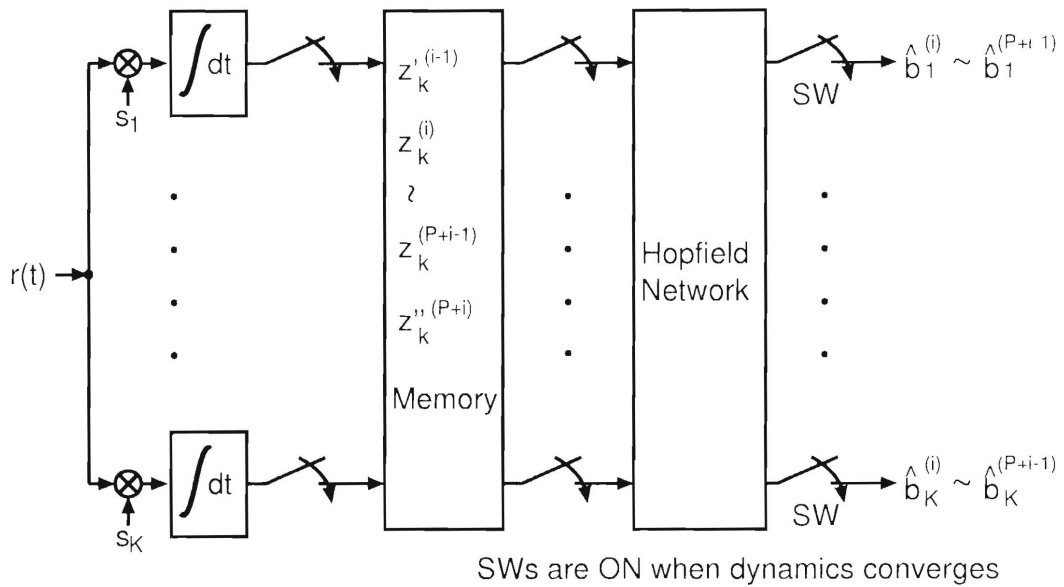


図 5.1 ホップフィールドネットワーク受信機のシステム構成

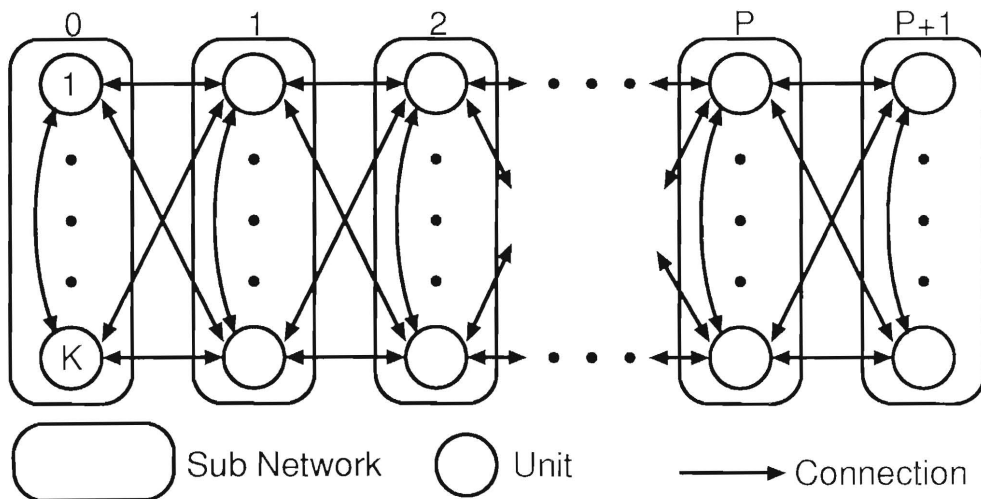


図 5.2 ホップフィールドネットワーク受信機の結合状態

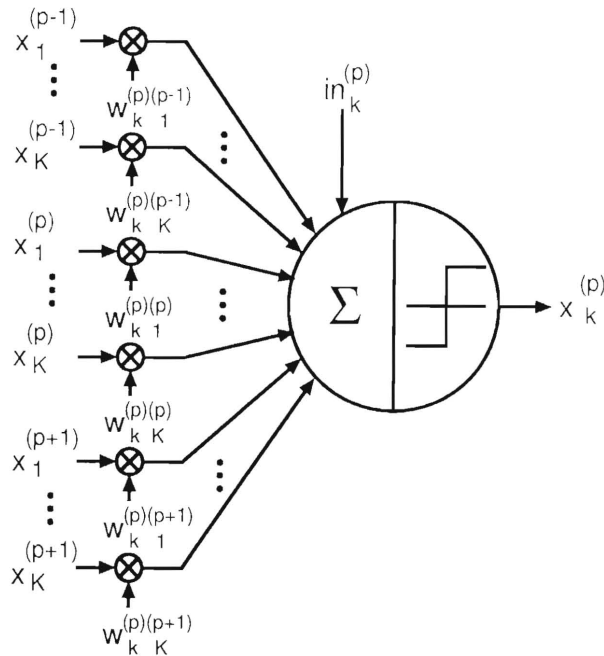


図 5.3 ホップフィールドネットワーク受信機のユニット

れほど大きい性能劣化にはならないと期待できる。

ホップフィールドネットワークがどこに収束するかは、各ユニットの出力の初期値で決まる。初期値が常に適切に設定できれば、最適解が得られ、問題は解決するが、一般に初期値をどのように設定すれば良いかはわからない。本稿では、マッチドフィルタ出力を硬判定した結果を初期値として選んだ。

図 5.2 のホップフィールドネットワークでは、 $i-1$ から $P+i$ の $(P+2)K$ ビット分の復調が行なわれるが、ここでは i から $P+i-1$ の P ビットの復調が目的であるため、時刻 $i-1$ と $P+i$ については、十分な統計量が得られていないので、これらの復調結果は無視するものとした。

式 (5.2b) は 1 ビット分のマッチドフィルタ出力であるが、式 (5.2a), (5.2c) は 1 ビットに満たないマッチドフィルタ出力である。したがって、例えば、タップ係数の可変なデジタルマッチドフィルタを用いて、必要の無いタップ係数を 0 にしてこれらの値を得るといった操作が必要である。しかし、これら i 番目と $P+i$ 番目の値が大きく影響するのは、

それぞれ $i+1$ 番目と $P+i-1$ 番目だけであり⁽¹⁰⁷⁾, これら $\{z_k^{(i)}\}, \{z_k^{(P+i)}\}$ を 0 としても P が大きければ, さほど大きい性能劣化にはならないと考えられる. また, この両端の成分 $\{z_k^{(i)}\}, \{z_k^{(P+i)}\}$ を考慮しない方式も既に提案されており⁽⁸⁷⁾, $\{z_k^{(i)}\}, \{z_k^{(P+i)}\}$ を考慮した場合と同様の結果が得られることがわかっている.

5.4 計算機シミュレーション

計算機シミュレーションにより, 提案方式の性能評価を行なう. 以下のシミュレーションでは, ユーザー 1 のビット誤り率について検討するので, ユーザー 1 以外のユーザーの信号エネルギー E_i は全て等しいものとした. ユニットの状態変更は, 1 番目のユニットから $(P+2)K$ 番目のユニットまで同じ順序で行なった. したがって, 続けて $(P+2)K$ 回ユニットの出力値が変化しなかった時, ネットワークのダイナミクスが収束したとみなした. 拡散符号には, 63 チップの Gold 符号を用いた.

まず 6 ユーザーの場合について検討する. 一度に復調する情報ビット系列長を $P=10$ とする. 図 5.4 に, 相対エネルギー比を $E_i/E_1 = 5\text{dB}$ に固定した場合の, 信号対雑音比 E_1/N_0 と最小値以外の極小値への収束率の関係を示す. E_1/N_0 が低くなるにつれ, 極小値への収束率が増加している. 極小値への収束による性能劣化がどの程度になるかを次に示す. E_1/N_0 とユーザー 1 のビット誤り率の関係を図 5.5 に示す. 従来のマッチドフィルタ受信機は, 遠近問題があるため性能が非常に悪くなっている. 一方, ホップフィールドネットワーク受信機は, 極小値への収束があるにもかかわらず, 最適受信機とほぼ同じ誤り率を示しており, 期待したように, 準最適な結果が得られている.

次に, 遠近問題の影響について検討する. $E_i/E_1 = 6\text{dB}$ に固定した場合について, 相対エネルギー比 E_i/E_1 と極小値への収束率の関係を図 5.6 に示す. E_i/E_1 が低くなるにつれ, 極小値への収束が増えていることがわかる. この時の, E_i/E_1 とユーザー 1 のビット誤り率の関係を図 5.7 に示す. 従来のマッチドフィルタ受信機は, チャンネル間干渉を考慮し

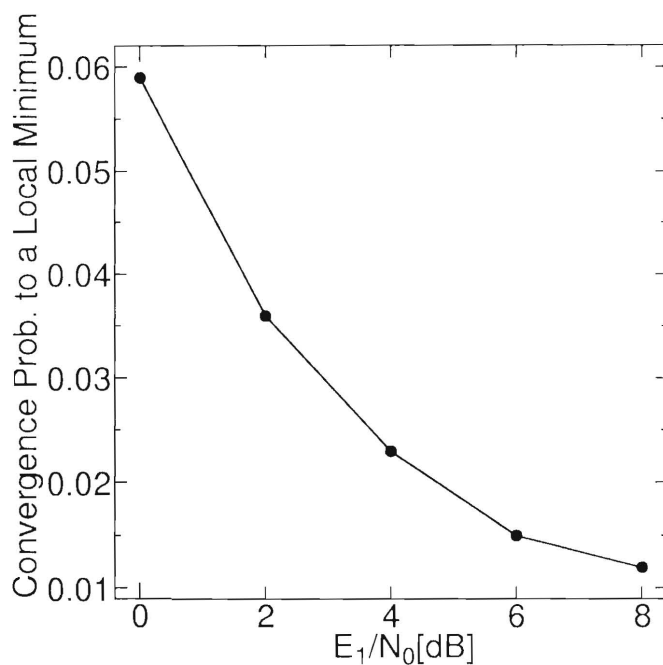


図 5.4 E_1/N_0 と極小値への収束率の関係
(6 ユーザー, $E_i/E_1 = 5\text{dB}$)

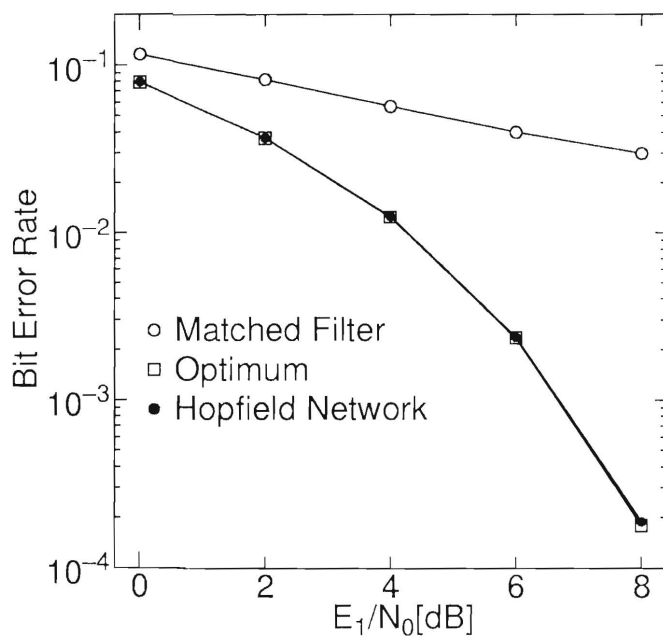


図 5.5 E_1/N_0 と誤り率の関係
(6 ユーザー, $E_i/E_1 = 5\text{dB}$)

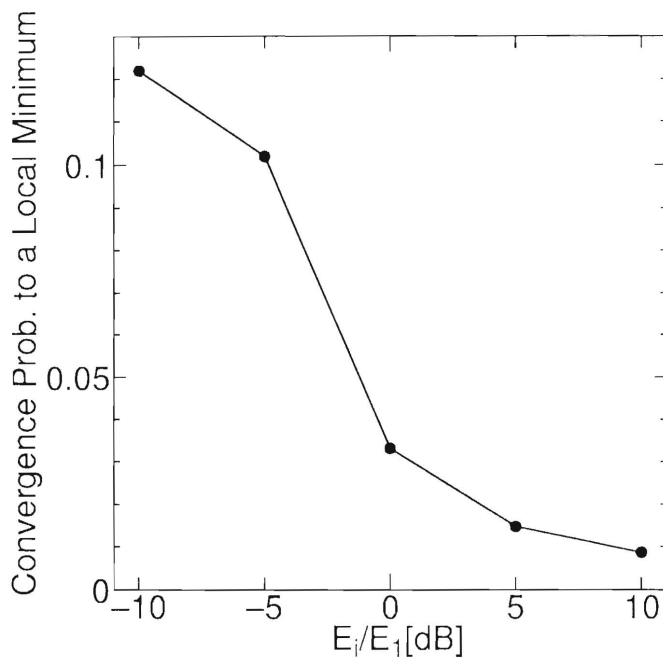


図 5.6 E_i/E_1 と極小値への収束率の関係
(6 ユーザー, $E_1/N_0 = 6\text{dB}$)

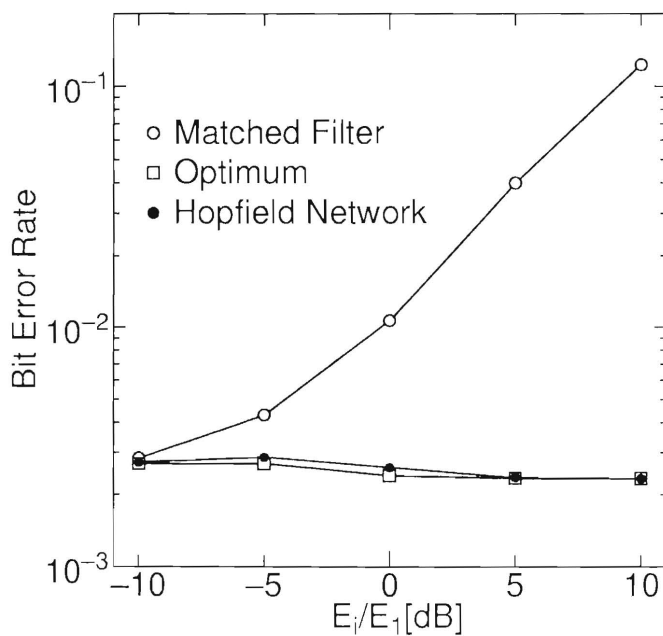


図 5.7 E_i/E_1 と誤り率の関係
(6 ユーザー, $E_1/N_0 = 6\text{dB}$)

ていないので、干渉信号が大きくなるにつれ性能が劣化してしまう。一方、最適受信機は、干渉信号の大きさによらずチャネル間干渉成分を除去できていることがわかる。またホップフィールドネットワーク受信機では、準最適な誤り率特性が得られており、遠近問題に強いことがわかる。

ここで注意すべき点は、同期 CDMA 通信の場合と同様に、 E_1/N_0 や E_i/E_1 が低い時に極小値への収束が増えているが、これらの状況はさほど問題にならないということである。なぜなら、これらの状況では、従来のマッチドフィルタ受信機の性能が最適受信機の性能とほぼ同じであり、最適受信機を使う利点がないからである。むしろ、 E_1/N_0 や E_i/E_1 が高く従来のマッチドフィルタ受信機が劣化する状況において、ホップフィールドネットワーク受信機は極小値に収束しにくいことを強調したい。

次に、一度に復調する情報ビット系列の長さ P について検討する。 P と極小値への収束率の関係を図 5.8 に示す。ここで E_1/N_0 と E_i/E_1 は、それぞれ 6dB, 0dB である。極小値への収束率は情報ビット系列長によらないことがわかる。図 5.9 に情報ビット系列長とビット誤り率の関係を示す。情報ビット系列長の変化によるホップフィールドネットワークの性能劣化は無いことがわかる。一度に復調する情報ビット系列長は、長いほど一度に復調できる情報ビットの総数が増えるが、一方で復調結果が得られるまでの遅延時間が大きくなり、ハードウェアも複雑になる。これらを考慮して、情報ビット系列長は決定しなければならない。また、 P は最短で 1 であるが、この場合に例えば i 番目の情報ビットの検波を考えると、前に述べたように、 $i-1$ 番目と $i+1$ 番目の情報ビットから影響を受けるが、これら $i-1$ 番目と $i+1$ 番目の情報ビットについては十分な統計量を得られないので正確な検波が困難であり、結果として、 i 番目の情報ビットの検波も困難になる。したがって、このことを考慮すると、情報ビット系列長は $P \geq 3$ が望ましい。

次にユーザー数について検討する。 $E_i/E_1 = 10\text{dB}$. $E_1/N_0 = 6\text{dB}$.

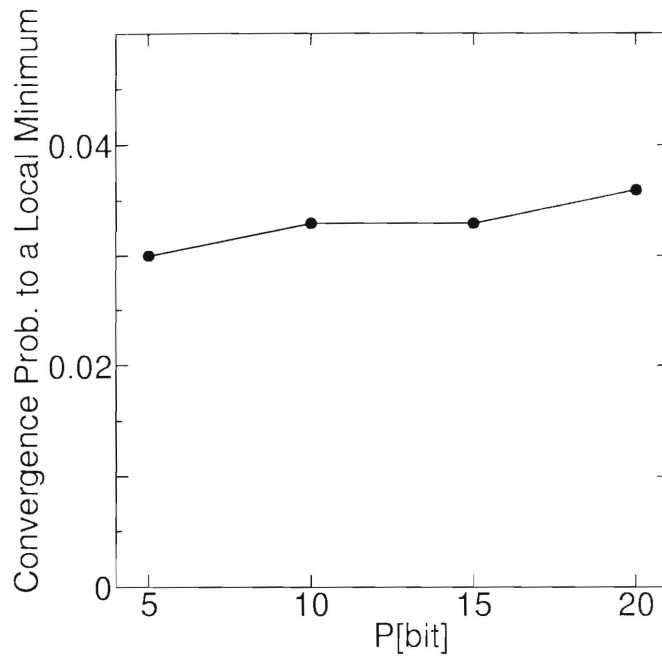


図 5.8 P と極小値への収束率の関係
(6 ユーザー, $E_1/N_0 = 6\text{dB}$, $E_i/E_1 = 0\text{dB}$)

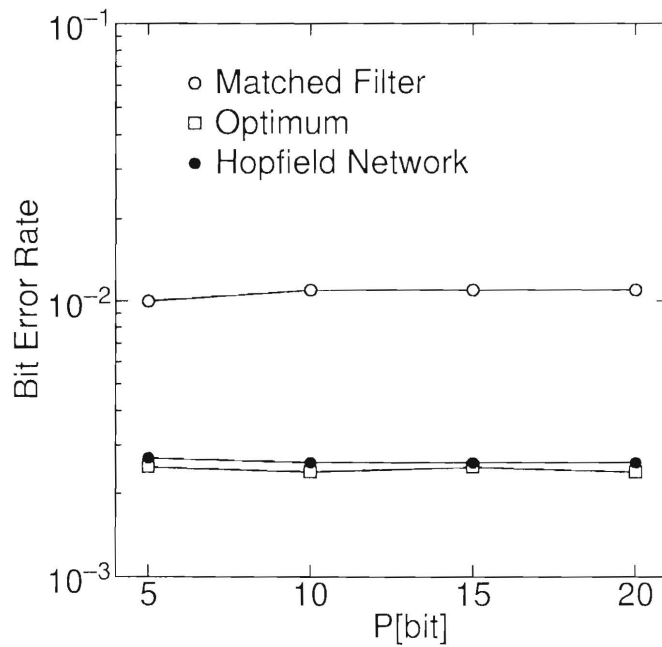


図 5.9 P と誤り率の関係
(6 ユーザー, $E_1/N_0 = 6\text{dB}$, $E_i/E_1 = 0\text{dB}$)

$P = 10$ の場合について、ユーザー数を2から8まで変えた時の、極小値への収束率を図5.10に示す。ユーザー数が増えるにつれて、収束率が増加することがわかる。この時のユーザー1のビット誤り率特性を図5.11に示す。ユーザー数が増えるに従いチャンネル間干渉成分が増加するので、従来のマッチドフィルタ受信機は劣化してしまう。一方、ホップフィールドネットワーク受信機は、最適受信機と同様に干渉を除去できていることがわかる。次にユーザー数を10から60と増やした場合について、誤り率特性を図5.12に示す。最適受信機については、計算に膨大な時間がかかるので調べられなかった。実線は $E_i/E_1 = 10\text{dB}$ の結果で、破線は $E_i/E_1 = 0\text{dB}$ の結果である。ユーザー数が増えた時のホップフィールドネットワーク受信機の性能劣化は、従来のマッチドフィルタ受信機に比べ小さい。また干渉信号のエネルギーが大きくなると、従来のマッチドフィルタ受信機は性能が劣化するのに対し、ホップフィー

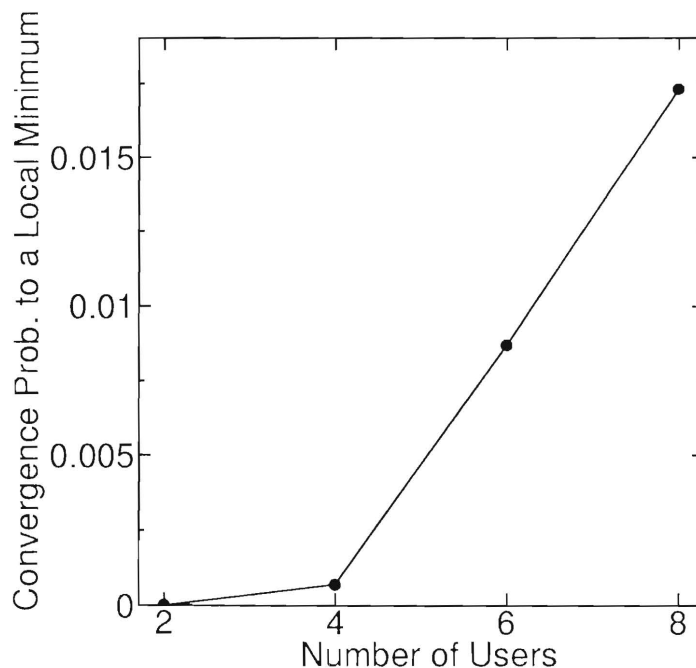


図 5.10 ユーザー数と極小値への収束率の関係
($E_i/E_1 = 10\text{dB}$, $E_1/N_0 = 6\text{dB}$, $P = 10$)

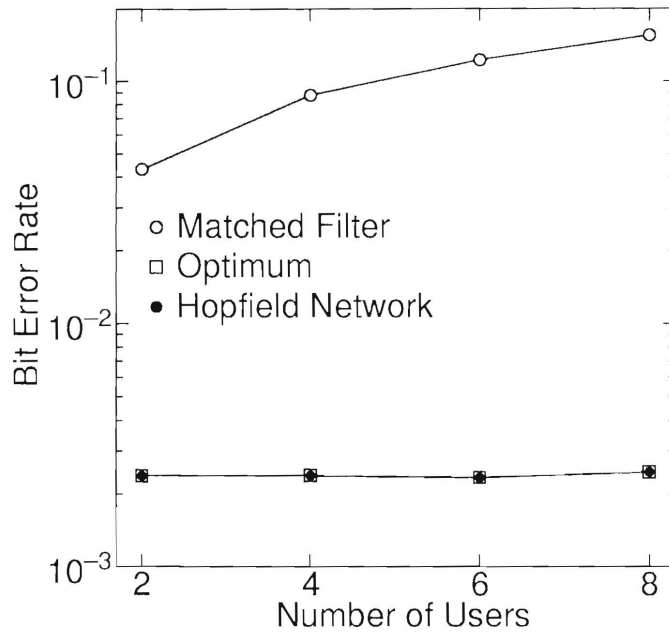


図 5.11 ユーザー数と誤り率の関係
 ($E_i/E_1 = 10\text{dB}, E_1/N_0 = 6\text{dB}, P = 10$)

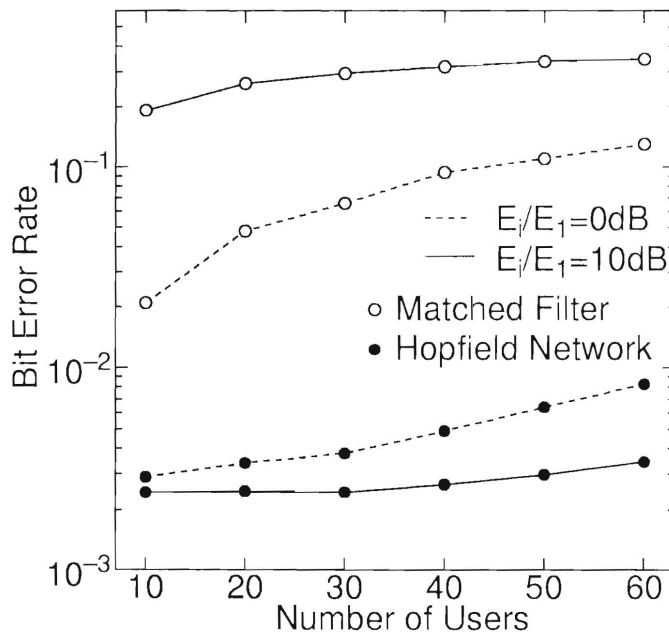


図 5.12 ユーザー数と誤り率の関係
 ($E_1/N_0 = 6\text{dB}, P = 10$)

ルドネットワーク受信機の性能は向上することがわかる。このような性質は、Multistage Detector⁽¹¹²⁾でも見ることができる。

以上の結果より、次のことがわかる。つまり、極小値への収束率は干渉信号が推定しにくい時に増加するということである。図5.5においては、 E_1/N_0 が低い領域において、干渉信号は雑音に埋もれているため干渉信号の正確な推定を得ることができない。また図5.7では、 E_i/E_1 が低い領域において、干渉信号が弱いため雑音に埋もれ、推定が難しい。また図5.12では、干渉信号のエネルギーは全て等しいと仮定しているので、ユーザー数が多くなるにつれて、ある干渉信号へのチャンネル間干渉成分が増加することになり、その干渉信号を正確に推定することが困難になる。これらの場合には、図5.4, 5.6, 5.10より、極小値への収束率が増加することが確認できる。一方、一度に復調する情報ビット系列長は干渉信号の推定に影響しないと考えられるので、図5.8からもわかるように、情報ビット系列長 P に収束率は影響されない。

以上のような事実は、Multistage Detectorでも観察されている⁽¹¹²⁾。Multistage Detectorは、チャンネル間干渉成分を推定し、それをマッチドフィルタ出力から減ずることにより、チャンネル間干渉成分のない信号を作り出すという方法に基づいているので、準最適な検波を行なうために干渉信号の正確な推定が必要となる。ホップフィールドネットワーク受信機におけるチャンネル間干渉成分除去の方法は、Multistage Detectorの方法に非常に良く似ている。なぜなら、あるユニットの出力値は、他のユニットの出力値の重み付け総和を外部入力値から減ずることにより得られ、そのとき外部入力はマッチドフィルタ出力に相当し、また重み係数は符号間の相互相関で決定されているので、他のユニットの出力を重み付け総和したものはチャンネル間干渉成分に相当するからである。結果として、ホップフィールドネットワーク受信機の振舞いは、Multistage Detectorの振舞いに似ているのである。

次に、ホップフィールドネットワーク受信機が収束に要する反復回数について検討する。一回の反復で、一つのユニットが選択され出力値を

計算する. 図5.13, 5.14に, それぞれ E_1/N_0 , E_i/E_1 と反復回数の関係を示す. これらの結果より, 極小値への収束率が低いという意味でホップフィールドネットワーク受信機が有効である場合に, 反復回数が少ないことがわかる. 図5.15は, 一度に復調する情報ビット系列長と収束に必要な反復回数の関係を示す. 反復の総回数は情報ビット系列長に比例するので, 1ユニット当たりの反復数は一定であり, 系列長によらないことがわかる. 最後に, ユーザー数と反復回数の関係を図5.16に示す. ユーザー数が増えるに従い, 収束に必要な反復回数は増加する. 以上の結果より, 収束に必要な収束回数は, E_1/N_0 , E_i/E_1 , ユーザー数に依存し, さまざまな状況によって変わることがわかった. それゆえ, ホップフィールドネットワーク受信機は, 可変の復調遅延を有することになり, この受信機の計算複雑性の正確な評価は非常に難しい. しかしながら, 1ビット当たりの乗算の回数を計算の複雑さとして考えると, これは $2(K-1)n/PK$ で与えられ (ここで n は収束に必要な反復回数である), 図5.13から図5.16より, ユーザー数の増加とともに指数的に複雑になる最適受信機に比べれば, ホップフィールドネットワーク受信機の計算複雑性は非常に小さいことがわかる.

一方, Multistage Detector では復調遅延は固定である. しかしながら, Multistage Detector の性能は用いるステージ数に依存しており, またユーザー数や E_i/E_1 などの条件に依存しているので, 用いるステージ数を適切に決定しなければならない⁽¹⁰⁴⁾. これのハードウェアの複雑性はステージ数に依存する. 一方, ホップフィールドネットワーク受信機では, 可変の復調遅延を犠牲にするが, ハードウェアの複雑さはユーザー数と一度に復調する情報ビット系列長に比例するのみである.

5.5 本章のまとめ

本章では, ホップフィールドネットワークを用いた非同期CDMA通信のマルチユーザー検波方式について検討した. マルチユーザー検波の問題を最適化問題とみなすことにより, ホップフィールドネットワーク

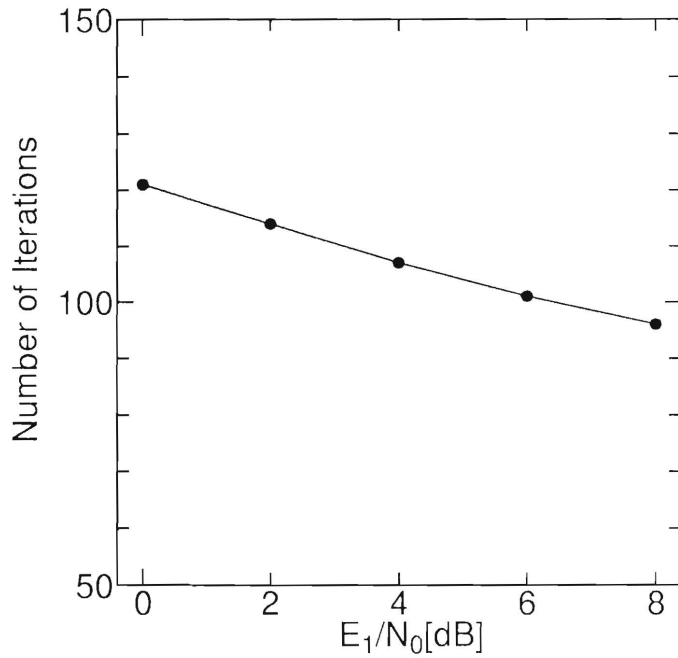


図 5.13 E_1/N_0 と収束に必要な反復回数との関係
($E_i/E_1 = 5\text{dB}, P = 10, K = 6$)

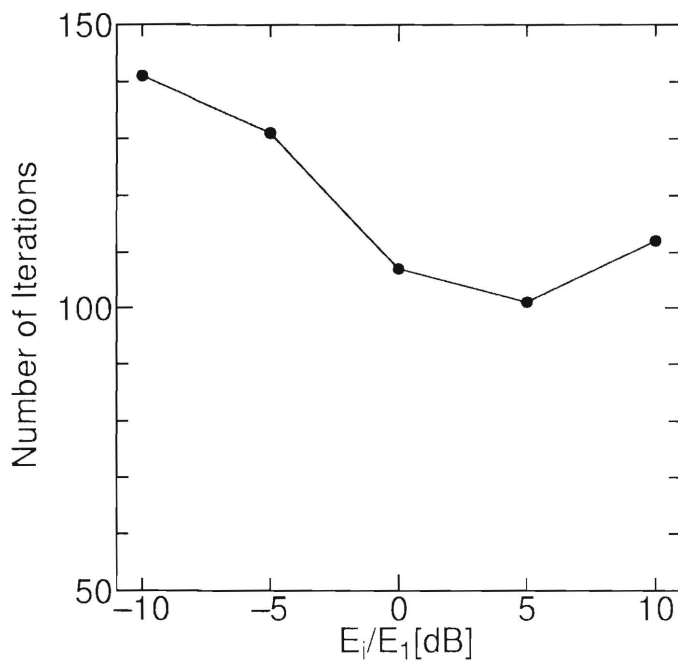


図 5.14 E_i/E_1 と収束に必要な反復回数との関係
($E_1/N_0 = 6\text{dB}, P = 10, K = 6$)

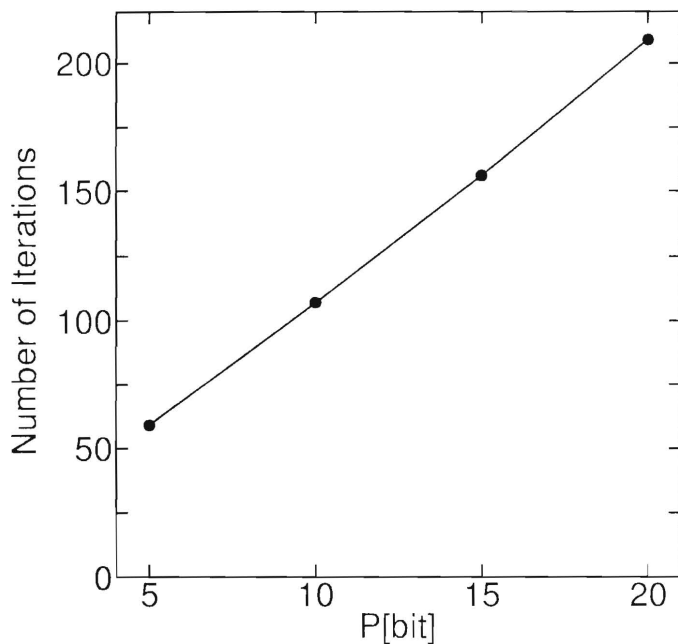


図 5.15 P と収束に必要な反復回数との関係
 ($E_1/N_0 = 6\text{dB}, E_i/E_1 = 5\text{dB}, K = 6$)

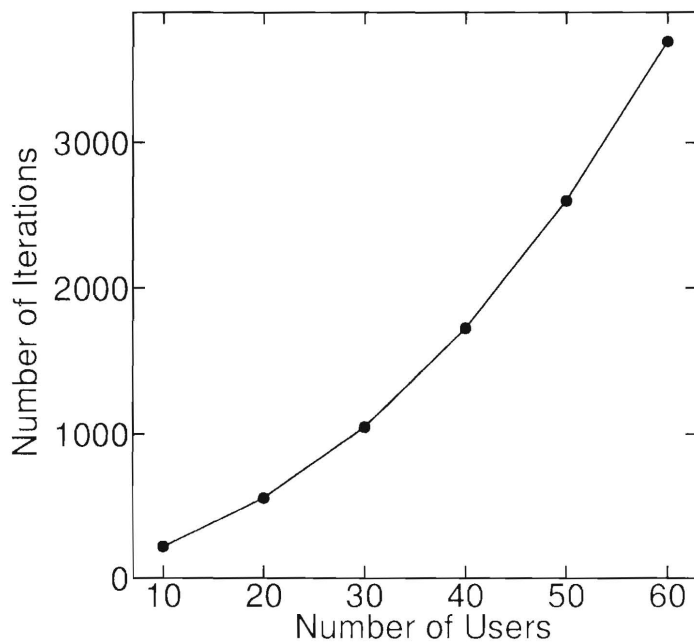


図 5.16 ユーザー数と収束に必要な反復回数との関係
 ($E_1/N_0 = 6\text{dB}, E_i/E_1 = 10\text{dB}, P = 10$)

の適用が可能になることを示した. ホップフィールドネットワーク受信機のユニット数は, ユーザー数に比例することを示した. 最適受信機とマッチドフィルタ受信機とホップフィールドネットワーク受信機の性能比較を計算機シミュレーションにより行った.

ホップフィールドネットワーク受信機は, 極小値へ収束するにもかかわらず, 準最適な性能を有することがわかり, また従来のマッチドフィルタ受信機の性能が劣化するような場合, つまり E_1/N_0 や E_i/E_1 が低い場合において, ホップフィールドネットワーク受信機は極小値に収束しにくいことがわかった. また極小値への収束率は, 干渉信号が推定しにくいような場合, つまり E_1/N_0 や E_i/E_1 が低い場合やユーザー数が多い場合に増加することがわかった. さらに, 収束に必要な反復回数は極小値への収束率に関連しており, ユーザー数に対し指数的に複雑になる最適受信機に比べて, 計算複雑性が小さいことがわかった.

第6章 結論

本論文では、ニューラルネットワークの性能向上法と、ニューラルネットワークのデジタル通信受信方式への応用について述べた。ニューラルネットワークの性能向上法について、まず動的なパターン認識に適したニューラルネットワークを提案した。次に、高速な学習アルゴリズムを提案した。デジタル通信受信方式への応用について、まず適応等化器への応用について検討した。次に、符号分割多元接続(CDMA)通信のマルチユーザー検波への応用について検討した。以下に本研究の成果と今後の課題を総括する。

第2章では、動的なパターン認識に適用可能な、選択的に教師なし学習を行なうニューラルネットワーク(SULNN)を提案した。SULNNは、学習データで学習を行なった後、評価データに対して、ネットワークの出力値をもとに、システム自身で教師信号を生成し学習を行なう。これにより、評価データの時間変動に追従できるようになる。さらに選択的に学習を行なうことにより雑音に強いシステムとなっている。計算機シミュレーションにより、評価データの分布が時変の場合の性能を評価した。その結果、従来のニューラルネットワークは追従能力が無いのに対して、SULNNは追従能力を有し、また選択的に学習を行なうことにより誤った学習を防ぐことができるので、全てのデータを学習する場合よりも追従性が高いことがわかった。自己判断のしきい値を本論文では経験的に決定したが、これを自動で適切に設定する手法を開発することが今後の課題として挙げられる。

次に、ニューラルネットワークの高速学習アルゴリズムとして、新しい導出法に基づくRLSアルゴリズムを用いた学習アルゴリズムを提案した。これは、評価関数に出力層のユニットの内部ポテンシャルの2乗誤差和を用いることにより、RLSアルゴリズムの使用を可能にしている。排他的論理和について検討し、従来の逆伝播法に比べて約9倍高速であることを示した。また提案する学習アルゴリズムは、処理する信号

が複素数である複素ニューラルネットワークにも適用できることを明らかにし、従来の複素逆伝播法に比べて約100倍高速であることを示した。この学習アルゴリズムは、計算時間よりも、学習回数の少ないことが望まれる応用分野において特に有用であると考えられる。今後の課題としては、提案学習アルゴリズムの計算量の削減が挙げられる。また、複素ニューラルネットワークの通信方式等への応用も今後検討する必要があるだろう。

第3章では、ニューラルネットワークを用いた判定帰還型適当等化器 (DFE) の周波数選択性フェージング伝送路における性能の評価を行なった。特に、第2章で提案した高速学習アルゴリズムで学習する SULNN を用いた DFE について検討した。高速学習アルゴリズムを用いることにより伝送路の変化に高速に追従でき、また SULNN を用いることにより雑音に強いシステムとなっている。計算機シミュレーションにより、従来の逆伝播法で学習するニューラルネットワークを用いた DFE は学習が遅いため伝送路の変化に十分に追従できず、従来の DFE に比べ性能が劣化することを明らかにし、さらにビット誤り率が 10^{-2} において、従来の DFE と比較して、高速学習アルゴリズムで学習するニューラルネットワークを用いた DFE は約 1dB、高速学習アルゴリズムで学習する SULNN を用いた DFE は約 2dB 優れていることを示し、これらの手法の周波数選択性フェージング対策としての有効性を示した。本論文の検討は一例について可能性を検討したものであるので、今後、遅延波の遅延時間が長い場合や、最大ドップラー周波数がより高い場合など様々な条件下での検討が必要であろう。また、ニューラルネットワークを用いた適応等化器のハードウェアによる実現についても検討する必要がある。例えば、本論文で検討した 1,024kbps の伝送について、ネットワークのユニット数が、入力層が 10、中間層が 8、出力層が 2 でしきい値も考慮すると、結合の重みの総数は 106 であるので、1 秒当たり約 10^8 回の重みづけ計算が必要になる。一方、現在のニューロチップは 1 秒当たり約 10^{10} 回の重みづけ計算ができるので⁽⁹⁾、出力値を計算することについ

ては十分実現可能性がある。一方、学習については現在のニューロチップは逆伝播法で1秒当たり約 10^9 回の重み係数の更新ができる⁽⁸⁾。本論文で提案した高速学習アルゴリズムは、ユニット数の入力に対し2乗のオーダーの計算量が必要になるので、現在の技術では実現は厳しいかもしれない。しかしデータ伝送速度が低い場合には、実現可能性があると考えられる。

第4章では、ホップフィールドネットワークを用いた同期CDMA通信のマルチユーザー検波のための受信機を提案した。マルチユーザー検波を最適化問題とみなし、最適受信機の尤度関数とホップフィールドネットワークのエネルギー関数を対応づけることにより、ホップフィールドネットワークがマルチユーザー検波に適用可能になることを示した。システムの複雑さについて、最適受信機の複雑さがユーザー数に対し指数的に増加するのに対し、ホップフィールドネットワーク受信機の複雑さはユーザー数に比例することを示した。計算機シミュレーションにより、ホップフィールドネットワーク受信機により、最適に近い性能が得られることがわかった。また、エネルギー関数の極小値への収束はさほど深刻ではないことを示した。ホップフィールドネットワークの性能劣化の第一の原因は、極小値への収束である。したがって、極小値への収束の回避法の検討が今後必要である。これまでに多くの収束向上法が提案されている⁽¹¹⁴⁾⁻⁽¹¹⁶⁾ので、これらを利用することは有望であろう。

第5章では、ホップフィールドネットワークを用いた非同期CDMA通信のマルチユーザー検波のための受信機を提案した。ホップフィールドネットワーク受信機の複雑さはユーザー数に比例する。計算機シミュレーションにより、準最適な性能が得られることがわかった。またエネルギー関数の極小値への収束率は、干渉信号が推定しにくいような場合に増加することがわかった。さらに収束に必要な反復回数について検討し、最適受信機に比べて計算複雑性が小さいことを示した。今後の課題として、ネットワークの初期状態のより良い決定法の開発が挙げられる。例えば、Multistage Detectorの1段目の推定にマッチドフィルタ出力

を用いるより Decorrelating Detector の結果を用いる方が性能が良いことが報告されているが⁽¹⁰⁴⁾、これはホップフィールドネットワークにもそのまま適用できるであろう。また、同期、非同期 CDMA 通信いずれの場合も、本論文で検討した通信路は時不変の通信路であったが、時変の通信路での検討も必要であろう。また本論文のシミュレーションでは、信号の振幅、搬送波の位相、時間遅延が既知であると仮定したが、実際にこれらを推定する方式の検討が必要である。またこれらの推定に誤差がある時のホップフィールドネットワーク受信機の性能劣化度も調べる必要があるだろう。ホップフィールドネットワーク受信機のハードウェア化は今後検討しなければならない。ホップフィールドネットワーク受信機は、現在盛んに開発が行なわれているニューロ専用チップで実装できるであろう。これの実現可能性について検討してみる。例えば、非同期 CDMA 通信の場合について、図 5.16 より、ユーザー数が 60 の場合で約 3700 回の反復回数が必要となる。したがって $2 \times (60 - 1) \times 3700$ で約 4×10^5 の重みづけ計算が必要になることになる。ここでデータ伝送速度を 10kbps とすると、図 5.16 の場合では、一度に 10 ビットの結果が得られるので、結局 1 秒当たり約 4×10^8 回の重みづけ計算が必要になる。一方、前述のように、現在のニューロチップは 1 秒当たり約 10^{10} 回の重みづけの計算ができるので、現在の技術でも実現できる可能性が十分ある。

ニューラルネットワークは、学習によって所望の処理を行なうことができるので、これまで処理系の設計が困難であった分野への応用可能性がある。また非線形システムであるので、これまで線形システムを用いていた分野へ応用することで高い性能を得ることができる。また並列処理に基づくため、高速な処理が可能になる。これらの能力を十分に引き出すためには、高速で安定な学習アルゴリズムの開発、汎化能力の解析、ネットワークのダイナミクスの解析など、理論での問題を解決する必要があるだろう。一方で、ニューラルネットワークの応用においては、高い性能を安定に得るために、各応用問題に適したネットワークの構成法、

学習法などを開発する必要があるだろう。またハードウェアのさらなる開発は必要不可欠である。今後、ニューラルネットワークがあらゆる分野で実際に活躍し、我々の生活をより豊かにしてくれることを願っている。

謝辞

本研究は、著者が埼玉大学大学院理工学研究科博士後期課程在学中に、同大学の小林禧夫教授、羽石操教授、長谷川孝明助教授、井門俊治助教授の御指導のもとで行なったものです。心から感謝致します。学部、博士前期課程を通じて御指導いただきました、羽倉幸雄埼玉大学元教授に感謝致します。学会等を通じ、多くの御意見、御指導をいただきました方々に感謝致します。日頃から有益な御討論、御協力をいただきました研究室諸氏に感謝致します。また、暖かく励まして下さった多くの方々に感謝致します。そして、家族の理解と応援に感謝致します。

参考文献

- (1) McCulloch W.S., Pitts W.: "A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity". *Bull. Math. Biophysics*, **5**, pp.115-133 (1943).
- (2) Rosenblatt F.: "The Perceptron: A Probabilistic Model for Information Storage and Organization in the Brain". *Psychol. Rev.*, **65**, 6, pp.386-408 (1958).
- (3) Minsky M. and Papert S.: "Perceptrons". MIT Press (1969).
- (4) Hopfield J.J.: "Neural Networks and Physical Systems with Emergent Collective Computational Abilities", *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, **79**, pp.2551-2558 (1982).
- (5) Hopfield J.J. and Tank D.W.: "'Neural' Computation of Decisions in Optimization Problems", *Biol. Cybern.*, **52**, pp.141-152 (1985).
- (6) Rumelhart D.E., Hinton G.E. and Williams R.J.: "Learning Representation by Back-Propagating Errors", *Nature*, **323**, pp.533-536 (1986).
- (7) Rumelhart D.E., and McClelland J.L. and PDP Research Group: "Parallel Distributed Processing", MIT Press (1986) (甘利俊一監訳: "PDP モデル", 産業図書 (1989)).
- (8) 浅川和雄, 吉澤英樹: "デジタル方式によるニューラルネットワークのハードウェア化", *電気学会誌*, **113**, 4, pp.265-273 (1993-04).
- (9) 久間和生, 田井修市, 太田淳: "ニューラルネットワークのハードウェア", *電子情報通信学会誌*, **73**, 7, pp.712-718 (1990-07).
- (10) 甘利俊一: "神経回路網の数理", 産業図書 (1978).
- (11) Amari S.: "Mathematical Foundations of Neurocomputing", *Proc. IEEE*, **78**, 9, pp.1443-1463 (Sep. 1990).
- (12) Lippmann R.P.: "Pattern Classification Using Neural Networks", *IEEE Commun. Mag.*, **27**, pp.47-64 (Nov. 1989).
- (13) 荒川薫, 原島博: "バックプロパゲーションによる階層形ニューラル非線形フィルタの設計", *電子情報通信学会論文誌 (A)*, **J74-A**, 3, pp.421-429 (1991-03).
- (14) Nagata S., Sekiguchi M. and Asakawa K.: "Mobile Robot Control by a Structured Hierarchical Neural Network", *IEEE Control Sys. Mag.*, **10**, pp.69-76 (Apr. 1990).

- (15) Gibson G.J., Siu S. and Cowan C.F.N.: "Multilayer Perceptron Structures Applied to Adaptive Equalisers for Data Communications". Proc. Int. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing 1989, pp.1183-1186 (1989).
- (16) Benvenuto N., Marchesi M., Piazza F. and Uncini A.: "Nonlinear Satellite Radio Links Equalized Using Blind Neural Networks". Proc. Int. Conf. Acoustics, Speech, and Signal Processing 1991, pp.1521-1524 (May 1991).
- (17) Benvenuto N., Marchesi M., Piazza F. and Uncini A.: "A Comparison Between Real and Complex Valued Neural Networks in Communication Applications". Proc. Int. Conf. Artificial Neural Networks 1991, pp.1177-1180 (June 1991).
- (18) Chen S., Gibson G.J., Cowan C.F.N. and Grant P.M.: "Adaptive Equalization of Finite Non-Linear Channels Using Multilayer Perceptrons". Signal Processing, **20**, pp.107-119 (1990).
- (19) Chen S., Gibson G.J., Cowan C.F.N. and Grant P.M.: "Reconstruction of Binary Signals Using an Adaptive Radial-Basis-Function Equalizer". Signal Processing, **22**, pp.77-93 (1991).
- (20) Chen S. and Mulgrew B.: "Overcoming Co-Channel Interference Using an Adaptive Radial Basis Function Equaliser". Signal Processing, **28**, pp.91-107 (1992).
- (21) 金田隆二, 真鍋武嗣, 藤井智史: "Forward-Only Counterpropagation ネットワークを用いた適応等化器の評価", 1992年電子情報通信学会春季大会, A-150 (1992-03).
- (22) 金田隆二: "Forward-Only Counterpropagation ネットワークを用いたデジタル伝送路等化システムの評価", 1993年電子情報通信学会春季大会, A-139 (1993-03).
- (23) 木本隆, 柳沼義典: "同定と制御の構造化ネットワークーデジタル移動通信の適応等化器への応用", 電子情報通信学会技術研究報告, **NC91-18** (1991).
- (24) Kohonen T., Ravio K., Simula O., Venta O. and Henriksson J.: "Combining Linear Equalization and Self-Organizing Adaptation in Dynamic Discrete-Signal Detection", Proc. Int. Joint Conf. Neural Networks 1990, **1**, pp.223-228 (June 1990).
- (25) 真鍋武嗣, 金田隆二: "Forward-Only Counterpropagation ネットワークによるデジタル伝送路の判定帰還型適応等化", 1991年電子情報通信学会春季全国大会, SA-7-2 (1991-03).

- (26) Provenge J.D.: "Neural Network Implementation for Maximum-Likelihood Sequence Estimation of Binary Signals in Gaussian Noise". Proc. Int. Conf. Neural Networks 1987, **3**, pp.703-711 (1987).
- (27) Siu S. , Gibson G.J. and Cowan C.F.N.: "Decision Feedback Equalisation Using Neural Network Structures and Performance Comparison with Standard Architecture" . IEE Proc. I , **137** , 4 ,pp.221-225 (Aug.1990).
- (28) 柳沼義典, 木本隆: "ニューラル・ネットワークによる適応等化器の構成 ~動的システムの逆モデリング~", 電子情報通信学会技術研究報告, **RCS92-35** (1992).
- (29) Xiang Z. and Bi G.: "Fractionally Spaced Decision Feedback Multilayer Perceptron for Adaptive MQAM Digital Mobile Radio Reception". Proc. Int. Conf. Commun. 1992, pp.1262-1266 (June 1992).
- (30) Aazhang B., Paris B.-P. and Orsak G.C.: "Neural Networks for Multiuser Detection in Code-Division Multiple-Access Communications" . IEEE Trans. Commun., **40**, 7 ,pp. 1212-1222 (July 1992).
- (31) Mitra U. and Poor H.V.: "Adaptive Receiver Algorithms for Near-Far Resistant CDMA", Proc. the 3rd Int. Symp. Personal Indoor and Mobile Radio Commun., pp. 639-644 (Oct. 1992).
- (32) Miyajima T. and Hasegawa T.: "Wideband Interference Rejection in Spread Spectrum Communications Using a Neural Network". Proc. Int. Workshop on Intelligent Signal Processing and Communication Systems (ISPAC'93), pp.197-202 (Oct. 1993).
- (33) 太田慎司, 武内良男, 水野俊夫: "ニューラルネットワークを用いたCDMA方式に関する検討", 電子情報通信学会技術研究報告, **SST93-12** (1993).
- (34) Caid W.R. and Means R.W: "Neural Network Error Correcting Decoders for and Convolutional Codes", Proc. GLOBECOM 1990, pp.1028-1031 (1990).
- (35) Platt J.C. and Hopfield J.J.: "Analog Decoding Using Neural Networks". American Institute of Physics Conf. Proc., **151**, pp.361-369 (1986).
- (36) Arnott R.: "Adaptive Radial Basis Function Diversity Combiner for Multipath Channels", Electronics Letters, **29**, 12, pp.1092-1094 (10th June 1993).
- (37) Sung S., Ham F.M. and Shelton W.: "A New Robust Neural Network Method for Coherent Interference Rejection in Adaptive Array Systems". Proc. Int. Joint Conf. Neural Networks 1990, **2**, pp.119-124 (1990).

- (38) Veciana G. D.: "Neural Net-Based Continuous Phase Modulation Receivers". *Trans. Commun.*, **40**, 8, pp.1396-1408 (Aug. 1992).
- (39) 大保寺孝至, 長谷川孝明: "接続機器が変化した場合の電灯線SS通信のNN検波方式に関する一検討", 1991年電子情報通信学会秋季大会, A-91 (1991-09).
- (40) Hasegawa T., Daihoji T. and Hakura Y.: "Neural Network Detection Systems for Electric Power Line Spread-Spectrum Communications". *Proc. Int. Symposium on Information Theory and Its Applications (ISIT'90)*, **2**, pp.879-882 (Nov. 1990).
- (41) Hasegawa T. and Ogiwara Y.: "On the Detection System with the Selectively Unsupervised Learning Neural Network Using a Fast Learning Algorithm in Electric Power Line Spread Spectrum Communications". *Proc. Int. Workshop on Intelligent Signal Processing and Communication Systems (ISPACS93)*, pp.233-238 (Oct. 1993).
- (42) 今井邦彦, 中山謙二: "階層形ニューラルネットワークを用いた振幅キーイング信号の復調及びランダム雑音の除去", 電子情報通信学会技術研究報告, **NC93-30** (1993-10).
- (43) 石田寛, 久保田一: "配電線通信における伝送路特性の変動を考慮したニューラルネットワークによる信号検出", 電子情報通信学会技術研究報告, **DSP 92-78** (1993-01).
- (44) Hush D. R. and Horne B. G.: "Progress in Supervised Neural Networks". *IEEE Signal Processing Mag.*, **10**, 1, pp.8-39 (Jan. 1993).
- (45) Lippmann R.P.: "An Introduction to Computing with Neural Nets". *IEEE ASSP Mag.*, **4**, pp.4-22 (Apr. 1987).
- (46) Funahashi K.: "On the Approximate Realization of Continuous Mapping by Neural Networks". *Neural Networks*, **2**, 3, pp.183-191 (1991).
- (47) Proakis J.G.: "Digital Communications", McGraw-Hill, 2nd ed.(1989).
- (48) Qureshi S.U.H.: "Adaptive Equalization". *Proc. IEEE*, **73**, 9, pp.1319-1387 (Sep. 1985).
- (49) Haykin S. (武部幹 訳): "適応フィルタ入門", 現代工学社 (1987).
- (50) Sampei S.: "Development of Japanese Adaptive Equalizing Technology toward High Bit Rate Data Transmission in Land Mobile Communications". *Trans. IEICE*, **E 74**, 6, pp.1512-1521 (June 1991).

- (51) Pickholtz R.L., Schilling D.L. and Milstein L.B.: "Theory of Spread-Spectrum Communications - A Tutorial", IEEE Trans. Commun., **30**, 5, pp.855-884 (May 1982).
- (52) 坪内和夫: "スペクトル拡散通信の応用とデバイス", 電子情報通信学会論文誌 (B-II), **J74-B-II**, 5, pp.189-198 (1991-05).
- (53) Gilhousen K. S., Jacobs I. M., Padovani R., Viterbi A. J., Weaver L. A. and Wheatley C. E.: "On the Capacity of a Cellular CDMA System", IEEE Trans. on Vehicular Technology, **40**, 2, pp.303-311 (May 1991).
- (54) 丸林元, 中川正雄, 河野隆二: "スペクトル拡散通信の研究開発動向", 電子情報通信学会誌, **72**, 5, pp.580-591 (1989-05).
- (55) 丸林元: "スペクトル拡散通信の最新研究・開発動向", 電子情報通信学会論文誌 (B-II), **J74-B-II**, 5, pp.176-181 (1991-05).
- (56) Nakagawa M. and Hasegawa T.: "Spread Spectrum for Consumer Communications - Applications of Spread Spectrum Communications in Japan -", IEICE Trans., **E.74**, 5, pp.1093-1101 (May 1991).
- (57) Pursley M.B.: "Performance Evaluation for Phase-Coded Spread-Spectrum Multiple-Access Communication -Part I: System Analysis". IEEE Trans. Commun., **25**, 8, pp.795-799 (Aug. 1977).
- (58) 太刀川信一: "スペクトル拡散通信のための拡散符号に関する研究動向", 電子情報通信学会論文誌 (B-II), **J74-B-II**, 5, pp.182-188 (1991-05).
- (59) Kohno R.: "Co-Channel Interference Cancellation for Spread Spectrum Multiple Access Systems", 1993年電子情報通信学会春季大会併催事業資料, pp.17-26 (1993-03).
- (60) 宮嶋照行, 長谷川孝明, 羽倉幸雄: "ニューラルネットを用いた顔の表情認識", 1990年電子情報通信学会秋季全国大会, D-408 (1990-09).
- (61) 宮嶋照行, 長谷川孝明, 羽倉幸雄, 羽石操: "ニューラルネットワークを用いた表情認識", 電子情報通信学会論文誌 (D-II), **J75-D-II**, 3, pp.671-673 (1992-03).
- (62) 岡本義則: "環境の激しい変化に適應する神経回路モデル", 電子情報通信学会論文誌 (D-II), **J73-D-II**, 8, pp.1186-1191 (1990-08).
- (63) 長谷川孝明, 宮嶋照行, 羽倉幸雄: "動的に動作するニューラルネット", 1989年電子情報通信学会秋季全国大会, D-206 (1989-09).

- (64) 長谷川孝明, 宮嶋照行, 羽倉幸雄: “ニューラル・ネットの追従性能”, 1990年電子情報通信学会春季全国大会, D-29 (1990-03).
- (65) Hasegawa T., Miyajima T. and Hakura Y.: “Selectively Unsupervised Dynamical Learning Neural Network”, Proc. Int. Symposium on Information Theory and Its Applications (ISITA90), **2**, pp.691-694 (Nov. 1990).
- (66) 宮嶋照行, 長谷川孝明, 羽倉幸雄, 羽石操: “選択的に教師なし学習を行なうニューラルネットワーク”, 電子情報通信学会論文誌 (D-II), **J75-D-II** . 1 . pp.137-145 (1992-01).
- (67) 萩原将文: “淘汰機能を有するバックプロパゲーション学習回数の低減と中間層ユニットの削減法”, 電子情報通信学会論文誌 (D-II), **J74-D-II** . 6 . pp.812-818 (1991-06).
- (68) Jacobs R.A. : “Increased Rates of Convergence Through Learning Rate Adaptation”, Neural Networks , **1** . pp.295-307 (1988).
- (69) 賈棋, 戸田尚宏, 臼井支朗: “ニューラルネットワークにおける逆伝搬学習アルゴリズムの初期値設定に関する一考察”, 電子情報通信学会論文誌 (D-II), **J73-D-II**,8 ,pp.1179-1185 (1990-08).
- (70) 高木英行, 坂上茂生, 戸川隼人: “ニューラルネット学習における非線形最適化手法の効果”, 電子情報通信学会論文誌 (D-II), **J74-D-II** . 1 . pp.528-535 (1991-04).
- (71) 丹康雄, 加藤喜永, 江島俊朗: “誤差評価関数による PDP モデルの高速化”, 電子情報通信学会論文誌 (D-II), **J73-D-II** . 12 . pp.2022-2028 (1990-12).
- (72) Azimi-Sadjadi M.R. and Liou R.: “Fast Learning Process of Multilayer Neural Networks Using Recursive Least Squares Method”, IEEE Trans. Signal Processing, **40**, 2 ,pp.446-450 (Feb. 1992).
- (73) Scalero R.S. and Tepedelenlioglu N.: “A Fast New Algorithm for Training Feedforward Neural Networks”, IEEE Trans. Signal Processing, **40** . 1 . pp.202-210 (Jan. 1992).
- (74) Shah S.A., Palmieri F. and Datum M.: “Optimal Filtering Algorithms for Fast Learning in Feedforward Neural Networks”, Neural Networks, **5**, pp.779-787 (1992).
- (75) 宮嶋照行, 長谷川孝明, 羽石操: “ニューラルネットワークの高速学習アルゴリズムとその適応等化器への応用”, 電子情報通信学会論文誌 (A), **J76-A** . 8, pp.1136-1143 (1993-08).

- (76) 宮嶋照行, 長谷川孝明: “複素ニューラルネットワークの高速学習アルゴリズム”. 電子情報通信学会論文誌 (D-II) . **J76-D-II**. 7 . pp.1468-1470 (1993-07).
- (77) 宮嶋照行, 長谷川孝明: “周波数選択性フェージング伝送路におけるニューラルネットワークを用いた判定帰還形適応等化器の性能”. 1992年電子情報通信学会秋季大会 . A-92 (1992-09).
- (78) Miyajima T. and Hasegawa T.: “Performances of Decision Feedback Equalizer Using Neural Networks under Frequency Selective Fading Channel”. Proc. Int. Symposium on Information Theory and Its Applications (ISITA92). **1** , pp.374-378 (Nov. 1992).
- (79) 河野隆二, 今井秀樹, 羽鳥光俊: “Viterbi アルゴリズムを用いた非同期 SSMA の軟判定復調方式”, 昭和 58 年電子通信学会総合全国大会, 1322 (1983-05).
- (80) Lupas R. and Verdu S.: “Linear Multiuser Detectors for Synchronous Code-Division Multiple-Access Channels”. IEEE Trans. Inf. Theory . **35**. 1. pp. 123-136 (Jan. 1989).
- (81) Schneider K. S.: “Optimum Detection of Code Division Multiple Signals”. IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.. **AES-15**, 1. pp.181-185 (Jan. 1979).
- (82) Verdu S.: “Minimum Probability of Error for Asynchronous Multiple Access Communication Systems”, Proc. 1983 Mil. Commun. Conf., **1**. pp.213-219 (Nov. 1983).
- (83) 宮嶋照行, 長谷川孝明: “リカレントニューラルネットワークを用いた CDMA 通信のマルチユーザー検出”, 電子情報通信学会技術研究報告. **SST92-81**. pp.63-68 (1993-03).
- (84) 宮嶋照行, 長谷川孝明: “ニューラルネットワークを用いた CDMA 通信のマルチユーザー検出について”, 1993年電子情報通信学会春季大会 . SA-4-6 (1993-03).
- (85) Miyajima T., Hasegawa T. and Haneishi M.: “On the Multiuser Detection Using a Neural Network in Code-Division Multiple-Access Communications”, IEICE Trans. Commun., **E76-B**. 8, pp.961-968 (Aug. 1993).
- (86) 宮嶋照行, 長谷川孝明: “リカレントニューラルネットワークを用いた非同期 CDMA 通信のマルチユーザー検出方式の性能評価”, 電子情報通信学会技術研究報告. **SST93-34**, pp.13-18 (1993-08).
- (87) 宮嶋照行, 長谷川孝明: “リカレントニューラルネットワークを用いた非同期 CDMA 通信のマルチユーザー検出”, 1993年電子情報通信学会秋季大会 . A-120 (1993-09).

- (88) Georgiou G.M. and Koutsougeras C.: "Complex Domain Backpropagation". IEEE Trans. Circuits & Syst. II. **39**.5, pp.330-331 (May 1992).
- (89) Kim M.S. and Guest C.C.: "Modification of Backpropagation for Complex-Valued Signal Processing in Frequency Domain". Proc. Int. Joint Conf. Neural Networks 1990, pp.III-27-III-31 (June 1990).
- (90) 新田徹, 古谷立美: "複素バックプロパゲーション学習". 情報処理学会論文誌, **32**, 10, pp.1319-1328 (1991-10).
- (91) Tasic J. and Grlj M.: "Theory and Application of the Neural Net Based Adaptive Filter in Communication Systems". Communication, Control, and Signal Processing, pp.1788-1795 (1990).
- (92) Hopfield J.J.: "Neurons with Graded Response Have Collective Computational Properties Like Those of Two-State Neurons". Proc. Natl. Acad. Sci. USA, **81**, pp. 3088-3092 (1984).
- (93) 栗田多喜夫: "情報量基準による3層ニューラルネットの隠れ層のユニット数の決定法", 電子情報通信学会論文誌 (D-II), **J73-D-II**. 8, pp.1186-1191 (1990-08).
- (94) 上坂吉則: "2値変数の実数値関数から導かれるエネルギーを持つニューロン回路網の安定性について", 電子情報通信学会技術研究報告, **PRU88-6** (1988).
- (95) 日本工業技術振興協会ニューロコンピュータ研究部会編: "ニューロコンピューティングの基礎理論: 第2章 神経回路網の力学系 (上坂吉則)", 海文堂 (1990).
- (96) 新田徹, 古谷立美: "複素BP学習の高速性". 電子情報通信学会技術研究報告, **NC91-127** (1992).
- (97) Haykin S.: "Adaptive Filter Theory", Prentice-Hall, 2nd ed. (1991).
- (98) 轡田実, 田口亮, 村田裕: "繰り返し学習による汎化エリアの固定化に関する検討", 電子情報通信学会技術研究報告, **NC93-11** (1993-05)
- (99) 宮嶋照行, 長谷川孝明: "時変伝送路における選択的に教師なし学習を行なうニューラルネットを用いた判定帰還形適応等化器". 1992年電子情報通信学会春季大会, A-151 (1992-03).
- (100) 奥村善久, 進士昌明: "移動通信の基礎", 電子情報通信学会 (1986).
- (101) 村野和雄, 海上重之: "情報通信におけるデジタル信号処理", 昭晃堂 (1987).
- (102) 鈴木博, 府川和彦: "移動無線伝送用RLS形適応等化器に関する動特性解析", 電子情報通信学会論文誌 (B-II), **J76-B-II**. 4, pp.189-201 (1993-04).

- (103) 安達文幸：“デジタル移動通信方式・無線伝送技術の動向”，電子情報通信学会技術研究報告，**IT89-70** (1989).
- (104) Varanasi M. K. and Aazhang B.: “Near-Optimum Detection in Synchronous Code-Division Multiple-Access Systems”, IEEE Trans. Commun., **39**, 5, pp.725-736 (May 1991).
- (105) Xie Z., Rushforth C.K., Short R. T. and Moon T.K.: “Joint Signal Detection and Parameter Estimation in Multiuser Communications”, IEEE Trans. on Commun., **41**, 7, pp.1208-1215 (Aug. 1993).
- (106) Kajiwara A. and Nakagawa M.: “Crosscorrelation Cancellation in SS/DS Block Demodulator”, IEICE Trans., **E74**, 9, pp.2596-2601 (Sep. 1991).
- (107) 河野隆二, 今井秀樹, 羽鳥光俊：“非同期 SSMA における他局間干渉の除去方式について”，電子通信学会論文誌 (A), **J66-A**, 5, pp.416-423 (1983-05).
- (108) Lupas R. and Verdu S.: “Near-Far Resistance of Multiuser Detectors in Asynchronous Channels”, IEEE Trans. Commun., **38**, 1, pp.496-508 (Apr. 1990).
- (109) Xie Z., Short R. T. and Rushforth C. K.: “A Family of Suboptimum Detectors for Coherent Multiuser Communications”. IEEE J. Select. Areas Commun., **8**, 4, pp.683-690 (May 1990).
- (110) Kohno R., Imai H., Hatori M. and Pasupathy S.: “An Adaptive Canceller of Cochannel Interference for Spread-Spectrum Multiple-Access Communication Networks in a Power Line”, IEEE J. Select. Areas Commun., **8**, 1, pp.691-699 (May 1990).
- (111) Masamura T.: “Spread Spectrum Multiple Access System with Intrasystem Interference Cancellation”. IEICE Trans., **E71**, 3, pp.224-231 (Mar. 1988).
- (112) Varanasi M. K. and Aazhang B.: “Multistage Detection in Asynchronous Code-Division Multiple-Access Communications”. IEEE Trans. Commun., **38**, 4, pp.509-519 (Apr. 1990).
- (113) Yoon Y. C., Kohno R. and Imai H.: “Cascaded Co-Channel Interference Cancelling and Diversity Combining for Spread-Spectrum Multi-Access over Multipath Fading Channels”, IEICE Trans. Commun., **E76-B**, 2, pp.163-168 (Feb. 1993).
- (114) 秋山泰：“ホップフィールド型ニューラルネットにおけるエネルギー最小状態への収束性を向上させる3つの技法”，電子情報通信学会技術研究報告，**NC 90-40** (1990).

- (115) Kirkpatrick S., Gelatt C.D. and Vecchi M.P.: "Optimization by Simulated Annealing". *Science* . **220**. pp.671-680 (1983).
- (116) 岸田徹夫, 上坂吉則: "曲面上の力学系による組合せ的最適化問題の一解法: 準球拡大法", 電子情報通信学会技術研究報告, **NC90-78** (1991-03).

付録1 RLS アルゴリズムを用いた実ニューラルネットワークの学習アルゴリズムの導出

まず、ここで用いる記号の意味を以下にまとめる。

$x_i^{(m)}(n, t)$ 時刻 t の重みを用いた時の、時刻 n の入力に対する m 層の i 番目のユニットの出力

$y_i^{(m)}(n, t)$ 時刻 t の重みを用いた時の、時刻 n の入力に対する m 層の i 番目のユニットの内部ポテンシャル

$x_i^{(m)}(t)$ 時刻 $t - 1$ の重みを用いた時の、時刻 t の入力に対する m 層の i 番目のユニットの出力 ($= x_i^{(m)}(t, t - 1)$)

$y_i^{(m)}(t)$ 時刻 $t - 1$ の重みを用いた時の、時刻 t の入力に対する m 層の i 番目のユニットの内部ポテンシャル ($= y_i^{(m)}(t, t - 1)$)

$w_{ij}^{(m)}(t)$ 時刻 t の $m - 1$ 層の j 番目のユニットから m 層の i 番目のユニットへの重み

$e_i^{(m)}(n, t)$ 時刻 t の重みを用いた、時刻 n の入力に対する m 層の i 番目のユニットの誤差

$e_i^{(m)}(t)$ 時刻 $t - 1$ の重みを用いた、時刻 t の入力に対する m 層の i 番目のユニットの誤差 ($= e_i^{(m)}(t, t - 1)$)

$E(t)$ 時刻 t における評価関数

$d_i^{(m)}(t)$ 時刻 t の m 層の i 番目のユニットの望ましい内部ポテンシャル

$t_i(t)$ 時刻 t の出力層の i 番目のユニットの望ましい出力

$a_{ij}^{(m)}(t)$	時刻 t の $m-1$ 層の i 番目のユニットと j 番目のユニットの出力 (m 層への入力) の決定論的相関関数
$b_{ij}^{(m)}(t)$	時刻 t の m 層の i 番目のユニットの望ましい出力と $m-1$ 層の j 番目のユニットの出力の決定論的相関関数
β	忘却係数
M	層数
N_m	m 層のユニット数
$x_0^{(m)}(t)$	(= 1) しきい値のための定数
$f(x)$	出力関数
$f'(x)$	$f(x)$ の x による微分
$f^{-1}(x)$	$f(x)$ の逆関数
$\mathbf{K}^{(m)}(t)$	時刻 t の m 層のカルマンゲイン
$\mathbf{P}^{(m)}(t)$	時刻 t の m 層の推定誤差相関行列 (共分散行列)
T	行列, ベクトルの転置

まず評価関数を次式で定義する.

$$E(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \sum_{i=1}^{N_M} e_i^{(M)}(n, t)^2 \quad (\text{A1.1})$$

$$e_i^{(M)}(n, t) = d_i^{(M)}(n) - y_i^{(M)}(n, t) \quad (\text{A1.2})$$

ここで, 出力層のユニットの望ましい内部ポテンシャルは次式で与えられる.

$$d_i^{(M)}(t) = f^{-1}(t_i(t)). \quad (\text{A1.3})$$

次に $m(m \in [2, M])$ 層の i 番目のユニットの時刻 t の重みを用いた時の時刻 n の入力に対する内部ポテンシャル及び出力を次式で定義する.

$$y_i^{(m)}(n, t) = \sum_{j=0}^{N_{m-1}} w_{ij}^{(m)}(t) x_j^{(m-1)}(n, t), \quad i \in [1, N_m] \quad (\text{A1.4})$$

$$x_i^{(m)}(n, t) = f\left(y_i^{(m)}(n, t)\right). \quad (\text{A1.5})$$

時刻 $t-1$ の重みを用いた時の時刻 t の入力に対する (すなわち時刻 t の) 内部ポテンシャル及び出力は次式で表される.

$$y_i^{(m)}(t) = \sum_{j=0}^{N_{m-1}} w_{ij}^{(m)}(t-1) x_j^{(m-1)}(t) \quad (\text{A1.6})$$

$$x_i^{(m)}(t) = f\left(y_i^{(m)}(t)\right). \quad (\text{A1.7})$$

評価関数の導関数を導出する. まず出力層 (M 層) の $i(i \in [1, N_M])$ 番目のユニットへ, $M-1$ 層の $j(j \in [0, N_{M-1}])$ 番目のユニットから結合している重み $w_{ij}^{(M)}(t)$ から始める. $E(t)$ を $w_{ij}^{(M)}(t)$ で偏微分すると.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(t)}{\partial w_{ij}^{(M)}(t)} &= \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \left\{ e_i^{(M)}(n, t) \frac{\partial e_i^{(M)}(n, t)}{\partial y_i^{(M)}(n, t)} \frac{\partial y_i^{(M)}(n, t)}{\partial w_{ij}^{(M)}(t)} \right\} \\ &= - \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} e_i^{(M)}(n, t) x_j^{(M-1)}(n, t). \end{aligned} \quad (\text{A1.8})$$

次に $m-1(m-1 \in [1, M-2])$ 層の $j(j \in [0, N_{m-1}])$ 番目のユニットから $m(m \in [2, M-1])$ 層の $i(i \in [1, N_m])$ 番目のユニットに結合している $w_{ij}^{(m)}(t)$ について検討する.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(t)}{\partial w_{ij}^{(m)}(t)} &= \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \sum_{k=1}^{N_M} \left\{ e_k^{(M)}(n, t) \frac{\partial e_k^{(M)}(n, t)}{\partial y_k^{(M)}(n, t)} \frac{\partial y_k^{(M)}(n, t)}{\partial w_{ij}^{(m)}(t)} \right\} \\ &= - \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \sum_{k=1}^{N_M} \left\{ e_k^{(M)}(n, t) \frac{\partial y_k^{(M)}(n, t)}{\partial w_{ij}^{(m)}(t)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A1.9})$$

$$= - \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \sum_{l=1}^{N_{M-1}} \left\{ c_l^{(M-1)}(n, t) \frac{\partial y_l^{(M-1)}(n, t)}{\partial w_{ij}^{(m)}(t)} \right\} \quad (\text{A1.10})$$

ここで.

$$e_l^{(M-1)}(n, t) = f' \left(y_l^{(M-1)}(n, t) \right) \sum_{k=1}^{N_M} e_k^{(M)}(n, t) w_{kl}^{(M)}(t) \quad (\text{A1.11})$$

とした.(A1.9) と (A1.10) 式を比べると. これらは同一形式であるが. M 層に関する計算から $M - 1$ 層に関する計算になっていることに注意する. 以下同様に m 層までこの計算を続けることにより次式を得る.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(t)}{\partial w_{ij}^{(m)}(t)} &= - \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \left\{ e_i^{(m)}(n, t) \frac{\partial y_i^{(m)}(n, t)}{\partial w_{ij}^{(m)}(t)} \right\} \\ &= - \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} e_i^{(m)}(n, t) x_j^{(m-1)}(n, t) \end{aligned} \quad (\text{A1.12})$$

ここで.

$$e_i^{(m)}(n, t) = f' \left(y_i^{(m)}(n, t) \right) \sum_{k=1}^{N_{m+1}} e_k^{(m+1)}(n, t) w_{ki}^{(m+1)}(t). \quad (\text{A1.13})$$

出力層, 中間層ともに同じ形式の導関数が式 (A1.8). (A1.12) のように導けた. 以後一般に次式について検討する.

$$\frac{\partial E(t)}{\partial w_{ij}^{(m)}(t)} = - \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} e_i^{(m)}(n, t) x_j^{(m-1)}(n, t) \quad (\text{A1.14})$$

ここで $e_i^{(m)}(n, t)$ ($m \in [2, M], i \in [1, N_m]$) は誤差信号で. 出力層, 中間層ともに次式で定義する (出力層については (A1.2) で定義したものと同一, 中間層については (A1.11), (A1.13) とはもう一つ別の定義になる).

$$e_i^{(m)}(n, t) = d_i^{(m)}(n) - \sum_{k=0}^{N_{m-1}} w_{ik}^{(m)}(t) x_k^{(m-1)}(n, t). \quad (\text{A1.15})$$

式 (A1.15) を (A1.14) に代入し, これを 0 とすることで決定論的正規方程式⁽⁴⁹⁾を得ることができる.

$$\sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \left\{ d_i^{(m)}(n) - \sum_{k=0}^{N_{m-1}} w_{ik}^{(m)}(t) x_k^{(m-1)}(n, t) \right\} x_j^{(m-1)}(n, t) = 0$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} d_i^{(m)}(n) x_j^{(m-1)}(n, t) \\ &= \sum_{k=0}^{N_{m-1}} w_{ik}^{(m)}(t) \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} x_k^{(m-1)}(n, t) x_j^{(m-1)}(n, t). \end{aligned} \quad (\text{A1.16})$$

ここでデータ長 t にわたって和をとった $m-1$ ($m-1 \in [1, M-1]$) 層の k ($k \in [0, N_{m-1}]$) 番目の出力と j ($j \in [0, N_{m-1}]$) 番目の出力の決定論的相関関数を定義する.

$$a_{jk}^{(m)}(t) = \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} x_j^{(m-1)}(n, t) x_k^{(m-1)}(n, t). \quad (\text{A1.17})$$

またデータ長 t にわたって和をとった $m-1$ ($m-1 \in [1, M-1]$) 層の j ($j \in [0, N_{m-1}]$) 番目の出力と m ($m \in [2, M]$) 層の i ($i \in [1, N_m]$) 番目のユニットの望ましい内部ポテンシャルの決定論的相関関数を定義する.

$$b_{ij}^{(m)}(t) = \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} d_i^{(m)}(n) x_j^{(m-1)}(n, t). \quad (\text{A1.18})$$

これらを用いて正規方程式 (A1.16) は次式になる.

$$b_{ij}^{(m)}(t) = \sum_{k=0}^{N_{m-1}} w_{ik}^{(m)}(t) a_{jk}^{(m)}(t). \quad (\text{A1.19})$$

次に正規方程式を行列表記するために、次のようなベクトル及び行列を定義する.

$$\mathbf{D}_i^{(m)}(t) = \left[b_{i0}^{(m)}(t), \dots, b_{iN_{m-1}}^{(m)}(t) \right]^T \quad (\text{A1.20})$$

$$\mathbf{R}^{(m)}(t) = \begin{bmatrix} a_{00}^{(m)}(t) & a_{01}^{(m)}(t) & \cdots & a_{0N_{m-1}}^{(m)}(t) \\ a_{10}^{(m)}(t) & a_{11}^{(m)}(t) & \cdots & a_{1N_{m-1}}^{(m)}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N_{m-1}0}^{(m)}(t) & a_{N_{m-1}1}^{(m)}(t) & \cdots & a_{N_{m-1}N_{m-1}}^{(m)}(t) \end{bmatrix} \quad (\text{A1.21})$$

$$\mathbf{W}_i^{(m)}(t) = \left[w_{i0}^{(m)}(t), \dots, w_{iN_{m-1}}^{(m)}(t) \right]^T. \quad (\text{A1.22})$$

これらを用いると正規方程式 (A1.19) は次式になる.

$$\mathbf{D}_i^{(m)}(t) = \mathbf{R}^{(m)}(t) \mathbf{W}_i^{(m)}(t). \quad (\text{A1.23})$$

式 (A1.23) を再帰的に解く. まず $\mathbf{R}^{(m)}(t)$ が再帰的に計算できる.

$$\mathbf{R}^{(m)}(t) = \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \mathbf{X}^{(m-1)}(t) \mathbf{X}^{(m-1)T}(t) \quad (\text{A1.24})$$

$$\mathbf{X}^{(m-1)}(t) = \left[x_0^{(m-1)}(t) \cdots x_{\lambda_{m-1}}^{(m-1)}(t) \right]^T \quad (\text{A1.25})$$

であるから.

$$\mathbf{R}^{(m)}(t) = \beta \mathbf{R}^{(m)}(t-1) + \mathbf{X}^{(m-1)}(t) \mathbf{X}^{(m-1)T}(t). \quad (\text{A1.26})$$

逆行列の補助定理[†] を用いて上式は次式に書き換えられる.

$$\begin{aligned} & \mathbf{R}^{(m)-1}(t) \\ &= \frac{1}{\beta} \left\{ \mathbf{R}^{(m)-1}(t-1) \right. \\ & \quad \left. - \frac{\mathbf{R}^{(m)-1}(t-1) \mathbf{X}^{(m-1)}(t) \mathbf{X}^{(m-1)T}(t) \mathbf{R}^{(m)-1}(t-1)}{\beta + \mathbf{X}^{(m-1)T}(t) \mathbf{R}^{(m)-1}(t-1) \mathbf{X}^{(m-1)}(t)} \right\} \quad (\text{A1.27}) \end{aligned}$$

ここで $\mathbf{P}^{(m)}(t) = \mathbf{R}^{(m)-1}(t)$ とおき, N 次元ベクトルのカルマンゲインベクトルと呼ぶ次式を定義する.

$$\mathbf{K}^{(m)}(t) = \frac{1}{\beta + \mu^{(m)}(t)} \mathbf{P}^{(m)}(t-1) \mathbf{X}^{(m-1)}(t) \quad (\text{A1.28})$$

ここで $\mu^{(m)}(t)$ はスカラで次式で定義される.

$$\mu^{(m)}(t) = \mathbf{X}^{(m-1)T}(t) \mathbf{P}^{(m)}(t-1) \mathbf{X}^{(m-1)}(t). \quad (\text{A1.29})$$

これらより次式を得ることができる.

$$\mathbf{P}^{(m)}(t) = \frac{1}{\beta} \left\{ \mathbf{P}^{(m)}(t-1) - \mathbf{K}^{(m)}(t) \mathbf{X}^{(m-1)T}(t) \mathbf{P}^{(m)}(t-1) \right\}. \quad (\text{A1.30})$$

両辺に $\mathbf{X}^{(m-1)}(t)$ をかけると

$$\mathbf{P}^{(m)}(t) \mathbf{X}^{(m-1)}(t)$$

[†] $(\mathbf{A} + bc)^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{A}^{-1}bc\mathbf{A}^{-1}}{1+c\mathbf{A}^{-1}b}$. ($\mathbf{A}(n \times n)$, $b(n \times 1)$, $c(1 \times n)$)

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\beta} \left\{ \mathbf{P}^{(m)}(t-1) \mathbf{X}^{(m-1)}(t) \right. \\
&\quad \left. - \mathbf{K}^{(m)}(t) \mathbf{X}^{(m-1)T}(t) \mathbf{P}^{(m)}(t-1) \mathbf{X}^{(m-1)}(t) \right\} \\
&= \frac{1}{\beta} \left[\left\{ \beta + \mu^{(m)}(t) \right\} \mathbf{K}^{(m)}(t) - \mathbf{K}^{(m)}(t) \mu(t)^{(m)} \right] \\
&= \mathbf{K}^{(m)}(t) \tag{A1.31}
\end{aligned}$$

を得ることができる.

$$\mathbf{W}_i^{(m)}(t) = \mathbf{P}^{(m)}(t) \mathbf{D}_i^{(m)}(t) \tag{A1.32}$$

であり,

$$\mathbf{D}_i^{(m)}(t) = \beta \mathbf{D}_i^{(m)}(t-1) + d_i^{(m)}(t) \mathbf{X}^{(m-1)}(t) \tag{A1.33}$$

なので次式を得ることができる.

$$\begin{aligned}
\mathbf{W}_i^{(m)}(t) &= \frac{1}{\beta} \left\{ \mathbf{P}^{(m)}(t-1) - \mathbf{K}^{(m)}(t) \mathbf{X}^{(m-1)T}(t) \mathbf{P}^{(m)}(t-1) \right\} \\
&\quad \cdot \left\{ \beta \mathbf{D}_i^{(m)}(t-1) + d_i^{(m)}(t) \mathbf{X}^{(m-1)}(t) \right\} \\
&= \mathbf{P}^{(m)}(t-1) \mathbf{D}_i^{(m)}(t-1) + \frac{1}{\beta} d_i^{(m)}(t) \mathbf{P}^{(m)}(t-1) \mathbf{X}^{(m-1)}(t) \\
&\quad - \mathbf{K}^{(m)}(t) \mathbf{X}^{(m-1)T}(t) \mathbf{P}^{(m)}(t-1) \mathbf{D}_i^{(m)}(t-1) \\
&\quad - \frac{1}{\beta} d_i^{(m)}(t) \mathbf{K}^{(m)}(t) \mathbf{X}^{(m-1)T}(t) \mathbf{P}^{(m)}(t-1) \mathbf{X}^{(m-1)}(t) \\
&= \mathbf{W}_i^{(m)}(t-1) \\
&\quad + \mathbf{K}^{(m)}(t) \left\{ d_i^{(m)}(t) - \mathbf{X}^{(m-1)T}(t) \mathbf{W}_i^{(m)}(t-1) \right\}. \tag{A1.34}
\end{aligned}$$

上式の最後の項は, 時刻 $t-1$ での重みを用いた時刻 t の入力に対する内部ポテンシャルであり, 時刻 t における内部ポテンシャル $y_i^{(m)}(t)$ にほかならない.

$$e_i^{(m)}(t, t-1) = d_i^{(m)}(t) - y_i^{(m)}(t) = e_i^{(m)}(t) \tag{A1.35}$$

とすれば, 最終的に,

$$\mathbf{W}_i^{(m)}(t) = \mathbf{W}_i^{(m)}(t-1) + \mathbf{K}^{(m)}(t) e_i^{(m)}(t) \tag{A1.36}$$

を得ることができる.

付録2 RLS アルゴリズムを用いた複素ニューラルネットワークの学習アルゴリズムの導出

ここで用いる記号は付録1のものと同様であるが、変数は複素数であり、例えば、次式のように表記される。

$$x_i^{(m)}(t) = x_{iR}^{(m)}(t) + jx_{iI}^{(m)}(t). \quad (\text{A2.1})$$

評価関数を次式で定義する。

$$E(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \sum_{i=1}^{N_M} |e_i^{(M)}(n, t)|^2 \quad (\text{A2.2})$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \sum_{i=1}^{N_M} \left\{ e_{iR}^{(M)}(n, t)^2 + e_{iI}^{(M)}(n, t)^2 \right\} \quad (\text{A2.3})$$

$$e_i^{(M)}(n, t) = d_i^{(M)}(n) - y_i^{(M)}(n, t). \quad (\text{A2.4})$$

出力層のユニットの望ましい内部ポテンシャルは次式で与えられる。

$$d_i^{(M)}(t) = f^{-1}(t_{iR}(t)) + jf^{-1}(t_{iI}(t)). \quad (\text{A2.5})$$

$m (m \in [2, M])$ 層の i 番目のユニットの時刻 t の重みを用いた時の時刻 n の入力に対する内部ポテンシャル及び出力を次式で定義する^{(16),(17),(90),(96)}.

$$\begin{aligned} & y_i^{(m)}(n, t) \\ &= \sum_{j=0}^{N_{m-1}} w_{ij}^{(m)}(t) x_j^{(m-1)}(n, t), i \in [1, N_m] \end{aligned} \quad (\text{A2.6})$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{j=0}^{N_{m-1}} \left\{ w_{ijR}^{(m)}(t) x_{jR}^{(m-1)}(n, t) - w_{ijI}^{(m)}(t) x_{jI}^{(m-1)}(n, t) \right\} \\ &+ j \sum_{j=0}^{N_{m-1}} \left\{ w_{ijI}^{(m)}(t) x_{jR}^{(m-1)}(n, t) + w_{ijR}^{(m)}(t) x_{jI}^{(m-1)}(n, t) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A2.7})$$

$$x_i^{(m)}(n, t) = F \left(y_i^{(m)}(n, t) \right) \quad (\text{A2.8})$$

$$= f \left(y_{iR}^{(m)}(n, t) \right) + jf \left(y_{iI}^{(m)}(n, t) \right) \quad (\text{A2.9})$$

ここで.

$$F(x) = f(x_R) + jf(x_I) \quad (\text{A2.10})$$

である.

時刻 $t - 1$ の重みを用いた時の時刻 t の入力に対する (すなわち時刻 t の) 内部ポテンシャル及び出力は次式で表される.

$$y_i^{(m)}(t) = \sum_{j=0}^{N_{m-1}} w_{ij}^{(m)}(t-1)x_j^{(m-1)}(t) \quad (\text{A2.11})$$

$$x_i^{(m)}(t) = F\left(y_i^{(m)}(t)\right). \quad (\text{A2.12})$$

次に評価関数の導関数を導出する. 出力層 (M 層) の i ($i \in [1, N_M]$) 番目のユニットへ, $M - 1$ 層の j ($j \in [0, N_{M-1}]$) 番目のユニットから結合している重み $w_{ij}^{(M)}(t)$ から始める. $E(t)$ を $w_{ijR}^{(M)}(t)$ で偏微分すると.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(t)}{\partial w_{ijR}^{(M)}(t)} &= \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \left\{ e_{iR}^{(M)}(n, t) \frac{\partial e_{iR}^{(M)}(n, t)}{\partial y_{ijR}^{(M)}(n, t)} \frac{\partial y_{iR}^{(M)}(n, t)}{\partial w_{ijR}^{(M)}(t)} \right. \\ &\quad \left. + e_{iI}^{(M)}(n, t) \frac{\partial e_{iI}^{(M)}(n, t)}{\partial y_{ijI}^{(M)}(n, t)} \frac{\partial y_{iI}^{(M)}(n, t)}{\partial w_{ijR}^{(M)}(t)} \right\} \\ &= \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \left\{ -e_{iR}^{(M)}(n, t)x_{jR}^{(M-1)}(n, t) \right. \\ &\quad \left. - e_{iI}^{(M)}(n, t)x_{jI}^{(M-1)}(n, t) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A2.13})$$

$w_{ijI}^{(M)}(t)$ についても同様に,

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(t)}{\partial w_{ijI}^{(M)}(t)} &= \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \left\{ e_{iR}^{(M)}(n, t)x_{jI}^{(M-1)}(n, t) \right. \\ &\quad \left. - e_{iI}^{(M)}(n, t)x_{jR}^{(M-1)}(n, t) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A2.14})$$

以上より,

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(t)}{\partial w_{ij}^{(M)}(t)} &= \frac{\partial E(t)}{\partial w_{ijR}^{(M)}(t)} + j \frac{\partial E(t)}{\partial w_{ijI}^{(M)}(t)} \\ &= - \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} e_i^{(M)}(n, t)x_j^{(M-1)*}(n, t). \end{aligned} \quad (\text{A2.15})$$

ここで*は複素共役を表す. 次に $m-1$ ($m-1 \in [1, M-2]$) 層の j ($j \in [0, N_{m-1}]$) 番目のユニットから m ($m \in [2, M-1]$) 層の i ($i \in [1, N_m]$) 番目のユニットに結合している $w_{ijR}^{(m)}(t)$ について検討する.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(t)}{\partial w_{ijR}^{(m)}(t)} &= \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \sum_{k=1}^{N_M} \left\{ e_{kR}^{(M)}(n, t) \frac{\partial e_{kR}^{(M)}(n, t)}{\partial y_{kR}^{(M)}(n, t)} \frac{\partial y_{kR}^{(M)}(n, t)}{\partial w_{ijR}^{(m)}(t)} \right. \\ &\quad \left. + e_{kI}^{(M)}(n, t) \frac{\partial e_{kI}^{(M)}(n, t)}{\partial y_{kI}^{(M)}(n, t)} \frac{\partial y_{kI}^{(M)}(n, t)}{\partial w_{ijR}^{(m)}(t)} \right\} \\ &= - \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \sum_{k=1}^{N_M} \left\{ e_{kR}^{(M)}(n, t) \frac{\partial y_{kR}^{(M)}(n, t)}{\partial w_{ijR}^{(m)}(t)} \right. \\ &\quad \left. + e_{kI}^{(M)}(n, t) \frac{\partial y_{kI}^{(M)}(n, t)}{\partial w_{ijR}^{(m)}(t)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A2.16})$$

$$\begin{aligned} &= - \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \sum_{l=1}^{N_{M-1}} \left\{ e_{lR}^{(M-1)}(n, t) \frac{\partial y_{lR}^{(M-1)}(n, t)}{\partial w_{ijR}^{(m)}(t)} \right. \\ &\quad \left. + e_{lI}^{(M-1)}(n, t) \frac{\partial y_{lI}^{(M-1)}(n, t)}{\partial w_{ijR}^{(m)}(t)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A2.17})$$

ここで,

$$\begin{aligned} e_{lR}^{(M-1)}(n, t) &= f' \left(y_{lR}^{(M-1)}(n, t) \right) \sum_{k=1}^{N_M} \left\{ e_{kR}^{(M)}(n, t) w_{klR}^{(M)}(t) \right. \\ &\quad \left. + e_{kI}^{(M)}(n, t) w_{klI}^{(M)}(t) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A2.18})$$

$$\begin{aligned} e_{lI}^{(M-1)}(n, t) &= f' \left(y_{lI}^{(M-1)}(n, t) \right) \sum_{k=1}^{N_M} \left\{ -e_{kR}^{(M)}(n, t) w_{klI}^{(M)}(t) \right. \\ &\quad \left. + e_{kI}^{(M)}(n, t) w_{klR}^{(M)}(t) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A2.19})$$

とした.(A2.16)と(A2.17)式を比べると,これらは同一形式であるが, M 層に関する計算から $M-1$ 層に関する計算になっていることに注意する.以下同様に m 層までこの計算を続けることにより次式を得る.

$$\frac{\partial E(t)}{\partial w_{ijR}^{(m)}(t)} = - \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \left\{ e_{iR}^{(m)}(n, t) \frac{\partial y_{iR}^{(m)}(n, t)}{\partial w_{ijR}^{(m)}(t)} + e_{iI}^{(m)}(n, t) \frac{\partial y_{iI}^{(m)}(n, t)}{\partial w_{ijR}^{(m)}(t)} \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= - \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \left\{ e_{iR}^{(m)}(n, t) x_{jR}^{(m-1)}(n, t) \right. \\
&\quad \left. + e_{iI}^{(m)}(n, t) x_{jI}^{(m-1)}(n, t) \right\} \quad (\text{A2.20})
\end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
e_{iR}^{(m)}(n, t) &= f' \left(y_{iR}^{(m)}(n, t) \right) \sum_{k=1}^{N_{m+1}} \left\{ c_{kR}^{(m+1)}(n, t) w_{kiR}^{(m+1)}(t) \right. \\
&\quad \left. + e_{kI}^{(m+1)}(n, t) w_{kiI}^{(m+1)}(t) \right\} \quad (\text{A2.21})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_{iI}^{(m)}(n, t) &= f' \left(y_{iI}^{(m)}(n, t) \right) \sum_{k=1}^{N_{m+1}} \left\{ -c_{kR}^{(m+1)}(n, t) w_{kiI}^{(m+1)}(t) \right. \\
&\quad \left. + e_{kI}^{(m+1)}(n, t) w_{kiR}^{(m+1)}(t) \right\}. \quad (\text{A2.22})
\end{aligned}$$

同様に $w_{ijI}^{(m)}(t)$ について,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E(t)}{\partial w_{ijI}^{(m)}(t)} &= - \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \left\{ -e_{iR}^{(m)}(n, t) x_{jI}^{(m-1)}(n, t) \right. \\
&\quad \left. + e_{iI}^{(m)}(n, t) x_{jR}^{(m-1)}(n, t) \right\}. \quad (\text{A2.23})
\end{aligned}$$

以上より, 出力層の場合と同様に,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E(t)}{\partial w_{ij}^{(m)}(t)} &= \frac{\partial E(t)}{\partial w_{ijR}^{(m)}(t)} + j \frac{\partial E(t)}{\partial w_{ijI}^{(m)}(t)} \\
&= - \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} e_i^{(m)}(n, t) x_j^{(m-1)*}(n, t). \quad (\text{A2.24})
\end{aligned}$$

出力層, 中間層ともに同じ形式の導関数が式 (A2.15), (A2.24) のように導けた. 以後一般に次式について検討する.

$$\frac{\partial E(t)}{\partial w_{ij}^{(m)}(t)} = - \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} e_i^{(m)}(n, t) x_j^{(m-1)*}(n, t). \quad (\text{A2.25})$$

ここで $e_i^{(m)}(n, t)$ ($m \in [2, M], i \in [1, N_m]$) は誤差信号で, 出力層, 中間層ともに次式で定義する (出力層については (A2.4) で定義したものと同一, 中間層については (A2.18), (A2.19), (A2.21), (A2.22) とはもう

つ別の定義になる) .

$$e_i^{(m)}(n, t) = d_i^{(m)}(n) - \sum_{k=0}^{N_{m-1}} w_{ik}^{(m)}(t) x_k^{(m-1)}(n, t). \quad (\text{A2.26})$$

式 (A2.26) を (A2.25) に代入し、(A2.25) を 0 とすることで決定論的正規方程式⁽⁹⁷⁾を得ることができる.

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \left\{ d_i^{(m)}(n) - \sum_{k=0}^{N_{m-1}} w_{ik}^{(m)}(t) x_k^{(m-1)}(n, t) \right\} x_j^{(m-1)*}(n, t) &= 0 \\ \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} d_i^{(m)}(n) x_j^{(m-1)*}(n, t) & \\ = \sum_{k=0}^{N_{m-1}} w_{ik}^{(m)}(t) \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} x_k^{(m-1)}(n, t) x_j^{(m-1)*}(n, t). & \quad (\text{A2.27}) \end{aligned}$$

ここでデータ長 t にわたって和をとった $m-1$ ($m-1 \in [1, M-1]$) 層の k ($k \in [0, N_{m-1}]$) 番目の出力と j ($j \in [0, N_{m-1}]$) 番目の出力の決定論的相関関数を定義する.

$$a_{jk}^{(m)}(t) = \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} x_j^{(m-1)*}(n, t) x_k^{(m-1)}(n, t). \quad (\text{A2.28})$$

またデータ長 t にわたって和をとった $m-1$ ($m-1 \in [1, M-1]$) 層の j ($j \in [0, N_{m-1}]$) 番目の出力と m ($m \in [2, M]$) 層の i ($i \in [1, N_m]$) 番目のユニットの望ましい内部ポテンシャルの決定論的相関関数を定義する.

$$b_{ij}^{(m)}(t) = \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} d_i^{(m)}(n) x_j^{(m-1)*}(n, t). \quad (\text{A2.29})$$

これらを用いて正規方程式 (A2.27) は次式になる.

$$b_{ij}^{(m)}(t) = \sum_{k=0}^{N_{m-1}} w_{ik}^{(m)}(t) a_{jk}^{(m)}(t). \quad (\text{A2.30})$$

次に正規方程式を行列表記するために、次のようなベクトル及び行列を定義する.

$$\mathbf{D}_i^{(m)}(t) = \left[b_{i0}^{(m)}(t), \dots, b_{iN_{m-1}}^{(m)}(t) \right]^T \quad (\text{A2.31})$$

$$\mathbf{R}^{(m)}(t) = \begin{bmatrix} a_{00}^{(m)}(t) & a_{01}^{(m)}(t) & \cdots & a_{0,N_{m-1}}^{(m)}(t) \\ a_{10}^{(m)}(t) & a_{11}^{(m)}(t) & \cdots & a_{1,N_{m-1}}^{(m)}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N_{m-1}0}^{(m)}(t) & a_{N_{m-1}1}^{(m)}(t) & \cdots & a_{N_{m-1},N_{m-1}}^{(m)}(t) \end{bmatrix} \quad (\text{A2.32})$$

$$\mathbf{W}_i^{(m)}(t) = \left[w_{i0}^{(m)}(t), \dots, w_{i,N_{m-1}}^{(m)}(t) \right]^T. \quad (\text{A2.33})$$

これらを用いると正規方程式 (A2.30) は次式になる.

$$\mathbf{D}_i^{(m)}(t) = \mathbf{R}^{(m)}(t) \mathbf{W}_i^{(m)}(t). \quad (\text{A2.34})$$

式 (A2.34) を再帰的に解く. まず $\mathbf{R}^{(m)}(t)$ が再帰的に計算できる.

$$\mathbf{R}^{(m)}(t) = \sum_{n=0}^t \beta^{t-n} \mathbf{X}^{(m-1)*}(t) \mathbf{X}^{(m-1)T}(t) \quad (\text{A2.35})$$

$$\mathbf{X}^{(m-1)}(t) = \left[x_0^{(m-1)}(t), \dots, x_{N_{m-1}}^{(m-1)}(t) \right]^T \quad (\text{A2.36})$$

であるから.

$$\mathbf{R}^{(m)}(t) = \beta \mathbf{R}^{(m)}(t-1) + \mathbf{X}^{(m-1)*}(t) \mathbf{X}^{(m-1)T}(t). \quad (\text{A2.37})$$

逆行列の補助定理を用いて上式は次式に書き換えられる.

$$\begin{aligned} & \mathbf{R}^{(m)-1}(t) \\ &= \frac{1}{\beta} \left\{ \mathbf{R}^{(m)-1}(t-1) \right. \\ & \quad \left. - \frac{\mathbf{R}^{(m)-1}(t-1) \mathbf{X}^{(m-1)*}(t) \mathbf{X}^{(m-1)T}(t) \mathbf{R}^{(m)-1}(t-1)}{\beta + \mathbf{X}^{(m-1)T}(t) \mathbf{R}^{(m)-1}(t-1) \mathbf{X}^{(m-1)*}(t)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A2.38})$$

ここで $\mathbf{P}^{(m)}(t) = \mathbf{R}^{(m)-1}(t)$ とおき, N 次元ベクトルのカルマンゲインベクトルと呼ぶ次式を定義する.

$$\mathbf{K}^{(m)}(t) = \frac{1}{\beta + \mu^{(m)}(t)} \mathbf{P}^{(m)}(t-1) \mathbf{X}^{(m-1)*}(t) \quad (\text{A2.39})$$

ここで $\mu^{(m)}(t)$ はスカラーで次式で定義される

$$\mu^{(m)}(t) = \mathbf{X}^{(m-1)T}(t) \mathbf{P}^{(m)}(t-1) \mathbf{X}^{(m-1)*}(t). \quad (\text{A2.40})$$

これらより次式を得ることができる.

$$\mathbf{P}^{(m)}(t) = \frac{1}{\beta} \left\{ \mathbf{P}^{(m)}(t-1) - \mathbf{K}^{(m)}(t) \mathbf{X}^{(m-1)T}(t) \mathbf{P}^{(m)}(t-1) \right\}. \quad (\text{A2.41})$$

両辺に $\mathbf{X}^{(m-1)*}(t)$ をかけると

$$\mathbf{P}^{(m)}(t) \mathbf{X}^{(m-1)*}(t) = \mathbf{K}^{(m)}(t) \quad (\text{A2.42})$$

を得ることができる.

$$\mathbf{W}_i^{(m)}(t) = \mathbf{P}^{(m)}(t) \mathbf{D}_i^{(m)}(t) \quad (\text{A2.43})$$

であり,

$$\mathbf{D}_i^{(m)}(t) = \beta \mathbf{D}_i^{(m)}(t-1) + d_i^{(m)}(t) \mathbf{X}^{(m-1)*}(t) \quad (\text{A2.44})$$

なので次式を得ることができる.

$$\mathbf{W}_i^{(m)}(t) = \mathbf{W}_i^{(m)}(t-1) + \mathbf{K}^{(m)}(t) \left\{ d_i^{(m)}(t) - \mathbf{X}^{(m-1)T}(t) \mathbf{W}_i^{(m)}(t-1) \right\}. \quad (\text{A2.45})$$

上式の最後の項は, 時刻 $t-1$ での重みを用いた時刻 t の入力に対する内部ポテンシャルであり, 時刻 t における内部ポテンシャル $y_i^{(m)}(t)$ にほかならない.

$$e_i^{(m)}(t, t-1) = d_i^{(m)}(t) - y_i^{(m)}(t) = e_i^{(m)}(t) \quad (\text{A2.46})$$

とすれば, 最終的に,

$$\mathbf{W}_i^{(m)}(t) = \mathbf{W}_i^{(m)}(t-1) + \mathbf{K}^{(m)}(t) e_i^{(m)}(t) \quad (\text{A2.47})$$

を得ることができる.

付録3 非同期符号分割多元接続通信の最適マルチユーザー検波の尤度関数の導出

全ての K ユーザーについて、 i 番目から $P+i-1$ 番目までの情報ビット系列からなる、合計 PK ビットの最適な復調を考える。受信機では、信号のパラメータの正確な推定が得られていると仮定する。また、通信路雑音が白色ガウス雑音で、全ての送信信号が等確率で送信されると仮定する。各ユーザーの時間遅延は、 $0 \leq \tau_1 \leq \dots \leq \tau_K < T_b$ と仮定する。最尤系列推定、すなわち最適マルチユーザー検波は、次式のユークリッド距離を最小にするような情報ビットベクトル系列 $\{\hat{\mathbf{b}}^{(p)} = [\hat{b}_1^{(p)}, \hat{b}_2^{(p)}, \dots, \hat{b}_K^{(p)}]^T, p = i-1, \dots, P+i\}$ を見つけることにより行なわれる。

$$\int_{iT_b+\tau_1}^{(P+i)T_b+\tau_K} [r(t) - \hat{S}(t)]^2 dt \quad (\text{A3.1})$$

ここで、

$$\hat{S}(t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^K \hat{b}_k^{(p)} s_k(t - pT_b - \tau_k) \quad (\text{A3.2})$$

であり、 $r(t)$ は受信信号である。式 (A3.1) を次式のように書き換える。

$$\int_{iT_b+\tau_1}^{(P+i)T_b+\tau_K} r^2(t) dt - 2 \int_{iT_b+\tau_1}^{(P+i)T_b+\tau_K} r(t) \hat{S}(t) dt + \int_{iT_b+\tau_1}^{(P+i)T_b+\tau_K} \hat{S}^2(t) dt. \quad (\text{A3.3})$$

式 (A3.3) の第一項は定数であるので、最小値探索には影響が無いので無視できる。その結果式 (A3.1) の最小化は、次式の尤度関数の最大化と等価である。

$$L = 2 \int_{iT_b+\tau_1}^{(P+i)T_b+\tau_K} r(t) \hat{S}(t) dt - \int_{iT_b+\tau_1}^{(P+i)T_b+\tau_K} \hat{S}^2(t) dt. \quad (\text{A3.4})$$

式 (A3.4) の第一項、第二項をそれぞれ計算する。まず、第一項は、

$$\begin{aligned} & \int_{iT_b+\tau_1}^{(P+i)T_b+\tau_K} r(t) \hat{S}(t) dt \\ &= \int_{iT_b+\tau_1}^{(P+i)T_b+\tau_K} \sum_{p=i-1}^{P+i} \sum_{k=1}^K \hat{b}_k^{(p)} s_k(t - pT_b - \tau_k) r(t) dt \\ &= \sum_{k=1}^K \left\{ \hat{b}_k^{(i-1)} z_k^{(i-1)} + \sum_{p=i}^{P+i-1} \hat{b}_k^{(p)} z_k^{(p)} + \hat{b}_k^{(P+i)} z_k^{(P+i)} \right\} \quad (\text{A3.5}) \end{aligned}$$

ここで,

$$z_k^{(i-1)} = \int_{iT_b+\tau_1}^{iT_b+\tau_k} s_k(t - (i-1)T_b - \tau_k)r(t)dt \quad (\text{A3.6a})$$

$$z_k^{(p)} = \int_{pT_b+\tau_k}^{(p+1)T_b+\tau_k} s_k(t - pT_b - \tau_k)r(t)dt \quad (\text{A3.6b})$$

$$z_k^{(P+i)} = \int_{(P+i)T_b+\tau_k}^{(P+i+1)T_b+\tau_k} s_k(t - (P+i)T_b - \tau_k)r(t)dt \quad (\text{A3.6c})$$

である. 次に, 第二項は,

$$\begin{aligned} & \int_{iT_b+\tau_1}^{(P+i)T_b+\tau_K} \hat{S}^2(t)dt \\ &= \int_{iT_b+\tau_1}^{(P+i)T_b+\tau_K} \sum_{p=i-1}^{P+i} \sum_{q=i-1}^{P+i} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \hat{b}_k^{(p)} \hat{b}_l^{(q)} s_k(t - pT_b - \tau_k) s_l(t - qT_b - \tau_l) dt \\ &= \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \left[\hat{b}_k^{(i-1)} \hat{b}_l^{(i-1)} h'_{kl} + \hat{b}_k^{(i-1)} \hat{b}_l^{(i)} h_{kl}(-1) \right. \\ & \quad \left. + \sum_{p=i}^{P+i-1} \left\{ \hat{b}_k^{(p)} \hat{b}_l^{(p-1)} h_{kl}(1) + \hat{b}_k^{(p)} \hat{b}_l^{(p)} h_{kl}(0) + \hat{b}_k^{(p)} \hat{b}_l^{(p+1)} h_{kl}(-1) \right\} \right. \\ & \quad \left. + \hat{b}_k^{(P+i)} \hat{b}_l^{(P+i)} h''_{kl} + \hat{b}_k^{(P+i)} \hat{b}_l^{(P+i-1)} h_{kl}(1) \right] \quad (\text{A3.7}) \end{aligned}$$

ここで,

$$h'_{kl} = \int_{\tau_1}^{\tau_k} s_k(t + T_b - \tau_k) s_l(t + T_b - \tau_l) dt \quad (\text{A3.8a})$$

$$h_{kl}(i) = \int_{\tau_k}^{T_b+\tau_k} s_k(t - \tau_k) s_l(t + iT_b - \tau_l) dt \quad (\text{A3.8b})$$

$$h''_{kl} = \int_{\tau_k}^{\tau_K} s_k(t - \tau_k) s_l(t - \tau_l) dt \quad (\text{A3.8c})$$

である. $h_{kl}(i) = h_{lk}(-i)$ であり, $h_{kl}(i) = 0$. ($|i| > 1$) であり, $h_{kl}(1) = 0$, ($k > l$) である. 以上の結果より, 尤度関数は行列表記により次のように表すことができる.

$$\begin{aligned} L &= \hat{\mathbf{b}}^{(i-1)T} \left\{ 2z^{(i-1)} - \mathbf{H}' \hat{\mathbf{b}}^{(i-1)} - \mathbf{H}(-1) \hat{\mathbf{b}}^{(i)} \right\} \\ & \quad + \sum_{p=i}^{P+i-1} \hat{\mathbf{b}}^{(p)T} \left\{ 2z^{(p)} - \mathbf{H}(1) \hat{\mathbf{b}}^{(p-1)} - \mathbf{H}(0) \hat{\mathbf{b}}^{(p)} - \mathbf{H}(-1) \hat{\mathbf{b}}^{(p+1)} \right\} \\ & \quad + \hat{\mathbf{b}}^{(P+i)T} \left\{ 2z^{(P+i)} - \mathbf{H}'' \hat{\mathbf{b}}^{(P+i)} - \mathbf{H}(1) \hat{\mathbf{b}}^{(P+i-1)} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \hat{\mathbf{b}}^{(i-1)T} \left\{ 2\mathbf{z}'^{(i-1)} - \mathbf{H}'\hat{\mathbf{b}}^{(i-1)} \right\} \\
&\quad + \sum_{p=i}^{P+i-1} \hat{\mathbf{b}}^{(p)T} \left\{ 2\mathbf{z}^{(p)} - \mathbf{H}(0)\hat{\mathbf{b}}^{(p)} - 2\mathbf{H}(1)\hat{\mathbf{b}}^{(p-1)} \right\} \\
&\quad + \hat{\mathbf{b}}^{(P+i)T} \left\{ 2\mathbf{z}''^{(P+i)} - \mathbf{H}''\hat{\mathbf{b}}^{(P+i)} - 2\mathbf{H}(1)\hat{\mathbf{b}}^{(P+i-1)} \right\}. \quad (\text{A3.9})
\end{aligned}$$

以上により尤度関数 (5.1) が得られた.

最適受信機では, ビタビアルゴリズムを用いて最尤系列推定を行なう. その時のブランチメトリックは次式で与えられることが尤度関数よりわかる.

$$\lambda_j = \begin{cases} \hat{\mathbf{b}}^{(i-1)T} \left\{ 2\mathbf{z}'^{(i-1)} - \mathbf{H}'\hat{\mathbf{b}}^{(i-1)} \right\} & .j = i - 1 \\ \hat{\mathbf{b}}^{(p)T} \left\{ 2\mathbf{z}^{(p)} - \mathbf{H}(0)\hat{\mathbf{b}}^{(p)} - 2\mathbf{H}(1)\hat{\mathbf{b}}^{(p-1)} \right\} & .i \leq j \leq P + i - 1 \\ \hat{\mathbf{b}}^{(P+i)T} \left\{ 2\mathbf{z}''^{(P+i)} - \mathbf{H}''\hat{\mathbf{b}}^{(P+i)} - 2\mathbf{H}(1)\hat{\mathbf{b}}^{(P+i-1)} \right\} & .j = P - i. \end{cases} \quad (\text{A3.10})$$