

# 時間領域 Hilbert 変換位相解析デジタルホログラフィ法による動的変形計測

## Dynamic digital holography based on temporal domain Hilbert transform phase analysis

環境センシング研究室 06ME223 深井 俊宏 (Toshihiro Fukai)

指導教員： 豊岡 了 教授

### Abstract

In this study, a dynamic digital holography was proposed and studied based on temporal domain Hilbert transform phase analysis. This phase analysis method has been proposed in our laboratory and applied to the Electronic Speckle Pattern Interferometry(ESPI). A great advance of the method is that it permits a dynamic observation of the object under the movement in contrast to the conventional phase shifting interferometry where the object must be kept till during the phase modulation. The digital holography has an advantage that an imaging lens can be eliminated from the observation system. This feature makes it possible to improve the optical resolution to the diffraction limit and reconstruct the object image at an arbitrary position free from the focal depth. First, computer simulations were carried out to verify the proposed algorithm for the phase analysis and image reconstruction from the recorded holograms. Next, experiments carried out to demonstrate the validity of the method. In the experiments, a deforming copper plate with an amplitude  $1.4\mu\text{m}$  p-p and frequency  $0.015\text{Hz}$  was observed, and holograms were acquired. It was confirmed that the deformation amplitude analyzed from the holograms coincides with an accuracy of 88.3%.

**Keywords:** Digital holography, Hilbert transform, 3D image reconstruction

### 1. はじめに

近年、PC・家電などのデジタル機器に対する社会的ニーズが高くなっており、その技術は著しく進歩している。一方で環境問題が深刻化しており、工業界では有害物質を排除した製品や、従来に比べて省エネルギーな製品の開発が求められている。そのためにはHDDのヘッドなどの微小機械部品の研究開発において、高精度な動的変形評価システムが必要不可欠になる。

このような要求から、本研究はデジタルホログラフィに当研究室独自の技術である、時間領域 Hilbert 変換位相解析法を導入した動的変形計測システムの開発を試みた。この手法の利点は、運動する物体の動特性をそのまま非接触かつ高感度に三次元計測ができるという点である。また、本手法は動的な三次元位置計測という視点から、エンジン等流路の設計や、大気汚染物質の把握のための粒子分布計測法への応用も期待できる。

### 2. デジタルホログラフィ

#### 2.1 ホログラフィの原理

従来の写真の作成はフィルムに像を焼付けてから現像するという手順を踏む。ホログラフィの場合は写真とは違い、物体光と参照光の重ね合わせによる干渉縞を写真乾板に記録する。これをホログラム(Hologram)という。

ホログラムに現像処理をした後、ホログラムに参照光だけを透過させると、物体光が再生される。これはホログラムに記録された干

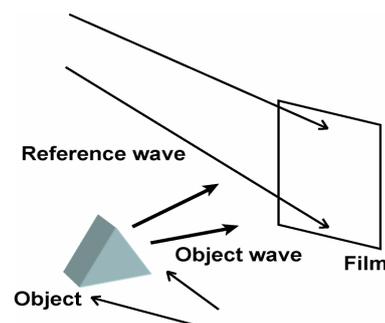


Fig.1 Recording of hologram

渉縞が回折格子の役割を演じ、位相情報を含む完全な波面が再生されるからである。この過程をホログラムの再生という。ホログラフィで再生された光波は完全な三次元像を作り出す。これに対して、従来の写真の場合は位相情報が失われ、光の強度の情報しか持たないので二次元像となる。ホログラフィには、光学系に結像系を含まないために回折限界の分解能を容易に達成できること、被写界深度の制限が無く、再生距離が任意であることなどの利点がある。

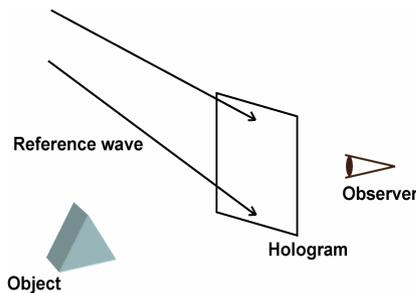


Fig.2 Reconstruction of hologram

## 2.2 デジタルホログラフィ

ホログラムを記録するとき、写真乾板を CCD などのイメージセンサに置き換え、再生はコンピュータ上で数値演算処理することによって行う方法をデジタルホログラフィと呼ぶ。前節で述べたホログラフィに対して現像時の物理・化学処理や参照光の再入射は不要になる。ただし、現在のイメージセンサの解像度は写真乾板と比べると二桁ほど低いため、物体光と参照光が入射時になす角をほぼゼロ (in-line) にする必要があるが、それだとホログラムから物体光の位相情報が失われてしまう。そのため、一般的には参照光に位相変調器を導入し、段階的に位相シフトさせた三枚以上のホログラムから位相を求める、位相シフト法が用いられている。ただ、この方法では位相シフト画像を得る間、物体は静止していなければならない、動体の観測には適していない。

## 2.3 数値計算

Fig.3 はデジタルホログラフィにおける物体、ホログラム、再生像の位置関係をそれぞれ plane で示した図である。まず、ホログラムに入射する物体光と参照光を定義する。物体面上にある物体  $b(x, y)$  を光源として、有限な距離  $d$  離れたホログラム面に伝播する散乱光は、フレネル回折より求められる。これを  $B(\xi, \eta)$  とする。参照光を  $r(\xi, \eta)$  と定義する

と、記録されるホログラムはこの二つを足し合わせた光の強度の形で以下ようになる。

$$h = (B + r)(B + r)^* \quad (1)$$

ここで\*は複素共役を表している。再生するときは、ホログラムを透過してくる参照光がフレネル回折により任意の距離  $d'$  だけ伝播する波面を考える。このときの再生波面は、

$$b'(\delta, \varepsilon) = e^{im'd/\lambda(x'^2 + y'^2)} \times \iint \left\{ h(\xi, \eta) r^*(\xi, \eta) \times e^{\frac{i\pi}{d'\lambda}(\xi^2 + \eta^2)} e^{-2i\pi(\xi\delta + \eta\varepsilon)} d\xi d\eta \right\} \quad (2)$$

と表される。ここで  $\lambda$  は光源の波長、 $(\delta, \varepsilon)$  はそれぞれ座標  $(x', y')$  の空間周波数  $\left(\frac{x'}{d'}, \frac{y'}{d'}\right)$  を意味している。実際の数値演算では離散データを扱うので、(2)式を離散化した式を用いる。

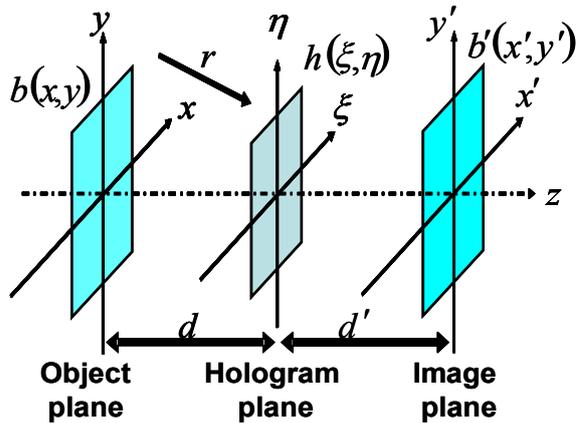


Fig.3 Geometry for digital holography

## 3. 時間領域 Hilbert 変換位相解析法

本研究では、位相解析に時間領域ヒルベルト変換位相解析法を用いる。この解析法はスペックル干渉法において動的な変形計測を可能にする手法として当研究室で提案され、過去の研究によりその有効性が確認されている。

ある時刻  $t_i$  における干渉縞の強度分布は以下のように定式化される。

$$I(x, y, t_i) = I_o(x, y, t_i) + I_m(x, y, t_i) \times \cos\{\phi(x, y, t_i) + \psi(t_i)\} \quad i = 1, 2, 3 \dots \quad (3)$$

$I_o$  は平均強度、 $I_m$  は変調度、 $\phi(x, y, t_i)$  は物体の変形に伴う位相項、 $\psi(t_i)$  は時間的に線形に変化する位相項である。実験では光学系の参照ミラーに圧電素子であるピエゾ (PZT) を取り付け、鋸歯状に駆動させることによって位相変調を導入している。この項は、物体が変形する方向の正負を判定するために必要

となる。 $I(x, y, t_i)$  から平均強度  $I_o(x, y, t_i)$  を差し引き、

$$I'(x, y, t_i) = I(x, y, t_i) - I_o(x, y, t_i) \\ = I_m \cos\{\phi(x, y, t_i) + \psi(t_i)\} \quad (4)$$

とする。これに対して Hilbert 変換を行うと、 $HT\{I(x, y, t_i)\}$

$$= HT[I_m \cos\{\phi(x, y, t_i) + \psi(t_i)\}] \\ = I_m \sin\{\phi(x, y, t_i) + \psi(t_i)\} \quad (5)$$

となり、 $\cos$  関数から対応する  $\sin$  関数を得ることができる。(4)式と(5)式の比の逆正接をとることにより、

$$\phi(x, y, t_i) + \psi(t_i) \\ = \tan^{-1}\left(\frac{HT\{I'(x, y, t_i)\}}{I'(x, y, t_i)}\right) \quad (6)$$

求めたい位相  $\phi(x, y, t_i) + \psi(t_i)$  を決定することができる。ただし、HT は時間領域における Hilbert 変換演算を表している。実際の位相解析では、画像データの各ピクセルについて時系列信号を作り、その信号に対して Hilbert 変換を行う。その際、左辺が常に正の値をとるように、既知の項  $\psi(t_i)$  が加えられているので、後から差し引く。これにより符号判別だけでなく、物体が静止しているときの形状解析も可能になる。

#### 4. シミュレーション

Fig.4 は作成したホログラフィ再生アルゴリズムに、従来法である位相シフト法を適用したシミュレーションの結果である。仮想物体として三個の粒子を設定した。Fig.4 の左上

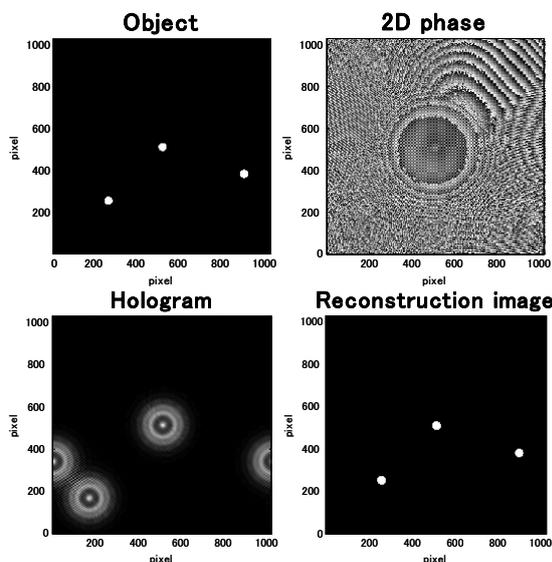


Fig.4 Results of simulation

の図が物体面での強度分布、右上が解析したホログラム面での位相分布、左下がホログラム面での強度分布、右下がイメージ面での強度分布、すなわち再生像となっている。再生はホログラム面について物体面と再生面が等距離の条件で行い、鮮明な像が再生された。さらに再生距離を少しずつ変化させた場合についても任意の距離に対応した再生像を得ることができた。これらの結果から、提案した手法およびこれを計算機で実行する際のアルゴリズムの有効性を確認することができた。

#### 5. 実験

Fig.5 に実験に使用した光学系を示す。光源には波長 514nm の Ar イオンレーザを用いた。レーザから出射した光をビームスプリッタで二つに分割し、一方を物体光、もう一方を参照光とする。参照ミラーは後ろに取り付けた圧電素子(PZT)により鋸歯状波を用いて駆動される。このとき振幅は一周期につき参照光の位相が  $2\pi$  ラジアン変化するように設定される。二つのビームは空間フィルタおよびレンズによって一様な拡大平行光となる。これらの光は再びハーフミラーで重ね合わせて CCD に入射する。このとき、二本のビームはほぼ同じ入射角、光路長、光強度となるように調整される。CCD に記録された光強度データを、コンピュータに取り込み、再生計算を行う。

観察物体は 50mm×100mm の銅板であり、後ろから PZT により正弦波状に周波数 0.015Hz、変位振幅 1.4  $\mu\text{m}$  で加振される。参照ミラーは振幅 1.34  $\mu\text{m}$ 、0.3Hz で鋸歯状に変位する。CCD カメラはピクセルサイズが 6.25  $\mu\text{m}$  × 6.25  $\mu\text{m}$ 、フレームレートが 15frame/s のものを使用し、銅板の中心から 330mm の距離に配置し、記録を行なった。

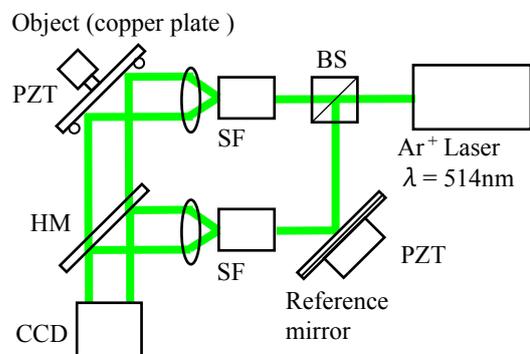


Fig.5 Optical setup

## 6. 実験結果

実験で得られた光強度データについて、4節の再生プログラムに Hilbert 変換アルゴリズムを導入し、解析を行った。解析の結果、物体像は光強度と位相情報を持つ複素振幅分布として再生される。例としてルービックキューブを物体として観察した実験結果の強度像を Fig.6 に示す。画像のサイズは 512×512 ピクセルで、再生距離を記録距離と等しく設定したため、画像の領域は実際の物理的なスケールで 270mm×270mm になる。この図をみると、ルービックキューブを構成する九個の立方体を一つ一つ識別でき、全体としてやや傾いている様子を読み取れる。このことから物体の像を再生できていることが確認できた。

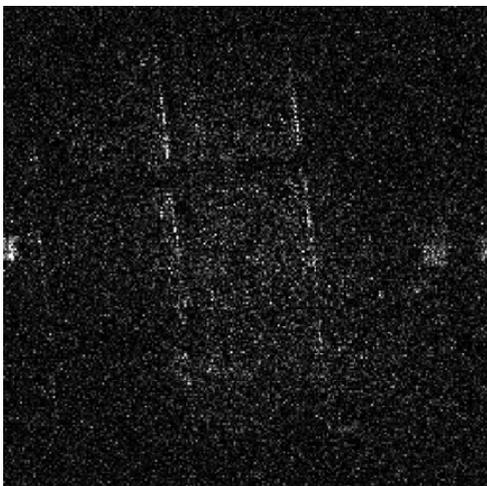


Fig.6 reconstruction image

次に、銅板の動的変形計測実験の結果を示す。再生した物体面での複素二次元分布から、銅板と PZT が直接接している領域の中の一点を選び、その点における位相を時間で並べる。物体の変位振幅は、この位相変化と光路差の関係から直ちに求められる。その点での変位振幅の時間変化を Fig.7 に示す。この図より、

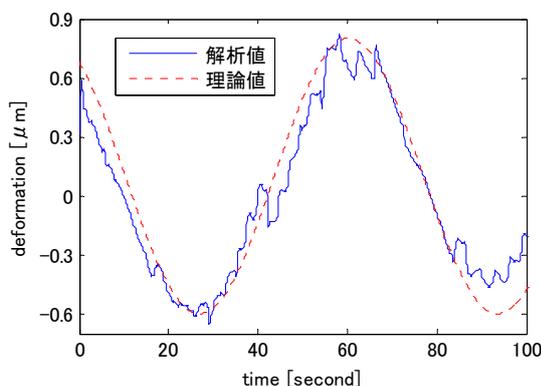


Fig.7 temporal deformation

解析した値は PZT で与えた変位振幅および正弦波の周期について、ほぼ一致していることがわかる。この図での理論値に対する解析値の割合の時間平均は 88.3%であった。しかし、43 秒付近や 92 秒付近などで理論値に対して 1.5~2.0 μm のずれがみうけられる。これは、Ar<sup>+</sup>レーザの電源ユニットの振動の影響と、プログラム中、数値の取り扱いに不適切な箇所があるための誤差が原因として考えられる。

## 7. まとめ

デジタルホログラフィの解析プログラムを作成し、シミュレーションにより再生アルゴリズムの確認を行なった。in-line のマッハツェンダー型干渉光学系を構築し、銅板の微小な変形量を計測する実験を行ない、物体光と参照光の干渉パターンを取得した。このデータに対して時間領域 Hilbert 変換位相解析デジタルホログラフィ法による解析を行い、再生に成功した。また、物体面の位相から変形量を求め、その評価を行なった。

従来法である位相シフト法と比べるとやや不鮮明であるものの、再生像を得ることができた。変形量については、約 90%の精度で解析された。さらなる精度の向上のためには、プログラムの改良が必要であり、現在続けて行なっている。また、外的要因による影響が出ているので実験系についても改善する。

時間領域 Hilbert 変換位相解析デジタルホログラフィ法は、デジタルホログラフィでは実現しなかった物体の動特性を非接触・高感度に三次元で計測できる新しい計測手法であり、銅板の動的変形計測を行うことにより、その有効性を確認できた。

## 8. 参考文献

- 1) V.Madjarova, H.Kadono, and S.Toyooka, Dynamic electronic speckle pattern interferometry (DESPI) phase analyses with temporal Hilbert transform, Optics Express, 11-6 (2003), pp617-623
- 2) Ichirou Yamaguchi, Tong Zhang “Phase-shifting digital holography” August 15, 1997 / Vol.22, No.16 / OPTICS LETTERS
- 3) Thomas Kreis “Handbook of Holographic Interferometry-Optical and Digital Methods-“
- 4) 千田 博之 “顕微干涉計による微小構造体の動的変位計測” 平成 18 年度埼玉大学大学院理工学研究科環境制御工学専攻修士論文