

数学教育におけるコミュニケーション能力の育成に関する研究

A Study on Communication Ability in Mathematics Education

金本良通（教育学部・教授）

KANEMOTO Yoshimichi

1. はじめに

教育課程の改訂作業が進められている。その中で国語力の育成の強調が、平成16年12月の国際調査（PISA, TIMSS）結果の発表後の文部科学省臨時全国都道府県・指定都市教育委員会指導主事会議（平成17年1月）において、特に算数・数学科では「数学的に解釈する力や表現する力の育成をめざした指導を充実すること」として示された。

このような方向性は、中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会「審議経過報告」（平成18年2月）においても、教育課程の構造の明確化、国際的な通用性のある教育課程とともに、国語力の育成、思考力・表現力の強調、「言葉」と「体験」の重視として現れている。さらに、平成19年1月には、中央教育審議会は「第3期教育課程部会の審議の状況について」をまとめ、次の事項などを示している。一つには、「○基礎的・基本的な知識・技能の着実な定着については、実生活との関連やその後の学習の基盤としても重要な事項を重視し、具体的には例えば、次のような検討を行っている。」の項において、「③学年間等で反復（スパイラル）する教育課程を構成することによる計算能力などの確実な習得（算数・数学）」が示されており、さらには、「○同時に、これらの知識を活用し、探究型の学習へと発展させる観点から、これまで必ずしも具体的な過程が明確ではなかった思考力や表現力の育成などを各教科等において相互に関連付けながら図る具体的な方法を、例えば次のように検討している。」の項にお

いて、「②言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを用いて説明・表現する指導の充実（算数・数学）」が示されている。

これらは指導及び教育課程改善の方向性として示されてきているものであるが、このような状況の中で、数学的な表現力やコミュニケーション能力の育成が改めて注目されてきており、また、すでに様々な実践が進められつつある。本研究では、これらを背景にしながらもカリキュラム論的考察ではなく、認知的な基礎的考察を行った。すなわち、金本(2004)にて行った授業でのコミュニケーションを捉えるモデルの検討を基に、数学的コミュニケーション能力に関して金本(1998)において行った「表現」に着目した「数学的コミュニケーション」の定義の検討とその精緻化を試みた。

2. コミュニケーションの定義とコミュニケーションの数学性についての規定

コミュニケーションについてはすでに金本(2001)で自らの考えを述べ、また、金本(2004)でも引用したように、コミュニケーションとは、自己と他者との間で何らかの表現を用いて行われるものであり、それぞれの考えや問いの共有、また、新しい考えや問いの創発を目指すものと考えられる。この下で、コミュニケーションの推論モデルを拡張して、算数の授業におけるコミュニケーションの分析を行った（金本, 2004）。

本研究では、このように捉えた授業でのコミュニケーションについて、その数学性

について考察することになる。このことに関わって、金本(1998)において、次の2つの条件でもって規定を行っている。第1は、算数・数学の多様な表現が使えるという条件である。第2は、コミュニケーションが成立している場におけるコンテキストの中の重要な部分として「数理的な事象について考えている」ということが存在しているという条件である。そして、これらを結びつける事項として、「コミュニケーションはコンテキストなしには成立しない。」(金本, 1998, p.36), 「言葉の使用は、また、多様な表現・表記の使用は、その意味を構成するコンテキストの存在と同時のものである。」(金本, 1998, p.36)というコミュニケーション論の原則を提示している。

したがって、本研究は、まず、この規定についての認知的な基礎となる事項を明らかにし、それを基にして、その規定において検討しなければならないことを明らかにすることを目的とする。このことによって、「数学的コミュニケーション」の定義の精緻化が図れると考える。

3. 数学的コミュニケーションの定義における基礎的な事項について

まず、意味と表現との相互構成的な関係性について検討する。

「意味」についてであるが、金本(2001)において本研究での「表現」にあたる事項を「シンボル」という用語で記述し、次のように述べた。「意味とは、シンボルの使い方として創発するものである。授業では、すでに構成されている様々な意味との何らかの関連や発展として、新しいシンボルの使用あるいは既存のシンボルの新しい使用とともに、新しい意味が創発すると考える。」

(p.4) この規定は、Sfard(2000)の指摘を基に、「分離することのできない相互構成的なものとしての意味とシンボル」(金本, 20

01, p.5) 及び「シンボルどうしの関わりの中から創発するものとしての意味の概念」(金本, 2001, p.5) という特徴を基にしたものであった。コミュニケーションの数学性を規定するにあたって、このようなSfard(2000)の捉え方を根拠としている。そして、このことには次の2点が基礎的な事項として存在する。第1は、表現の使い方としての意味の創発である。第2は、表現の使用における相互参照的な行為である。

3-1. 表現の使い方としての意味の創発

表現の使い方としての意味の創発については、Sfard(2000)も述べるように、Wittgensteinが明らかにした「語の意味とは、言語の中でのその語の使用である」(『哲学探究』43節)(黒田, 2000, p.181) という言語哲学(後期Wittgenstein)が背景にある。

このWittgensteinの示すことを、例えば橋爪大三郎(1985)は次のように言う。「言語のもつみは、それが言及する『世界』の側から与えられるのではなく、それを行使する『メカニズム』そのものによって与えられる。」(p.30) また、飯田隆(1997)は次のように言う。「言葉が意味をもつのは、まさにそれが使用されている限りにおいてのことである。」(p.233) 「ある言葉を理解しているということは、その言葉を適切に使うことができる能力をもっていることである。『本』という言葉を手が理解しているかどうかの基準として、三つのことを挙げることができる。つまり、(1)自分から「本」という言葉を適切な仕方と使えること、(2)他人が『本』という言葉を使ったときに適切な仕方と対応できること、(3)『本』という言葉の意味を聞かれたときに正しく答えられること。すべての場合に、この三つの基準全部が満たされている必要はない。たとえば、ある言葉に関しては、自分で正しく使うことも、また、ひとが使うのに正しく対応することもできるのに、その意味を説

明できないということはある。だが、たいていの場合、この三つの基準のどれかを満たさなければ、理解に何か欠陥があるとみなされるだろう。」(pp.233-234)

ここに、表現の使い方としての意味の姿が示されている。このようなWittgensteinの言語哲学をSfard(2000)は数学教育学でのコミュニケーション研究に持ち込んでいる。いわば言語(表現)と意味という相対的に区別されるものが、同時的・一元的なものとして存在していることが示されている。このことは、公理主義的な展開をする数学の本性とも連動して、算数・数学教育上の重要な視点を与えることになる。

しかしながら、ここで留意すべきことは、具体物や図や活動そのものが、算数・数学の指導において取り扱われていることである。それらは“表現”であるのか、それとも“表現されるもの”であるのかの議論は平林(1987)を参照するとして、ここでは、教室の状況として、それらが言葉、数、式などとともに授業において用いられているということ、いわば“並置”されているということ、しかも、何らかの文脈(コンテキスト)に位置付けられながら並置されているということを指摘しておきたい。このことが第2の論点となってくる。

3-2. 表現の使用における相互参照的な行為

第2の論点は、表現の使用における相互参照的な行為についてである。ここでは、表現を、道具すなわちアーティファクトの一つとして捉え論じることとなる。

小池(1996)は、道具について「(1) 普通の道具は単独で用いられることはない。会話を含めたさまざまなリソースが用いられる。(2) さまざまなリソースは相互に相互の意味を特定する相互参照的な関係をなしている。(3) 道具使用は、一貫したプランにもとづいて達成されるのではなく、その都度

その都度、局所的に達成される。」と指摘し(p.10)、その上で、道具の一つである表現について、「表現は、対象、対象について記述された文献、対象を撮影したビデオなどと共に『並置』され、リソースのひとつとして認識系を形成すると捉えられる。リソースを相互に参照することによって相互に文脈を作り、対象をどうみるべきかが方向付けられる。」(pp.10-11)と述べている。

また、上野(1999)は、「日常的な生活でも、また、科学的実践でも、実際には、一つの表現だけが用いられるのではなく、さまざまな表現あるいはリソースが並置されている」(p.83)と述べ、さまざまな“表現”全体が知覚の場を構成している」(p.84)、「いくつかの表現は、並置されることによって、全体として知覚の場を形成している」(p.84)と指摘している。そして、次のように結論的に述べる。「最後に改めて強調したいことは、道具は、それ自体として道具になっているわけではないということである。ある道具は、別の道具と組み合わせて用いられたり、関連する行為の道筋の中に埋め込まれることで、道具として機能したり、特定の意味を持つのであって、そうしたコンテキストから離れて、それ自体、なんらかの有用性あるいは力を持つわけではない。」(p.125)このようにして、様々な表現の相互参照とそれらについての文脈(コンテキスト)の組織化とそこへの位置付けによって、表現が機能することとなる。

これらの研究は、表現という道具に関して私たちが留意しておかなければならないことを示している。すなわち、算数・数学の授業において、具体的な事象との関わりで用いられている表現、図や記号のような抽象化されたものとの関わりで用いられている表現、そして、それらに必ず付随している言葉、それらの様々な表現が相互に参照されることによって、それらの文脈を浮

き立たせ、意味を明確にしていくものと考えられる。

3-3. 表現の新たな使用について

Sfard(2000)は、意味が表現の使用の仕方から生まれること、いわば、表現の意味は表現のシステムの中でのその使用の仕方であると主張している(pp. 46-47)。このような立場において問題となってくるのは、旧来の使用の仕方から、いかにして表現の新しい使用の仕方が生み出されてくるのかということである(p. 60)。Sfard(2000)は、それを新しい使用への期待と確かめによってなされること、また、そこでは類推的なはたらきが重要であることを指摘している(p. 66)。このような指摘から、授業では、すでに構成されている意味との何らかの類推や発展として、新しい表現の使用あるいは既存の表現の新しい使用とともに新しい意味が創発すると考えることができる。したがって、意味と表現との相互構成的な関係は、新しい意味が構成されてから新しい表現が与えられるのではなく、数学的にはまだ明確にはならない、漠然とした意味のもとでの表現の新しい使用や新しい表現の使用ということが生じることになる。そして、表現の使用の仕方の明確化と意味の明確化とが相互的になされていくことになる(金本, 2001, p. 6)。このことが、意味と表現を異なるものとしてではなく、「2つのものの分離できない単一体」(p. 44)として捉えるということであり、意味と表現とを相互構成的な関係として捉えることである。

これらのことを基に、数学的コミュニケーションの定義の精緻化のための示唆を引き出した。すなわち、表現は、単にコミュニケーションの媒体であるというのではなく、数学的な意味を構成するものとしてある。したがって、数学的な意味を構成するためには、多様な表現の関連的な使用と表現の予期的・類推的・発展的な使用を行っ

ていくことである。そして、それらを相互に参照することによって、意味は明確化されていくと捉えることができる。したがって、算数の授業における多様な表現の使用の重要性が改めて示唆される。いわば、表現の使用の仕方の十全的な習得及び豊かな使用が数学的な意味を構成していくにあたっては欠かせないということである。

4. 数学的コミュニケーションの定義の精緻化と算数・数学の表現の範囲と使用の仕方について

これらの考察を基に、算数科の授業における数学的コミュニケーションの定義を次のように精緻化する。「数学的コミュニケーションとは、数理的な事象に関するコミュニケーションであり、算数・数学の多様な表現をある程度の整合性をもって使用しているコミュニケーションのことである。」

このように数学的コミュニケーションを定義した場合、検討しなければならない問題が2点生ずることになる。第1の点は、「算数・数学の多様な表現を使用している」といったときの「算数・数学の多様な表現」とはどこまでを指すかという点である。第2の点は、「ある程度の整合性をもって使用している」といったときの「使用の仕方」をどう捉えるかという点である。

これらの検討事項について、先行研究の検討及び授業分析を通して論じた。そして、数学的コミュニケーションを捉えるにあたって、算数・数学の多様な表現とその関連的・発達的な使用によってコミュニケーションの数学性を捉えた。また、このような規定のもとで、「数理的な事象に関わるコミュニケーション活動をすすめていく能力」(金本, 1998)として捉えた数学的コミュニケーション能力を、「数学的コミュニケーションをすすめていく能力」として捉えることができると考えた。