

フロベニウス多元環とその双対多元環の表現と構造の研究

On Frobenius Algebras and Homological Dual Algebras

若松 隆義 (教育学部・教授)

Takayoshi Wakamatsu (Faculty of Education)

研究の経過 (フロベニウス多元環の表現について)

フロベニウス多元環のうちで対称多元環と呼ばれるもののクラスに関して、

- ① 適当な設定の下では傾斜加群から安定同値関手が導かれること、
- ② その安定同値関手が存在しても2つの対称多元環は導来同値になるとは限らないということ、
- ③ さらに、傾斜加群によって与えられた安定同値関手は、多元環の導来圏の間の導来同値から導かれていないという場合であっても、有限生成加群の成す安定圏の三角圏としての構造を保つこと、

が、傾斜加群から安定同値関手を構成するための一般的な枠組みを整理すること、および、導来同値にはならないような対称多元環の組を具体的に与えること、によって証明することができた。

古典的な傾斜加群から対称多元環上の有限生成加群の成す圏の間の安定同値関手が導かれるということは、太刀川弘幸氏との共著で1980年代中頃に既に得ていた結果であるが、それは1980年代後半にイギリスの Rickard によって傾斜複体の理論という形に一般化された。その後、直ちに、古典的な傾斜加群における射影次元や入射次元が有限との制限を取り除いて一般化された傾斜加群を導入し、それに関しても安定同値関手が構成可能であることを1990年代初めに示していた。しかし、多くの研究者にとって、傾斜加群に関する議論は傾斜複体の理論の一般論から導かれるような特殊な場合に過ぎないと考えられ、傾斜複体の理論ほどには注目されていなかったように思われる。今回与えることのできた具体例は、傾斜複体の理論ではカバーされないことが分るものであって、傾斜加群の議論が傾斜複体の理論に完全に含まれるものではないことを示すものであると考えられる。

研究の経過 (フロベニウス多元環とその双対多元環の構造について)

上に述べたような安定同値関手の構成を行うために、それには十分なフロベニウス

ス多元環の一般的な構成法は与えていたのであるが、双対多元環などの研究に関してはさらに見通しのよい構成法が必要であり、そのための別の構成法を2000年代前半に与えることができた。それは、ベクトル空間上の適当な条件を満たすような線形写像の組から全てのフロベニウス多元環が構成されるという結果である。今回の研究では、次数付き局所フロベニウス多元環とその双対多元環の構造に焦点を絞っていたが、この場合には、一定の条件を満たすような線形写像一つからフロベニウス多元環が構成される。これに関しては

- ① フロベニウス多元環のジャコブソン根基の生成元の個数が少ない場合に、可能な中山同型を決定すること、
- ② 行列式を作る操作を一般化して得られた線形写像がフロベニウス多元環を構成するのに必要な条件を満たし、このようにして得られるフロベニウス多元環の多くのものが双対多元環を定義できる類のものであることを検証をすること、

ができた。

研究成果の発信

多元環の表現に関する安定同値についての成果は、昨年度広島大学で行われた第40回「環論および表現論シンポジウム」において発表し、現在、数学専門雑誌に投稿中である。また、多元環の構造に関する中山同型についての成果は、今年度ポーランドで開催予定の第12回「多元環とその表現(ICRA)」において発表することを予定している。行列式の一般化として得られる線形写像に関する結果はまだ完成の段階ではないと考え、現在その研究を続行している。