

# 超過程の極限定理

## Limit Theorems for Superprocesses

プロジェクト代表者：道工 勇（教育学部・教授）

Isamu Dôku (Faculty of Education, Professor)

### 1. 研究の概要

超ブラウン運動は測度値確率過程の中の典型例で、分枝ブラウン運動のスケール変換の極限過程として得られる。測度値確率過程論の最近の主流は相互作用を取り入れた確率モデルの研究に移ってきている。このような状況下、2000年に全く新しい知見がもたらされた。それは従来のランダム分枝粒子系以外の無限粒子系であっても、適当なスケール変換の下で超ブラウン運動が出現するということである。また超過程論の中でも類似のことが見いだされる。それは相互作用をもつSDSM（従属空間運動を伴う超過程で、測度値過程の一種）でも、適当なスケール変換の下やはり超ブラウン運動が普遍的に出現することが確かめられるということである。

しかし、SDSMを確率過程として定めるいくつかのパラメータの中に係数  $c(x)$  というのがあって、同種のSDSMでもこの  $c(x)$  というパラメータを0にすると、もはや同じスケール変換をとっても極限過程に超ブラウン運動は現れない。その代わりにコアレシニングな空間運動を伴う超過程SCSMが出現する。ここで次の疑問が自然と浮かび上がってくる。

[問題1] 「SDSM以外の他の超過程の中でそのスケール変換極限としてSCSMが出現するクラスがあるか？」

[問題2] 「超過程の中でそのスケール変換極限として、超ブラウン運動やSCSM以外の第3の確率過程が出現するクラスがあるか？」

本研究の目的は上記の2つの問題に対する答えを見いだすことである。後述の論文 [4] が問題1に対する解答であり、[5] が問題2に対する解答である。問題1に対しては、SDSMよりも複雑な構造を有する、移入の効果を検討した移入超過程を考察の対象として、スケール変換極限問題を論じることにより解決した。問題2では、非退化な定移入率をもつ

移入超過程の極限定理を証明することにより、「コアレシニングな空間運動を伴う移入超過程」とも呼ぶべき全く新しい超過程が出現することを導いた。この結果は単なる極限定理ではなく、そのスケール変換極限問題自体が新しい超過程の構成方法を提供していることになり、重大な意義をもつ。

## 2. 研究成果の公表

- [1] 2005 年 3 月 “ On a convergence theorem for immigration superprocesses associated with SDSM ” 国際会議 Spring Meeting on Probability Theory, 東京工業大学・理工学研究科
- [2] 2005 年 3 月 「相互作用する分枝ランダム系の収束定理について」日本数学会 (2005 年度年会) 統計数学科分科会、日本大学理工学部
- [3] 2006 年 7 月 “ On a convergence problem for rescaled immigration superprocesses. ” 第 31 回 SPA 国際会議「確率過程とその応用」(Bernoulli 学会) フランス・パリ第 5 大学
- [4] 2006 年 9 月 “ Limit theorems for rescaled immigration superprocesses. ” The German-Japan Sym- Posium in Kyoto. 京都大学
- [5] 2006 年 9 月 「従属空間運動に付随する定移入率超過程の極限定理」日本数学会 (2006 年度会) 統計数学科分科会、大阪市立大学理学部
- [6] 2006 年 12 月 “ On scaling limits of superprocesses. ” The Fifth Levy Seminar, Meijo Univ., Nagoya

## 3. 関連文献

- [1] Dôku, I., Weighted additive functionals and a class of measure-valued Markov processes with singular branching rate. Far East J. Theo. Stat. 9 (2003), 1–80.
- [2] Dôku, I., A stochastic partial differential equations driven by a coloured noise and the martingale problem for symbiotic branching superprocesses. J. Saitama Univ. Math. Nat. Sci. 55(1) (2006), 1–15.
- [3] Dôku, I., On random measures related to superprocess with Markovian spatial motion. J. Saitama Univ. Math. Nat. Sci. 55(2) (2006), 1–12.
- [4] Dôku, I., A certain class of immigration superprocesses and its limit theorem. Adv. Appl. Stat. 6 (2006), 145–205.
- [5] Dôku, I., A limit theorem of superprocesses with non-vanishing deterministic immigration. Sci. Math. Japn. 64 (2006), 563–579.