

# 多数の歩行者と歩道橋の連成による振動問題

## Coupled Vibration of Pedestrians and a Footbridge

プロジェクト代表者: 長 嶺 拓 夫 (理工学研究科・講師)

Takuo NAGAMINE (Division of Mechanical Engineering and Science・Lecturer)

### 1. はじめに

複数振動子が相互に影響を与え合う場合、それぞれの振動数が若干異なっても、振動数が一致する同期現象が知られている。この同期現象は 17 世紀の半ばに始めて観察された<sup>(1)</sup>。

複数振動子の連成振動は数多くの研究がなされている。Blekhman は van del Pol 型の振動子が一方向に振動する支持系に取付けられている場合について解析を行い、振動子が位相差 0 または  $\pi$  で同期することを示している<sup>(2)</sup>。著者らはメトロノームを台の上に載せたモデルで振動子と支持構造物の連成振動について、実験と解析を行い、振動様式は台の固有振動数によって影響を受けることを示している<sup>(3)</sup>。近藤らは、同じ系について解析を行い、概周期振動からカオスが起るルート等を明らかにしている<sup>(4)</sup>。Bannett らは、摩擦の小さい車輪上に載せたはりに、二つの振り時計を配置した系 (復元力=0 の系) で実験と解析を行い、振子の重さと振り以外の系の重さの比により現れる振動様式を示している<sup>(5)</sup>。

実際の問題としては、多数の歩行者の歩行と歩道橋の揺れが同期し大きな振動を引き起したものがある。Fujino らは実験的な検討を行い、人の歩行により橋に横揺れが生じ、その揺れにより人々の歩行が引き込まれて同期し、さらに大きな橋の振動を起すことを報告している<sup>(6)</sup>。松久らは身体のリズム生成機構である神経振動子と歩道橋の横振動の関係を引き込み現象として検討している<sup>(7)</sup>。

著者らは人の歩行を最も単純な振動子としてモデル

化し、振動子と支持系の連成振動について研究を行っている。本報告では、糸によって吊られた支持系に複数振動子を載せた場合の連成振動について検討を行った。全ての振動子がそろって振動し支持系が大きく振動する場合と振動子がお互いの振動を打消し合い支持系の振動が非常に小さい場合があった。その振動様式について報告を行う。

### 2. 主な記号

- $f_n$  : 振動子の振動数 [Hz]
- $f_o$  : 振動子が微小変位の固有振動数 [Hz]
- $f_p$  : 支持系の固有振動数 [Hz]
- $m$  : 振動子の質量 [g]
- $x$  : 台の水平方向変位
- $M$  : 台の質量 [g]
- $N$  : 振動子の台数
- $\gamma$  : 質量比 (振動子の質量総質量  $m / (M + \sum m)$ )
- $\eta$  : 振動子と台の重心から支点までの長さの比
- $\theta_i$  : 振動子  $i$  の角変位
- $\omega_i$  : 振動子の固有角振動数 [rad/s]
- $\omega_p$  : 台の固有角振動数 [rad/s]
- $\zeta_i$  :  $i$  番目の振動子の減衰比
- $\zeta_p$  : 台の減衰比
- $\Omega_i$  : 振動子と台の固有角振動数比 ( $\omega_i / \omega_p$ )

### 3. 実験

3・1 実験装置 図 1 は実験装置の概略を示したものである。4本の糸で吊られた台の上に振動子が載せられている。糸は、横方向 ( $x$  方向) にのみ台が振

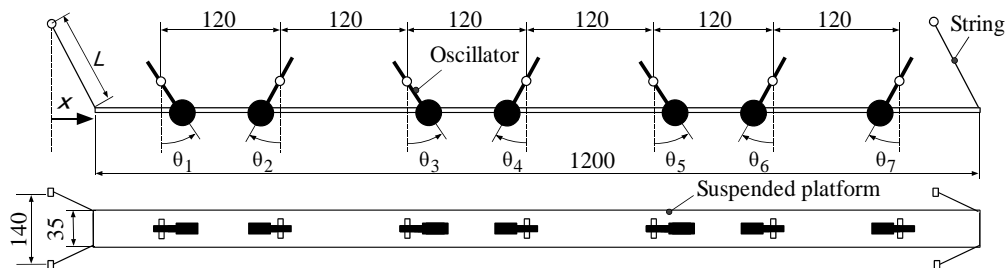


Fig. 1 Experimental apparatus

動するよう、上方に広がるように張ってある。台の質量は約 110 g である。台の固有振動数  $f_p$  は糸の長さ  $L$  によって変えることができる。台の固有振動数が振動子の固有振動数  $f_o$  を含む 1.8 Hz ~ 4.0 Hz の範囲で実験を行った。振動子は太陽電池によって駆動される小型なものをを用いている。質量が約 19g で支点から重心までの長さが 16.9 mm で、角速度が正 ( $d\theta/dt > 0$ ) で、角変位が  $-4.4 \text{ deg} < \theta < 14.8 \text{ deg}$  の範囲で駆動トルクが加わる。振動子の固有振動数  $f_o$  は図 2 に示してある。固有振動数  $f_o$  は 2.66 Hz ~ 2.68 Hz 範囲であり、振動子は、ほぼ同一な特性であると考えられる。

**3・2 実験方法** 台の糸の長さ  $L$  により台の固有振動数を設定する。その後、最も大きな振動が起こる初期条件として台を静止させた状態から、全ての振動子の初期角度を  $42^\circ$  にして振動を開始させた。振動を開始してから 10 分後から 10 分間計測を行なった。計測は非接触変位計と CCD カメラの画像をもちいて行い、振動子と台の変位を計測した。

#### 4. 解析

**4・1 運動方程式** 台の振動は小さく、鉛直方向の変位成分は十分小さいとして無視している。振動子は剛体として扱い、駆動力は一定角変位内で与えられるものとする運動方程式は以下のように表わすことができる。

台：

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + 2\zeta_p \frac{dx}{d\tau} + x = \gamma \eta \sum_{i=1}^N \left\{ \left( \frac{d\theta_i}{d\tau} \right)^2 (\sin \theta_i - x \cos \theta_i) - \frac{d^2\theta_i}{d\tau^2} (\cos \theta_i + x \sin \theta_i) \right\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

振動子：

$$\frac{d^2\theta_i}{d\tau^2} + 2\zeta_i \Omega_i \frac{d\theta_i}{d\tau} + \Omega_i^2 \sin \theta_i = -\Omega_i^2 \frac{d^2x}{d\tau^2} \cos \theta_i - T_i \cos \theta_i, \quad (i = 1 \sim N) \quad \dots\dots (2)$$

ここで、式 (2) の  $T$  は駆動力であり、角速度が正 ( $d\theta/dt > 0$ ) で、角変位  $-4.4 \text{ deg} < \theta < 14.8 \text{ deg}$  の範囲で駆動トルクが加わるものとした。

運動方程式 (1) と (2) を数値積分して系の時刻歴応答を調べた。計算に使用した各パラメータの値は以

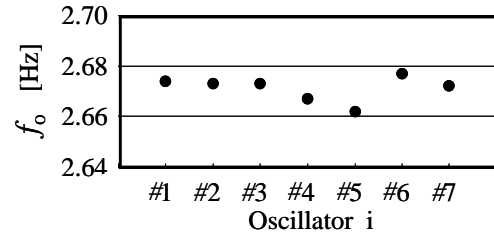


Fig. 2 Natural frequency of oscillators

下に示すとおりである。 ( $f_p = 2.8 \text{ Hz}$ , 7台のとき)

$$\Omega_i = 0.95, \quad \gamma = 0.040, \quad \eta = 0.533, \quad \zeta_p = 0.0126, \\ \zeta_i = 0.0021 \sim 0.0022, \quad T_i = 0.008 \sim 0.009$$

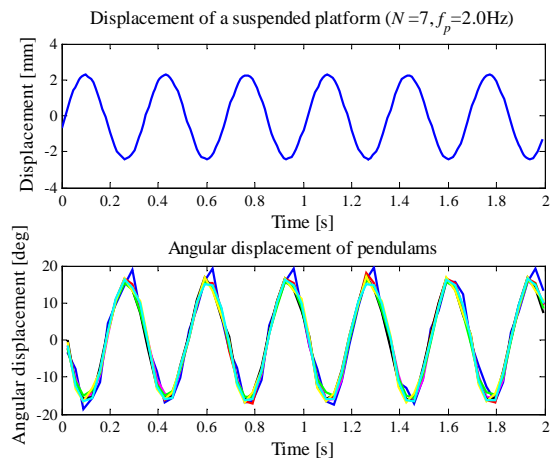
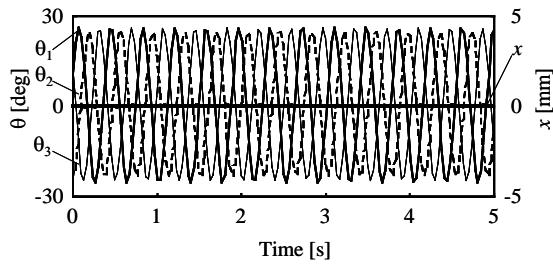


Fig. 3 Violent vibration ( $N = 7, f_p = 2 \text{ Hz}$ )

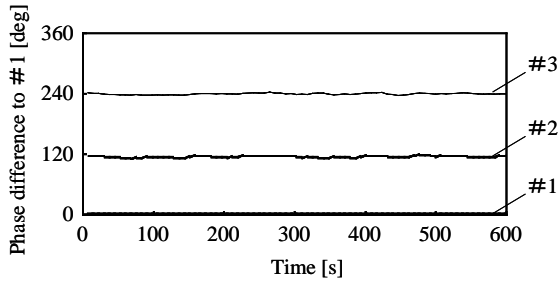
#### 5. 結果および考察

**5・1 大振幅** 図3は振動子が7台で同位相で振動したときの結果である。振動子の固有振動数は若干異なるものの位相は同位相のまま、ずれることなく大きな振動が持続した。支持系と振動子の固有振動数の差が大きい場合このような振動が起った。しかし、本実験装置では、支持系と振動子の固有振動数が近い場合、このような大振動は起らずに振幅の非常に小さい振動が起った。以下ではその小振幅の振動の特徴について述べる。

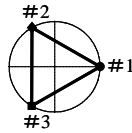
**5・2 3台の場合** 図4は3台の振動子を台に載せた場合で台の固有振動数と振動子の振動数がほぼ等しいとき ( $f_p = 3 \text{ Hz}$ ) の結果である。変位と位相差の時間変化を示している。ここで位相差は振動子#1を基準として 0 に固定し、振動子#2と#3の振動子#1に対する位相差を示している。3台の振動子は同期振動数 2.7 Hz となり、位相差はそれぞれ  $120^\circ$  を保持し



(a) Displacements



(b) Phase difference



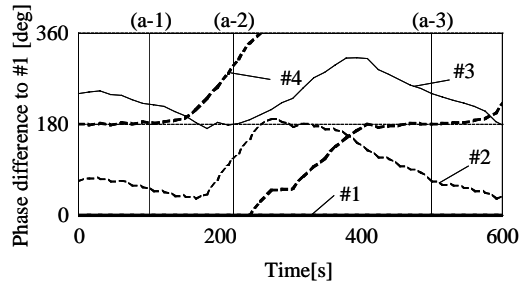
(c) Phase difference

Fig. 4 Experimental results ( $N = 3, f_p = 3 \text{ Hz}$ )

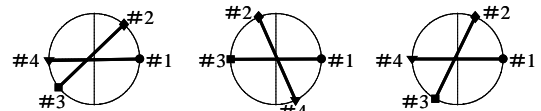
て振動した. 図4(c)はこのときの位相差を模式的に示したものである.

**5・3 4台以上の場合** 図5は, 台と振動子の固有振動数 ( $f_p = 3 \text{ Hz}$ ) がほぼ等しいときの結果を示したものである. 図5(a), (c)は図4(c)と同じように振動子の位相差を時間に対して示したものである. 3台までの場合とは異なり, 振動子の位相が一定値に落ち着くことは無かった. 図5(a-1)は100sのときの振動子の位相差を模式的に表している. この結果より, 全ての振動子の位相が一定でないことがわかる. この結果を用いて, 時間に対して同じような位相変化をする振動子の一組を, 線でつないで表した. 線でつないだ振動子間の振動数の差は0.002Hz以下のものであり, ほぼ振動数が同じであるとして表した.

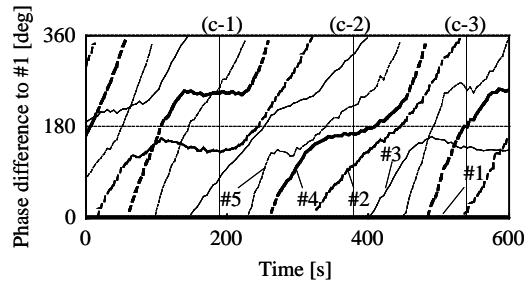
振動子が4台の場合, 全ての振動子の位相差が一定値を保持することはなかった. しかし, 詳細にみると2台が一組になって振動しているようにも見える. 振動子の組合せはいつも同じではなく, 振動子の組合せが変わることが実験で観察された. このように4台での振動は弱い結合関係を保ちながら, 相手の振動を打消し合うように振動していることがわかる.



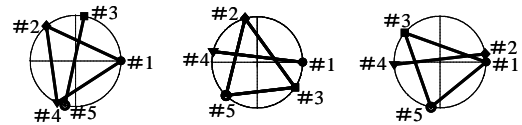
(a) Experimental result,  $N = 4, f_p = 3 \text{ Hz}$



(a-1)  $t = 100 \text{ s}$  (a-2)  $t = 220 \text{ s}$  (a-3)  $t = 500 \text{ s}$



(c) Experimental result,  $N = 5, f_p = 3 \text{ Hz}$



(c-1)  $t = 190 \text{ s}$  (c-2)  $t = 380 \text{ s}$  (c-3)  $t = 540 \text{ s}$

Fig. 5 Phase difference between oscillators

図5(c)に振動子が5台の結果を示してある. このときの組合せは2台と3台の振動子が一組を構成している. 4台の場合と同じように振動子の組合せは, いつも同じではなく入れ替わりが見られた.

**5・4 系の振動** 図6は台の最大振幅を振動子の台数  $N$  に対して示したものである. 全ての振動子が同位相で振動するとき, 台数  $N$  が増えるにしたがい, 台の振幅は大きくなることがわかる. 台と振動子の固有振動数がほぼ等しい振動数では, 台の振幅は小さいものとなった.

図7は, 振動子の台数  $N = 5$  の場合で台と振動子の固有振動数がほぼ等しい場合の実験結果であり, 台の変位を10s毎に周波数解析した結果を時間と振動数比  $f/f_n$  に対して示したものである. 振動子は非同期的であるため, 台の振動数比の成分の大きさは時間に対

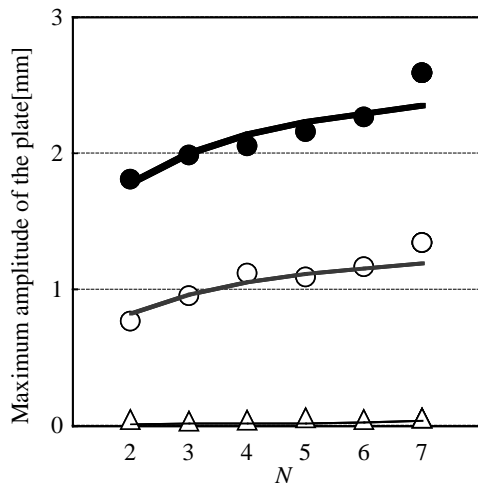


Fig. 6 Maximum amplitudes of the plate  
(Experimental results, ● :  $f_p=2.0$  Hz,  
○ :  $f_p=4.0$  Hz, △ :  $f_p=3.0$  Hz ;  
Calculated results, — :  $f_p=2.0$  Hz,  
— :  $f_p=4.0$  Hz, — :  $f_p=2.8$  Hz)

して変動している。しかし、振幅そのものは十分に小さい。また、4倍以上の振動数比の成分はほとんど表れない。4台以上では、打消し合う振動様式で同期が起らない理由として、2台の位相差が $180^\circ$ であることによりお互いの振動を打消し合いながら振動数を平均化しているのではないかと考えられる。同様に3台の場合は $120^\circ$ の位相差によってお互いの振動を打ち消すことができると考えられる。しかし、4台以上の場合、お互いの振動を打消し合う位相差の組合せが無数にあり、3台までの場合のように一つの組合せだけではなくなる。このようなことから、4台以上では、位相差が一定とならないのではないかと考えられる。

## 6. まとめ

糸で吊られた台の上に、ほぼ特性が同じ振動子を搭載した系で実験と数値計算を行い以下の結論が得られた。

支持系が大きく振動するときは、振動子が同位相で同期し振動する。この振動は振動子の振動数が若干異なっても同期状態が保持される。

振動子と支持系の固有振動数がほぼ等しい場合では、支持系の振動が小さい振動様式となる。

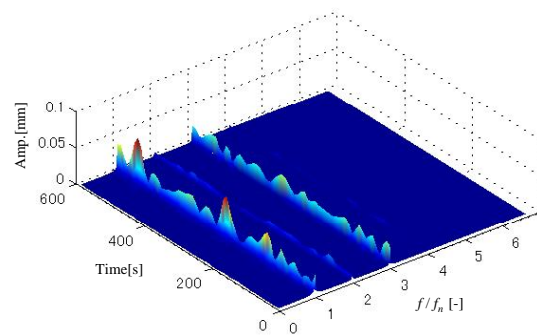


Fig. 7 Short-time Fourier analysis of the plate  
(Experimental result,  $N=5$ ,  $f_p=3.0$  Hz)

支持系の振動が小さい場合の振動様式は、振動子が、3台のときは $120^\circ$ となり位相が一定値を保持する。4台以上のときは位相差は一定値とならず、2台もしくは3台の弱い結合関係が現れる。

## 文 献

- (1) Pikovsky, A., et al., *Synchronization*, (2001), pp.1-7, Cambridge University Press.
- (2) Blekhman, I. I., *Synchronization in Science and Technology*, (1988), pp.152-153, ASME Press.
- (3) Sato, Y., et al., Synchronized Phenomena of Oscillators(in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.66, No.642(2000), pp.363-369.
- (4) Kondou, T., et al., Self-Synchronized Phenomena Generated in Pendulum-Type Oscillators(in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.68, No.676 (2002), pp.3499-3506.
- (5) Bennett, M., et al., Huygens's clocks, *Proceedings of the Royal Society Lond. A*, Vol.458(2002), pp.563-579.
- (6) Fujino, Y., et al., Synchronization of Human Walking Observed During Lateral Vibration of a Congested Pedestrian Bridge, *Earthquake Engineering and Structural dynamics*, Vol.22(1993), pp.741-758.
- (7) Matsuhsa, k., et al., Synchronization of Walking Rhythm by Lateral Vibration of Footbridge(in Japanese), *Preprint of the Japan Society of Mechanical Engineers*, No.03-7(2003), 458.