

流体力学に現れる非線形偏微分方程式の解の構造の研究

Structure of Solutions for Nonlinear Partial Differential Equations in Fluid Mechanics

長澤 壯之 (理工学研究科・教授)

Takeyuki Nagasawa

(Graduate School of Science & Engineering, Professor)

本研究の目的は、(1) 国際研究集会の開催、(2) 血液流の数学解析であった。

1. 国際研究集会の開催

Workshop on Mathematical Analysis on Nonlinear Phenomena (非線形現象の数学解析に関するワークショップ) を 2006 年 12 月 19~21 日に、慶應義塾大学来往舎 (神奈川県横浜市) で開催した。部分参加者も含めて、86 名の参加があった。なお、開催経費には、本プロジェクト経費の他に、組織委員の科学研究費補助金、埼玉大学国際交流基金、慶應義塾大学学事振興資金を用いた。3 日間で、21 の研究成果講演と関連する議論が行われた。特に、流体の運動を記述する非線形偏微分方程式に関するものが多く発表された。外国人研究者の講演は 5、国外在住の日本人研究者の講演は 1、その他は国内研究者の講演である。講演を行わない外国人研究者も数名の参加があった。

本プロジェクトの研究組織は、谷 温之 教授、井口達雄 助教授 (当時) (以上 慶應義塾大学)、ソロンニコフ教授 (フェラーラ大学/ステクロフ数学研究所) であり、本プロジェクト経費でソロンニコフ教授を日本に招聘する計画であった。しかいながら、配分された研究経費では、同教授の招聘は困難なため、共同研究者を鵜飼正二 教授 (香港大学) に変更し、鵜飼教授を招聘した。元々、鵜飼教授は、科学研究費補助金を用いて招聘する予定であった。逆に、ソロンニコフ教授は、科学研究費補助金を用いて招聘し、本プロジェクトによる研究計画は、変更無く遂行された。

講演者と講演題目は以下の通りである。

日時 2006 年 12 月 19~21 日

場所 慶應義塾大学来往舎

講演 井口達雄 (慶應大)	A shallow water approximation for water waves
日下芳朗 (玉川大)	On the Stefan problems in an incompressible fluid
鵜飼正二 (香港大)	New function space for Boltzmann equation
Gregory A. Seregin (ステクロフ数学研究所)	A sufficient condition of regularity for axially symmetric solutions to the Navier-Stokes equations
川島秀一 (九州大)	Asymptotic stability of stationary waves for viscous conservation laws
郡敏昭 (早稲田大)	Clebsh parametrization, helicity and Chern-Simons functional
鹿野忠良 (元 大阪大)	Water waves KdV hierarchy II
長澤壯之 (埼玉大)	Equivariant bifurcation theory without equivariant branching lemma
柳重則 (愛媛大)	Asymptotic stability of the solutions for a combustion model of compressible viscous gas
浅野潔 (元 京都大)	Almost transversality in the classical dynamical system
福本康秀 (九州大)	Analogy between three-dimensional motions of an elastic rod and a vortex-jet filament

- 松村昭孝 (大阪大) Asymptotic stability of a compressible wave of two viscous shock waves for the equations of one-dimensional motion of the viscous and heat-conductive gas
- Vsevolod A. Solonnikov (ステクロフ数学研究所/フェラーラ大) On the problem of stability of equilibrium figures of rotating liquid
- 谷温之 (慶應大) Mathematical problems for the primitive equations
- 西山高弘 (山口大) Relaxation methods for constructing steady Euler flows
- 伊藤弘道 (群馬大) Reconstruction of a linear crack in an isotropic elastic body from a single set of measured data
- Alexander M. Khludnev (ラヴレンチェフ流体力学研究所) Boundary value problems in nonsmooth domains
- Kumbakonam R. Rajagopal (テキサス A & M 大学) Beyond the Navier-Stokes equations
- 板谷信敏 (元 青森大) 私と Compressible N S 方程式
- Mikhail M. Lavrentiev, Jr. (ソボレフ数学研究所) Kuramoto-Sakaguchi integroparabolic equation: results, technique, unsolved problems
- 西田孝明 (早稲田大) Bénard-Marangoli heat convection problem

2. 血液流の数学解析

血液流の解析には、赤血球などの形態に関する研究 ([3]) と、その運動の解析 ([1]) とが必要になる。本研究では、赤血球の形態変換の数学的モデルの一つであるヘルフリッヒ変分問題を取り上げた。この問題は、平均曲率の2乗積分に、曲面の表面積と曲面が囲む領域の体積を指定する制約条件付き変分問題である。条件付き変分問題に対する勾配流には、勾配流の定常点で制約条件を満たすような定式化と、変形の過程でも制約条件が満たされるような定式化がある。[1] では、曲面に対する勾配流を前者の定式化により解析した。本研究では、曲線に関する制限付き変分問題に簡略化し、後者の定式化による勾配流の構成を行った。具体的には、曲線の曲率の2乗積分に曲線の長さや曲線が囲む面積を指定する変分問題に対する勾配流を扱った。特異極限によって制約条件が満たされる近似方程式を考え、近似パラメータに関する一様有界性を示し、更に、その特異極限の存在を証明した。本学の前期博士課程の 栗原智彦 君との共同研究である。論文 [2] にまとめ、日本数学会で成果を発表した。

参考文献

- [1] Kohsaka, Y. & T. Nagasawa, *On the existence of solutions of the Helfrich flow and its center manifold near spheres*, Differential Integral Equations **19** (2) (2006), 121–142.
- [2] Kurihara, T. & T. Nagasawa, *On the gradient flow for a shape optimization problem of plane curves as a singular limit*, preprint.
- [3] Nagasawa, T. & I. Takagi, *Bifurcating critical points of bending energy with constraints related to the shape of red blood cells*, Calc. Var. Partial Differential Equations **16** (1) (2003), 63–111.