

写像の特異点の研究

Research of singularities of mappings

プロジェクト代表者：福井敏純（理工学研究科・教授）

Toshizumi Fukui (Graduate school of Science and
Engineering, Professor)

本研究は、福井の共同研究者である J. Nuño Ballesteros, K. Kurdyka, L. Paunescu と、表記の研究テーマで国際共同研究するのが目的であった。本研究に割られた予算では、当初申請した研究を遂行する事ができなかったが、部分的な進展を得ることができた。以下にそれを報告する。

1. 特異点論的問題意識から、古典的な微分幾何学とそこから派生する微分方程式を論じた。Thom-Boardman 特異点集合の解析が鍵の役割を果たす。ユークリッド空間の部分多様体の、平坦さや丸さを、それら特異点の言葉を用いて定義し、より平坦な (または丸い) 点での指数を定義している。さらに主方向の微分方程式の特異点論的立場からの導出や、 \mathbf{R}^3 内の特異点を持つ場合の曲面の指数の計算可能性などを示し Lowner 予想の類似 (階数 1 のときは指数は 1 以下と予想) を提出している。また、曲率線の微分方程式の一般化として 2 変数の微分方程式を捉え、総実と言う概念を定義しその指数とその性質、孤立特異点の分類、等を論じた。

2. 関数を別の関数のレベル曲面に制限したときその関数の振舞を記述するのは興味ある問題であるが、興味ある研究対象であるが、前者の関数のレベルが平行化可能であれば、平行化を与えるベクトル場を使って、自然にある写像が定義できその写像度が正点軌跡と負点軌跡のオイラー標数の差であることを示している。この文脈では、いつ関数のレベル曲面が平行化可能であるか、またそのとき平行化を与えるベクトル場を具体的に与える事が重要であるが、前者の問題には必要十分条件を、後者の問題には、複素構造、4 元数構造、ケーリー構造との関連等を論じている。

3. 任意の多項式写像が、孤立特異点でない関数をぶろーアップして得られる特異点解消写像に埋め込めることがわかった。これは孤立特異点でない関数をブロー解析同値で分類すると非常に複雑であることを示しており興味深い。

以上の研究は、科学研究費「写像の特異点の幾何学 II」でもサポートされている。

関連する出版物は以下のとおりである。

T. Fukui and J. Nuño Ballesteros, Isolated roundings and flattenings of submanifolds in euclidean space, *Tohoku Mathematical Journal*, **57** (2005), 469–503.q

T. Fukui and A. Khovanskii, Mapping degree and Euler characteristic, *Kodai Mathematical Journal* **29** (2006) 144–162.

K. Bekka, T. Fukui, S. Koike, On the realisation of a map of some class as a desingularisation map, *Real and complex singularities*, Proceedings of the Australian-Japanese workshp (ed. L. Paunescu, A. Harris, T. Fukui and S. Koike), pp. 33–45, World Scientific, 2007.