

CR 構造とその Chain に関する研究

On the study of CR structures and their chains

プロジェクト代表者：氏名(所属・職名) 阪本 邦夫
(理工学研究科・教授)

Kunio Sakamoto
(Graduate School of Science and Engineering : Professor)

1. 研究目的

CR 多様体 M 上には自然な円バンドルが構成され、 M が強擬凸であるとき、このバンドル空間上には、田中-Webster 接続の接続形式と スカラー曲率を用いて Lorentz 計量が構成されることが知られている。これを Fefferman 計量という。第一に、Fefferman 計量にスカラー曲率が必要とされる理由を研究したい。さらに CR Weyl 接続と円バンドルに自然に誘導される接続を利用することにより、バンドル空間上に、擬 Riemann 計量からなる共形構造が構成できることを明らかにしたい。これは Fefferman 計量の一般化となるはずである。第二に、この共形構造から定義される Weyl 共形曲率テンソルと M 上の CR Weyl 接続の曲率テンソルとの関係を論じたい。第三に、この円バンドルには自然な複素構造が定義できるが、これが積分可能であるための必要十分条件を円バンドルに誘導される接続の曲率テンソルにより記述したい。第四に代表者は最近、論文“CR Einstein-Weyl structure”において Einstein-Weyl 構造の CR 版を定義した。 M が CR Einstein-Weyl 多様体になるための必要十分条件を円バンドル上の共形構造についての条件として記述したい。第五に、複素 Euclid 空間の実超曲面（例えば、Reinhardt 超曲面）でその田中-Webster 接続が CR Einstein-Weyl 構造となるものは何かという問題を研究したい。Chern-Moser が定義した CR 不変な曲線である chain は、上記 Lorentz 計量のある特殊な測地線を M に射影したものであることが知られているが、この曲線の性質には興味あるものがある（実超曲面の場合は Fefferman による研究がある）。最大の研究目的はこれを一般的な場合に拡張し、さらにその変分学的な意味を見出すことである。

2. 研究成果

平成18年度中に、CR 構造に関し、CR-Weyl 接続から円バンドル上に擬 Riemann 計量を導入する方法を見出したが、これが Feffermann 計量の一般化となっているか現在研究中である。また、大学院後期課程に所属していた学生と共通の研究の場である CR 構造について実りのあるセミナーを行うことができ、この結果、代表者は多くの知識を獲得できた。また複素多様体の部分多様体に関連し、つぎの論文を出版することが出来た。さらに、現在研究中の課題について19年度科研費で認められ、採択された。

3. 論文

Y. Nitta and K. Sakamoto

A variational problem of the normal curvature tensor in complex space forms :
Saitama Math. J., vol. 23, pp. 29-48(2005) (2006年 出版)