

# 結び目のデーン手術とDNAの研究

## Dehn surgery on knots and DNA

プロジェクト代表者：下川 航也

(大学院理工学研究科・准教授)

英語表記 Koya Shimokawa

(Graduate school of Science and Technology,  
Associate professor)

### ●研究の概要

結び目のデーン手術の理論を、DNAのsite-specific recombinationの特徴づけの研究への応用を行った。

特に、2006年9月にMariel Vazquez氏(San Francisco State University)を訪問し、Xer recombinationに関する研究を行った。Xer recombinationなど、site-specific recombinationの位相幾何学的特徴づけには、DNAの作る結び目の研究が不可欠であるが、その研究にこれまで得られたデーン手術の研究の結果を応用した。

結び目を数学を用いて本格的に研究する分野は「結び目理論」と呼ばれ、幾何学の大きな一分野となっている。結び目理論は近年、その応用面にも大きな関心が向けられている。今年度の研究では結び目理論のデーン手術に関する結果を、「生物のDNAの組み換えの酵素の作用の、トポロジカルな特徴付け」の研究に応用した。

以前の結果 (Dehn surgeries on strongly invertible knots which yield lens spaces / Mikami Hirasawa and Koya Shimokawa, Proc. Amer. Math. Soc. 128 3445-3451 (2000))がここ数年DNAの理論に応用されており、引用されている。その結果は、DNAの部位特異的組み換え (site-specific recombination) に現れる酵素のトポロジカルな特徴付けに欠かせないものとなっている。それは、DNAの組み換えの最中の、機材では観測できないDNAへの酵素の作用の仕方等を予想し、特徴付けることに使われている。具体的に言うと、DNAの部位特異的組み換えが行われると、その前後でDNAのトポロジーが変わる。その作用を見やすくするために、人工的に環状のDNAを用意しその作用を見る。環状のDNAは空間内で結び目になっているので、DNA結び目と呼ばれる。このDNA結び目に対し、酵素の作用はDNA結び目の変形となっている。上記の論文の研究は、「結び目の変形で、変形前と変形後の結び目を指定し、変形にある種の条件をつけたもの」の完全な解決になっている。そして、その変形前の結び目と変形後の結び目がDNAの理論で重要な対象であったため、その研究が応用されることとなった。

今回の研究では、変化前の結び目がツイスト結び目、変化後の結び目が $(2, 2p)$ -トーラス絡み目である場合の研究を行った。今年度は完全な解決までは至らなかったが、部分的な解決を得ることが出来た。その研究に用いた手法は、上記の論文に挙げた変化の特徴付けの応用である。しかし、この問題では、その手法だけでは問題を解決することが出来ず、いくつかの課題が残されている。それらを解決するためには、レンズ空間内のある種の結び目のデーン手術の特徴付けが必要であり、これは今後の課題となる。

● 発表論文

○ **Exceptional surgery and boundary slopes**

Masaharu Ishikawa, Thomas W. Mattman and Koya Shimokawa  
Osaka J. Math. **43** 807-821 (2006).

● 外部資金

科学研究費 基盤研究(C) 18540069 平成18年度～平成20年度

研究題目「曲面を用いた結び目の研究」

研究代表者 下川 航也

340万円

● 講演

- DNA and lens space surgery, 奈良女子大学トポロジーセミナー, 2007年2月, 奈良女子大学.
- DNA と結び目理論, 生物進化に学ぶシステム解析, 2007年2月, 日本大学.
- DNA and lens space surgery, 結び目のトポロジーIX, 2006年12月, 日本大学.
- Lens space surgery and DNA, 2006年9月, San Francisco State University.
- DNA and Dehn surgery, Chico Mathematics Colloquia, 2006年9月, California State University, Chico.
- DNA と結び目のデーン手術, 埼玉大学木曜セミナー, 2006年6月, 埼玉大学.

● 研究報告書

- DNA and lens space surgery, 研究集会「結び目のトポロジーIX」報告集, 2007年2月