

---

# 熱流体新技術への音響定在波応用における 波動現象解析

---

課題番号 11450070

平成 11 年度～平成 12 年度科学研究費補助金  
( 基盤研究(B)(2) )  
研究成果報告書

平成 13 年 3 月

研究代表者 川 橋 正 昭  
(埼玉大学・工学部・教授)

## 1. はしがき

平成11年度～平成12年度の科学研究費補助金[基盤研究(B)(2)(一般)]を受けて、「熱流体新技術への音響定在波応用における波動解析」(課題番号11450070)についての研究が行われた。

本研究に関連する基本現象である音響管内定在波は、極めて古典的であり、熟知された基礎的物理現象と認識されている。音響管内波動についての線形音響理論に基づく理論的解釈は、実際に観測される多くの現象を良く説明する。しかし、流体力学的な問題を詳細に考慮する必要のある条件が加わると、必ずしも十分に理解されているとは言えない。それらは、音波の減衰、振動流境界層(ストークス層)の挙動、気流を伴う定在波、複雑な管端条件、有限振幅波動などである。これらの問題の中で、本研究では特に、気体で満たされた閉管内に生じる有限振幅定在波が対象となる。

閉管内気柱が、その共振周波数で駆動されると、管内には有限振幅定在波が生じる。このとき管内には、線形音響理論では扱えないさまざまな現象が発生する。それらは、振幅の増加に伴う波形の非線形歪や、管軸方向の節部で極小、腹部で極大となるような定常圧力分布、 $1/4$ 波長ごとの周期的構造をもつ定常循環流成分(音響流)、節部で冷却効果、腹部で加熱効果となって現れる熱音響効果などである。これらの現象は、さまざまな流体力学的、熱的現象を引き起こし、さらにそれらはさまざまな工学的応用に結びつく。管軸方向定常圧力は、高压部と低压部を結ぶ微小循環系の形成や、液面にスプラッシングを誘起することによる気体中への物質拡散促進などへの応用の可能性がある。定常循環流成分は物質移動や伝熱促進への応用が考えられ、熱音響効果はすでに熱音響冷凍機の動作原理として応用されている。これらに加え、有限振幅定在波状態における大振幅圧力変動を単純に気体圧縮機に応用することが検討され、音響圧縮機(アコースティックコンプレッサーあるいはソニックコンプレッサー)として開発が進んでおり、環境適応型冷凍機用の冷媒圧縮機として期待されている。本研究は、これらの熱流体新技術への音響定在波応用において基本的問題となる、有限振幅波動現象の基礎的解析を行い、具体的応用を考えたときの基礎的知見を得ることを目的としている。

以下に、本科学研究費補助金による研究実施における組織、経費および発表済み(投稿中を含む)の成果について示す。

### (1) 研究組織

研究代表者 : 川橋正昭 (埼玉大学工学部・教授)

研究分担者 : 平原裕行 (埼玉大学工学部・助教授)

### (2) 研究経費

平成11年度 4,700,000千円

平成12年度 2,700,000千円

計 7,400,000千円

### (3) 成果発表

A. 学会誌等

埼玉大学附属図書館

998003334

埼大コーナー

- 1) 川橋正昭, Anwar Md Hossain, 小塚浩二, 平原裕行  
断面積が変化する軸対称閉管内の有限振幅定在波  
日本機械学会論文集(B編), 投稿中(受付番号No. 01 - 0184).
- 2) Anwar Md Hossain, Masaaki Kawahashi and Hiroyuki Hirahara  
Finite amplitude standing wave in a closed duct with varying cross section.  
Proceedings of ASME-FEDSM' 01 (FEDSM2001-18196), 2001.
- 3) Masaaki Kawahashi and Hiroyuki Hirahara  
Density Filed Measurements by Digital Laser Photography  
Proceedings of 10th International Symposium Application of Laser Technique to Fluid  
Mechanics, paper no. 15p2, 2000.
- 4) Masaaki Kawahashi, Kenji Nishino and Hiroyuki Hirahara  
PIV Measurements of Thermal Convection Currents Transformed by Finite Amplitude Acoustic  
Standing Wave.  
Proceedings of 3 rd International Workshop on PIV, 1999.

#### B. 口頭発表

- 1) 市川宗貴, 川橋正昭, 細井健司, 平原裕行  
音場が重なる高レイリー数熱対流場のレーザスペックル法による密度場計測  
可視化情報学会講演論文集, 20-suppl. No. 2, 2000.
- 2) 瀬尾則善, 川橋正昭, 平原裕行  
断面積が変化するダクト内気柱振動モードの実験解析  
日本機械学会関東支部総会講演会講演論文集, 000-1, 2000.
- 3) 小塚浩二, 川橋正昭, 平原裕行  
断面積が変化する管内のショックレス有限振幅定在波の解析  
日本機械学会講演論文集, 99-19, 1999.

## 2. 研究成果の概要

### (1) まえがき

音響定在波に伴う現象の熱流体関連新技術への応用を考えるときの基本的問題は、管内定在波振幅が増加して有限振幅波動の領域になると、進行波、後退波の波面の急峻化により管内に衝撃波伝ばが生じ、定在波解が存在しなくなることである。衝撃波の発生は、定在波応用を考える上でさまざまな制限を与える。すなわち、それらは定常圧力分布における圧力差の増加割合の減少や、音響流構造の変化、熱音響効果における冷却効果の消滅などとなって現れ、さらに駆動源振幅の増加に対する管内圧力変動あるいは速度変動振幅の増加割合の急速な飽和、すなわち音響飽和をもたらす。このような、有限振幅領域での負の要因を除く一つの方策に、ショックレス共振による有限振幅定在波状態を実現することがある。有限振幅波動においては、厳密な意味では定在波という用語を用いるのは適当でないが、伝ば衝撃波を伴う波動状態においても、節部あるいは腹部相当位置が存在し、さらにショックレス状態ではほぼ正弦波状の変動が維持され、振幅分布が線形理論で得られるモードと良く一致することから、ここでは有限振幅定在波と表現することとする。本研究では、上述の音響定在波の工学応用を考える上で重要となる、ショックレスの有限振幅定在波状態がどのように実現されるか、その定在波状態の基本特性がどのようなものであるかを数値解析および実験により検討した。

ショックレスの有限振幅定在波を実現するには、管軸方向に断面積が変化する音響管を使用する。断面積が変化する導波音響管として最も基本的な形状は、指数関数状断面積変化音響管である。一端が閉止、多端が駆動端であるような指数関数状断面積変化音響管内に生じる定在波状態について、線形音響理論に基づきその基本特性を明らかにすることは、断面積変化音響管内の有限振幅定在波を調べる上で、重要な基礎となる。そこではじめに、音響圧縮機を想定した指数関数状断面縮小管を対象に、断面縮小比に対する、共振周波数、定在波モードの変化、駆動端速度振幅を基準とした閉端圧力振幅の変化などについて、線形音響理論により明らかにした。

断面積変化管内波動の数値解析においては、非定常摩擦項を考慮した一次元数値解析の精度、安定性について詳細に検討し、断面積変化率が管内波動におよぼす影響、駆動開始時に生じる過渡現象の影響、などについて検討した。その結果、初期波動現象の影響と波形ひずみの発生過程、計算の収斂状況などを明らかにした。また、管形状の変化に対する共振モードの解析や、断面縮小割合に対する圧力変動振幅の増加割合などの基本特性に加え、各管形状においてショックレス共振を実現できる限界などを明らかにした。さらに、音響冷媒圧縮機の開発を想定した場合の到達圧縮比の予測も行い、理論的な可能性について検討した。さらに、気体の物性の影響を調べ、音響圧縮機を冷媒圧縮機として利用するときの特性について明らかにした。また、音響定在波の他の熱流体現象への応用例として、境界層のアクティブ制御や、伝熱促進および制御などが検討されているが、本研究では熱対流場に重なる音響定在波を取り上げ、複合流場の形成についての数値解析も行い、複合流場の発達過程について明らかにした。

実験では、各種形状の音響管二次元モデルおよび軸対称モデルを製作し、管の形状および駆動方法による管内有限振幅波動現象の変化について明らかにした。その結果、両端閉止と一端開放による管内共振現象での、非線形波形歪みの生じ方の違いを明らかにした。また、異種気体による共振現象の変化、駆動源振幅に対する変動圧力振幅の変化について明らかにし、冷媒圧縮機としての応

用に対する基礎的知見を得た。つぎに、熱対流場に重なる有限振幅波動現象がもたらす効果について、速度場および密度場の可視化観測を行い、複合流の流速場と密度場形成の関連について明らかにした。さらに、音響流形成のメカニズムを実験的に検証するため、マイクロPIV計測法によるストークス層内流速分布計測を試み、計測上の問題点についても検討した。

## (2) 断面縮小管内定在波の線形解析

本研究で対象とする条件下における断面縮小音響管内波動の解析にあたり、その基礎的特性を考える基準として、いくつかのパラメータについて検討する。対象とする管形状、駆動周波数などを考慮すると、断面積一定の直管内伝ば波動に伴う振動流についてのストークス数  $s$

$$s = \frac{D}{\sqrt{\nu/\omega}} \quad (1)$$

が十分大きく、またMerkli & Thomann による振動レイノルズ数

$$A = \frac{2u}{\sqrt{\nu\omega}} \quad (2)$$

の値が臨界値  $A_c \approx 400$  以下であり、振動境界層は層流と仮定される。したがって、振動境界層(ストークス層)厚さ  $\delta$  は、

$$\delta \approx 5\sqrt{\nu/\omega} \quad (3)$$

のオーダーと見積もられる。この結果、この値は対象としている管の径に比べて十分小さい。これらから平面波伝ばを仮定し、1次元モデルによる解析を行うことが妥当である。なお、式中の  $D$  は管直径、 $\nu$  は動粘性係数である。

はじめに、断面積が管軸方向に変化する管内伝ば音波に関する基礎式は、1次元の連続式およびオイラーの式

$$\frac{\partial \rho S}{\partial t} + \frac{\partial \rho u S}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{c^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (5)$$

を、微小変動仮定のもとで変形すると、

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} \right) \right] \quad (6)$$

が得られる。ここで、 $u$  は変動速度、 $c$  は音速、 $S$  は断面積、 $t$  は時刻、 $x$  は管長さ方向座標である。式(6)が、一端が閉止で、多端が駆動端であるような断面縮小閉管内に生じる定在波状態に適用される。ここで、最も代表的な断面変化音波伝送管である指数関数状断面縮小管を考えることとする。このとき、後述するように、式(6)右辺に含まれる断面積変化率を表す項

$$\frac{1}{S} \frac{dS}{dx}$$

が、一定値となる特徴を有していることが分かる。

解析における境界条件は、一端を駆動端として正弦波状に振動するピストン端とし、多端を閉止端とすると、

$$x = 0 \text{ (ピストン端)} : u = u_0 \cos \omega t$$

$$x = \ell \text{ (閉端)} \quad : \quad u = 0 \quad (7)$$

となる. ここで,  $\ell$  は音響管長さ,  $u_0$  はピストン振動速度振幅,  $\omega$  はピストン振動角周波数である.

指数関数状縮小管の形状関数は一般に,

$$S = S_p \exp(-mx) \quad (8)$$

で表される. ここで,  $m$  は断面積変化を表す係数であり, 駆動ピストン面の面積を  $S_p$ , 閉端面積  $S_0$  をとし, ピストン面から閉端に向かって断面が縮小する場合は,

$$m = \frac{\ln(S_p/S_0)}{\ell}$$

となる.

管内に正弦波状の波動が伝ばすると仮定して速度変動を,

$$u = u(x) \exp(i\alpha x) \quad (9)$$

で表し, 波動方程式(1)に代入して時間項を消去すれば,

$$\frac{d^2 u(x)}{dx^2} + m \frac{du(x)}{dx} + k^2 u(x) = 0 \quad (10)$$

が得られる. ここで,

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

である. 式(10)の一般解は,

$$u(x) = A \exp(\alpha x) - B \exp(\beta x) \quad (11)$$

ここで,

$$\alpha = -\frac{m}{2} - i \sqrt{k^2 - \frac{m^2}{4}},$$

$$\beta = -\frac{m}{2} + i \sqrt{k^2 - \frac{m^2}{4}}$$

である. また  $A, B$  は境界条件式(7)より定まる定数であり,

$$A = -\frac{u_0}{[\exp(\alpha \ell) - \exp(\beta \ell)]}$$

$$B = \frac{u_0}{[\exp(\alpha \ell) - \exp(\beta \ell)]}$$

となる. これらの関係より, 指数関数状縮小管内の気柱共振角周波数,

$$\omega_0 = \sqrt{c^2 \left( \frac{n\pi}{\ell} \right)^2 + \frac{c^2 m^2}{4}} \quad (12)$$

が得られる. ここで,  $n$  は次数を表す.

本解析では損失を無視しているため, 共振点では解が発散し, 変動速度振幅および変動圧力振幅の値を求めることは出来ないが, 生じ得る定在波モードについては, 以下のように求めることができる. はじめに変動速度振幅の定在波モード関数を示すと,

$$\text{mode}(u) : -u_0 [\exp(\alpha x) - \exp(\beta x)] \quad (13)$$

が得られる. つぎに, 圧力変動振幅定在波モードについては, 微小振幅仮定の運動方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (14)$$

の関係から,

$$\text{mode}(p) : -i\omega\rho_0 u_0 \left[ \frac{1}{\alpha} \exp(\alpha x) + \frac{1}{\beta} \exp(\beta x) \right] \quad (15)$$

が得られる。ここで、 $p$ は圧力、 $\rho$ は密度、 $\rho_0$ は管内平均密度である。

以上の結果より得られる断面縮小管内定在波の特性について以下に示す。はじめに、解析対象とした指数関数状断面縮小管の形状が図1に示されている。

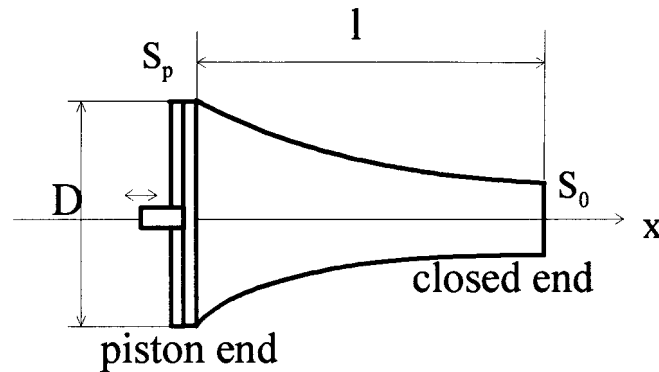


図1 指数関数状断面縮小管

図に示した管についての、断面積比に対する1次モード共振周波数の変化が図2に示されている。図の縦軸は、同一長さの直管における共振周波数で無次元化されている。この結果、断面縮小率の増加とともに共振周波数の値が増加することが示されている。

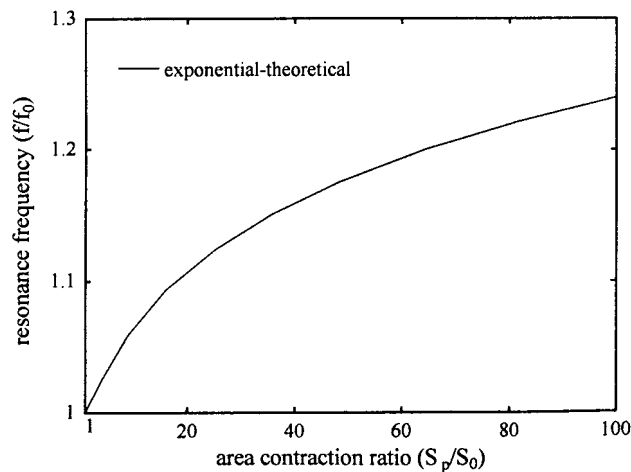


図2 指数関数状断面縮小管の断面積比に対する共振周波数変化

断面積比の変化による共振周波数の変化とともに、定在波モードも変化する。断面積比に対する定在波モードの変化を、変動速度および変動圧力について図3に示す。図中の変動速度振幅は、ピ

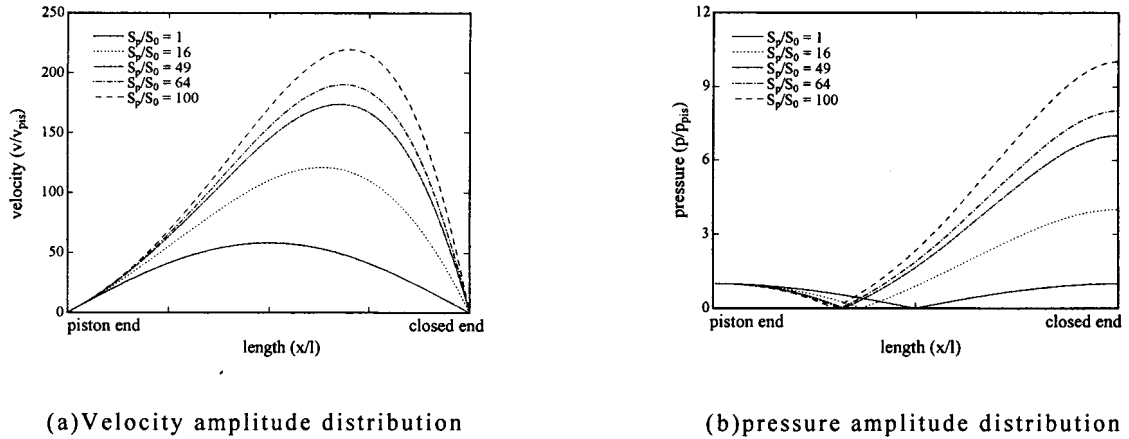


図3 指数関数状断面縮小管内定在波

ストン振動速度で無次元化されており、圧力変動振幅は、ピストン面での圧力変動振幅で無次元化されている。計算条件は、管内空気の平均圧力を大気圧、温度を室温としている。

図3および図4の結果より、共振周波数は、断面積比の増加と共に $\ln(S_p/S_0)$ 比例して増加する傾向を示し、定在波モードについては、断面積比の増加とともに、速度変動振幅の腹部は閉端側に、圧力変動振幅の節部はピストン側に近づいていくことが分かる。また、閉端圧力変動振幅は、ピストン面での圧力変動振幅の $(S_p/S_0)^{1/2}$ 倍となることが分かる。これらの結果が、つぎに述べる有限振幅定在波数値解析における共振点を決定するための初期条件を与えるとともに、定在波モードなどについての計算結果と比較される。

### (3) 断面縮小管内有限振幅定在波の数値解析および実験

断面縮小管内に生じる有限振幅定在波について、1次元波動解析を行う。

数値解析においては、周期解に到達するまで多数回の繰り返し計算を必要とすることから、十分な安定性を有し、かつ空間および時間に対して高精度の数値解析法を適用する必要がある。音響圧縮機を想定して、冷媒流入を考慮した波動現象の理論的検証を行うには、解析に際して、流出入部の複雑な反射条件およびエントロピー不連続面の形成などによる解の不安定性に対応できるスキームを選択し、圧縮機作動条件下での波動状態およびその維持メカニズムを明らかにする必要がある。解析における断面積変化管内の有限振幅一次元波動の基礎式は、保存形で表わすと以下の通りである。

$$\frac{\partial QS}{\partial t} + \frac{\partial RS}{\partial x} = H \quad (16)$$

ここで、



$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ E \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ (E + p)u \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0 \\ p \frac{\partial S}{\partial x} + F \\ Fu \end{bmatrix}$$

であり,

$$F = \frac{4}{3} \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f$$

とした。ここで、 $E$ は全エネルギー、 $p$ は圧力、 $S$ は断面積である、 $\mu$ は粘性係数、 $f$ は壁摩擦である。

なお壁摩擦項 $f$ は、

$$f = f_0 + f' \quad (17)$$

とした。ここで、 $f_0$ は瞬時レイノズル数

$$Re = \frac{uD}{\nu}$$

から求まる項であり、 $f'$ は

$$f' = \frac{16\mu u}{D^2} \int_0^t \frac{\partial u}{\partial \tau}(\tau) W(t-\tau) d\tau \quad (18)$$

で求まる非定常項である。 $f'$ の計算ではTrikihaによる近似計算法を用いた。ここで、 $W$ は時間に関する重み関数である。

保存系で示された式(16)を、理想気体を仮定して比熱比一定とし、仮定された基準状態のもとで無次元化する。まず、各物理量の無次元化について、以下に示す。ここで、 $(\ )^*$ は有次元量を意味する。

$$\rho = \frac{\rho^*}{\rho_0^*}, p = \frac{p^*}{p_0^*}, T = \frac{T^*}{T_0^*}, E = \frac{E^*}{E_0^*}, a = \frac{a^*}{a_0^*},$$

$$a_0^{*2} = \gamma RT_0^*, p_0^* = \rho_0^* RT_0^* = \frac{1}{\gamma} \rho_0^* a_0^{*2}$$

$$E_0^* = \rho_0^* e_0^*, e_0^* = c_v T_0^*, c_v = \frac{R}{\gamma - 1}, e_0^* = \frac{1}{\gamma - 1} RT_0^*,$$

$$E_0^* = \frac{1}{\gamma - 1} \rho_0^* RT_0^* = \frac{1}{\gamma - 1} p_0^* = \frac{1}{\gamma(\gamma - 1)} \rho_0^* a_0^{*2},$$

$$u = \frac{u^*}{a_0^*}, x = \frac{x^*}{L^*}, t = \frac{t^*}{\tau^*}, \tau^* = \frac{2\pi}{\omega^*}, \omega^* = 2\pi f^*$$

$$\rho^* = \rho_0^* \rho, p^* = p_0^* p = \frac{1}{\gamma} \rho_0^* a_0^{*2} p, E^* = \frac{1}{\gamma(\gamma - 1)} \rho_0^* a_0^{*2} E$$

$$u^* = a_0^* u, x^* = L^* x, t^* = \frac{2\pi}{\omega^*} t$$

この結果式(16)は、

$$\frac{\partial Q \omega^* S}{\partial t} + \frac{\partial RS}{\partial x} = H \quad (18)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ E \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p' \\ (E' + p') u \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ p' \frac{\partial S}{\partial x} + F_r \\ 0 \end{bmatrix}$$

となる。ただし、

$$E' = \frac{1}{\gamma(\gamma-1)} E, \quad p' = \frac{1}{\gamma} p$$

$$\frac{L^* \omega^*}{2\pi a_0^*} = \frac{\omega^*}{2\omega_0^*} = \frac{\omega}{2} = \omega', \quad \text{ここで } \omega_0^* = 2\pi f_0^* = \frac{\pi a_0^*}{L^*}$$

である。

上式が、時間2次精度、空間4次精度のMac-Cormack法に相当するTurkelの方法、すなわち以下に示す予測子・修正子の計算における後退差分・前進差分の組み合わせを1時間刻み $\Delta t$ ごとに入れ替える計算法を適用して解かれる。

なお、ここで式(17)を

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = h$$

として示せば、計算は、

時間ステップ1

$$\text{予測子 } \tilde{q}_j = q_j^n + \frac{\Delta t}{6\Delta x} (7f_j^n - 8f_{j+1}^n + f_{j+2}^n) + h_j^n, \quad j = 0, \dots, N-2$$

$$j = N-1$$

$$\tilde{q}_{N-1} = q_{N-1}^n - \frac{\Delta t}{6\Delta x} (4f_N^n - f_{N-1}^n - 4f_{N-2}^n + f_{N-3}^n) + h_{N-1}^n,$$

$$j = N$$

$$\tilde{q}_N = q_N^n - \frac{\Delta t}{6\Delta x} (15f_N^n - 28f_{N-1}^n + 17f_{N-2}^n - 4f_{N-3}^n) + h_N^n$$

$$\text{修正子 } q_j^{n+1} = \frac{1}{2} \left[ q_j^n + \tilde{q}_j - \frac{\Delta t}{6\Delta x} (7\tilde{f}_j - 8\tilde{f}_{j-1} + \tilde{f}_{j-2}) + \tilde{h}_j \right], \quad j = 2, \dots, N$$

$\tilde{f}: \tilde{q}$ に基づく値

$$j = 0$$

$$q_0^{n+1} = \frac{1}{2} \left[ q_0^n + \tilde{q}_0 - \frac{\Delta t}{6\Delta x} (4\tilde{f}_3 - 17\tilde{f}_2 + 28\tilde{f}_1 - 15\tilde{f}_0) + \tilde{h}_0 \right],$$

$$j = 1$$

$$q_1^{n+1} = \frac{1}{2} \left[ q_1^n + \tilde{q}_1 - \frac{\Delta t}{6\Delta x} (-\tilde{f}_3 + 4\tilde{f}_2 + \tilde{f}_1 - 4\tilde{f}_0) + \tilde{h}_1 \right]$$

時間ステップ2

$$\text{予測子 } \tilde{q}_j = q_j^n - \frac{\Delta t}{6\Delta x} (7f_j^n - 8f_{j-1}^n + f_{j-2}^n) + h_j^n, \quad j = 2, \dots, N$$

$$j = 0$$

$$\tilde{q}_0 = q_0^n - \frac{\Delta t}{6\Delta x} (4f_3^n - 17f_2^n + 28f_1^n - 15f_0^n) + h_0^n,$$

$$j = 1$$

$$\tilde{q}_1 = q_1^n - \frac{\Delta t}{6\Delta x} (-f_3^n + 4f_2^n + f_1^n - 4f_0^n) + h_1^n$$

$$\text{修正子 } q_j^{n+1} = \frac{1}{2} \left[ q_j^n + \tilde{q}_j + \frac{\Delta t}{6\Delta x} (7\tilde{f}_j - 8\tilde{f}_{j+1} + \tilde{f}_{j+2}) + \tilde{h}_j \right], \quad j = 0, \dots, N-2$$

$$j = N-1$$

$$q_{N-1}^{n+1} = \frac{1}{2} \left[ q_{N-1}^n + \tilde{q}_{N-1} - \frac{\Delta t}{6\Delta x} (4\tilde{f}_N - \tilde{f}_{N-1} - 4\tilde{f}_{N-2} + \tilde{f}_{N-3}) + \tilde{h}_{N-1} \right],$$

$$j = N$$

$$q_N^{n+1} = \frac{1}{2} \left[ q_N^n + \tilde{q}_N - \frac{\Delta t}{6\Delta x} (15\tilde{f}_N - 28\tilde{f}_{N-1} + 17\tilde{f}_{N-2} - 4\tilde{f}_{N-3}) + \tilde{h}_N \right]$$

のように進める。

計算は、一端が閉止、他端がピストン駆動端の閉管内の1次モード(1/2波長共振相当)の有有限振幅定在波を対象とする。境界条件は、式(7)と同様とする。管形状については図4に示すように、断面積変化率一定の指数関数状断面縮小管に加え、断面積変化率が閉端に向かって急速に増加する円錐状断面縮小管と、比較のために直管を加える。ピストン振動変位振幅 $d_0$ は実験との比較を考慮して、 $d_0 = 10 \mu\text{m} \sim 100 \mu\text{m}$ の範囲とする。

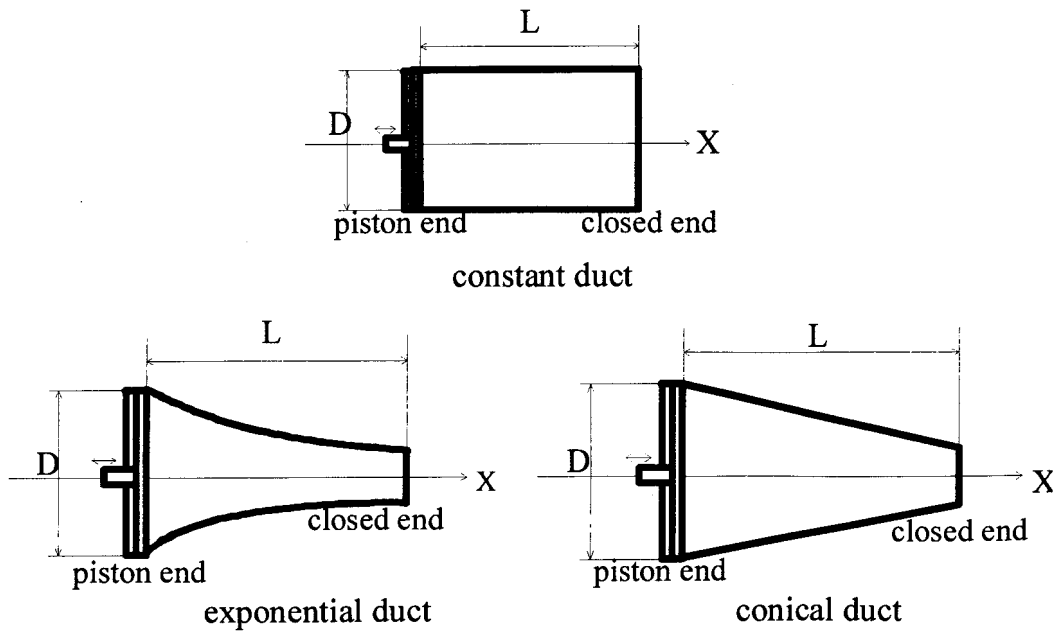


図4 数値計算の対象とした各種管形状

なお、指数関数状断面縮小管と円錐状縮小管の幾何学的特性は、図5に示すような管軸方向の断面面積変化率分布により表される。

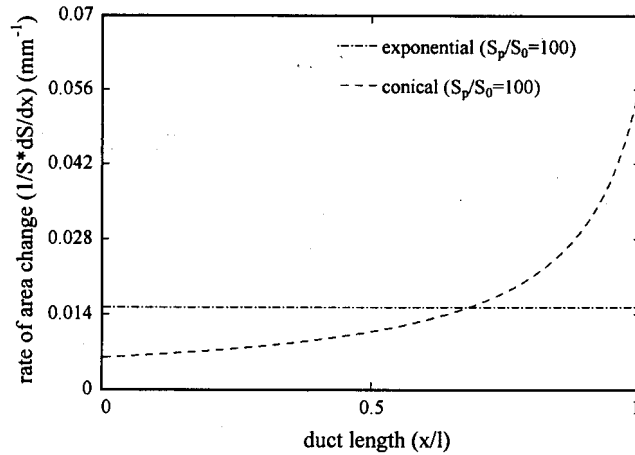


図5 指数関数状断面縮小管と円錐状断面縮小管の面積変化率

計算における共振周波数の決定は、以下の手順による。共振周波数は、管長、断面縮比( $S_p/S_0$ )および管形状によって異なるが、指数関数状および円錐状縮小管については、線形理論から求まる指数関数状断面縮小管についての各断面縮比に対する値を初期値とし、その値の近傍について閉端圧力振幅が最大となる周波数とする。

計算の初期条件は、標準状態(大気圧状態)で静止と仮定し、

$$t = 0 : \rho = 1, p' = \frac{1}{\gamma}, E' = \frac{1}{\gamma(\gamma - 1)}, u = 0$$

とする。なお、冷媒圧縮機としての動作状態の解析では、吐出圧と吸入圧の平均、および平均温度を基準状態とする。

つぎに実験の概要について述べる。本実験は、断面縮小音響管内の共振時における、衝撃波発生が抑制された有限振幅波動の基本現象の確認と、数値解析結果との比較検討を目的としているため、単純な条件で行っている。すなわち、管内初期圧は大気圧であり、気体は物性値の異なる二種類、すなわち空気およびHFC234aとした。音響管内に大気圧状態で満たされた気体が、ピストンにより共振周波数で駆動され、有限振幅定在波状態が生じる。実験装置の概略が図6に示されている。用いた音響管形状は、断面積一定の直管と、衝撃波発生が抑制される指数関数状断面縮小軸対称管および円錐状断面縮小軸対称管である。いずれの音響管も、管長300mmの亚克力製で、ピストン径は100mm、断面縮小管の閉端内径は10mmである。したがって、断面縮小管の断面積比( $S_p/S_0$ )はいずれも100となる。

ピストンは、駆動用に用いた加振機のヘッドへの取り付け部と一体型のアルミ製であり、音響管駆動部でOリングによりシールされる。駆動周波数は、シンセサイザーにより0.01Hzの精度で調整される。音響圧縮機で高圧縮比を得るには、100~300  $\mu$ m程度のピストン振動変位振幅( $d_0$ )が必要となる。しかし、本実験条件では作動気体として空気を用いたため、断面縮小管の共振周波数が約

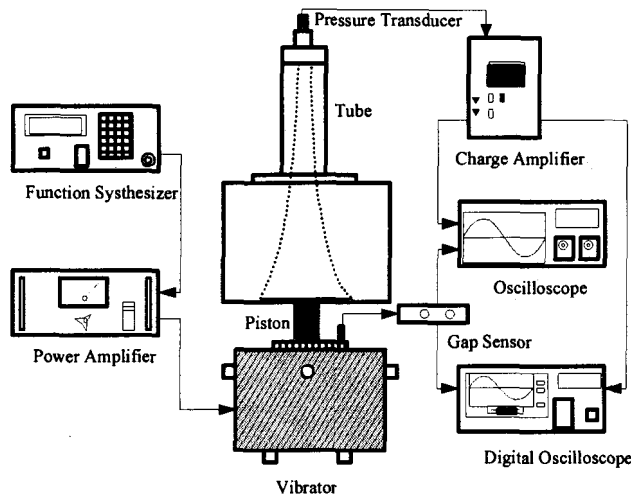


図6 実験装置概略図

700Hz程度になり，用いた加振機の仕様上，ピストン振動変位振幅の上限は $10\mu\text{m}$ 程度に制限される．なお，ピストン振動変位は渦電流式ギャップセンサーにより， $0.1\mu\text{m}$ の精度で計測される．また，各種形状の音響管閉端における圧力変動波形および振幅が，ピエゾ型圧力変換器を用いて調べられる．

有限振幅定在波についての数値解析結果を，線形理論による値および実験値と比較して示す．計算条件は，線形理論による場合と同様とし，初期管内圧力は大気圧，温度は室温である．各種管形状における断面積比に対する共振周波数の変化が，図7に示されている．

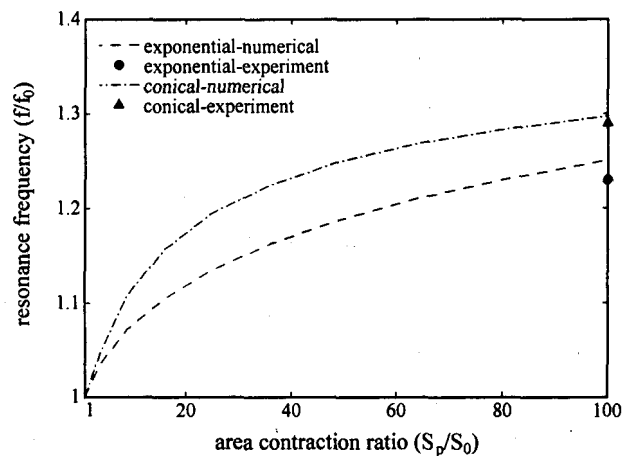


図7 断面積変化管内気柱の共振周波数数値解析結果

この結果，指数関数状断面縮小管についての数値解析結果は，図2に示した線形理論による結果と良く一致することを示している．また，一条件のみではあるが，これら計算結果は実測値とも良く一致することを示している． $1/2$ 波長共振時のモードでは，管長さ方向中央で圧力変動振幅の節部が現れる．有限振幅波動では完全な節とはならないが，振幅が極小を示す節部相当位置が現れ

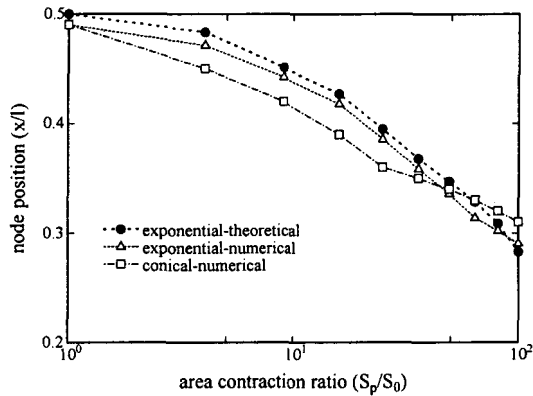


図8 面積比による節部位置の変化

る。図8に、節部および節部相当の位置についての計算結果を示す。この結果においても、数値解析結果と線形解がよい一致を示していることがわかる。

つぎに各種管形状に対する、共振時の管内波動状態について調べる。はじめに、ピストン変位振幅に対する管閉端圧力変動振幅の変化を、図9に示す。

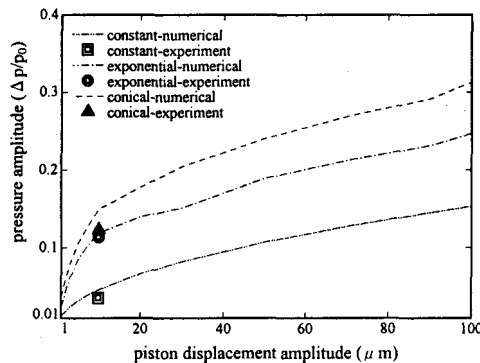
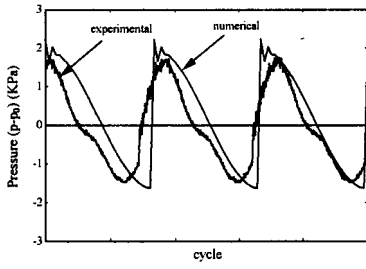
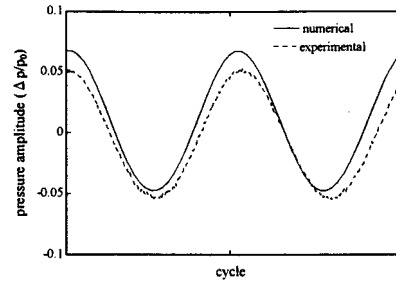


図9 駆動ピストン振幅に対する閉端圧力変動振幅

この結果、いずれの管形状においても、ピストン振幅の増加と共に、圧力振幅増加率が減少する傾向にあるが、特に断面一定の管において増加割合が急速に減少し、音響飽和と呼ばれる状態になることが分かる。音響飽和は、管内に伝ば衝撃波が現れることによる生じる。図10に、衝撃波を伴う有限振幅定在波状態での閉端圧力変動と、ショックレス定在波が実現している場合の圧力変動の結果を示す。同一ピストン振幅に対して、断面積比の値が小さくなると、圧力変動振幅は減少し、ある値以下で管内に衝撃波が形成される。断面積比に対する音響管圧縮機動作における吐出圧と吸入圧の関係を表す圧縮比、すなわち閉端での圧力変動の最大値と最小値の比の関係、および衝撃波発生限界が図11に示されている。ピストン変位は、 $10\mu\text{m}$ および $100\mu\text{m}$ である。衝撃波が発生する断面積比の値の限界は、ピストン変位振幅および管形状によって異なる。この結果、ピストン振幅が小さい場合は、管形状によらず衝撃波発生領域はほぼ同じであるが、ピストン振幅の増加と



(a) 直管内定在波圧力変動



(b) ショックレス定在波圧力変動

図 10 衝撃波を伴う場合とショックレス状態での有限振幅定在波閉端圧力変動

共に衝撃波発生領域は管形状に依存することが示されている。また、圧縮比の増加割合は、断面積比10~20程度で急速に減少し、断面積比増による圧縮比増加の効果には限界があることが分かる。圧縮比は全領域で指数関数状縮小管の方が円錐状縮小管に比べて大きくなる。圧力変動振幅

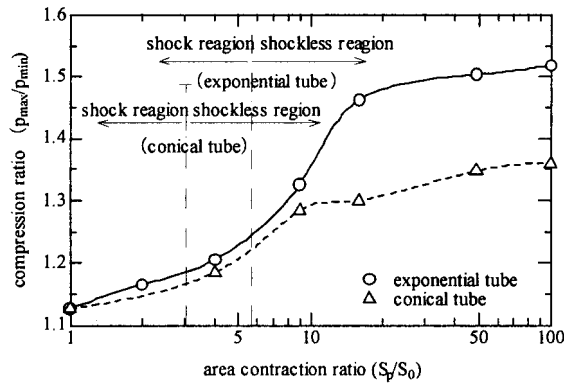


図 11 断面積比に対する圧縮比変化および衝撃波発生領域境界

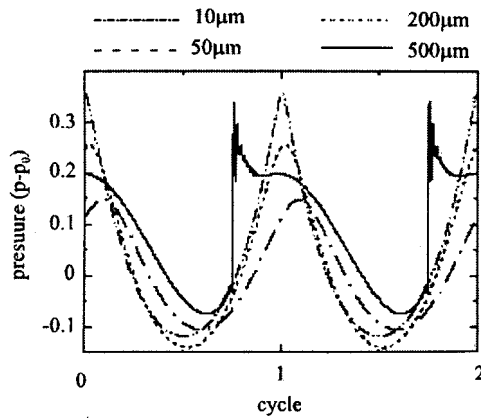


図 12 駆動ピストン振幅増加による圧力波形の変化

と圧縮比が管形状によって異なる傾向を示すことは、閉端近傍での断面積変化率の大きな違いによるものと考えられるが、詳細については実験による検証が必要である。

図11で示される衝撃波が発生しない領域においても、ピストン振幅を大幅に増加させると、衝撃波が発生する可能性がある。断面積比100に対して、ピストン振幅を増加させて時の閉端圧力波形が、図12に示されている。この結果、ピストン振幅の増加とともに波形歪が増加し、振幅500 $\mu$ mで衝撃波の発生が見られ、圧力変動振幅も減少していることが分かる。

上述の有限振幅定在波で生じる大振幅圧力変動の応用に対して、音響定在波の他の熱流体現象への応用としては、音場を重ねることにより流れ場を制御する可能性が検討されている。本研究では、熱対流場に音響定在波を重ねることにより、対流場を制御することを試みた。水平に置かれた閉管内の上面冷却あるいは下面加熱により生じる自然対流場は、レイリー(Ra)数により特徴付けられ、Ra数の増加とともに、定常なロール状対流から、非定常対流、乱流へと変化する。高Ra数状態の熱対流場に音響定在波を重ねると、非定常対流場が1/4波長の構造をもつロール状態対流へと変化する。非定常熱対流を音場により制御し、定常な複合対流場を実現したとき、どのような流速場および温度場が実現しているかは、この現象の工学的応用を考える上で、重要となる。本研究では、PIVにより流速場の計測を行い、デジタルスペックル写真法による密度場計測から温度場の予測を行った。実験装置および速度場計測に用いた光学系が図13に、密度場計測に用いた光学系図14に示されている。

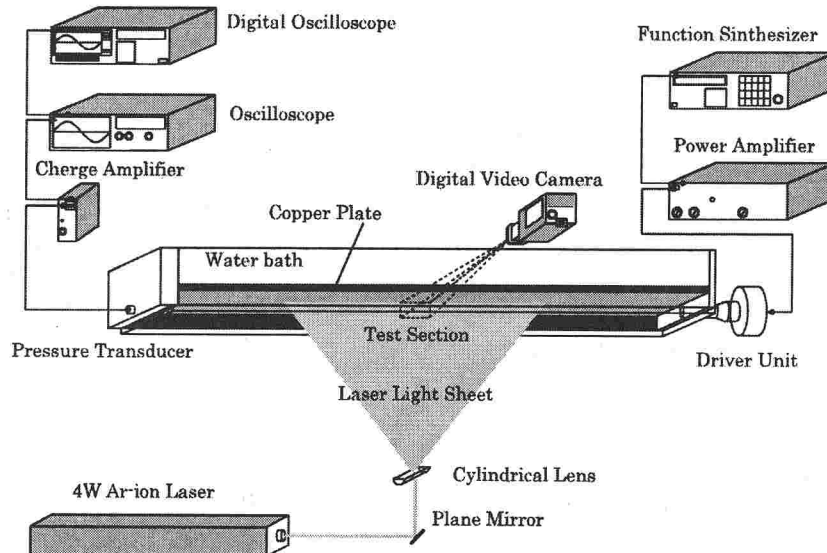


図13 熱対流場と音響定在波の複合流場のPIVによる流速場計測装置

流速場計測では、連続発振レーザまたはパルス発振レーザを光源として、CCDカメラにより取り込まれた2時刻画像間の、局所相互相関により流速ベクトル分布を求める。デジタルレーザスペックル写真法では、密度変動が生じていない場を透過した平行レーザ光がすりガラスにより散乱されて生じるレーザスペックル場の像面観測パターンと、密度変動が生じている場を透過した光によるレーザスペックル場による像面観測パターンとを用いて、PIVと同様のアルゴリズムを用いた局所



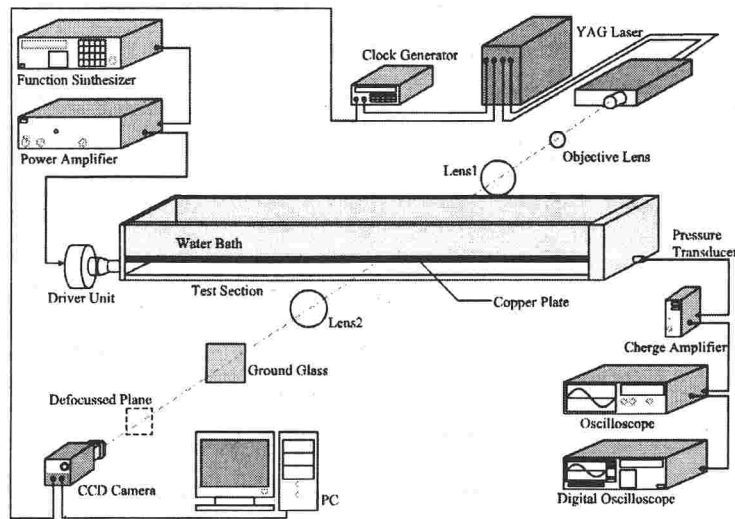
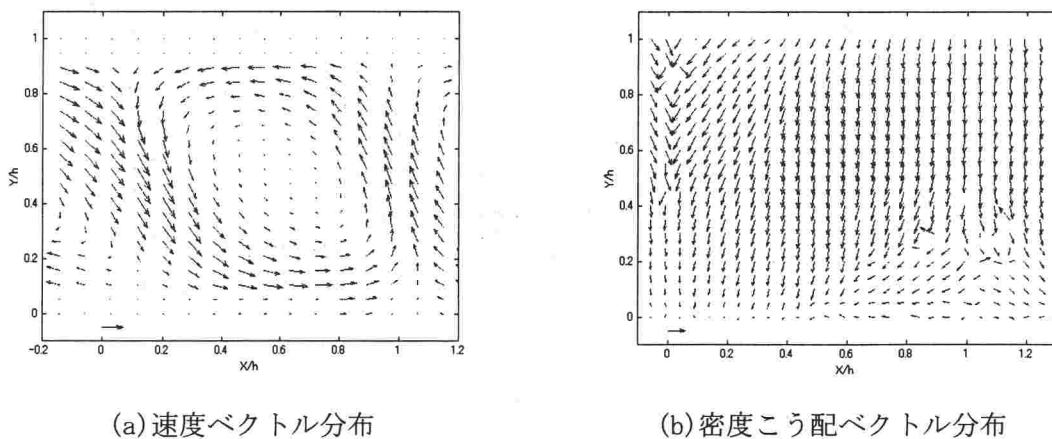


図 14 複合流密度場計測のデジタルレーザスペックル写真法光学系

相互相関処理により密度こう配ベクトル分布を得る。得られた密度こう配ベクトル分布の積分により、密度場を得ることができる。

これらの計測システムを用いて得られた結果の例を以下に示す。複合流場は、音響定在波の音圧およびRa数によって変化する。音圧の比較的低い状態での速度場および密度場の計測例が、図15に示されている。



(a) 速度ベクトル分布

(b) 密度こう配ベクトル分布

図 15 複合対流場流速分布および密度こう配ベクトル分布計測例

$$(Ra=3.51 \times 10^4, Dp=0.5kPa)$$

つぎに、比較的高い音圧の場合の結果が、図16に示されている。図15および16の結果は、何れも1/4波長の領域について示されたものである。これらの結果より、複合流場における密度場が、複合対流場の構造と対応して生じていることが分かる。さらに、密度こう配ベクトル分布の積分により得られた密度場の結果が、図17に示されている。この結果、時間経過とともに形成される特徴的な密度分布の状態が示されている。

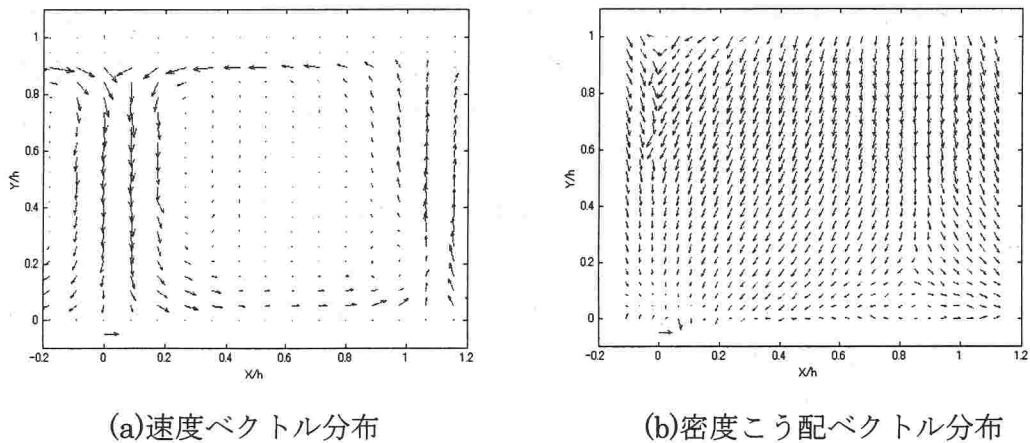


図 16 複合対流場流速分布および密度こう配ベクトル分布計測例  
( $Ra=3.61 \times 10^4, Dp=2.0kPa$ )

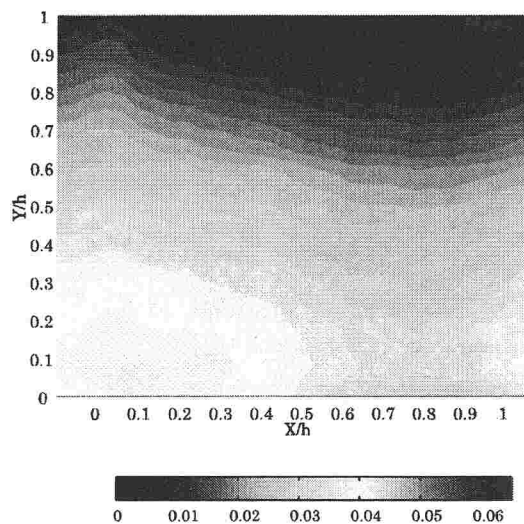


図 17 比較的高い音圧状態での複合流場密度等高線  
( $Ra=3.3 \times 10^4, Dp=2.0kPa$ )

これらの結果より、水平管内に生じる熱対流場における密度分布を、音響定在波の波長に基づく長さで特徴付けられる構造をもつように制御することができることが明らかになった。

#### (4) 研究成果のまとめ

音響管内の微小振幅波動現象は古典的な問題であり、その現象については十分解析されているかのように思われているが、管長さ方向に大きく断面形状が変化するような管内の有限振幅波動現象については、あまり関心が持たれてこなかった。最近、管内有限振幅定在波に伴って生じる現象の工学的応用が検討され、改めて管内有限振幅波動現象の詳細な解析が求められるようになった。とくに、次世代冷凍機用の冷媒圧縮機として音響圧縮機や熱音響冷凍機が注目されてからは、高圧縮

比を得る管形状の選択によるショックレス共振の実現が重要となり、波動現象解析による形状の最適化、圧縮比を抑制する要因の解析などが求められるようになった。このような要請に基づき、本研究では、断面積が変化する管内に形成される有限振幅定在波についての数値解析および実験解析を行い、各種管形状による波動現象の基本的特性を明らかにするとともに、具体的な圧縮機への適用時に求められる特性などについて検討した。

さらに、音響定在波の他の応用例として、熱対流場の制御について実験的に検討し、複合対流場の速度場、密度場の特性について明らかにした。

得られた成果は、今後の音響圧縮機実用化に向けて、さらに音響定在波の新しい熱流体技術への応用のとって、有用な知見を与えるものである。

#### 謝辞

本研究遂行に当たっては、埼玉大学大学院博士課程学生 Anwar Md Hossain君，修士課程学生 小塚 浩二君，瀬尾則善君，市川宗貴君，則村剛君の協力を得たことを記して、謝意を表す。

發 表 論 文 等