
アコースティックコンプレッサーの開発
および試作評価

課題番号 12555045

平成 12 年度～平成 14 年度科学研究費補助金

(基盤研究(B)(2))

研究成果報告書

平成 15 年 4 月

埼玉大学附属図書館



998005325

研究代表者 川橋正昭

(埼玉大学・工学部・教授)



1. はしがき

平成12年度～平成14年度の科学研究費補助金[基盤研究(B)(2)(展開)]を受けて、「アコースティックコンプレッサーの開発および試作評価」(課題番号12555045)についての研究が行われた。

本研究の背景として、フロンガス排出全面規制に向けて、家庭用冷蔵庫や空調機程度の冷凍能力を有する環境対応型脱フロン次世代冷凍機の開発および実用化が急がれていることがある。これら冷凍機への適用技術の中で、管内有限振幅波動を利用した熱音響効果や冷媒用アコースティックコンプレッサーの利用が特に注目を集めている。これらの実用化研究の過程で、民生用冷凍機には熱音響効果利用は不向きであり、アコースティックコンプレッサーを利用した冷凍機にのみ実用化の可能性があるとの結論に至っている。このような状況の中で、アコースティックコンプレッサーの実用化開発に向けて、最適音響管形状の決定、管内波動が維持される冷媒循環量限界の解析、冷媒吸入・吐出バルブ要素の開発などが残された問題となっている。

アコースティックコンプレッサーに関連してこれまで、管内有限振幅気柱振動における波動現象や熱効果についての解析、および高温高圧ガス発生用コンプレッサー動作の基礎研究などを行ってきた。これらの研究成果は、アコースティックコンプレッサー開発の基礎となるものであるが、さらに加えて、コンプレッサー駆動法の検討や、コンプレッサー動作における冷媒吸入・吐出部の複雑な反射条件、有限振幅波動で発生する音響流および熱音響効果などの非線形現象を考慮した、冷媒コンプレッサー動作時の波動現象解析などを行う必要がある。さらに冷媒循環量の制御においても、従来の冷媒吸入・吐出バルブ制御機構の適用は困難であり、波動現象の解析結果に基づく、新たな制御法が必要とされている。

アコースティックコンプレッサーを実用化するためには、定格圧縮比および冷媒循環量において、安定なコンプレッサー内波動現象の維持が可能かどうか、最も基本的な条件となる。圧縮比は波動の圧力振幅に依存するため、駆動入力一定の条件で最も大きな定在波振幅が得られる管形状を求める必要がある。同時に、必要循環量を維持するため、吸入・吐出制御バルブの設置に十分な流出入部面積を確保する必要がある。本研究では、はじめにこれらの条件を考慮して、振幅増加に伴う波形歪みによる衝撃波発生を防ぎ、なおかつ定在波振幅が最大となる管形状決定のための波動現象解析と、解析結果に基づくコンプレッサー実機相当モデル内波動現象の実験検証を行う。さらに、管端における流出入条件を付加した波動現象の解析と、冷媒循環量を制御した実現象の実験解析を行う。これらの結果に基づき、動電型駆動装置を用いたピストン振動誘起によるアコースティックコンプレッサーを試作し、その基本特性を明らかにするとともに、冷媒循環時の動作特性を調べる。併せて、有限振幅波動現象に付随して生じる音響流および熱音響効果が、コンプレッサー内の波動現象にどの程度の影響を与えるかについて、理論的および実験的検討を行う。

アコースティックコンプレッサーの実用化にはいくつかの重要な問題が残されており、それらを解決しなければならないが、このコンプレッサーが数々の特長を有していることから、環境対応型冷凍機用コンプレッサーとして大きな期待がよせられ、早急な実用化が待たれている。一方、非線形音響効果利用に関連する国内の研究では、主に有限振幅波動による熱音響効果利用に関心が集まっており、アコースティックコンプレッサーについての研究はほとんどなされていない。国外では、アコースティックコンプレッサーに強い関心が寄せられ、化学反応促進

装置、クリーン発電への応用も含め、開発研究も進められているが、複雑な条件を伴う非線型波動現象を動作原理としているため現象解析が十分でなく、完全な実用化には至っていない。

このような状況の中で、本研究ではコンプレッサー基本要素である音響管形状の最適化の検討により新たな管形状を提案するとともに、その管を用いた実機相当モデルにおけるコンプレッサー動作を明らかにする。さらに、従来検討されていなかった有限振幅波動現象における振動境界層の影響や、非線型効果としての音響流や熱音響効果のコンプレッサー動作への影響を考慮した解析を行い、改めてアコースティックコンプレッサーの総合的性能評価を行う。したがって、本研究により得られる結果は、環境対応型冷凍機用として期待されているアコースティックコンプレッサーの開発および実用化を大きく前進させるものである。

以下に、本科学研究費補助金による研究実施における組織、経費および公表成果(投稿中を含む)について示す。

(1) 研究組織

- 研究代表者 : 川橋正昭 (埼玉大学工学部・教授)
研究分担者 : 平原裕行 (埼玉大学工学部・助教授)
研究分担者 : 塩崎孝壽 (埼玉大学工学部・助手)
研究分担者 : 古庄和宏 ((株)ダイキン・空調技術研究所・研究員)

(2) 研究経費

平成12年度	6,900千円
平成13年度	4,100千円
平成14年度	1,700千円
計	12,700千円

(3) 成果発表

A. 学術雑誌

1. Anwar Md Hossain、川橋正昭、永喜多智義、平原裕行

Experimental Investigation on Large Amplitude Standing Wave Induced in Closed tubes with Varying Cross Section.

Acoustical Science and Technology (投稿中)

2. 川橋正昭、Hossain Md A.、小塚浩二、平原裕行

断面積が変化する軸対称閉管内の有限振幅定在波

日本機械学会論文集 (B編)、第68巻、第669号、(2002)、pp. 1352-1359。

3. 川橋正昭、Hossain Md A.、平原裕行

断面積変化軸対称管内気柱のショックレス共振

数理科学学会論文集、第3巻、第1号、(2002)、pp. 3-5。

B. 国際会議論文

1. Anwar Md Hossain、Masaaki Kawahashi and Hiroyuki Hirahara、

“Finite Amplitude Standing Wave in a Resonator for Acoustic Compressor.”

Proceedings of 5th JSME-KSME Joint Fluid Engineering Conference, (2002), pp. 1-6.

2. Anwar Md Hossain, Masaaki Kawahashi and Hiroyuki Hirahara

“Finite amplitude standing wave in a closed duct with varying cross section”

ASME FED-Vol. 254, FEDSM2001-18196, pp. 1-6, 2001.

C. 口頭発表前刷

1. 永喜多 知義、Md. Anwar Hossain、川橋 正昭、平原 裕行

音響圧縮機用各種共振管内波動現象

日本機械学会2002年度年次大会講演資料集Vol. III、 pp. 153-154、2002

2. 川橋正昭

管内有限振幅波動およびその密度場計測

数理科学会流体科学講演会講演論文集、 No. 20、 pp10、 2001

3. Md. Anwar Hossain, Takeshi Norimura, Masaaki Kawahashi, Hiroyuki Hirahara
Fundamental Characteristics of Finite Amplitude Standing Wave in Resonance Tube
of

Acoustic Compressor

日本機械学会 2001 年度年次大会講演資料集 Vol. II、 pp. 329-330、2001

4. 瀬尾則善、川橋正昭、平原裕行

断面積が変化するダクト内気柱振動モードの実験解析

日本機械学会関東支部総会講演会講演論文集、000-1、2000。

2. 研究成果の概要

(1) まえがき

環境問題を考慮した次世代脱フロン冷凍機用の圧縮機や、不純物を含まない高純度気体圧縮機として用いられる音響圧縮機の開発が進んでいる。この音響圧縮機においては、管軸方向に断面積が変化する軸対称閉管内気柱の共振時に形成される有限振幅定在波において得られる大振幅圧力変動を基本原理としている。管内音響波動については古典的問題として十分な解析がなされているが、軸方向に断面積が変化する管内の有限振幅波動状態の定在波現象については、十分解析されていない。したがって、音響圧縮機の開発に関連して断面積変化閉管内有限振幅波動現象についての詳細な解析が求められている。

管内有限振幅波動現象において最も着目すべき問題は、共振管内気柱の共振点近傍における衝撃波の発生である。衝撃波が発生する領域では、駆動源入力の増加に対する圧力変動振幅の増加割合が急速に減少する音響飽和が生じることが知られている。閉管内気柱の共振点近傍における衝撃波発生についてはすでに解析されており、実験による検証もなされている。一方、断面積変化共振管を用いることにより、衝撃波の発生が抑制され(ショックレス共振)、音響飽和が回避できることが知られている。しかし、ショックレス共振時の管内波動現象は、軸方向断面積変化の形状関数に大きく依存する。したがって、音響圧縮機など有限振幅波動現象の工学的応用においては、管形状と波動現象との関係について詳細に解析する必要がある。

本研究では、音響圧縮機に用いられる断面積変化共振管を考慮して、管内気柱がその共振周波数でピストン駆動されたときに生じる有限振幅定在波状態についての、理論的および実験的解析がなされている。波動現象の解析対象とされた管形状は、ピストン駆動面から閉端に向かって断面積が指数関数状に縮小する管、円錐状に縮小する管、および余弦関数状に縮小する管である。理論解析では、線形音響理論に基づく基本共振現象解析により、共振周波数、定在波モードが求められ、特性曲線理論により衝撃波発生抑制の定性的解析が、さらに数値解析により詳細な波動現象が明らかにされている。数値解析では、時間2次、空間4次精度のMac-Commack法が適用されている。実験では、駆動端に取り付けられたピストンが加振機により共振周波数状態で正弦波状に駆動され、管内に有限振幅定在波状態を実現している。

はじめに、線形理論に基づく共振周波数と定在波モードが解析されており、比較的振幅の小さい範囲の実測値は解析結果とよい一致を示している。この結果、断面積変化共振管内有限振幅波動現象の基本特性は、線形理論により十分予測されることが明らかにされている。つぎに、断面積一定管内の共振時衝撃波形成についての特性曲線法解析法を、断面積変化の項を加えて改良し、衝撃波発生の抑制効果が現れることを明らかにしている。数値解析では、各種形状管について断面縮小比(ピストン面積/閉端面積)およびピストン加速度をパラメータして波動現象が調べられており、衝撃波の発生限界、閉端部変動圧力振幅、閉端での圧縮比(最大圧力/最小圧力)等が定量的に明らかにされている。これらの結果は、(1)実験で検証可能なピストン加速度範囲では管形状によらずほぼ断面積比6程度が衝撃波発生限界であること、(2)余弦関数状縮小管以外では共振点近傍の周波数特性にハードニングと呼ばれる現象が現れ、高ピストン加速度状態で周波数特性にヒステリシスが現れること、(3)圧力変動の平均値が管形状に依存し、得られる圧縮比が異なること、などを明らかにしている。

実験解析では、3種類の形状の管内波動現象について調べられ、何れの結果も数値解析結果とよい一致を示していることが明らかにされている。このことから、適用した数値解析法が断面積変化共振管内の有限振幅波動現象解析に対して妥当であることが示されている。さらに、管閉端部に吸入・吐出バルブが取り付けられ、音響圧縮機動作解析の実験がなされている。その結果より、調べられた管形状の中では、余弦関数状縮小管が音響圧縮機共振管として最も優れていることが明らかにされている。

これらの研究成果については、添付した学会誌等に公表済の論文中に詳しく記載されているため、重複した記載は省くが、断面積が変化する管内波動の基本現象についての理論的考察について、以下に述べる。

(2)管内波動の基本特性

断面積が変化する閉管内の気柱共振時に形成される波動現象の、共振周波数および定在波モードなどの基本特性については、線形理論により予測可能であり、資料編に示す発表済み成果に、共振周波数予測値および節部位置の予測結果などが実測値と良く一致することが示されている。しかし、共振時における波形歪から衝撃波発生にいたる波動特性や最終到達変動圧力振幅などの実現象については、当然のことながら別の解析手段を用いなければならない。ここでは、管内気柱共振時における波動現象について、非線形性と断面積変化の影響がどのように現れるかについて解析する。解析においては、直管内気柱共振時の衝撃波形成についての Chester の理論(1964)を基本に、断面積が軸方向に変化する管内波動現象に拡張して考察する。

対象とする管は、ピストン駆動端から閉端に向かって断面が縮小する管とし、管内気柱共振時に生じる波動における非線形性と断面縮小の効果を主たる対象とすることから、非粘性1次元波動解析を適用する。

断面積が変化する管内波動についての基礎式は、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} + \left(u \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \frac{\rho u}{A} \frac{dA}{dx} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + a_0^2 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma-1} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

である。ここで u , ρ , p , A は、それぞれ振動速度、密度、圧力および管断面積である。また、添え字 0 は静止気体における値を意味する。境界条件は、

$$x=0 \quad \text{を閉端} : u=0$$

$$x=L \quad \text{をピストン駆動端} : u=l\omega \cos \omega t; \quad l: \text{ピストン振動変位}, \quad \omega: \text{角周波数},$$

とする。上式中の ρ について

$$a = a_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{(\gamma-1)/2} - a_0$$

なる関係を用い式(1)および(2)を変形すると、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + a_0 \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(u + \frac{2a}{\gamma-1}\right) = -(u+a) \frac{\partial}{\partial x} \left(u + \frac{2a}{\gamma-1}\right) - \frac{a_0 u}{A} \frac{dA}{dx} \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - a_0 \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(u - \frac{2a}{\gamma-1}\right) = -(u-a) \frac{\partial}{\partial x} \left(u - \frac{2a}{\gamma-1}\right) + \frac{a_0 u}{A} \frac{dA}{dx} \quad (4)$$

が得られる。ここで、 (u, a) の一次のオーダーの解を (u_1, a_1) とすれば、

$$u_1 + \frac{2}{\gamma-1} a_1 = 2a_0 f_1 \left(t - \frac{x}{a_0}\right) \quad (5)$$

$$u_1 + \frac{2}{\gamma-1} a_1 = 2a_0 f_2 \left(t - \frac{x}{a_0}\right) \quad (6)$$

ここで、 f_1 および f_2 は式(3)および(4)における右辺を省略したとき一般解を示す任意の関数である。

次に二次のオーダーの解 $(u_1 + u_2, a_1 + a_2)$ を求める。 (u_2, a_2) については、

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + a_0 \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(u_2 + \frac{2}{\gamma-1} a_2\right) &= 2a_0 f_1' \left(t - \frac{x}{a_0}\right) \left\{ \frac{\gamma+1}{2} f_1 \left(t - \frac{x}{a_0}\right) + \frac{(3-\gamma)}{2} f_2 \left(t + \frac{x}{a_0}\right) \right\} \\ &\quad - a_0^2 \left\{ f_1 \left(t - \frac{x}{a_0}\right) + f_2 \left(t + \frac{x}{a_0}\right) \right\} \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} - a_0 \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(u_2 - \frac{2}{\gamma-1} a_2\right) &= -2a_0 f_2' \left(t + \frac{x}{a_0}\right) \left\{ \frac{(3-\gamma)}{2} f_1 \left(t - \frac{x}{a_0}\right) + \frac{\gamma+1}{2} f_2 \left(t + \frac{x}{a_0}\right) \right\} \\ &\quad + a_0^2 \left\{ f_1 \left(t - \frac{x}{a_0}\right) + f_2 \left(t + \frac{x}{a_0}\right) \right\} \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \end{aligned} \quad (8)$$

が得られる。

ここで、上で仮定した任意関数 $f_1(t-x/a_0)$ 、 $f_2(t+x/a_0)$ について、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + a_0 \frac{\partial}{\partial x}\right) \left\{ f_1 \left(t - \frac{x}{a_0}\right) \right\} = f_1 \left(t - \frac{x}{a_0}\right) \quad (9)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + a_0 \frac{\partial}{\partial x}\right) \left\{ \frac{1}{2} f_1 \left(t - \frac{x}{a_0}\right) f_2 \left(t + \frac{x}{a_0}\right) \right\} = f_1 \left(t - \frac{x}{a_0}\right) f_2' \left(t + \frac{x}{a_0}\right) \quad (10)$$

なる関係を用いて式(7)と(8)は、

$$\begin{aligned} u_2 + \frac{2}{\gamma-1} a_2 &= f_1' \left(t - \frac{x}{a_0}\right) \left\{ (\gamma+1)x f_1 \left(t - \frac{x}{a_0}\right) + \frac{1}{2} (3-\gamma) a_0 F_2 \left(t + \frac{x}{a_0}\right) \right\} \\ &\quad - a_0 \ln \{A(x)/A(0)\} \left\{ f_1 \left(t - \frac{x}{a_0}\right) + f_2 \left(t + \frac{x}{a_0}\right) \right\} - 2 \int_0^x \ln \{A(\xi)/A(0)\} f_1' \left(t - \frac{x}{a_0} + \frac{2\xi}{a_0}\right) d\xi \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} u_2 - \frac{2}{\gamma-1} a_2 &= -f_2' \left(t + \frac{x}{a_0}\right) \left\{ \frac{1}{2} (3-\gamma) a_0 F_1 \left(t - \frac{x}{a_0}\right) - (\gamma+1)x f_2 \left(t + \frac{x}{a_0}\right) \right\} \\ &\quad - a_0 \ln \{A(x)/A(0)\} \left\{ f_1 \left(t - \frac{x}{a_0}\right) + f_2 \left(t + \frac{x}{a_0}\right) \right\} + 2 \int_0^x \ln \{A(\xi)/A(0)\} f_2' \left(t + \frac{x}{a_0} - \frac{2\xi}{a_0}\right) d\xi \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{ここで、 } F(t) = \int^t f(\xi) d\xi \quad (13)$$

が得られる。

境界条件 $u=0$ at $x=0$ より

$$f_1 = -f_2 = f \quad (14)$$

ここで、2次のオーダーの解は、

$$\begin{aligned} u = u_1 + u_2 = a_0 \{ & 1 - \ln[A(x)/A(0)] \} \left\{ f\left(t - \frac{x}{a_0}\right) - f\left(t + \frac{x}{a_0}\right) \right\} \\ & + \frac{1}{2}(\gamma + 1)x \left\{ f'\left(t - \frac{x}{a_0}\right)f\left(t - \frac{x}{a_0}\right) + f\left(t + \frac{x}{a_0}\right)f'\left(t + \frac{x}{a_0}\right) \right\} \\ & - \frac{1}{4}(3 - \gamma)a_0 \left\{ f'\left(t - \frac{x}{a_0}\right)F\left(t + \frac{x}{a_0}\right) - f'\left(t + \frac{x}{a_0}\right)F\left(t - \frac{x}{a_0}\right) \right\} \\ & - \int_0^x \ln\{A(\xi)/A(0)\} \left\{ f'(t - x/a_0 + 2\xi) + f'(t + x/a_0 - 2\xi) \right\} d\xi \end{aligned} \quad (15)$$

となる。この解は、もう一方の境界条件、すなわちピストン端で、

$$u = l\omega \cos \omega t \quad \text{at } x = L \quad (16)$$

を満たさなければならない。

ここで注目しているのは、共振点近傍の解であることから

$$\left| \frac{\omega L}{a_0} - N\pi \right| \ll 1 \quad (17)$$

である。ここで、 N は整数である。この関係を近似的に

$$\frac{\omega L}{a_0} - N\pi = \tan\left(\frac{\omega L}{a_0}\right) \quad (18)$$

で表す。解 f はピストン駆動周波数と同じ周波数解となる。したがって上式を用いて式(15)を積分すると、

$$f\left(t + \frac{L}{a_0}\right) = f\left(t - \frac{L}{a_0}\right) + \left(\frac{2}{\omega}\right) \tan\left(\frac{\omega L}{a_0}\right) f'\left(t - \frac{L}{a_0}\right) \quad (19)$$

と近似され、境界条件式(16)を式(15)に代入して、

$$\begin{aligned} l\omega \cos \omega t = & -2\omega^{-1}a_0 [1 - \ln\{A(L)/A(0)\}] \tan\left(\frac{\omega L}{a_0}\right) f'\left(t - \frac{L}{a_0}\right) \\ & + (\gamma + 1)L f\left(t - \frac{L}{a_0}\right) f'\left(t - \frac{L}{a_0}\right) \\ & - \int_0^L \ln\{A(\xi)/A(0)\} \left\{ f'(t - L/a_0 + 2\xi) + f'(t - L/a_0 - 2\xi) \right\} d\xi \end{aligned} \quad (20)$$

となる。これを書き直して、

$$\begin{aligned} \frac{l\omega \cos \omega t}{(\gamma + 1)L \cos\left(\frac{\omega L}{a_0}\right)} = & -\frac{2a_0}{(\gamma + 1)\omega L} \tan\left(\frac{\omega L}{a_0}\right) f'(t) + f(t)f'(t) \\ & - \frac{1}{(\gamma + 1)L} \int_0^L \ln\{A(\xi)/A(0)\} \left\{ f'(t + 2\xi/a_0) + f'(t - 2\xi/a_0) \right\} d\xi \end{aligned} \quad (21)$$

式(21)には、共振点から離れたところの解を含んでおあり、 $\tan(\omega L/a_0)$ の値が小さくない範囲

での f は、

$$\frac{l\omega \cos \omega t}{(\gamma+1)L \cos\left(\frac{\omega L}{a_0}\right)} = -\frac{2a_0}{(\gamma+1)\omega L} \tan\left(\frac{\omega L}{a_0}\right) f'(t)$$

$$f(t) = -\frac{\omega l \sin \omega t}{2a_0 \sin(\omega L/a_0)} \quad (22)$$

となり、式(5)と(6)から線形解が得られる。

式(21)が、共振点近傍および非共振状態で f に対して一様に変化するとき、積分可能であり、

$$c + \frac{\varepsilon}{2} \cos(\omega t - j\pi) = -\frac{4r}{\pi} \varepsilon^{\frac{1}{2}} f(t) + f^2(t)$$

$$-\frac{2}{(\gamma+1)L} \int_0^L \ln\{A(\xi)/A(0)\} \{f(t+2\xi/a_0) + f(t-2\xi/a_0)\} d\xi \quad (23)$$

ここで

$$\varepsilon = \frac{4l}{(\gamma+1)L |\cos(\omega L/a_0)|} \quad (24)$$

$$r = \frac{\pi a_0 \tan\left(\frac{\omega L}{a_0}\right)}{\omega L (\gamma+1) \varepsilon^{\frac{1}{2}}} \quad (25)$$

$$j = \begin{cases} 1 & \text{if } \cos(\omega L/a_0) > 0, \\ -1 & \text{if } \cos(\omega L/a_0) < 0 \end{cases} \quad (26)$$

となる。なお、 c は積分定数である。ここで、右辺の各項はそれぞれ非共振項、非線形項、面積変化項に相当する。

これらの関係の妥当性を断面積一定の管内波動について適用して確認するため、右辺の断面積変化項を省略すると、式(23)より、

$$f = \varepsilon^{\frac{1}{2}} \left[2r/\pi \pm \left\{ b^2 + \cos^2 \frac{1}{2} (\omega t - j\pi) \right\}^{\frac{1}{2}} \right] \quad (27)$$

が得られ、式中の符号の不確定性および b の値の大きさは、 f の平均値が 0 になることから定まる。したがって、

$$|r| = \int_0^{2\pi} (b^2 + \cos^2 \xi)^{\frac{1}{2}} d\xi \quad (28)$$

であり、この式から、 $|r| \gg 1$ として b を求めることができる。

$|r|=1$ では、 $b=0$ で、 f は整流正弦波状となるが、平均値はゼロとなる。

$|r| < 1$ については、式(27)は不連続解となり平均値もゼロではなくなるが、 $b = 0$ についての二つの解、すなわち、

$$f = \varepsilon^2 \left[2r/\pi \pm \left| \cos \frac{1}{2}(\omega t - j\pi) \right| \right] \quad (29)$$

は、ゼロ平均解と不連続解との複合解を与える。すなわち $2\pi/\omega$ の周期関数として、

$$f = \varepsilon^2 \left[2r/\pi \pm \left| \cos \frac{1}{2}(\omega t - j\pi) \right| \right] \quad (30)$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin r \leq \frac{\pi}{2}, \arcsin r < \frac{1}{2}(\omega t - j\pi) < \pi + \arcsin r$$

となる。

次に断面積変化の影響について調べる。いま一次共振の近傍 ($|\omega L/a_0 - \pi| \ll 1$) を考えると、式(23)がそのまま適用され、

$$c + \frac{\varepsilon}{2} \cos(\omega t - j\pi) = -\frac{4r}{\pi} \varepsilon^{\frac{1}{2}} f(t) + f^2(t) \quad (31)$$

$$- \frac{2}{(\gamma+1)L} \int_0^L \ln\{A(\xi)/A(0)\} \{f(t+2\xi/a_0) + f(t-2\xi/a_0)\} d\xi$$

となる。もし、

$$\ln\{A(x)/A(0)\} = k_e \left(x/L - \frac{1}{2} \right) + k_0 \left(x/L - \frac{1}{2} \right)^2 \quad (32)$$

ここで、 k_e と k_0 はそれぞれ $\left(x/L - \frac{1}{2} \right)$ の奇関数と偶関数である。

と書けば、 k_0 は式(31)のコンボルーション積分に寄与しない。

もし、

$$k_e(\xi) = \frac{3}{16} \pi (\gamma+1) \varepsilon^{\frac{1}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} k_n \cos 2n\pi\xi \quad (33)$$

$$f(t) = \frac{4}{3\pi} \varepsilon^{\frac{1}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} f_n \sin(n\omega t + \alpha_n) \quad (34)$$

ここで、 k_n, f_n と α_n 定数

とすれば、式(31)は、

$$c - \frac{1}{2} \varepsilon \sin \omega t = \left(f - 2r\varepsilon^{\frac{1}{2}}/\pi \right)^2 - \frac{1}{2} \varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} f_n k_n \cos n\pi \sin(n\omega t + \alpha_n) \quad (35)$$

と書ける。

$k_e(\xi)$ がその一次共振によって仮定される、すなわち $k_n = 0, n \geq 2$ であれば、式(35)は Chester の解析に基づき、

$$c - \frac{1}{2}\varepsilon\{(1 + k_1 f_1 \cos \alpha_1) \sin \omega t + k_1 f_1 \sin \alpha_1 \sin \omega t\} = \left(f - 2r\varepsilon^{1/2}/\pi\right)^2 \quad (36)$$

となる。この陰解は容易に得られ、

$$1 + k_1 f_1 \cos \alpha_1 = F^2 \sin \alpha, \quad k_1 f_1 \sin \alpha_1 = -F^2 \cos \alpha, \quad F > 0 \quad (37)$$

$$2\tau = \omega t + \alpha \quad (38)$$

$$r = \pm F r_0 \quad (39)$$

とおいて式(36)より、

$$f = \left(\varepsilon^{1/2} r/r_0\right) \left\{2r_0/\pi - (b^2 + \cos^2 \tau)^{1/2}\right\} \quad (40)$$

が得られる。この式に含まれるパラメータは、連続解が存在するか否かに依存する。

もし、 $r_0 \geq 1$ ($b \geq 0$)ならば、

$$r_0 = \int_0^{\pi/2} (b^2 + \cos^2 \tau)^{1/2} d\tau \quad (41)$$

とおく。このとき f はゼロ平均解となる。そして、もし $\alpha_1 = 0$ で

$$\alpha = \begin{cases} \frac{1}{2}\pi & \text{if } 1 + k_1 f_1 \geq 0 \\ -\frac{1}{2}\pi & \text{if } 1 + k_1 f_1 < 0 \end{cases} \quad (42)$$

$$F^2 = |1 + k_1 f_1| \quad (43)$$

$$f_1 = r r_0^{-1} r_1 \sin \alpha \quad (44)$$

$$r_1 = 3 \int_0^{\pi/2} (b^2 + \cos^2 \tau)^{1/2} \cos 2\tau d\tau \quad (45)$$

であるならば、式(40)は f_1 と α_1 の定義と一致する。

なぜならば、

$$r^2/r_0^2 = F^2 = |1 + k_1 r r_0^{-1} r_1 \sin \alpha|$$

であり、

$$k_1 r_1 = r/r_0 \pm r_0/r \quad (46)$$

となる。これらの関係により、 f を共振状態を表すパラメータ r の関数として決定することができる。もし振動振幅が $\varepsilon^{1/2} G$ と書ければ、

$$G = |r/r_0| \left\{ (1 + b^2)^{1/2} - b \right\} \quad (47)$$

となり、式(45)と式(46)はパラメータ b を介して r と G の間の陰的關係を与える。その結果、周波数応答曲線が描かれる。

$r < 1$ では、連続解は存在しなし。その結果不連続(衝撃波)を含む解を求めることになる。 $b = 0$ について、式(40)より複合解が得られる。そして f について τ に対して周期 π の周期関数を再定義し、

$$f = \varepsilon^{\frac{1}{2}} r (2/\pi + r_0^{-1} \cos \tau) \quad (48)$$

$$\text{ここで、} \sin^{-1} r_0 < \tau < \pi + \sin^{-1} r_0, \quad 0 \leq r_0 \leq 1$$

となる。パラメータ r_0 は、 f がゼロ平均値を持つように再定義される。 f_1 と α の定義より、

$$\left. \begin{aligned} \frac{2}{3} f_1 \cos(\alpha_1 - \alpha) &= r r_0^{-1} \int_{\sin^{-1} r_0}^{\pi + \sin^{-1} r_0} \cos \tau \sin 2\tau \, d\tau, \\ \frac{2}{3} f_1 \sin(\alpha_1 - \alpha) &= r r_0^{-1} \int_{\sin^{-1} r_0}^{\pi + \sin^{-1} r_0} \cos \tau \sin 2\tau \, d\tau \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

が得られる。そして、式(36)と式(38)より、

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= -2k_1 r r_0^{-1} (1 - r_0^2)^{\frac{3}{2}} = \mp 2k_1 (1 - r_0^2)^{\frac{3}{2}} F \\ F^2 - \sin \alpha &= -k_1 r (3 - 2r_0^2)^{\frac{3}{2}} = \pm k_1 r_0 (3 - 2r_0^2)^{\frac{3}{2}} F \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

が得られる。

数値計算を目的として、 F についての式を得るために式(50)より α が消去され、

$$F^2 \left[4k_1^2 (1 - r_0^2)^3 + \left\{ F \mp k_1 r_0 (3 - 2r_0^2)^{\frac{3}{2}} \right\}^2 \right] = 1 \quad (51)$$

が得られる。この式は、 F がパラメータ r_0 を持つことを示している。その結果、

$$r = \pm F r_0, \quad G = F \left\{ 1 + (1 - r_0^2)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (52)$$

が得られ、 $0 < r < 1$ の範囲で不連続が現れることを示している。

はじめに、断面積一定管についての解析結果が、図1に示されている。この結果より、時間関数としての振幅パラメータの、周波数パラメータ r に対する変化が示されている ($k_1 = 0$)。 $r = -1 \sim r = 1$ の範囲で不連続が表れ、 $r = 0$ (共振時) で最も強い不連続が現れることを示している。この範囲外では連続波形が得られている。これらは、Chester (Chester 1964) の結果と良く一致している。図2に、振幅パラメータ G が周波数パラメータ r の関数として示されている。図中の破線部分が、不連続解の現れる範囲を示している。また、この曲線は、 r に関して対称であることを示している。振幅パラメータ G の正確な値を定めることはできないが、直管内の波動現象の実測結果と良い対応を示している。

図3は、断面縮小管における振幅パラメータが周波数パラメータ r の関数として、異なる断面形状変化に対応して示されている。この結果より、断面積変化割合の増加とともに、振幅パラメータが増加すること、および周波数特性が非対称になることが分かる。また、不連続解が

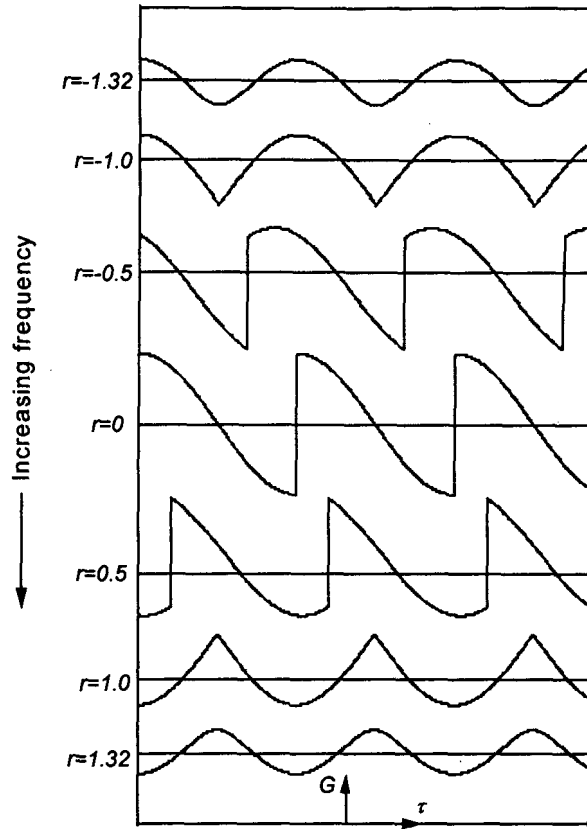


Fig. 1 The variation of amplitude parameter G with τ at various frequencies near resonance in cylindrical tube ($k_1 = 0$)

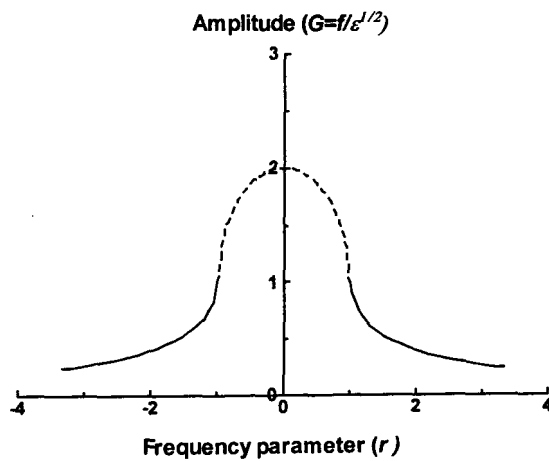


Fig. 2 Frequency response curve in cylindrical tube ($k_1 = 0$). Broken line-discontinuous solution, and solid line-continuous solution.

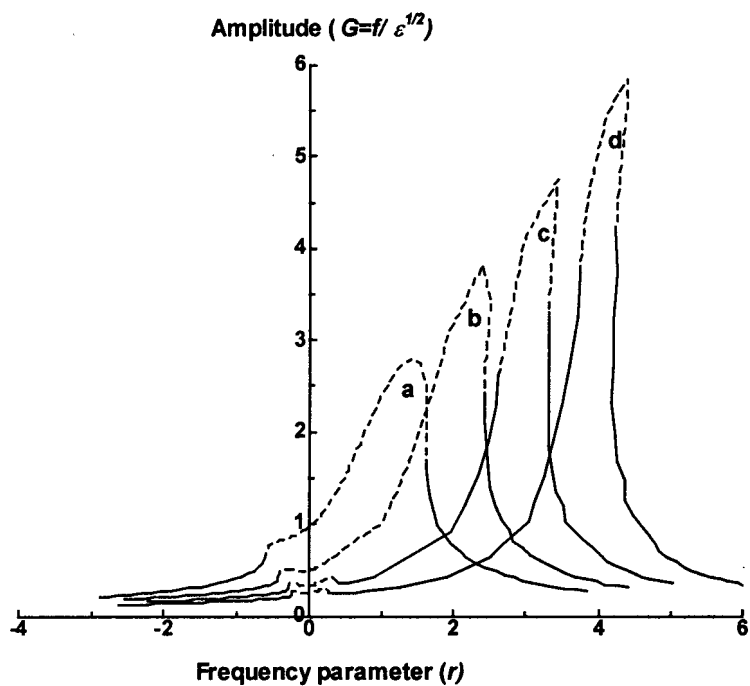


Fig. 3 Frequency response in area change tube for different values of area change parameter. (a) $k_1=1$ 、(b) $k_1=2$ 、(c) $k_1=3$ 、(d) $k_1=4$

現れる範囲が、断面積変化率の増加とともに狭くなることが示されている。

(3) まとめ

これらの解析結果は、管断面積が軸方向に変化する管内の波動現象の基本的性質を明らかにしている。しかし、実際に用いられる共振管における各種断面積変化関数による詳細な波動現象の変化を明らかにするにはいたっていないため、さらに解析法について検討する必要がある。

各種管形状に対する共振特性や音響圧縮機用共振管としての特性などに関する直接数値計算による解析結果および実測解析結果については、以下の発表済み研究成果にその詳細が記載されている。

發 表 論 文 等

断面積が変化する軸対称閉管内の有限振幅定在波*

川橋正昭^{*1}, Md. Anwar HOSSAIN^{*2}小塚浩二^{*3}, 平原裕行^{*4}Finite Amplitude Standing Wave in an Axi-Symmetric Closed Duct
with Cross-Sectional Area ChangeMasaaki KAWAHASHI^{*5}, Md. Anwar HOSSAIN,
Kouji KODUKA and Hiroyuki HIRAHARA^{*5} Department of Mechanical Engineering, Saitama University,
255 Shimo-okubo, Saitama-shi, Saitama, 338-8570 Japan

When an air-column in an axi-symmetric closed tube with constant cross-section is driven by a piston vibrating at resonant frequency at one end, finite amplitude standing wave is induced in the tube. The increase of oscillation amplitude in the tube brings about the nonlinear phenomena of wave motion, such as mean pressure distribution along the tube axis, acoustic streaming, and thermoacoustic effect. The large amplitude pressure fluctuation and the thermoacoustic effect generated by finite amplitude standing wave induced in the closed tube are principal physical phenomena in the engineering applications of the finite amplitude wave motion to acoustic compressor and thermoacoustic refrigerator. In order to develop these practical systems, it is essential to realize large amplitude oscillation in the tube. However, the increase of oscillation amplitude is limited by the acoustic saturation caused by nonlinear wave distortion which steepens wave front to shock wave. In order to avoid the acoustic saturation, axi-symmetric tubes with cross-sectional area contraction toward the closed end are used. Basic characteristics of wave motion in the tubes with area change have been discussed with linear acoustic theory. Finite amplitude wave motions generated in different shape tubes have been analyzed numerically and compared with experimental results. Fundamental knowledge and estimation for the development of the acoustic compressor have been given from the results obtained.

Key Words: Acoustic Resonance, Finite Amplitude Wave, Shockless Resonance, Acoustic Compressor

1. 緒 言

環境問題や特殊使用条件を考慮した次世代冷凍機として、熱音響効果を利用した冷凍機や、冷媒を選ばない音響冷媒圧縮機の開発が進んでいる。これらは、いずれも閉管内の有限振幅定在波に伴う現象を基本原理としており、実用的システムの構築には共通の問題点を含んでいる。管内線形音響波動については古典的問題として十分な解析がなされているが、軸方向に断面積が変化する管内の有限振幅波動状態の定在波現象については、十分解析されていない。したがって、熱音響冷凍機や音響圧縮機の開発・設計に関連して閉管内有限振幅波動現象についての詳細な解析が求められている。

管内音響定在波の振幅増加に伴って顕在化してくるいくつかの現象については古くから知られており、な

かでも音響流と呼ばれる二次のオーダの定常循環流や、平均圧力分布の発生については、19世紀後半のRayleigh-Dvorakの研究まで遡る。その後音響流についてはLighthill⁽¹⁾による詳細な解析があり、定常圧力分布についてはIngard⁽²⁾による高次モードにおける平均圧力分布に関する報告がある。最近では、有限振幅波領域での音響流特性についての詳細な解析が著者らによってなされている⁽³⁾⁽⁴⁾。一方、熱音響効果については、Rottによる一連の研究⁽⁵⁾⁻⁽⁷⁾や、Merkli-Thomann⁽⁸⁾による実験および解析があり、その後の熱音響エンジン⁽⁹⁾や熱音響冷凍機⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾への応用研究につながっている。さらに管内気柱大振幅振動に伴って生じる圧力変動の直接応用としては、Kawahashi-Suzuki⁽¹²⁾による噴流励振共振管を用いた高温・高圧気体分離装置や、最近Lucas⁽¹³⁾によって提唱された音響圧縮機がある。これらの管内有限振幅波動現象の工学的応用において最も注目すべき問題は、管内気柱の共振点近傍における衝撃波の発生である。衝撃波が発生する領域では、駆動源入力増加に対する圧力変動振幅の増加割合が急速に減少する音響飽和が生じ、熱音響効果も減衰することが知られている⁽⁸⁾。閉管内

* 原稿受付 2001年2月26日。

^{*1} 正員, フェロー, 埼玉大学工学部(☎338-8570 さいたま市下大久保255)。^{*2} 学生員, 埼玉大学大学院。^{*3} 富士重工業(株)スバル技術本部。^{*4} 正員, 埼玉大学工学部。

E-mail: mkawa@mech.saitama-u.ac.jp

気柱の共振点近傍における衝撃波発生については、Chester⁽¹⁴⁾による説明が広く受け入れられており、実験による検証⁽¹⁵⁾もなされている。最近の熱音響冷凍機や音響圧縮機開発に関連して、衝撃波の発生を抑制する観点から、改めて衝撃波発生メカニズムについての研究がなされている。それらでは、軸方向に断面積が変化する軸対称管内の気柱振動波形の高調波成分と、管形状から定まる高次固有振動モードとの関係を解析し、高調波成分の成長または減衰から衝撃波発生の抑制の可能性について論じている^{(16)~(18)}。

本研究では、音響圧縮機に用いられるピストン駆動音響管内の有限振幅定在波状態において、衝撃波の発生が抑制され、大振幅圧力変動を実現する管形状を検討するために、その基礎的波動現象を解析することを目的としている。はじめに、ピストン駆動面から閉端に向かって断面積が指数関数状に縮小する軸対称管内の波動現象について線形理論に基づき検討する。さらに、いくつかの基本的断面積変化管形状について、管内有限振幅波動現象の一次元モデルに基づく数値解析と実験検証を行う。対象とした管形状は、直円管、指数関数状断面積縮小管および円すい状断面積縮小管である。

2. 計算モデル

音響圧縮機では、一端を閉止、他端でピストン駆動する閉管で、ピストン端より閉端に向かって断面が縮小する軸対称音響管が用いられる。音響管内の波動現象は、管軸方向断面縮小の形状関数、断面縮小比、ピストン振動変位振幅などによって変化する。このとき、閉端での圧力変動振幅によって定まる圧縮比が、圧縮機に適用するときの基本動作条件となる。はじめに、このような音響管内の気柱共振周波数や定在波モードが、断面縮小比によってどのように変化するかについて、損失を無視した線形理論に基づき明らかにしておく。管形状は、断面積変化音響管の基本的形状の一つである指数関数管を考える。

管軸方向に断面積が変化する管内の平面波伝ばについての線形波動方程式は、

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{S} \frac{dS}{dx} \right) \right] \dots\dots\dots (1)$$

で表される。ここで、 u は変動速度、 c は音速、 S は断面積、 t は時刻、 x は管長さ方向座標である。式(1)が、ピストン駆動により生じる断面縮小閉管内の定在波状態について解かれる。指数関数状断面縮小管は、上式右辺に含まれる断面積変化率

$$\frac{1}{S} \frac{dS}{dx}$$

が一定となる特徴を有している。境界条件は、

$$x=0(\text{ピストン端}) : u = u_0 \cos \omega t$$

$$x=l(\text{閉端}) : u = 0$$

.....(2)

である。ここで、 l は音響管長さ、 u_0 はピストン振動速度振幅、 ω はピストン振動角周波数である。

指数関数状縮小管の形状関数は、

$$S = S_p \exp(mx) \dots\dots\dots (3)$$

で表される。ここで、 m は断面積変化率を示し、

$$m = \frac{\ln(S_p/S_0)}{l}$$

であり、 S_p はピストン面積、 S_0 は閉端面積である。

管内気柱の正弦波状振動を仮定して、

$$u = u(x) \exp(i\omega t) \dots\dots\dots (4)$$

とし、波動方程式(1)に代入して時間項を消去すれば、

$$\frac{d^2 u(x)}{dx^2} + m \frac{du(x)}{dx} + k^2 u(x) = 0 \dots\dots\dots (5)$$

が得られる。ここで、 $k^2 = \omega^2/c^2$ である。式(5)の一般解は、

$$u(x) = A \exp(\alpha x) + B \exp(\beta x) \dots\dots\dots (6)$$

で表され、

$$\alpha = -\frac{m}{2} + i\sqrt{k^2 - \frac{m^2}{4}}, \quad \beta = -\frac{m}{2} - i\sqrt{k^2 - \frac{m^2}{4}}$$

である。また、 A, B は境界条件式(2)より定まる定数であり、

$$A = -\frac{u_0 \exp(\beta l)}{[\exp(\alpha l) - \exp(\beta l)]}$$

$$B = \frac{u_0 \exp(\alpha l)}{[\exp(\alpha l) - \exp(\beta l)]}$$

となる。これらの関係より、指数関数状縮小管内の気柱共振角周波数、

$$\omega_0 = \sqrt{c^2 \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 + \frac{c^2 m^2}{4}} \dots\dots\dots (7)$$

が得られる。ここで、 n は次数を表す。

本計算では損失を無視しているため、共振点での変動速度振幅および変動圧力振幅の値を求めることはできないが、生じ得る定在波モードは、以下の関数で示される。変動速度振幅の定在波モードは、

$$\text{mode}(u) : -u_0 [\exp(\alpha x) - \exp(\beta x)] \dots (8)$$

で表される。圧力変動振幅定在波モードについては、微小振幅仮定の運動方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \dots\dots\dots (9)$$

の関係から、

$$\text{mode}(p) : -i\omega\rho_0u_0\left[\frac{1}{\alpha}\exp(\alpha x) + \frac{1}{\beta}\exp(\beta x)\right] \dots\dots\dots(10)$$

が得られる。ここで、 p は圧力、 ρ は密度、 ρ_0 は管内平均密度である。

次に、実際の音響圧縮機の音響管内で生じる有限振幅定在波についての数値解析モデルについて述べる。本解析条件における管内定在波現象では、直管を基準としたストークス数 S

$$S = \frac{D}{\sqrt{\nu/\omega}} \dots\dots\dots(11)$$

が十分大きく、また Merkli-Thomann⁽⁶⁾ による振動レイノルズ数

$$A = \frac{2u}{\sqrt{\nu\omega}} \dots\dots\dots(12)$$

の値が臨界値 $A_c \approx 400$ 以下であり、振動境界層は層流と仮定されることから、振動境界層(ストークス層)厚さ δ は、

$$\delta \approx 5\sqrt{\nu/\omega} \dots\dots\dots(13)$$

と見積もられ、本研究で対象としている管の径に比べて十分小さい。ここで、 D は管直径、 ν は動粘性係数である。これらから平面伝ばを仮定し、一次元モデルによる解析を行う。

このような条件のもとで、軸方向に断面積が変化する管内の有限振幅波動の基礎方程式は、保存系により以下のように表される。

$$\frac{\partial QS}{\partial t} + \frac{\partial RS}{\partial x} = H \dots\dots\dots(14)$$

ここで、

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ E \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ (E+p)u \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ p \frac{\partial S}{\partial x} + F \\ Fu \end{bmatrix} \dots\dots\dots(15)$$

であり、

$$F = \frac{4}{3}\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f$$

とした。ここで、 E は全エネルギー、 p は圧力、 S は断面積である。 μ は粘性係数、 f は壁摩擦である。上式が、時間二次精度、空間四次精度の Mac-Cormack 法に相当する Turkel⁽¹⁹⁾ の方法、すなわち予測子・修正子の計算における後退差分・前進差分の組合せを1時間刻み Δt ごとに入れ替える計算法を適用して解かれる。なお波形ひずみを伴う有限振幅波動の一次元解析における壁摩擦については、周波数依存非常壁摩擦を考慮する必要があり、壁摩擦項 f は、

$$f = f_0 + f' \dots\dots\dots(16)$$

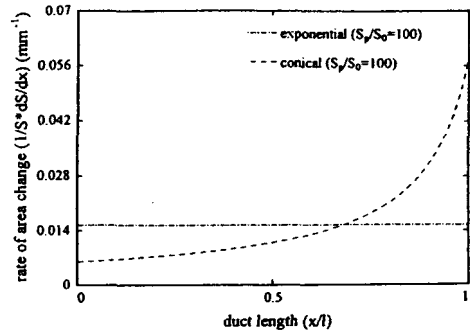


Fig. 1 Rate of cross-sectional area change in various acoustic tubes

で表される。ここで、 f_0 は瞬時レイノルズ数

$$Re = \frac{uD}{\nu}$$

から求まる項であり、非定常項である f' については、Triakha⁽²⁰⁾ により示された

$$f' = \frac{16\mu u}{D^2} \int_0^t \frac{\partial u}{\partial \tau}(\tau) W(t-\tau) d\tau \dots\dots\dots(17)$$

についての近似計算法を適用した。ここで、 W は時間に関する重み関数である。

計算は、上述の音響管形状と同様に一端が閉止、他端がピストン駆動端の閉管で、ピストン端より閉止端に向かって断面が縮小する軸対称管内の一次モード(1/2波長共振相当)の有限振幅定在波を対象とする。境界条件は、式(2)と同様とする。管形状については図1に示すように、断面積変化率一定の指数関数状断面縮小管に加え、断面積変化率が閉端に向かって急速に増加する円すい状断面縮小管と、比較のために直管を加える。ピストン振動変位振幅 d_0 は実験との比較を考慮して、 $d_0 = 10 \sim 100 \mu\text{m}$ の範囲とする。

共振周波数は、管長、断面積比(S_p/S_0)および管形状によって異なるが、指数関数状および円すい状縮小管については、線形理論から求まる各断面積比に対する値を初期値とし、その値の近傍について閉端圧力振幅が最大となる周波数とする。

3. 実験装置および方法

本実験は、断面縮小音響管内の共振時における、衝撃波発生が抑制された有限振幅波動の基本現象の確認と、数値解析結果との比較検討を目的としているため、単純な条件で行っている。すなわち、気体は空気、管内初期圧は大気圧である。実験では、音響管内気柱が、ピストンにより共振周波数で駆動され、有限振幅定在波状態となる。

実験装置の概略図が図2に示されている。用いた音

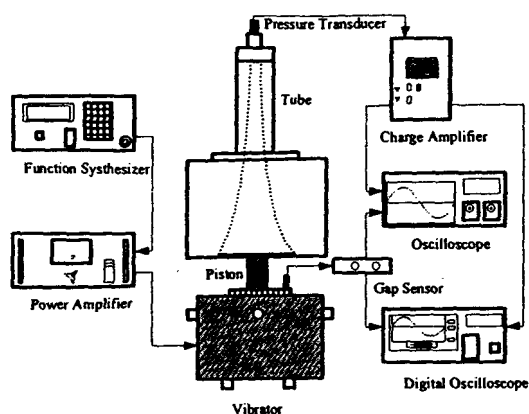


Fig. 2 Schematic diagram of experimental set up

響管形状は、断面積一定の直管と、衝撃波発生が抑制される指数関数状断面縮小軸対称管および円すい状断面縮小軸対称管である。いずれの音響管も、管長 300 mm のアクリル製で、ピストン径は 100 mm、断面縮小管の閉端内径は 10 mm である。したがって、断面縮小管の断面積比 (S_p/S_0) はいずれも 100 となる。

ピストンは、駆動用に用いた加振機のヘッドへの取付部と一体形のアルミニウム製であり、音響管駆動部で Oリングによりシールされる。駆動周波数は、シンセサイザにより 0.01 Hz の精度で調整される。音響圧縮機で高圧縮比を得るには、100~300 μm 程度のピストン振動変位振幅 d_0 が必要となる。しかし、本実験条件では作動気体として空気を用いたため、断面縮小管の共振周波数が約 700 Hz 程度になり、用いた加振機の仕様上、ピストン振動変位振幅の上限は 10 μm 程度に制限される。なお、ピストン振動変位は渦電流式ギャップセンサにより、0.1 μm の精度で計測される。また、各種形状の音響管閉端における圧力変動波形および振幅が、ピエゾ形圧力変換器を用いて調べられる。

4. 計算および実験結果

はじめに、線形理論に基づく結果について示す。式(7)および式(8)と式(9)から求められる、断面積比 (S_p/S_0) に対する一次モード (1/2 波長共振相当) の共振周波数、および変動速度振幅と圧力変動振幅の分布パターンが、図3および図4に示されている。計算条件としては、管内空気の平均圧力は大気圧、温度は室温である。図3中の共振周波数は断面積一定の管についての値で無次元化されており、図4の定在波モードについてはピストン面における各値で無次元化されている。

これらの結果より、共振周波数は、断面積比の増加

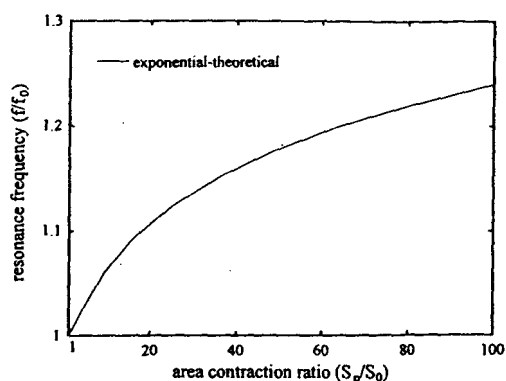
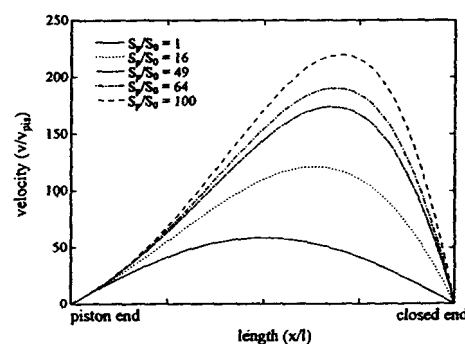
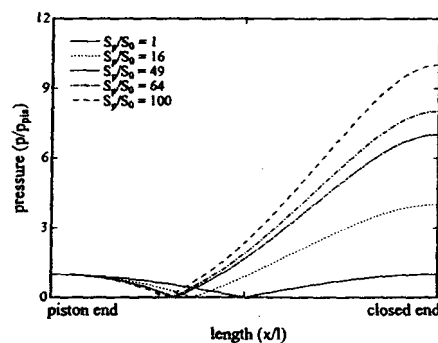


Fig. 3 Change of theoretical first resonant frequency for area ratio in acoustic tube with exponential area contraction



(a) Velocity amplitude distribution



(b) Pressure amplitude distribution

Fig. 4 Velocity and Pressure distributions of first mode oscillation in acoustic tube with exponential area contraction

とともに $\ln(S_p/S_0)$ に比例して増加する傾向を示し、定在波モードについては、断面積比の増加とともに、速度変動振幅の腹部は閉端側に、圧力変動振幅の節部はピストン側に近づいていく。また、閉端圧力変動振幅は、ピストン面での圧力変動振幅の $(S_p/S_0)^{1/2}$ 倍となることがわかる。

次に、有限振幅定在波についての数値解析結果を、線形理論による値および実験値と比較して示す。計算

条件は、線形理論による場合と同様とし、初期管内圧力は大気圧、温度は室温である。各種管形状における断面積比に対する共振周波数の変化が、図5に示されている。

この結果、指数関数状断面縮小管については、数値解析結果と図3に示した線形理論による結果とがよく一致することを示している。また、一定条件のみではあるが、これら計算結果は実測値ともよく一致することを示している。1/2波長共振時のモードでは、管長方向中央で圧力変動振幅の節部が現れる。有限振幅波動では、完全な節とはならないが振幅が極小を示す節部相当位置が現れる。図6に、節部および節部相当の位置についての計算結果を示す。この結果においても、数値解析結果と線形解がよい一致を示していることがわかる。

次に各種管形状に対する、共振時の管内波動状態について調べる。はじめに、ピストン変位振幅に対する管閉端圧力変動振幅の変化を、図7に示す。この結果、いずれの管形状においても、ピストン振幅の増加に対する圧力振幅の増加傾向は、ピストン振幅が小さい範囲で圧力振幅の増加割合が大きく、その後急速に減少

する傾向、すなわち音響飽和と呼ばれる状態になる。特に断面一定の管においては、ピストン振幅が小さい領域から音響飽和が現れる。音響飽和は圧力変動波形の非線形ひずみによってもたらされ、特に断面一定管においては、管内に伝ば衝撃波が現れることにより生じる。そこで、はじめに断面一定管内の波動現象について調べる。図8に、ピストン振動変位振幅 $10\ \mu\text{m}$ における閉端圧力変動波形の計算結果と実験結果が示さ

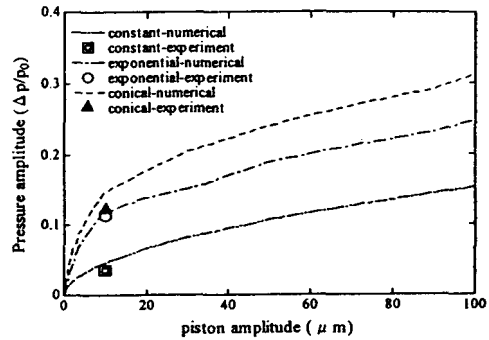


Fig. 7 Change of pressure amplitude at closed end for piston vibration amplitude in different shape ducts (exponential and conical tubes: $S_p/S_0=100$)

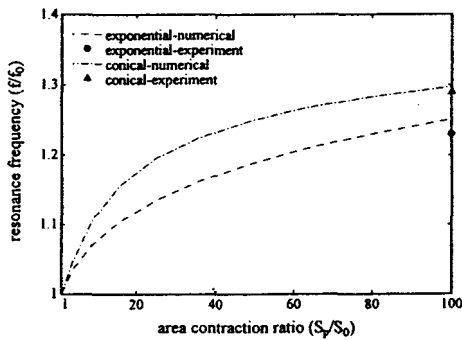


Fig. 5 Change of first resonant frequency obtained numerically for area ratio in different shape tubes ($l=300\ \text{mm}$, $d_0=10\ \mu\text{m}$)

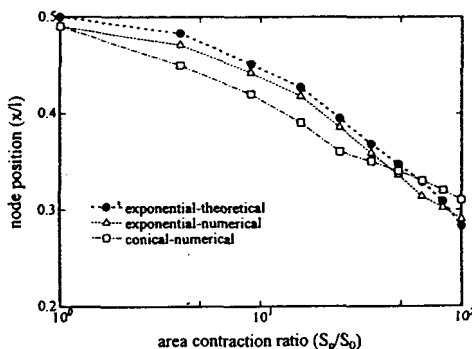


Fig. 6 Change of node position for area ratio in different shape tubes ($d_0=10\ \mu\text{m}$)

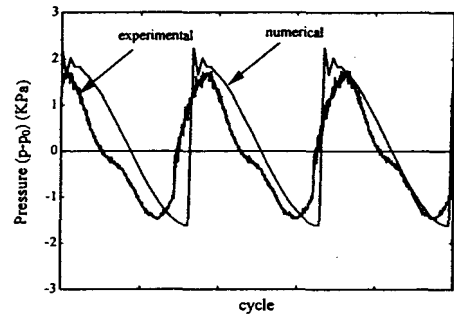


Fig. 8 Pressure history at closed end of straight tube in comparison with experimental result ($d_0=10\ \mu\text{m}$)

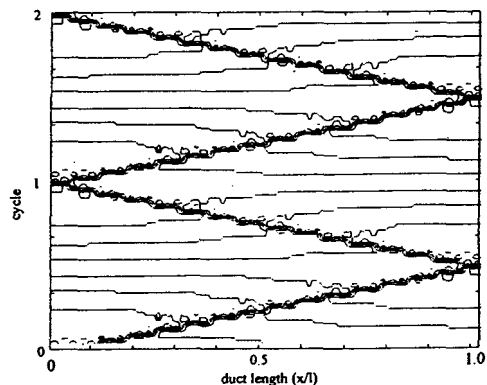
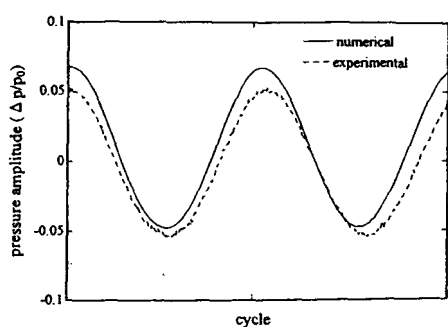
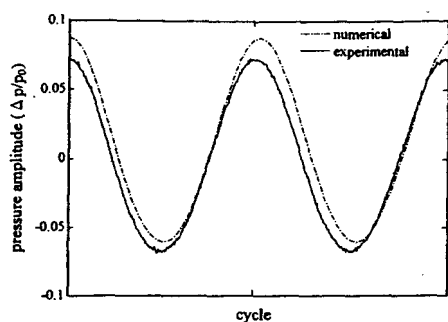


Fig. 9 Wave diagram of first resonant oscillation in straight tube



(a) Exponential tube



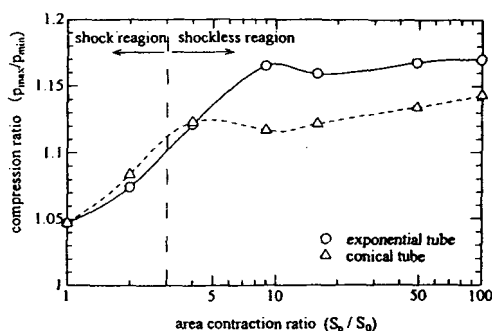
(b) Conical tube

Fig. 10 Pressure histories at closed end of tubes with area contraction ($d_0=10 \mu\text{m}$, $S_p/S_0=100$)

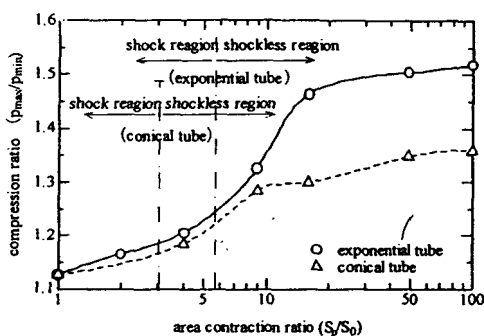
れている。計算結果は発達した衝撃波面を有する圧力変動を示しており、実測値も計算結果と同様な傾向を示している。伝ば衝撃波を伴う管内波動は、計算結果を波動線図(圧力等高線図)で表示することにより理解される。断面一定管内の波動線図の例が、図9に示されている。本計算では、ピストン変位振幅 $0.1 \mu\text{m}$ 以上でこのような衝撃波の発生が確認される。

次に、断面縮小管内の波動状態についての結果を示す。図10に、管形状による閉端での圧力変動波形計算結果および実測値が示されている。断面積比は100、ピストン変位振幅は $10 \mu\text{m}$ である。この結果、図8と異なり、衝撃波の発生を伴わないほぼ正弦波状の圧力変動となることがわかる。また、計算結果は実測値とよく一致している。圧力変動振幅は、円すい状断面縮小管のほうがやや大きくなる。同一断面積比では、ピストン変位振幅を $100 \mu\text{m}$ にしても、波形ひずみは増加するが衝撃波の発生は見られない。

一方、同一ピストン振幅に対して、断面積比 (S_p/S_0) の値が小さくなると、圧力変動振幅は減少し、ある値以下で管内に衝撃波が形成される。断面積比に対する音響管圧縮機動作における吐出圧力と吸入圧力の関係を表す圧縮比、すなわち閉端での圧力変動の最大値と最小値の比の関係、および衝撃波発生限界が図11に



(a) Piston amplitude $10 \mu\text{m}$



(b) Piston amplitude $100 \mu\text{m}$

Fig. 11 Change of compression ratio at closed end for area ratio in different shape tubes

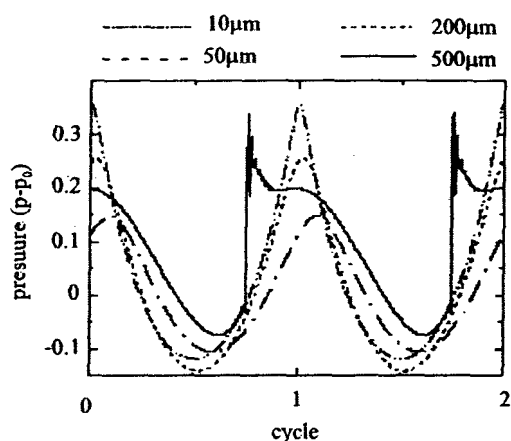


Fig. 12 Change of pressure wave form by increasing piston displacement amplitude (exponential tube, $S_p/S_0=100$)

示されている。ピストン変位は、 $10 \mu\text{m}$ および $100 \mu\text{m}$ である。衝撃波が発生する断面積比の値の限界は、ピストン変位振幅および管形状によって異なる。この結果、ピストン振幅が小さい場合は、管形状によらず衝撃波発生領域はほぼ同じであるが、ピストン振幅の増加とともに衝撃波発生領域は管形状に依存することが示されている。また、圧縮比の増加割合はピストン変位 $10 \mu\text{m}$ では断面積比3程度から減少し、ピストン変

位 $100\ \mu\text{m}$ では断面積比 7~10 程度から急速に減少しており、断面積比増による圧縮比増加の効果には限界があることがわかる。圧縮比は全領域で指数関数状縮小管のほうが円すい状縮小管に比べて大きくなる。これらの結果は、管内に衝撃波が発生するメカニズムと、断面積が変化する管内の波動伝ば特性に関係していると考えられる。前者については、前述のように管形状によって高次モード固有振動数の現れ方が異なることによる波形ひずみの変化が関係すると考えられる。後者については、断面積比によって変化する波動伝ばのカットオフ周波数の影響が考えられる。しかし、これらの説明は十分ではなく、詳細については今後実験による検証と併せて解析していく必要がある。

図 11 では、ピストン振幅 $100\ \mu\text{m}$ までの範囲で衝撃波の発生限界が示されているが、ピストン振幅を大幅に増加させると、断面積比の大きな値に対しても衝撃波が発生する可能性がある。断面積比 100 に対して、ピストン振幅を増加させたときの閉端圧力波形が、図 12 に示されている。この結果、ピストン振幅の増加とともに波形ひずみが増加し、振幅 $500\ \mu\text{m}$ で衝撃波の発生が見られ、圧力変動振幅も減少していることがわかる。

5. 結 言

断面縮小閉管内の基礎的波動現象について、線形理論によりその特性を明らかにするとともに、有限振幅定在波についての一次元モデルによる数値解析を行い、2 種類の特徴的な断面縮小軸対称管内の基本的な波動現象を調べた。さらに、実測値と解析結果との比較検討を行った。その結果、以下の点が明らかにされた。

(1) 指数関数状断面縮小管内に生じる一次共振周波数や定在波モードについては、線形理論により予測される値が数値解析結果や実測値とよく一致する。

(2) 断面縮小管内の有限振幅定在波についての数値解析により以下のような結果が得られた。

(i) 断面積比の増加により衝撃波の形成が抑制され、断面積比およびピストン変位振幅の増加に比例してほぼ正弦波状を保ちながら圧力変動振幅が増加するが、ピストン振幅の大幅な増加とともに、再び衝撃波の発生が見られる。

(ii) 断面積変化率が全長にわたって一定の指数関数状断面縮小管と、閉端部で急激に増加する円すい状断面縮小管における、同一ピストン振幅および断面積比での管内波動では、閉端圧力変動振幅は後者のほうがやや大きくなるが、圧縮比は前者のほうが大きな

る。

(iii) 圧縮比の値は、断面積比の増加とともに増加するが、ピストン変位 $10\ \mu\text{m}$ のとき面積比 5~10 の範囲で、ピストン変位 $100\ \mu\text{m}$ のとき面積比 10~20 の範囲でほぼ飽和する。

本研究は、科学研究費補助金(課題番号 11450070 および課題番号 12555045)による研究の一部としてなされたことを記して、謝意を表す。また、実験実施に際しては、本学卒業生 瀬尾則善君の協力を得たことに謝意を表す。

文 献

- (1) Lighthill, J., Acoustic Streaming, *J. Sound Vib.*, 6-13 (1978), 391-418.
- (2) Ingard, U., Second-Order Pressure Distribution in an Acoustic Normal Mode in a Rectangular Cavity, *AJP*, 39(1971), 811-813.
- (3) Kawahashi, M. and Arakawa, M., Nonlinear Phenomena Induced by Finite-Amplitude Oscillation of Air Column in Closed Duct (analysis of acoustic streaming), *JSME Int. J., Ser. B*, 39-2(1996), 280-286.
- (4) 荒川雅裕・川橋正昭, 管内気中振動におけるストークス層内音響流流速分布の解析, 機論, 61-587, B(1995), 2514-2521.
- (5) Rott, N., The Influence of Heat Conduction on Acoustic Streaming, *Z. Angew. Math. Phys.*, 25(1974), 417-421.
- (6) Rott, N., The Heating Effect Connected with Non-Linear Oscillations in a Resonance Tube, *Z. Angew. Math. Phys.*, 25(1974), 619-634.
- (7) Rott, N., Thermally Driven Acoustic Oscillations, part 3: Second-Order Heat Flux, *Z. Angew. Math. Phys.*, 26 (1975), 43-48.
- (8) Merkli, P. and Thomann, H., Transition of Turbulence in Oscillating Pipe Flow, *J. Fluid Mech.*, 68(1975), 567-575.
- (9) Wheatley, J., ほか 3 名, An Intrinsically Irreversible Thermoacoustic Heat Engine, *J. Acoust. Soc. Am.*, 74 (1985), 153-170.
- (10) Herman, C. and Wetzel, M., Design of a Thermoacoustic Refrigerator—A Case Study, Thermodynamic and the Design, Analysis, and Improvement of Energy Systems, (ASME), AES-35(1995), 195-203.
- (11) Swift, G. W., Thermoacoustic Engines and Refrigerators, *Phys. Today*, (1995), 22-28.
- (12) Kawahashi, M. and Suzuki, M., 1981, Temperature Separation Produced by a Hartmann-Sprenger Tube Coupling a Secondary Resonator, *Int. Heat Mass Transf.*, 24-12(1981), 1951-1958.
- (13) Lucas, T., Acoustic Compressors, *Proc. 1993 Non-Fluorocarbon Refrig. Air-Cond. Technol. Workshop*, June 23-25, (1993), 43-50.
- (14) Chester, W., Resonant Oscillation in Closed Tubes, *J. Fluid Mech.*, 18(1964), 44-64.
- (15) Donald, B. C., Experimental Investigation of Finite-Amplitude Acoustic Oscillations in a Closed Tube, *J. Acoust. Soc. Am.*, 52(1972), 1024-1036.
- (16) Lawrenson, C., ほか 4 名, Measurements of Macrosonic Standing Waves in Oscillating Closed Cavities, *J. Acoust. Soc. Am.*, 104(1998), 623-636.

- 17) Ilinskii, Y. A., ほか 4 名, Nonlinear Standing Waves in an Acoustic Resonator, *J. Acoust. Soc. Am.*, **104**(1998), 2664-2674.
 - 18) Elvira-Segura, L. and Riera Fanco de S. E., Experimental and Numerical Study of Finite-Amplitude Standing Waves in a Tube at High Sonic Frequencies, *J. Acoust. Soc. Am.*, **104**(1998), 708-714.
 - (19) Turkel, E., On the Practical Use of High-Order Methods for Hyperbolic System, *J. Comput. Phys.*, **35** (1980), 319-340.
 - (20) Trikha, A. K., An Efficient Method for Simulating Frequency-Dependent Friction in Transient Liquid Flow, *J. Fluid Eng.*, (1975), 97-105.
-