

結び目のトポロジーとその応用

プロジェクト代表者: 下川 航也 (理工学研究科・准教授)

この研究では、数学の一分野である結び目理論の基礎的研究を行い、その結果をDNAのトポロジーの研究へ応用した。

具体的に挙げると、1. 結び目の有限デーンスループの研究、2. DNA組み換え酵素の研究、3. 格子結び目の研究である。詳しくは以下で述べる。

また、数学などのDNAの研究への応用に関する国際会議『結び目とソフトマター物理学：高分子のトポロジー、そして物理学、数学および生物学における関連する話題』(2008年8月26日(火)–29日(金)、京都大学基礎物理学研究所)を出口哲生氏らと共同で開催した。その会議においてXer/FtsKのシステムによるDNA絡み目の絡み目解消操作の特徴付けについて講演した。

1. 結び目の有限デーンスループの研究

今年度は、数学的結果として、プレッツェル結び目の有限デーンスループの完全な分類を与えた。この研究は、D. Futer氏、石川昌治氏、蒲谷祐一氏、T. Mattman氏との共同研究である。有限デーンスループとは、デーンスループにより基本群が有限群となる3次元多様体が得られるものである。これまでのMattman氏の研究により、プレッツェル結び目の有限デーンスループは、タイプ $(-2, p, q)$ 以外の結び目については分類が完了していた。今回の研究ではそのタイプの結び目の有限デーンスループを研究し、分類した。得られた結果は、タイプ $(-2, p, q)$ のプレッツェル結び目のデーンスループで有限基本群を持つ多様体が得られたとすると、それは、 $(-2, 3, 7)$ プレッツェル結び目の17、18、19-スループか、 $(-2, 3, 9)$ プレッツェル結び目の22、23-スループである、というものである。ここで用いた手法は、結び目補空間の基本群の $SL(2, \mathbb{C})$ 表現のcharacter varietyから定義されるCuller-Shalen norm、有限群に関する最近の研究、双曲3次元多様体の例外デーンスループの長さなどである。この結果は、Algebr. Geom. Topol. (2009)に掲載された。

2. DNA組み換え酵素の研究

大腸菌の染色体やプラスミドに作用するXerCDの作用の位相幾何学的研究を行った。XerCDは、6-catであるようなプラスミドに作用し、7交点の結び目を生むことが報告されている(Bath-Sherratt-Colloms, J. Mol. Biol. 1999)。今回の研究では、7交点の結び目が 7_2 結び目、または、 7_4 結び目の場合について完全な解決を与えた。さらに、 7_1 、 7_3 、 7_5 、 7_6 結び目は得られないことを示した。 7_7 結び目に関しては現在未解決である。 7_7 結び目の場合が完成すれば、上記の実験結果のXerCDの組み換えのメカニズムのトポロジーの完全な解明となる。

3. 格子結び目の研究

結び目は、DNAの組み換え酵素の研究や、タンパク質のフォールディングにおいて、近年さらに重要視

されている。そこでは、比較的少ない数の構成物により結び目の構造が得られている場合がある。そこで問題となるのが、特定の結び目を構成する際にどれだけの構成物が必要となるか、という問題である。今回の研究では、格子結び目のモデルを用いて、理論的研究とシミュレーションを行った。特にシミュレーションにおいては、10交点以下の250個ある結び目について、それを格子結び目で実現する際に必要なステップ数の上限を得た。この研究はR. Scharein氏、石原海氏、J. Arsuaga氏、Y. Diao氏、M. Vazquez氏との共同研究であり、現在投稿中である。

今年度のこの研究に関する成果発表、および、獲得外部資金は以下の通りである。

論文

- ” Tangle analysis of DNA unlinking by the Xer/FtsK system” Koya Shimokawa, Kai Ishihara, and Mariel Vazquez, to appear in *Bussei Kenkyu* (2009)
- ” Finite surgeries on three-tangle pretzel knots” David Futer, Masaharu Ishikawa, Yuichi Kabaya, Thomas W. Mattman, and Koya Shimokawa, *Algebr. Geom. Topol.* **9** issue 2, 743-771 (2009)
- ” Bounds for minimum step number of knots in the simple cubic lattice”, R. Scharein, K. Ishihara, J. Arsuaga, Y. Diao, K. Shimokawa, and M. Vazquez (投稿中)

講演

- Site-specific recombination of DNA and Dehn surgery, Friday Seminar on Knot Theory, 2009年1月23日, 大阪市立大学数学研究所.
- DNA and Dehn surgery on knots, 小研究集会「曲線と曲面の非線型解析」, 2008年12月17日, 埼玉大学大宮ソニックシティカレッジ.
- DNAと結び目理論, 2008年度 第二回 明治大学生田幾何セミナー, 2008年12月5日, 明治大学.
- DNAと結び目理論, 2008年度信州大学理学部数理・自然情報科学教室談話会, 2008年11月28日, 信州大学.
- Tangle analysis of DNA catenane unlinking by the Xer/FtsK system, 国際会議「結び目とソフトマター物理学: 高分子のトポロジー、そして物理学、数学および生物学における関連する話題」 (Knots and soft-matter physics: topology of polymers and related topics in physics, mathematics and biology), 2008年8月, 京都大学基礎物理学研究所.
- Ideal pointから見つかからない boundary slopeについて, 東京女子大学トポロジーセミナー, 2008年4月, 東京女子大学.

外部資金

- 平成18～20年度 科学研究費補助金 基盤研究(C)
「曲面を用いた結び目の研究」(18540069)
計 340 万円 (平成20年度 110 万円)