

プロジェクト名： 列挙アルゴリズムのデザインへの応用

プロジェクト代表者： 堀山 貴史（理工学研究科・准教授）

## 1. 研究目的

情報化社会の発達により、日常生活の様々な場面で計算機が必要とされてきている。これに伴い、その基礎を支えるアルゴリズムの設計と性能解析においても、従来からの主眼である「正確な計算を限られたメモリ量で速く」だけでなく、新たな価値観を求められるようになったきた。たとえば、Google や Microsoft, Yahoo 等のウェブ検索エンジンは、与えられたキーワードを含むウェブページを一つ返すだけでは、どんなに検索が早くてもユーザを満足させることは難しい。沢山の解を与えることで、ユーザは目的を満たすページを得られるのである。列挙アルゴリズムは、与えられた条件を満たす解を一つだけではなく、すべて求めるための技術である。

本プロジェクトでは、列挙アルゴリズム構築のための理論的な枠組みを背景として活用し、デザイン生成のためのアルゴリズム構築、および工業デザインへの応用を行う。具体的なテーマとして、タイリングを取り上げる。タイリングは、基本図形に平行移動、回転、すべり鏡映などの単純な操作を繰り返し適用することにより、隙間なく重なりなく平面を埋めつくすことをさす。たとえば、アルハンブラ宮殿の壁面装飾やエッシャーの絵画、正倉院裂等の織物のデザインなど、タイリングは世界各地で芸術的モチーフとなっている。また、壁紙やカーテン、千鳥格子などに見られる着物のデザインなど、工業製品のデザインも多くの場合に基本図形の繰り返しでできており、タイリングの基本図形の生成は、計算機によるデザイナーの知的支援として非常に有益である。

## 2. 研究内容

本プロジェクトでは、回転によるタイリング、特に p4 タイリング (90 度回転によるタイリング) と p6 タイリング (120 度回転によるタイリング) に着目して、アルゴリズムの設計を行った。これらのタイリングは、結晶物理学における結晶の原子配列の対称性および数学における対称性の議論により分類された 17 種類の 2 次元空間群の内の 2 種である。基本図形は、p4 タイリングにおいては、単位正方形を辺同士が接続するように組み合わせた図形であるポリオミノ (polyomino)、p6 タイリングにおいては、単位正三角形を同様に組み合わせた図形であるポリアモンド (polyiamond) とした。これは、単位正方形および単位正三角形の粒度を細かくすることで任意の図形を近似することができるためである。また、縦糸と横糸からなる織物は正方格子上的図形であるため、ポリアモンドの平面敷詰そのまますを織物のデザインとみなすことができる。

p4 タイリング可能なポリオミノや p6 タイリング可能なポリアモンドの既存の生成法として、福田らの手法が知られている。しかし、これは試行錯誤により生成を行うため計算時間が長くなり、さらに、過去に生成した図形との同一性判定が必要なために計算時間に加えて計算領域も大きくなる。これに対し、逆探索による生成法を提案した。逆探索は木構造を利用した列挙手法であり、ルールに従って次に生成する図形を決定できるため、計算時間の効率化が図れる。また、過去に生成した図形との同一性判定が不要であるため、計算時間と計算領域の削減が可能となる。

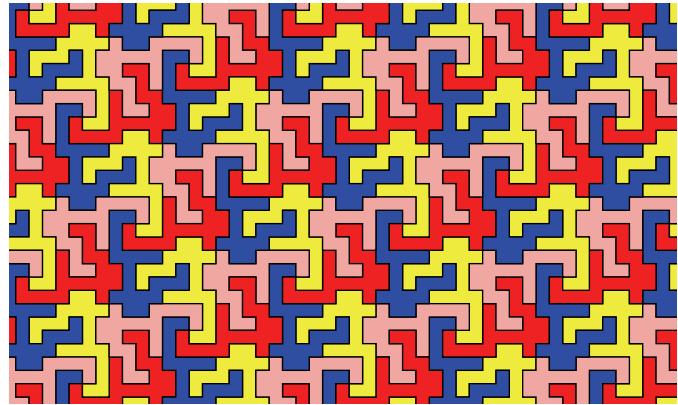
提案手法では、生成対象の図形の間に親子関係を定義することで、家系木と呼ばれる木構造を導入する。具体的には、任意の図形に対してその親となる図形を一意に求めるルールを定め、その祖先へとたどることで根の図形と呼ばれる唯一の図形に到達できるように設計する。子から親へのルールを逆向きにした親から子へのルールを与えることで、根の図形から出発し、家系木を順にたどることが可能となる。この家系木の各節点がタイリングの基本図形に対応しているため、(1) 同じ図形を 2 回以上重複して生成しないこと、(2) タイリング可能な図形のみ

を生成し、タイリング不可能な図形は生成しないことが理論的に保証される。

なお、p6 タイリングと p4 タイリングは共に回転によるタイリングであるが、回転の移動に関する同値類が異なる性質を持つ。したがって、p6 タイリング可能なポリアモンドの生成においては、p4 タイリングの生成ルールをそのまま適用するのではなく、p6 タイリング特有の新たなルールを加えて拡張した生成ルールを設計した。

### 3. 研究成果

本プロジェクトでは、p4 タイリング可能なポリオミノや p6 タイリング可能なポリアモンドを逆探索に基づいて生成する手法を提案し、それぞれのアルゴリズムを設計した。また、このアルゴリズムを C 言語により実装し、実際に生成を行った。右の図は、生成したタイリングの例である。p4 タイリングにおいて、10 個の単位正方形による 300 種類の図形までを生成した従来法に対し、提案手法では 20 個の単位正方形による 152,374 種類の図形を生成することに成功した。また、p6 タイリングにおいては、9 個の単位正三角形による 29 種類の図形までを生成した従来法に対し、提案手法では 21 個の単位正三角形による 27,436 種類の図形を生成した。提案手法は 368k バイトのメモリしか使用しておらず、領域計算量の観点からも優れている。これは、ルールに従って次に生成する図形を決定し、過去に生成した図形を記憶しない提案手法の特長を明確に示している。



また、列挙の要素技術の進展を目標に、二分決定グラフ (Binary Decision Diagrams) を利用した非冗長プリミティブ整列回路網の列挙手法を提案した。非冗長プリミティブ整列回路網は置換群と対応関係があり、さらに大きなサイズの回路網の列挙が必要である。このためには、タイリングの生成にも利用した逆探索の長所をうまく取り入れた方法の開発が必要である。

研究成果に関連する外部発表は、以下の通りである。

- T. Horiyama, M. Samejima, Enumeration of Polyominoes for p4 Tiling, *Proc. of the 21st Canadian Conference on Computational Geometry*, pp.29–32, 2009.
- 堀山貴史, 鮫島真人, 山根祥悟, 回転タイリングの列挙 ～p4 から p6 へ～, 列挙アルゴリズムセミナー, 群馬大学, 2009 年.
- 山根祥吾, 堀山貴史, 逆探索に基づく p6 タイリングの生成, 第 23 回 回路とシステム軽井沢ワークショップ, pp.221–226, 2010 年.
- 堀山貴史, 二分決定グラフによる非冗長プリミティブ整列回路網の列挙, 列挙アルゴリズムセミナー, 群馬大学, 2010 年.
- T. Horiyama, Enumeration of Irredundant Primitive Sorting Networks by Decision Diagrams, *Proc. of the 3rd Asian Association for Algorithms and Computation Annual Meeting*, p.25, 2010.
- 堀山貴史, 繰り返し模様とタイリング (招待講演), 第 9 回 情報科学技術フォーラム (FIT), (to appear).

研究成果は、ウェブサイト <http://www.al.ics.saitama-u.ac.jp/horiyama/research/> にて公開している。基本図形に回転操作を適用して平面を埋めつくすアニメーションや、タイリングによるデザインを自動的に生成する CGI を見ることができる。