

プロジェクト名：乗法・加法群作用付きアフィン代数多様体とその自己同型群の構造

プロジェクト代表者：岸本 崇（大学院理工学研究科・准教授）

1. 研究プロジェクトでは射影多様体上のアフィン錐に作用する加法群スキームの存在性について主に取り組んだ。この幾何学的な対称は射影幾何学・双有理幾何学と呼ばれる代数幾何学に於けるメインストリームの手法と、アフィン代数幾何学と呼ばれる分野の両方向のテクニックを必要とするために、研究は容易ではないが外部の研究者 Prof. Mikhail Zaidenberg (グルノーブル大学 I, フーリエ数学研究所・フランス), Prof. Yuri Prokhorov (モスクワ大学・ロシア) との共同研究で研究を飛躍的に進展させることに成功した。より正確には、偏極射影多様体上のアフィン錐に加法群スキームの作用が存在する為の必要十分条件を偏極多様体内に含まれるシリンダーの存在に翻訳することが出来るという結果である。この結果は既に投稿・受理済みである。(cf. 様式 1 の発表論文[2]) .
2. 上の 1 で述べた研究の続編も同共同研究者と共に開始し、新しい諸結果を得ることが出来た。より正確には、偏極射影多様体の 1 つの雛型である、ピカール数が 1 の Fano 多様体上のアフィン錐への加法群スキームの作用の可能性を考察して様々な作用の具体例を構成することができた。この研究には、3 次元 Fano 多様体の深い知識(特に 3 次元 Fano 多様体のサルキソフ・プログラムからの解釈およびそのような射影多様体のモジュライ)と、アフィン代数幾何学の深い洞察力が要求される為に、それぞれのエキスパートである 1 の箇所で述べた 2 人の共同研究者は不可欠である。ここで得られた結果は現在論文としてまとめ、投稿段階である。この方向の研究はまだ新しい問題が提起されているので、今後も同じ共同研究者と共に研究を進展させていきたいと考えている。(事実、2011 年 4 月-5 月の 1 カ月間、フーリエ研究所(フランス)に於いて共同研究を進展させることが出来た。)
3. もう 1 つの研究テーマは個人研究である。(cf. 様式 1 の発表論文[1])。この研究でも基本的には加法群スキームの作用が中心テーマであるが、この場合は考察する多様体は 3 次元アフィン空間 \mathbb{C}^3 である。 \mathbb{C}^3 は別の見方をすれば重み付き射影平面 (weighted projective plane) 上のアフィン錐と見做すことができるので 1, 2 の研究のテクニックを特殊な形で適用することができる。この視点から、まず 3 次元アフィン空間 \mathbb{C}^3 の加法群スキームの斉次な作用に付随する 3 変数多項式環 $\mathbb{C}[x, y, z]$ 上の斉次局所冪零導分 (LND) の特徴付け (D. Daigle 氏による結果) に関する結果の別証明を与えることに成功した。当初の Daigle 氏による証明方法は純代数的であったが、今回は作用というより幾何学的な視点から別証明を与えることができた。また、斉次な LND という代数的な対象は weighted projective plane 上のある特殊な性質を有する線形束という幾何学的な対象に翻訳することができ、この翻訳を用いて「どのような線形束が(大雑把な表現ではあるが)複雑な作用を生産するか？」という問題について考察し、結果を得ることが出来た。
4. この研究プロジェクト実行期間には、科学研究費補助金(若手研究(B))および、フーリエ数学研究所より研究支援を受けた。