658.5.012.2

連続処理による多品種生産の日程計画*

児 玉 文 雄**

1. 序 論

経済の高度成長期においては，生産方式の主力は少品種多量生産（mass production）であった．しかし最近，人間の欲求および価値観の多様化が進展するに及んで，多品種生産方式の重要性が認識されるようになった．

生産管理の研究においても少品種多量生産に関する研究が中心的であり，ラインバランシングの研究は，その典型的なものである[1]．これに対して，多品種生産方式に関する研究は十分になされているとは言えない．多品種生産方式に関する従来の研究は，主として二つの側面から行われてきた．一つはグループテクノロジという名で総称されている分野であり，製品設計，治工具設計，加工方式といった技術上の問題点に注目したものである[2][3]．もう一つは，日程計画の改善により多品種生産に対処しようという試みである[4]．

多品種生産方式の日程計画に関する従来の研究は，muliti-product multi-period production scheduling という名で呼ばれている分野において行われてきた．これは，多くの相異なる品種の製品をバッチ処理で生産しているような機械工場が直面するような計画の問題であって，その計画は出荷計画（delivery schedule）を厳守するようなものでなければならないと定義されている[5]．そしてその困難性は，（i）段取り費が存在し，それが分割不可能性（indivisibilities）を有していること．（ii）将来の出荷計画を考えて，ロットの大きさを決定しなければならないこと，に要約される．このような困難性を克服して，日程計画の問題を線形計画法に帰着することに成功したものに，Manne モデルと K.S.S. モデルがある[5]~[7]，multi-product Multi-period production scheduling が，定義にも述べたように，バッチ処理による生産方式の計画の問題を扱っているのに対して，機械工業では，段取り費は無視できる程に小さいが，使用されるジグがそれぞれの品目に専用化されており，それが多品種であるような多品種生産方式がある．めっき処理とか熱処理は，この典型的な例である．このような処理においては，処理を受ける粗材はジグと共にコンベヤに引掛けられて，自動連続処理装置を通過するのが標準的な処理方法である．そこでこれを，ここでは連続処理による多品種生産方式と呼ぶことにする．

連続処理による多品種生産においては，ジグが品種ごとに専用化されており，しかも出荷量に変動が多いので，多数のジグを維持しなければならない．一方，維持ジグ数を少なくするためには，生産の各段階において，多量の在庫をかかえこまなければならない．そこで，ジグ維持費用と在庫費用とからなる運転費用を最小にするような日程計画を考えねばならない．

2. 連続処理による生産方式の概要

連続処理による生産システムは，図1のように表せる．まず粗材が粗材中間ストックヤードに入荷する．粗材はいくつかの単位にまとめられて，ジグと共にコンベヤラインに引掛けられて，自動連続処理装置を通過する．処理を受けた粗材は組み付け部品として，部品中間ストックヤードにストックされる．組み付けラインを通過した部品は製品となって，各製品に専用の倉庫にストックされ，出荷の要求が来るごとに出荷されていく．図1においては，処理を受けた後の部品を部品と命名し，処理を受ける前の部品を粗材と命名している．更に組み付けを終わったものを製品と命名している．

図からもわかるように，製品出荷量の日ごとの変動は，多数のジグを維持するか，あるいはストック量を多く保つかによって，吸収するこ

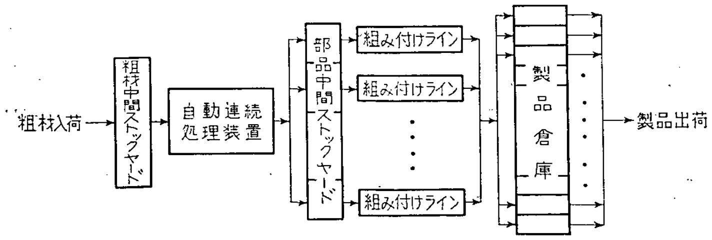


図 1 連続処理による生産システムのシステム図

* 昭和48年4月4日 第50期通常総会講演会において論文講演として講演，原稿受付 昭和47年10月11日．
** 正員，埼玉大学教養学部（浦和市下大久保 255）．

とができる．そして，製品出荷量の日ごとの変動が与えられた場合には，維持しなければならないジグ数とストック量との関係は相反するものになる．すなわち，維持しているジグ数が多ければ，ストック量は少なくてすみ，ストック量に余裕をもたせれば，維持しなければならないジグ数は少なくてよい．従って，両者にコストを導入して，ジグ維持費用と在庫費用とからなる運転費用を最小化するような日程計画を作成しなければならない．

一般に，自動連続処理装置内でのジグの流れは，図2のように示される．一つのジグはコンベヤに沿って，1日の間に数回，自動連続処理装置内を通過することができる．そこで，一つのジグが引掛けられた位置を出発点として，コンベヤに沿って一周し，もとの位置にもどるまでの時間をラウンドと呼んで，これを日程計画の最小単位とするのが適当である．すなわち，1日の最初にコンベヤに引掛けられたジグがもとの位置にもどるまでの時間を第1ラウンドとし，2回めにもとの位置にもどるまでの時間を第2ラウンドとし，……以下同様である．このようにして，1日をラウンドの単位で分割することができる．従って，日程計画は各日の各ラウンドにコンベヤに引掛けられるジグの組合せ方によって定義できる．

一般的には，処理を受ける粗材一つに対して，一つのジグが使用されるとは限らない．たとえばめっき処理においては，一つのジグに複数個の粗材が引掛けられるのが普通である．そこで，粗材の自動連続処理装置通過数は一つのジグで処理できる個数を単位として計量するのが便利である．そうすれば，粗材の自動連続処理装置通過数が，そのラウンドに必要とされるジグの個数になる．

更に，ジグは部品ごとに専用化されてはいるが，その大きさは同じであるのが標準的である．

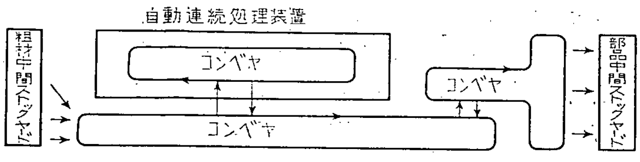


図 2　自動連続処理装置内のジグの流れ

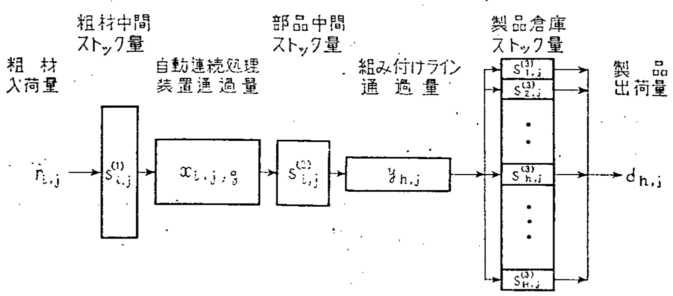


図 3　システム記述のための図

3. システムの記述

3・1 記号　一般的には，図1に示したように，複数個の組み付けラインが存在するが，ここでは図3に示すように，簡単化のため，組み付けラインを一つにして，システム記述を行った．

システム記述に使用されている記号は，次のとおりである．

$r_{i,j}$：第 j 日の粗材 i の入荷量（$i=1, 2, \cdots\cdots, n$; $j=1, 2, \cdots\cdots, m$）

$s_{i,j}{}^{(1)}$：第 j 日における粗材 i の中間ストック量（$i=1, 2, \cdots\cdots, n$; $j=1, 2, \cdots\cdots, m$）

$s_{i,0}{}^{(1)}$：粗材中間ストックヤードの初期在庫量（$i=1, 2, \cdots\cdots, n$）

$x_{i,j,q}$：第 j 日の第 q ラウンドに自動連続処理装置を通過する粗材 i のためのジグ数（$i=1, 2, \cdots\cdots, n$; $j=1, 2, \cdots\cdots, m$; $q=1, 2, \cdots\cdots, Q$）

$s_{i,j}{}^{(2)}$：第 j 日における部品 i の中間ストック量（$i=1, 2, \cdots\cdots, n$; $j=1, 2, \cdots\cdots, m$）

$s_{i,0}{}^{(2)}$：部品中間ストックヤードの初期在庫量（$i=1, 2, \cdots\cdots, n$）

$y_{h,j}$：第 j 日に組み付けラインを通過する製品 h の数（$h=1, 2, \cdots\cdots, H$; $j=1, 2, \cdots\cdots, m$）

$s_{h,j}{}^{(3)}$：第 j 日の製品 h の製品倉庫のストック量（$h=1, 2, \cdots\cdots, H$; $j=1, 2, \cdots\cdots, m$）

$s_{h,0}{}^{(3)}$：製品倉庫の初期在庫量（$h=1, 2, \cdots\cdots, H$）

$d_{h,j}$：第 j 日における製品 h の出荷量（$h=1, 2, \cdots\cdots, H$; $j=1, 2, \cdots\cdots, m$）

$v_i{}^{(1)}$：粗材 i の粗材中間ストックヤードの占有体積量（$i=1, 2, \cdots\cdots, n$）

$V^{(1)}$：粗材中間ストックヤードの容量

G：ラウンド当たりにコンベヤに引掛けることのできるジグ数

G_Q：第 Q ラウンド（最終ラウンド）に引掛け可能なジグ数

$v_i{}^{(2)}$：部品 i の部品中間ストックヤードの占有体積量（$i=1, 2, \cdots\cdots, n$）

$V^{(2)}$：部品中間ストックヤードの容量

$b_{i,h}$：製品 h の1個当たりの組み付けに必要とされる部品 i の個数（$i=1, 2, \cdots\cdots, n$; $h=1, 2, \cdots\cdots, H$）

a_h：組み付けラインでの製品 h の通過速度（1/h）（$h=1, 2, \cdots\cdots, H$）

A：組み付けラインの1日当たりの正味か動可能時間数　h

S_h：製品 h のための製品倉庫の容量 ($h=1,2,\cdots\cdots,H$)

s_h：製品 h の安全在庫量 ($h=1,2,\cdots,H$)

e_i：部品 i のジグを計画期間中維持するのに要する費用 ($i=1,2,\cdots,n$)

$c_i^{(1)}$：粗材 i の中間ストックヤードでの在庫費用(円/日)($i=1,2,\cdots,n$)

$c_i^{(2)}$：部品 i の中間ストックヤードでの在庫費用(円/日)($i=1,2,\cdots,n$)

$c_h^{(3)}$：製品 h の製品倉庫での在庫費用(円/日)($h=1,2,\cdots\cdots,H$)

g^+：ジグを1個コンベヤラインに取りつけるに要する人件費

g^-：ジグを1個コンベヤラインから取りはずすに要する人件費

3・2 システムの状態方程式　システムの状態方程式は差分方程式で記述できる．粗材中間ストック量に関する差分方程式は，次のようになる．

$$s_{i,j}^{(1)}=s_{i,j-1}^{(1)}+r_{i,j}-\sum_q x_{i,j,q},$$
$$(i=1,2,\cdots\cdots,n;\ j=1,2,\cdots\cdots,m)$$

この方程式の解は，次のようになる．

$$s_{i,j}^{(1)}=s_{i,0}^{(1)}+\sum_{j=1}^{j} r_{i,j}-\sum_{j=1}^{j}\sum_q x_{i,j,q}\quad\cdots\cdots(1)$$

部品中間ストック量に関する差分方程式は，次のようになる．

$$s_{i,j}^{(2)}=s_{i,j-1}^{(2)}+\sum_q x_{i,j,q}-\sum_h b_{i,h}\,y_{h,j}$$
$$(i=1,2,\cdots,n;\ j=1,2,\cdots,m)$$

この方程式の解は，次のようになる．

$$s_{i,j}^{(2)}=s_{i,0}^{(2)}+\sum_{j=1}^{j}\sum_q x_{i,j,q}-\sum_{j=1}^{j}\sum_h b_{i,h}\,y_{h,j}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

製品倉庫のストック量に関する差分方程式は，次のようになる．

$$s_{h,j}^{(3)}=s_{h,j-1}^{(3)}+y_{h,j}-d_{h,j}$$
$$(h=1,2,\cdots,H;\ j=1,2,\cdots,m)$$

この方程式の解は，次のようになる．

$$s_{h,j}^{(3)}=s_{h,0}^{(3)}+\sum_{j=1}^{j} y_{h,j}-\sum_{j=1}^{j} d_{h,j}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

4. 最適化問題

4・1 運転費用　目的関数は計画期間中の運転費用である．運転費用は次の三つの部分からなる，(1) ジグの維持費用，(2) ストック費用，(3) ジグの取り換え費用．

ジグの維持費用については，第 j 日に維持しておかねばならない部品 i のジグ数が $\max_q\{x_{i,j,q}\}$ であり，計画期間中では，この数は $\max_j\max_q\{x_{i,j,q}\}$ となる．従って計画期間中のジグ維持費用は，次式で表される．

$$\sum_i e_i \max_j \max_q\{x_{i,j,q}\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

ストック費用は粗材ストック，部品ストックおよび製品ストックの費用よりなる．従って計画期間中のストック費用は，次式で表される．

$$\sum_j\Bigl(\sum_i c_i^{(1)}s_{i,j}^{(1)}+\sum_i c_i^{(2)}s_{i,j}^{(2)}+\sum_h c_h^{(3)}s_{h,j}^{(3)}\Bigr)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

式(5)に，式(1)～(3)を代入すれば，次のようになる．

$$\begin{aligned}\sum_j\Bigl(\sum_i c_i^{(1)}s_{i,j}^{(1)}+\sum_i c_i^{(2)}s_{i,j}^{(2)}+\sum_h c_h^{(3)}s_{h,j}^{(3)}\Bigr)&=\sum_i(c_i^{(2)}-c_i^{(1)})\sum_j\sum_{j=1}^{j}\sum_q x_{i,j,q}\\&\quad+\sum_h\Bigl(c_h^{(3)}-\sum_i c_i^{(2)}b_{i,h}\Bigr)\sum_j\sum_{j=1}^{j}y_{h,j}+\sum_i c_i^{(1)}\sum_j s_{i,0}^{(1)}+\sum_i c_i^{(2)}\sum_j s_{i,0}^{(2)}\\&\quad+\sum_h c_h^{(3)}\sum_j s_{h,0}^{(3)}+\text{const.}\end{aligned}$$

ただし，$\text{const.}=\sum_j\sum_i c_i^{(1)}\sum_{j=1}^{j}r_{i,j}-\sum_j\sum_h c_h^{(3)}\sum_{j=1}^{j}d_{h,j}$

ここで，

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{j=1}^{j}r_{i,j}=\sum_{j=1}^{m}(m-j+1)r_{i,j},\qquad \sum_{j=1}^{m}\sum_{j=1}^{j}y_{h,j}=\sum_{j=1}^{m}(m-j+1)y_{h,j}$$
$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{j=1}^{j}x_{i,j,q}=\sum_{j=1}^{m}(m-j+1)x_{i,j,q},$$
$$\sum_{j=1}^{m}s_{i,0}^{(1)}=ms_{i,0}^{(1)},\qquad \sum_{j=1}^{m}s_{i,0}^{(2)}=ms_{i,0}^{(2)},\qquad \sum_{j=1}^{m}s_{h,0}^{(3)}=ms_{h,0}^{(3)}$$

を代入すれば，次のようになる．

$$\begin{aligned}&\sum_j\Bigl(\sum_i c_i^{(1)}s_{i,j}^{(1)}+\sum_i c_i^{(2)}s_{i,j}^{(2)}+\sum_h c_h^{(3)}s_{h,j}^{(3)}\Bigr)\\&=\sum_i(c_i^{(2)}-c_i^{(1)})\sum_j(m-j+1)\sum_q x_{i,j,q}+\sum_h\Bigl(c_h^{(3)}-\sum_i c_i^{(2)}b_{i,h}\Bigr)\sum_j(m-j+1)y_{h,j}\\&\quad+m\sum_i c_i^{(1)}s_{i,0}^{(1)}+m\sum_i c_i^{(2)}s_{i,0}^{(2)}+m\sum_h c_h^{(3)}s_{h,0}^{(3)}+\text{const.}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(6)\end{aligned}$$

ここで，

$$\mathrm{const.}=\sum_i c_i^{(1)}\sum_j (m-j+1)r_{i,j}-\sum_h c_h^{(3)}\sum_j (m-j+1)y_{h,j}$$

ジグの取り換え費用は，コンベヤに取りつける費用とコンベヤから取りはずす費用とからなる．第 j 日の第 $q-1$ ラウンドから第 q ラウンドに移行するときに，コンベヤに取りつけねばならないジグ数は，$\sum_i (x_{i,j,q}\mathbin{\dot{-}}x_{i,j,q-1})$ である．ただし $x\mathbin{\dot{-}}y$ は次のように定義する．

$$x\mathbin{\dot{-}}y=\begin{cases}x-y & x\geqq y \text{ のとき}\\ 0 & x<y \text{ のとき}\end{cases}$$

そして，第1ラウンドが始まる前には，すべてのジグを取りつけねばならないので，計画期間中にジグをコンベヤに取りつけるのに要する人件費は，次式になる．

$$g^{+}\sum_j\left\{\sum_i x_{i,j,1}+\sum_{q=2}^{Q}\sum_i (x_{i,j,q}\mathbin{\dot{-}}x_{i,j,q-1})\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

同様にして，第 j 日に第 $q-1$ ラウンドから第 q ラウンドに移行するときに，取りはずさなければならないジグ数は，$\sum_i (x_{i,j,q-1}\mathbin{\dot{-}}x_{i,j,q})$ である．そして，第 Q ラウンドが終わった後には，すべてのジグを取りはずさなければならないので，計画期間中にジグをコンベヤから取りはずすに要する人件費は，次式になる．

$$g^{-}\sum_j\left\{\sum_{q=2}^{Q}\sum_i (x_{i,j,q-1}\mathbin{\dot{-}}x_{i,j,q})+\sum_i x_{i,j,Q}\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

4・2　供給に関する条件　出荷される製品は，前日までに製品倉庫に到着していなければならないので，次式が成立する．

$$s_{h,j-1}^{(3)}\geqq d_{h,j}\quad (h=1,2,\cdots,H;\ j=1,2,\cdots,m)$$

この式に，式(3)を代入すれば，製品の供給に関する条件式は，次のようになる．

$$\sum_{j=1}^{j-1} y_{h,j}+s_{h,0}^{(3)}\geqq\sum_{j=1}^{j} d_{h,j} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

組み付けラインで組み付けされる部品は，前日の部品中間ストックから供給されるか，その日の第 q_1 ラウンドまでに自動連続処理装置を通過したものから供給されねばならないので，次式が成立する．

$$s_{i,j-1}^{(2)}+\sum_{q=1}^{q_1} x_{i,j,q}\geqq\sum_h b_{i,h}y_{h,j}\quad (i=1,2,\cdots,n;\ j=1,2,\cdots,m)$$

この式に，式(2)を代入すれば，部品の供給に関する条件式は，次のようになる．

$$\sum_{j=1}^{j-1}\sum_q x_{i,j,q}+\sum_{q=1}^{q_1} x_{i,j,q}+s_{i,0}^{(2)}-\sum_{j=1}^{j}\sum_h b_{i,h}y_{h,j}\geqq 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

自動連続処理装置を通過する粗材は，前日までに粗材中間ストックヤードに到着していなければならないので，次式が成立する．

$$s_{i,j-1}^{(1)}\geqq\sum_q x_{i,j,q}\quad (i=1,2,\cdots,n;\ j=1,2,\cdots,m)$$

この式に，式(1)を代入すれば，粗材の供給に関する条件式は，次のようになる．

$$\sum_{j=1}^{j}\sum_q x_{i,j,q}-s_{i,0}^{(1)}\leqq\sum_{j=1}^{j-1} r_{i,j} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

4・3　処理に関する条件　自動連続処理装置の処理能力は，各ラウンドにおいてコンベヤに引掛けることのできるジグ数に上限があるという形で表現できるので，次式が成立する．

$$\sum_i x_{i,j,q}\leqq G\quad (j=1,2,\cdots,m;\ q=1,2,\cdots,Q-1) \qquad \cdots(12)$$

$$\sum_i x_{i,j,Q}\leqq G_Q\quad (j=1,2,\cdots,m) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

自動連続処理装置の処理品質については，次のような事情があるのが標準的である．すなわち，品種の相異なる粗材のジグをコンベヤ上で隣接して処理するならば，隣接部付近において品質不良を起こしやすい．たとえば，図4のように，品種 A, B, C がコンベヤに引掛けられたとすれば，斜線をほどこしたジグにおいて品質不良を起こしやすい．このような点と管理上の観点から，自動連続処理装置においては，同種の粗材のジグを少なくとも u 個以上は隣接して，コンベヤに引掛けることが望ましい．従って処理品質の条件式は，次式になる．

$$x_{i,j,q}\geqq u \text{ あるいは } x_{i,j,q}=0\quad (i=1,2,\cdots,n;\ j=1,2,\cdots,m;\ q=1,2,\cdots,Q) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

組み付けラインの処理能力は，1日当たりの正味か動可能時間で表せるので，次式が成立する．

$$\sum_h (y_{h,j}/a_h)\leqq A,\quad (j=1,2,\cdots,m) \qquad \cdots\cdots\cdots(15)$$

4・4　ストック量に関する条件　粗材中間ストックヤードにおいては，ストックされている粗材の占める体積量がストックヤードの容量の範囲内でなければならないので，次式が成立する．

$$\sum_i v_i^{(1)}s_{i,j}^{(1)}\leqq V^{(1)},\quad (j=1,2,\cdots,m)$$

これに，式(1)を代入すれば，粗材中間ストックに関する制約条件式は次式になる．

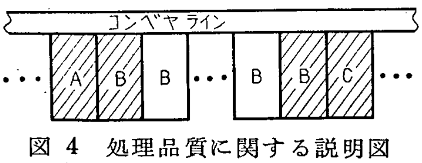


図 4　処理品質に関する説明図

$$\sum_i v_i^{(1)} s_{i,0}^{(1)} - \sum_i v_i^{(1)} \sum_{j=1}^{j} \sum_q x_{i,j,q} \leqq V^{(1)}$$
$$-\sum_i v_i^{(1)} \sum_{j=1}^{j} r_{i,j} \quad \cdots\cdots(16)$$

同様にして，部品中間ストックに関する制約条件式は，次式になる．

$$\sum_i v_i^{(2)} \left\{ s_{i,0}^{(2)} + \sum_{j=1}^{j} \sum_q x_{i,j,q} - \sum_{j=1}^{j} \sum_h b_{i,h} y_{h,j} \right\}$$
$$\leqq V^{(2)}, \ (j=1,2,\cdots,m) \quad \cdots\cdots(17)$$

製品倉庫においては，次式が成立しなければならない．

$$s_h \leqq s_{h,j}^{(3)} \leqq S_h,$$
$$(h=1,2,\cdots,H; \ j=1,2,\cdots,m)$$

これに，式(3)を代入すれば，製品ストックに関する制約条件式は，次式になる．

$$s_h + \sum_{j=1}^{j} d_{h,j} \leqq s_{h,0}^{(3)} + \sum_{j=1}^{j} y_{h,j} \leqq S_h + \sum_{j=1}^{j} d_{h,j} \quad \cdots\cdots(18)$$

5. 線形計画法への定式化

線形計画法への定式化にあたっては，非線形性を有している制約条件式および目的関数を線形化しなければならない．制約条件式の中で，非線形性を有しているのは式(14)である．これは，整数変数 $z_{i,j,q}^{(1)}$ および $z_{i,j,q}^{(2)}$ を導入することにより，次のような制約条件式群で線形化できる．今，Mを十分大きな数とすれば，

$$0 \leqq x_{i,j,q} \leqq (z_{i,j,q}^{(1)} - 1) + M z_{i,j,q}^{(2)} \cdots(14\cdot a)$$
$$x_{i,j,q} \geqq u\, z_{i,j,q}^{(2)} \cdots\cdots(14\cdot b)$$
$$z_{i,j,q}^{(1)} + z_{i,j,q}^{(2)} = 1 \cdots\cdots(14\cdot c)$$

すなわち，$z_{i,j,q}^{(1)}=1$かつ $z_{i,j,q}^{(2)}=0$ のときには，次のようになる．

$$0 \leqq x_{i,j,q} \leqq 0$$

$z_{i,j,q}^{(1)}=0$ かつ $z_{i,j,q}^{(2)}=1$ のときには，次のようになる．

$$u \leqq x_{i,j,q} \leqq M-1$$

目的関数の中では，ジグの維持費用と取り換え費用が非線形性を有している．ジグの維持費用は，次のような変数 $\lambda_{i,j}$, μ_i を導入すれば，線形化できる[8]．

$$\lambda_{i,j} = \max_q \{x_{i,j,q}\}, \qquad \mu_i = \max_j \{\lambda_{i,j}\}$$

とおけば，ジグの維持費用は $\sum_i e_i \mu_i$ となる．

そしてこの線形化に伴う制約条件式は，次のようなものである．

$$x_{i,j,q} \leqq \lambda_{i,j} \quad (i=1,2,\cdots,n; \ j=1,2,\cdots,m;$$
$$q=1,2,\cdots,Q) \cdots\cdots(4\cdot a)$$
$$\lambda_{i,j} \leqq \mu_i, \ (i=1,2,\cdots,n; \ j=1,2,\cdots,m) \cdots\cdots(4\cdot b)$$

ジグの取り換え費用は，次のような非負の変数

$$t_{i,j,q}^{+}, \quad t_{i,j,q}^{-}$$

を導入することにより線形化できる[9]．

$$t_{i,j,q}^{+} = x_{i,j,q} \dot{-} x_{i,j,q-1},$$
$$t_{i,j,q}^{-} = x_{i,j,q-1} \dot{-} x_{i,j,q}$$

とおくと，ジグの取り換え費用は，次式のようになる．

$$g^{+} \sum_j \left\{ \sum_{q=2}^{Q} \sum_i t_{i,j,q}^{+} + \sum_i x_{i,j,1} \right\} + g^{-} \sum_j \left\{ \sum_{q=2}^{Q} \sum_i t_{i,j,q}^{-} + \sum_i x_{i,j,Q} \right\}$$

そして，線形化に伴う制約条件式は

$$x_{i,j,q} - x_{i,j,q-1} = (x_{i,j,q} \dot{-} x_{i,j,q-1}) - (x_{i,j,q-1} \dot{-} x_{i,j,q})$$

を使用すれば，次式のようになる．

$$x_{i,j,q} - x_{i,j,q-1} = t_{i,j,q}^{+} - t_{i,j,q}^{-} \quad (i=1,2,\cdots,n; \ j=1,2,\cdots,m; \ q=2,3,\cdots,Q) \cdots\cdots(7\cdot a)$$
$$t_{i,j,q}^{+} \geqq 0, \quad t_{i,j,q}^{-} \geqq 0 \quad (i=1,2,\cdots,n; \ j=1,2,\cdots,m; \ q=2,3,\cdots,Q) \cdots\cdots(7\cdot b)$$

以上の事と式(4)～(8)とより，計画期間中の運転費用は次式になる．

$$\sum_i e_i \mu_i + m \sum_i c_i^{(1)} s_{i,0}^{(1)} + m \sum_i c_i^{(2)} s_{i,0}^{(2)} + m \sum_h c_h^{(3)} s_{h,0}^{(3)}$$
$$+ \sum_i \sum_j \{(m-j+1)(c_i^{(2)} - c_i^{(1)}) + g^{+}\} x_{i,j,1} + \sum_i \sum_j (m-j+1)(c_i^{(2)} - c_i^{(1)}) \sum_{q=2}^{Q-1} x_{i,j,q}$$
$$+ \sum_i \sum_j \{(m-j+1)(c_i^{(2)} - c_i^{(1)}) + g^{-}\} x_{i,j,Q} + \sum_h \sum_j (m+j-1)(c_h^{(3)} - \sum_i c_i^{(2)} b_{i,h}) y_{h,j}$$
$$+ g^{+} \sum_i \sum_j \sum_{q=2}^{Q} t_{i,j,q}^{+} + g^{-} \sum_i \sum_j \sum_{q=2}^{Q} t_{i,j,q}^{-} + \mathrm{const.} \quad \cdots\cdots(19)$$

6. 数値計算例

6・1 入力データ　数値計算例としては式(9)～(13)，(14・a)～(14・c)，(15)，(18)，(4・a)，(4・b)，(7・a)，(7・b)を制約条件として，運転費用(19)を最小化する混合整数計画問題を採用した．まず製品出荷量と粗材入荷量に関する入力データを表1に示した．次に部品と製品との対応関係を示す $b_{i,h}$ に関する入力データを表

2に示す.

処理品質に関する制約条件としては，隣接現象を表現する最小単位は3であるので，$u=3$ とした.

更に，第1日めと第9日めは，工場が休日であるとした．従って，$j=1$ および $j=9$ のとき，

$$G=0, \quad GQ=0, \quad A=0$$

である.

6・2 最適解の探索　最適解の探索は，アイ・ビー・エム社の MPSX-MIP (Mathematical Programming System-Mixed Integer Programming) により，行った.

MPSX-MIP では，混合整数計画法の計算方法として，分枝限定法が使用されている．この方法による計算では，その効率はある程度限定されるが，他の方法に比べて良い．更に計算途中で打ち切っても，実行可能解を求めることができ，実用に際してはこの解を用いることが多い(10).

しかし，本研究の数値例を，まともに分枝限定法で計算すると，計算時間が長くかかりすぎることが予想されるので，次の手続をとった.

まず，連続変数解を求めて，その最適解において

$x_{i,j,q}^* \geqq 3$ となった (i,j,q) の組に対しては,

$$z_{i,j,q}^{(1)}=0, \quad z_{i,j,q}^{(2)}=1$$

$x_{i,j,q}^*=0$ となった (i,j,q) の組に対しては,

$$z_{i,j,q}^{(1)}=1, \quad z_{i,j,q}^{(2)}=0$$

とした．そして，上記のどちらでもない組，すなわち $0<x_{i,j,q}^*<3$ となるような (i,j,q) の組に対しては，$z_{i,j,q}^{(1)}$ および $z_{i,j,q}^{(2)}$ を整数変数として残して，分枝限定法で計算した.

そこで実行可能解が，3個みつかったところで計算を打ち切った．すなわち解が3回改善されたわけである．目的関数の改善の様子を表3に示す.

6・3 最適値とその検討　計算された最適値は，次のとおりである．なお，最適値は変数に＊をつけて示す.

初期在庫量 $s_{h,0}^{(3)*}$，$s_{i,0}^{(1)*}$ および $s_{i,0}^{(2)*}$ は表4に示すとおりである．この表を観察すれば，初期製品倉庫ストック量の最適値は，安全在庫量の2～5倍になっている．一方，初期粗材中間ストック量および初期部品中間ストック量の最適値は，ほとんどの部品において，0となっている.

更に，どの段階の初期在庫量も，現在の日程計画での値よりもはるかに小さいことが，容易に予想される.

以上のことから，初期在庫量については，次の事が言える.

まず初期在庫量は，どの段階のものであれ，従来の日程計画で行われていた値よりも，はるかに少ない在庫量で出発することが可能である．そして，粗材中間ストックヤードおよび部品中間ストックヤードの初期在庫量は，原則として0とするのが良い．計画期間に入る前に，将来にそなえて持たざるを得ない在庫は，主として製品倉庫に集中して貯蔵しておくほうが得策である.

自動連続処理装置通過量 $x_{i,j,q}^*$ の値は，表5に示

表 1　製品出荷量と粗材入荷量

	h \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
製品出荷量 $(d_{h,j})$	1	7.7	4.2	0	9.7	7.4	14	7.0	10	5.6
	2	9	4.2	0	10.4	8.8	14	7.0	8.6	6.3
	3	7.0	4.2	0	9.7	8.1	13.3	7.7	9.4	6.3
	4	7.0	4.2	0	9.8	9.5	8.4	7.7	9.8	5.6
	5	5	2.5	0	7.5	3.8	5	3.8	3.8	2.5
	6	3.8	1.3	0	3.8	2.5	3.8	3.8	5	1.3

	i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
粗材入荷量 $(r_{i,j})$	1	14	19	0	14	14	14	14	14	0
	2	16.7	16.7	0	16.7	16.7	16.7	16.7	16.7	0
	3	13	0	0	13	13	13	13	13	0
	4	0	14	0	14	14	14	14	28	0
	5	16.7	16.7	0	16.7	16.7	16.7	16.7	16.7	0
	6	13	13	0	13	13	13	0	26	0
	7	0	5	0	5	5	5	5	5	0
	8	5	0	0	5	5	5	5	5	0

表 2　部品と製品との対応

i \ h	1	2	3	4	5	6
1	1.5	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0
3	0	1.5	0	0	0	0
4	0	0	1.5	0	0	0
5	0	0	1	1	0	0
6	0	0	0	1.5	0	0
7	0	0	0	0	1	0
8	0	0	0	0	0	1

表 3　実行可能混合整数解の目的関数の改善の様子

実行可能混合整数解	第1回め	第2回め	第3回め
目的関数値	6 815.35	6 805.71	6 796.86

表 4　初期在庫量の最適値

h	$s_{h,0}^{(3)*}$
1	20.2
2	39.6
3	27.9
4	26.8
5	9.0
6	7.8

i	$s_{i,0}^{(1)*}$
1	0
2	1.4
3	0
4	3.0
5	0
6	0
7	0
8	0

i	$s_{i,0}^{(2)*}$
1	0
2	0
3	0
4	1.4
5	0
6	0
7	6.8
8	1.4

すとおりである．更に，これを $x_{i,j}^*=\sum_q x_{i,j,q}^*$ により，日ごとの通過量としたのが表6である．

維持ジグ数に関する変数 $\lambda_{i,j}^*$ および μ_i^* を示したのが表7である．

表6を観察すれば，部品1～6においては，部品3を例外として，計画期間の中期に生産が集中している．部品7と8においては，生産の集中は特にみられない．

従って表7においては，前者の部品グループにおいては，第5日めの必要ジグ数が，計画期間を通じての維持ジグ数になっている．

組み付けライン通過量 $y_{h,j}^*$ の値は，表8に示すとおりである．

この表を観察すれば，前半のピークは第3日めと第4日めにあり，後半のピークは第7日めと第8日めにある．従って，自動連続処理装置通過量のピークが1/2期にあったのに対し，組み付けライン通過量のピークは1/4期と3/4期にあると言えるだろう．

ジグの取り換え数 $t_{i,j,q}^+$ および $t_{i,j,q}^-$ の値については紙面の制約上省略するが，日ごとの取りつけ総数と取りはずし総数を示したのが表9である．

表を観察すれば一般的には，取りつけ数よりも取りはずし数のほうがはるかに多い．更に取りはずし数は，計画期間の後半で大幅に多くなっている．

表5　自動連続処理装置通過量の最適値

i \ j	2			3			4			5			6			7			8		
q	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1	0	0	0	5.5	5.5	5.5	5.5	5.5	5.5	5.5	5.5	3.0	5.5	5.5	3.0	5.5	5.5	3.0	5.4	0	0
2	3.1	3.1	3.1	3.0	3.0	3.0	5.5	5.5	5.5	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6	0	0
3	4.3	4.3	0	4.3	0	0	0	0	0	4.3	4.3	4.3	4.3	4.3	4.3	4.3	4.3	3.8	3.9	0	0
4	0	0	0	0	0	0	8.5	8.5	0	5.5	8.5	0	8.0	6.0	0	5.7	8.4	0	8.5	0	0
5	3.0	3.0	0	3.4	3.4	3.4	5.8	5.8	5.8	5.2	5.8	5.2	5.8	5.8	5.2	5.8	5.8	5.8	5.8	0	0
6	3.2	3.0	3.0	3.6	3.2	3.2	3.9	3.0	0	3.9	3.9	3.9	3.9	3.9	3.9	3.9	3.9	3.9	3.9	0	0
7	0	0	0	4.0	0	0	0	0	0	4.0	0	0	4.0	3.0	0	3.0	0	0	4.0	0	0
8	0	0	0	0	3.6	0	0	0	0	3.0	3.4	0	0	3.0	0	3.0	3.3	3.6	0	0	0

表6　日ごとの通過量

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	16.5	16.5	14	14	14	5.4	0
2	0	9.3	9.0	16.5	16.7	16.7	16.7	5.6	0
3	0	8.7	4.3	0	13.0	13.0	12.4	3.9	0
4	0	0	0	17.0	14.0	13.9	14.1	8.5	0
5	0	6	10.1	17.3	16.2	16.7	17.3	5.8	0
6	0	9.2	9.9	6.9	11.7	11.7	11.7	3.9	0
7	0	0	4	0	4	7	3	4	0
8	0	0	3.6	0	6.4	3	6.8	0	0

表7　維持ジグ数の最適値

i \ j	$\lambda_{i,j}^*$ 2	3	4	5	6	7	8	μ_i^*
1	0	5.5	5.5	5.5	5.5	5.5	5.4	5.5
2	3.1	3.0	5.5	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6
3	4.3	4.3	0	4.3	4.3	4.3	3.9	4.3
4	0	0	8.5	8.5	8.0	8.4	8.5	8.5
5	3.0	3.4	5.8	5.8	5.8	5.8	5.8	5.8
6	3.2	3.6	3.9	3.9	3.9	3.9	3.9	3.9
7	0	4.0	0	4.0	4.0	3.0	4.0	4.0
8	0	3.6	0	3.4	3.0	3.6	0	3.6

表8　組み付けライン通過量の最適値

h \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	3.7	11.0	11.0	9.3	9.3	9.2	0
2	0	2.9	5.8	0	2.9	8.7	8.7	8.0	0
3	0	0.9	0	5.7	9.3	11.0	7.8	11.3	0
4	0	2.1	6.4	6.9	4.6	7.8	7.8	7.8	0
5	0	2.5	3.5	4.0	4.8	4.0	3.8	6.3	0
6	0	1.3	0	3.8	2.5	3.8	4.8	5.3	0

表9　ラウンドごとの取りつけ総数と取りはずし総数の最適値

j	2		3		4		5		6		7		8	
q	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3
t^+ 合計	0	0	3.6	0	0	0	4.0	0	3.0	0	3.0	0	0	0
t^- 合計	0.2	7.3	8.7	3.6	0.9	11.5	4.0	15.0	3.0	15.0	3.0	15.0	37.0	0

7. 最適解の特性とその検討

自動連続処理装置通過量の最適解の特性は，製品出荷量の日ごとの変動を，自動連続処理装置通過の段階で，どのような形で，どの程度吸収するかということで表される．それは，製品とその組み付けに必要とされる部品との組について，製品出荷量と部品の日ごとの自動連続処理装置通過量の合計 $x_{i,j}^*$ とを，一つのグラフにプロットすることにより表示できる．いくつかの例について示したのが図5である．

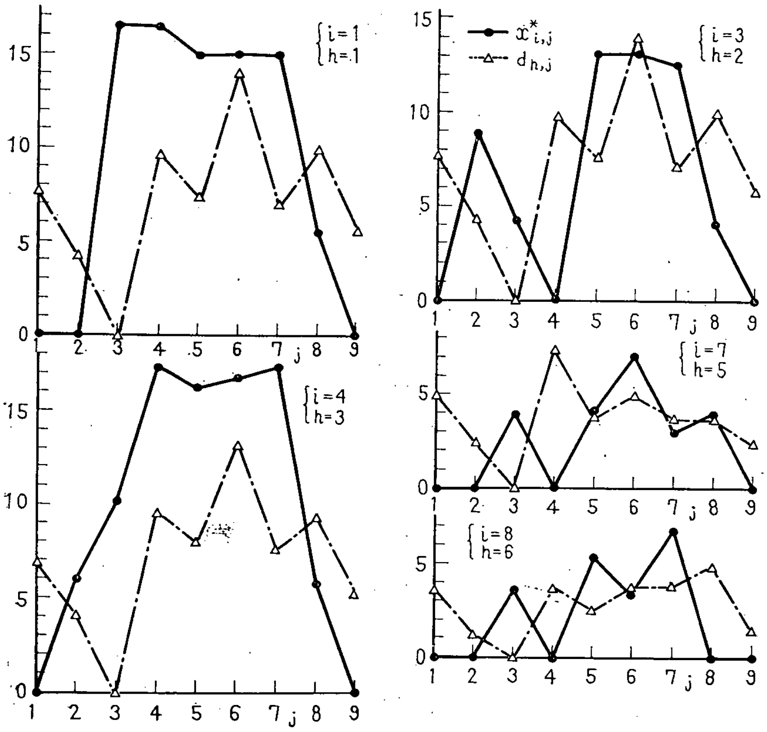


図 5 自動装置通過量最適解の特性

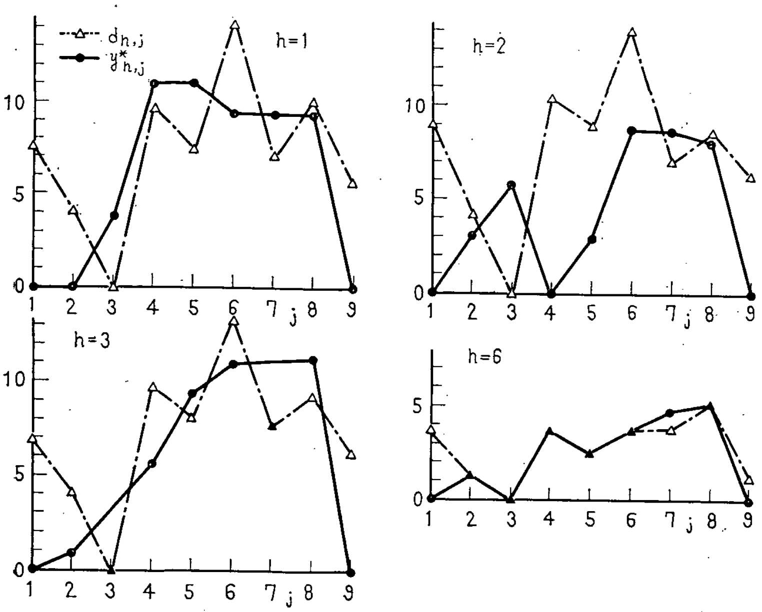


図 6 組み付けライン通過量最適解の特性

図を観察すれば，次のようになる．製品 1, 3, 4 とそれらの組み付けに必要な部品との組においては，製品出荷量の日ごとの変動が，自動連続処理装置通過の段階で，かなりの程度，吸収されていることがわかる．しかし，製品5と6とそれらの組み付けに必要な部品との組においては，あまり吸収されているとは言えない．

これには，次の二つの理由が考えられる．

(1) 部品7と8のためのジグの維持費用は，他の部品のためのジグより安い．

(2) 製品5と6の出荷量は小さい．しかるに，自動連続処理装置の処理品質の制約から，隣接してコンベヤに引掛けられねばならない最少のジグ数がきまっている．従って，自動連続処理装置通過量の変動は，さけることが困難である．

組み付けライン通過量の最適解の特性は，組み付けライン通過量の日ごとの変動が，製品出荷量の日ごとの変動にどのように対応しているかによって表せる．それは，各製品について，組み付けライン通過量と製品出荷量を一つのグラフにプロットすることにより表示できる．いくつかの例について示したのが図6である．

この図を観察すれば，次のようになる．組み付けライン通過量の最適値の日ごとの変動は，製品1,3,6においては，製品出荷量の変動とよく対応している．ところが製品2においては，両者の間の対応関係は，ほとんど存在しない．

この理由は，次のように考えられる．製品1,3,6の製品倉庫における在庫費用は，他のものに比べて高いのに対して，製品2のそれは，他のものに比べて極端に低い．従って，製品倉庫における在庫費用を小さくするためには，製品1,3,6においては，組み付けライン通過量の変動を製品出荷量の変動と対応づける必要があったのに対して，製品2においては，その必要がなかったためであると考えることができる．

ストック量に関する最適解の特性は，どの段階でどれだけの量をストックするかという形で表される．それは，製品とその組み付けに必要とされる部品との組に対して，製品出荷量 $d_{h,j}$，粗材入荷量 $r_{i,j}$，および各段階でのストック量 $s_{h,j}^{(3)}$，$s_{i,j}^{(2)}$，

$s_{i,j}^{(1)}$ を一つのグラフにプロットすることにより表示できる．いくつかの典型的な例について，示したのが図 7 である．

この図において，Ⓐは $c_h^{(3)}$ が $c_i^{(2)}$ および $c_i^{(1)}$ に比べて非常に大きい場合の例である．Ⓑは $c_h^{(3)}$ が $c_i^{(2)}$ および $c_i^{(1)}$ に比べて，相対的に小さい場合の例である．従って，Ⓐにおいては，$s_{h,j}^{(3)}$ に比べて $s_{i,j}^{(2)}$ および $s_{i,j}^{(1)}$ が大きな値となっているのに対し，Ⓑにおいては，$s_{h,j}^{(3)}$ が $s_{i,j}^{(2)}$ および $s_{i,j}^{(1)}$ に比べて大きな値となっている．Ⓒは，すべての段階において初期在庫量が 0 でなく，$c_h^{(3)}, c_i^{(2)}, c_i^{(1)}$ の大小関係が標準的な場合の例である．Ⓓは，製品出荷量の値が小さい場合の例であり，$s_{i,j}^{(3)}$ が安全在庫量の値に近いことが観察される．

8. 最適解の効果と結論

最適解の効果をストック量の削減%およびジグ維持数の削減%で試算した結果を，表 10 に示す．

本研究の数値計算例から得られた結論は，次のように要約できる．

表 10　最適解の効果に関する試算結果

	初期在庫量			ストック量			維持ジグ数
	$s_{h,0}^{(3)}$	$s_{i,0}^{(2)}$	$s_{i,0}^{(1)}$	$s_{h,j}^{(3)}$	$s_{i,j}^{(2)}$	$s_{i,j}^{(1)}$	μ_i
削減%の範囲	25～88	40～100	81～100	51～94	82～90	0～59	0～42
平均削減%	63.3	96.2	96.4	77.7	87.0	23.2	22.6

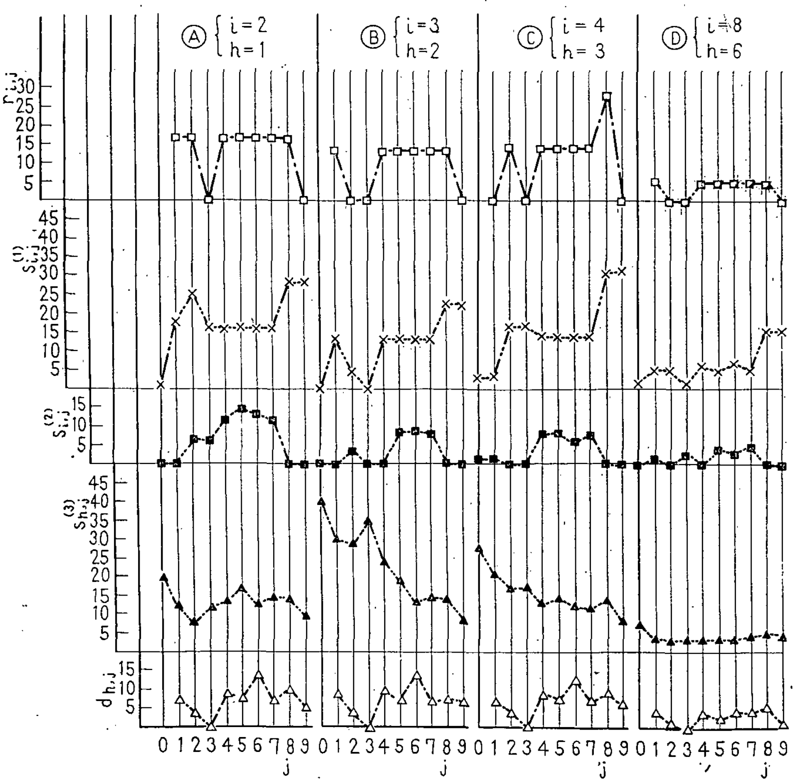


図 7　ストック量に関する最適解の特性

（1）　連続処理による多品種生産の日程計画は，線形計画法，特に，混合整数計画法の問題に帰着することができる．

（2）　初期在庫量は，どの段階のものであれ，従来の日程計画で行われていた値よりも，はるかに少ない在庫量で出発することが可能である．

（3）　粗材中間ストックヤードおよび部品中間ストックヤードの初期在庫量は，原則として，0 で出発するのが最適である．計画期間に入る前に，将来にそなえて持たざるを得ない在庫は，主として，製品倉庫に集中して貯蔵するのが最適である．

（4）　出荷量の多い製品の組み付けに必要な部品については，自動連続処理装置通過量のピークを計画期間の 1/2 期にもってくるのが最適である．

（5）　組み付けライン通過量のピークは，計画期間の 1/4 期と 3/4 期にもってくるのが最適である．

（6）　ジグのコンベヤラインへの取りつけに関しては，なるべく第 1 ラウンドに，その日の処理に必要なものを取りつけ，順次，取りはずしていくのが最適である．

（7）　出荷量が多い製品の組み付けに必要な部品で，その部品のジグの維持費用が高い場合には，出荷量の日ごとの変動を自動連続処理装置通過の段階で，なるべく吸収するのが最適である．

（8）　製品倉庫での在庫費用の高い製品については，組み付けライン通過量の日ごとの変動を製品出荷量の日ごとの変動に対応させるのが最適である．

（9）　在庫量の管理においては，各段の在庫費用を考慮して，在庫を分配する必要がある．

なお，今後に残された問題点は，次のように要約できる．

（1）　現在の電子計算機では，大規模な混合整数計画問題の厳密な最適解を得るには計算時間が，かかりすぎる．そこで，小規模な数値計算をいろいろなケースについて行い，その結果に基づいて最適解を求めるヒューリスティック・アルゴリズムを開発する必要がある．

（2）　あるいは，大規模な混合整数計画問題を，いくつかの小規模な混合整数解計画問題に分解することによって，近似解を得る方法を開発する必要がある．

文 献

(1) Salveson, M.E., *Trans. ASME*, 77-6 (1955-8), 939.
(2) Burbidge, J.L., *Proc. Int. Seminar on Group Technology*, (1969), Turin.
(3) Opitz, H., *Werkstücksystematik und Teilefamilienfertigung, 1963, 65 und 1967*, (1963, 65, 67), W. Girardet.
(4) Kortanek, K.O. and Soyster, A.L., *Manage. Sci.*, 17-8 (1971), B-560.
(5) Manne, A.S., *Manage. Sci.*, 4-2 (1958), 115.
(6) Levitan, R.E., *Manage. Sci.*, 5-3 (1959), 332.
(7) Kortanek, K.O., ほか2名, *Naval. Res. Logistics Quart.*, 15 (1968), 287.
(8) Charnes, A., ほか3名, *Manage. Sci.*, 15-8 (1969), B-365.
(9) Charnes, A. and Cooper, W.W., *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*, (1961), 326, John Wiley & Sons.
(10) 原田, マネジメント・サイエンス・ハンドブック, (昭.46), 126, オーム社.

討 論

〔質問〕 **人見勝人**(大阪大学工学部)

(1) 目的関数として計画期間中の運転費用のみを考えておられるが, 日程計画という観点からは, 生産活動全体に関する生産費用そのものの詳細な分析をし, その結果に基づく生産費用を目的関数として考える必要があるのではないか.

(2) 定式化された混合整数計画問題に関する数値計算結果に対して, 単に「最適値」よりむしろ「近似最適値」としたほうがよいのではないか. また近似最適解を求める場合に, どの段階で計算を打ち切ったらよいのかの基準を伺いたい.

(3) 数値計算例における製品出荷量と粗材入荷量並びに部品と製品の対応関係に関する入力データの数値が, 現実に生ずる整数値で示されなかったのはなぜか. また最終結果に対しても小数を含む実数値で表されているが, この値を現実に適用するには, どのように取扱えばよいのか.

(4) 数値計算例に見られる部品と製品との対応関係は比較的単純だが, この関係がより複雑な形態の場合には, 計算プロセス並びに結論にどのような影響があるか.

(5) 表8に対する考察において, 「前半のピークは第3日めと第4日めにあり, 後半のピークは第7日めと第8日めにある」と結論されているが, 製品全体については, そうは結論できないように思われるし, また個々の製品についても, そう言える製品と言えない製品が存在している. この結論の根拠を伺いたい.

(6) 数値計算例から求められた結果に基づいて種々結論づけられておられるが, これらの結論は別の設定データで行った場合に異なった結果が得られることはないか.

〔回答〕 (1) 序論に述べているように, 本論文においては, ジグ維持費用と在庫費用とのトレードオフという連続処理による多品種生産にとって特徴的である部分だけに注目したので, 計画期間中の運転費用のみを目的関数と考えた.

作業費用に関しては, 製品出荷量は与えられており, 厳守しなければならないので, 自動連続処理装置や組み付けラインでの作業量は, 日程計画のいかんにかかわらず, 一義的に決まってくる. ただし, ジグの取り換えに関する作業量だけが日程計画に依存しているので, 目的関数に含めた.

ご指摘の生産費用そのものの詳細な分析の必要性は著者自身も認めるところであり, 今後の研究に期待したい.

(2) ご指摘のとおり, 論文中の最適値は近似最適値の意味である. 計算打ち切りに関しては武田氏への回答(1)を参照.

(3) 粗材および部品については, 一つのジグで処理できる個数を単位として計量している. 製品については, 製品倉庫で使われる箱の容量を単位として計量している. 従って, 部品と製品の対応関係に関する入力データの数値も整数値ではなくなっている.

ジグ数については, 自動連続処理装置通過量 x_{ijq} を整数変数とおいて最適化問題を解くことによって, 現実に合致させることができる. しかし, 混合整数計画法で取扱う整数変数の数が膨大になりすぎるので, 本論文においては, 実数形で近似した.

従って, ジグ維持数については, μ_i を切り上げた整数の個数だけ維持しなければならないということになる.

(4) 計算プロセスにおいては, 線形計画法の係数行列において, 0となる要素が少なくなるので, それだけ計算時間が延長される.

結論に与える影響については, 製品出荷量の日ごとの変動が自動連続処理装置通過量に与える影響が広範囲になるので, 平均化された生産を行うことがますます困難になるため, 維持ジグ数の増加につながると考えられる.

(5) 前半のピークは第3日めあるいは第4日めに

あり，後半のピークは第7日めあるいは第8日めにあるという意味である．

（6） 武田氏への回答 (3) を参照されたい．

〔質問〕　人見勝人

(3) について．質問者はご研究の対象としておられる生産システムについて不明のため，はじめの5行について，これだけでははっきりと理解できないので，具体例を簡単にお示し願いたい．

〔回答〕　一般的には，処理を受ける粗材一つに対して，一つのジグが使用されるとは限らない．たとえばめっき処理においては，一つのジグに複数個の粗材がとりつけられ，それがコンベヤに引掛けられて，自動連続処理装置を通過する．この事情は付図1のように示される．

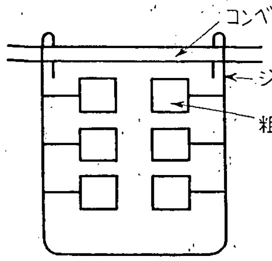
そこで，粗材の自動連続処理装置通過数などは，一つのジグで処理できる個数を単位として計量するのが便利である．そうすれば，粗材の自動連続処理装置通過数が，そのラウンドに必要とされるジグの個数になるからである．

一方，製品倉庫では，組み付けされた複数個の製品を箱に入れて，ストックするのが普通である．そして製品倉庫のスペースは，その箱が何個入るかによってきまってくる．

従って数値例としては，次のようになる．部品1については，一つのジグに 30 個の粗材をとりつけることができるとすると，70 個の粗材が入荷すれば，粗材入荷量の入力データは 2.3 となる．製品1については，製品倉庫で使われる箱は，20 個の製品を入れることができるとすると，50 個の製品が出荷されれば，製品出荷量の入力データは 2.5 となる．そして，製品1を1個組み付けするのに部品1が1個必要であるとすれば，$b_{1,1}$ の入力データは 30/20＝1.5 となる．

〔質問〕　武田健二（日立製作所生産技術研究所）

（1） 数値例（素材入荷量×製品出荷量×日数，8×6×9）程度の変数の数でも計算時間が長くかかりすぎるというが，どの程度か．ここでの対策の結果，実行可能解を求めるのに要した計算時間はどれ位か．



付図 1

（2） 数値例の入力データ，出力結果における素材入荷量，製品出荷量，在庫量，ジグ数など，いずれも実数形の変数になっているが，その理由は何か．

（3） 数値例一つについて結論，効果を論じているが，ここでの入力データにはそのような一般的特性があるのか．どんなデータでもこのような結論になるのか．例えば，出荷量の変動に在庫量で対応するか，処理して対応するかに関する結論は一般的すぎ，在庫費用/ジグ維持費用の比がどの程度の時に (7) や (8) の結論になるのか．また (6) のジグの取りつけ問題も，g^+，g^- のデータにより違った結論にはならないか．

（4） 生産管理システムは，一般に階層構造で多段階的に決定，情報処理をおこなう．ここでモデル化しているような在庫とジグ維持の問題は，このような短期日程計画ではなく，結論 (3) にもあるように需要予測的な長期計画から決定される問題ではないだろうか．もし，ここにあるように計画するには，計画期間以後に予想される出荷量の変動も考慮できるモデルでなければ最適化できないのではないか．例えば，この数値例と全く同じ入力データが次の計画期間に与えられた場合，既に各段階の初期在庫量は決定されており，最適値を探索しないはずではないか．

〔回答〕　（1） 計算機は IBM 360-195 を使用した．本数値計算例で，第1回めの実行可能解を得るのに要した時間は 4.66 分であり，第2回めの実行可能解は 4.76 分で得られ，第3回めの実行可能解は 7.05 分で得られた．第3回めの実行可能解で計算を打ち切ったのは，次の理由による．

第1回めと第2回めの差が 9.64 であり，第2回めと第3回めの差が 8.85 である．従って，目的関数値の改善量は悪化しており，計算時間が多くなっているので，以後の大幅な改善は期待できないとして，計算を打ち切った．

（2） 人見氏への回答 (3) を参照されたい．

（3） 連続処理による多品種生産の日程計画が最も困難な場合は，出荷先の休日，部品メーカの休日および入荷先の休日が互いに異なっている場合である．逆に，この最も困難な場合に，最適化計算が最も有効であると考えられる．以上のような考えのもとに，数値計算例の入力データを設定した．すなわち，表1および表2に示すとおり，部品メーカの休日は第1日めと第9日めであり，出荷先の休日は第3日めであり，入荷先の休日は第3日めと第9日めである．

従って，別の設定データで計算すれば，異なった結果が得られるであろうが，最適解の効果は本数値計算例より少ないと言えると思う．

以上の意味から，本数値計算例は，最適化によりどれだけの効果がどのような形で得られるかについての限界を与えるという意味で，マスタースタディとしての意義があると思う．

最適解は，モデルの中に組みこまれているすべての係数の間のすべての相対的な大小関係によって決まってくるので，在庫費用/ジグ維持費用の比だけで結論することはできないと思う．そこで，本数値計算例のコスト係数の間の大小関係の概略を記述すると，次のようになる．

粗材中間ストック費用に関しては，品種ごとの相違はあまりなく，部品中間ストック費用および製品倉庫のストック費用に関しては，品種ごとに相違は大きい．そして平均すると，$c_i^{(2)}$ は $c_i^{(1)}$ の約 1.5 倍であり，$c_h^{(3)}$ は $c_i^{(2)}$ の約2倍である．結論 (8) で述べられている製品倉庫での在庫費用の高い製品は，他の製品に比べて，在庫費用が 1.5 倍になっている．

ジグ維持費用に関しては，結論 (7) で述べられている出荷総量の多いものについては，平均して，e_i が $c_h^{(3)}$ の約 3.5 倍であり，出荷総量の少ない部品7および8の e_i は $c_h^{(3)}$ の約3倍となっている．

ジグの取り換え費用については，$g^+=g^-$ と設定しており $c_i^{(1)}$ の約 1/3 になっている．

（4） 数値計算例として取り上げているため，9日間という短期になっているが，実際にはもっと長期間にわたる計算が必要であると思う．

各段階の初期在庫量が既に決定されている場合には，$s_{i0}^{(1)}$，$s_{i0}^{(2)}$ および $s_{h0}^{(3)}$ を定数として，混合整数計画法を解くことができる．

本論文において，初期在庫量を変数としたのは，次の理由による．初期在庫量の実績値は，計画期間を短くとると，明らかに多すぎることが自明の場合が多い．そこで，これをどのくらいまでに減少させることができるかの限界を計算することを試みたためである．

ご指摘の生産管理システム全体を考えた日程計画の最適化については，今後の研究に期待したいと思う．

〔質問〕　武田健二

（1） 計算打ち切りの理由が大胆すぎると思う．目的関数値の改善の様子は，更に改善される可能性を示しているように思う．もし，この程度の実行可能解をもって最適解うんぬんするのであれば，この解で十分であるという検討が必要だと思うが．

（2） ご回答にあるような，出荷先と部品メーカと入荷先の休日が互いに異なっている場合というのを特に対象とするのであれば，その点に関しての結論はどうか．論文中の最適解についての効果，結論で触れていないのではないか．

（3） 以上他にも質問があるが，問題の定式化の部分以外の内容について，理論的根拠や検証が不足していると考える．今後のご研究の中でより具体的な内容で改めて討論を希望したい．

〔回答〕 （1） 本数値計算例においては分枝限定法を適用する前に連続変数解を求めて，その最適解において，$x_{i,j,q}^*\geqq 3$ となった (i,j,q) の組に対しては，$z_{i,j,q}^{(1)}=0$，$z_{i,j,q}^{(2)}=1$ として，$x_{i,j,q}^{(1)}=0$ となった (i,j,q) の組に対しては，$z_{i,j,q}^{(1)}=1$，$z_{i,j,q}^{(2)}=0$ としている．このような手続により，$8\times 9\times 3=216$ 個の 0-1 変数の大部分が決定されるわけである．その後に，分枝限定法を適用しているので，第1回めの実行可能解で，すでに最適解にかなり近くなっていると考える．

一方，最適化計算の実際上の目的は，あくまで現状の改善ということであるので，最適解の効果の計算結果から考えて，本論文の最適解で，現状を十分に改善していると思う．

（2） 本数値計算例が出荷先と部品メーカと入荷先の休日がお互いに異なっている場合を対象としていることを考慮して，この観点のみから最適解を検討すれば，次のように言えると思う．

初期在庫が製品倉庫に集中したのは，第1日めが部品メーカの休日であるために，第1日めと第2日めの出荷を製品の段階でストックしておく必要が強かったためと考えられる．

自動連続処理装置通過量のピークが計画期間の 1/2 期になっているが，これは，第3日めの出荷がないので，前半における出荷は，主として初期製品在庫から調達されたため，前半における自動連続処理装置通過の必要はあまりない．一方，第9日めは部品メーカの休日であるので，第9日めの出荷を第8日めの第2ラウンドまでに，自動連続処理装置を通過したものから調達する必要があったために，後期に自動連続処理装置通過量を多くすることはできなかったためであると考えられる．

組み付けライン通過量のピークは計画期間の 1/4 期と 3/4 期になっているが，1/4 期のピークは，ちょうど初期在庫のストックがなくなった直後であり，3/4 期のピークは，部品メーカは休日であるが，出荷先は休日ではない第9日めに備えたものであると考えられる．

（3） 今後の問題点の (1) でも指摘しているとおり，いろいろの数値計算例について分析をしていくつ

もりである.

〔質問〕　研野和人（松下技研会社）

(1) 組み付けラインでの「作業人員維持費用」も考慮する必要があると思う．この費用はジグ維持費用と同様に最適ストック量を増加させるはずである．これを含めなかった理由を伺いたい．

(2) 粗材入荷量を定数として与え入荷計画をシステムの拘束条件とされているが，これを変数として最適入荷計画をも求めるようにすれば，より効果的な解が得られると思うがいかがか．

(3) 論文中の「最適値」は準最適値と称すべきであろうが，これを得るまでの計算時間と使用計算機を伺いたい．

(4) 2410ページ左欄下9行め，q_1 はどのように決定するのか．

(5) 初期在庫量，ストック量，維持ジグ数が大幅に削減されているが，これはどのような理由によるものか．

〔回答〕　(1) 作業人員維持費用を目的関数の中に含めなかったのは，次の理由からである．

(i) 序論に述べているように，本論文においては，ジグ維持費用と在庫費用とのトレードオフという連続処理による多品種生産にとって特徴的である部分だけに注目した．

(ii) 製品出荷量は与えられており，厳守しなければならないので，自動連続処理装置や組み付けラインでの作業量は，日程計画のいかんにかかわらず，一義的に決まってくる．ただし，ジグの取り換えに関する作業量だけが，日程計画に依存しているので，運転費用に含めた．

しかし，作業人員維持費用は必ずしも作業量に比例するものではないと考えると，次のようにすることができる．作業人員維持費用は主として組み付けライン作業に関係が深いので，式(15)において正味か動可能時間数Aを変数として，これに比例する費用を人員維持費用として，目的関数の中に計上すればよいわけである．

(2) 最適解の効果を測定するためには，実績値と同じ環境下で計算しなければならなかったので，粗材入荷量を拘束条件として与える必要があった．

粗材入荷に関する制約条件を分析して，本モデルにつけ加えれば，粗材入荷量が変数となり，最適入荷計画を求めることができる．そして，これがより効果的な解であることは，ご指摘のとおりである．

(3) 人見氏への回答(2)を参照されたい．

(4) 自動連続処理装置は2シフトで生産され，組み付けラインは1シフトで生産されるのが標準的である．従って，自動連続処理装置の第1番めのシフトが終わるときのラウンド数を q_1 とするのが一つの考え方である．

本数値計算例では，$q_1=2$ に設定した．

(5) 従来の日程計画が，次のような理由により，最適な日程計画からは程遠いものであったからと考えられる．

(イ) 従来の商習慣から品切れを絶対に起こしてはいけないという恐怖感から，ストック量に余裕を持たせる傾向が強かった．

(ロ) 多品種生産は最近になって出現したものであるため，工場の設計が単品種生産だけを考えて行われていた．

(ハ) 多品種生産の日程計画自体が非常に複雑であるので，人間にとって容易なアルゴリズムが，日程計画立案者の頭の中に定着していない．

〔質問〕　渡辺　茂（東京大学工学部）

現在行われている日程計画では，製品出荷量の日ごとの変動と維持ジグ数の日ごとの変動とはどのような関係になっているのか．

このことに関して，統計的分析を行ったか．

〔回答〕　日ごとの変動の指標として分散を採用して分析した結果は，次のようになった．

今，$y=V_{AR}(x_{i,j})$，$x=V_{AR}(d_{h,j})$ とすると，限界を与える曲線は，$y=2.4x^{1.45}$ であり，x-y 平面において，この曲線より下に位置することはできない．平均的な傾向を与える曲線は $y=1.432x^{1.425}$ となった．

両者ともに，指数部が1より大きいので，次のことが言える．

製品出荷量の日ごとの変動が大きくなればなるほど，自動連続処理装置通過の段階で，品種ごとに平均化された生産を行うことが，ますます困難になる．

〔質問〕　三浦宏文（東京大学工学部）

連続処理による多品種生産方式における日程計画の作成は，非常に困難な問題であろう．

本論文は，ひとつのケーススタディではあるが，かなりまとまった結果を得ており，高く評価できるものであろうし，今後への発展を大いに期待したいものである．

(1) 表3において，3回のトライアルで，目的関数の改善の様子が示されている．1回めと2回めの差964，2回めと3回めの差885を見ると，一応は収束しつつある傾向が見られるが，まだまだ改善される可能性があると思うがどうか．

計算時間と，改善の割合との兼ね合いの問題と思う

が，著者の意見を伺いたい．

(2) 最適解の効果と結論の(4)，(5)において，「……1/2 期にもってくるのが最適である」，「……3/4 期にもってくるのが最適である」と書かれているが，「計算結果を観察するとそうなっていた」ということなのか，あるいは著者の結論は普遍性をもったもので，定性的な説明が可能なものなのかを伺いたい．

(3) 表 10 の削減％は，何に対する削減なのか．比較されている計画は，いかにしてストック量やジグ維持数がきめられたものなのか伺いたい．

〔回答〕 (1) 武田氏への回答(3)を参照されたい．

(2) 計算結果を観察するとそうなっていたということである．なお武田氏への回答(3)を参照されたい．

(3) 粗材入荷量と製品出荷量が入力データとして与えられたときに，人間の頭の中で考えられ実行された日程計画の実績値との比較である．ストック量は実績値そのものである．ジグ維持数については，ラウンドごとの実績値の記録がないので，日ごとの自動連続処理装置通過量の最大値で比較した．