日本機械学会論文集(A編) 72巻713号(2006-1) 論文 No. 05-0441

微視クラック分散モデルによる多孔質セラミックスの 応力-ひずみ非線形挙動解析*

馬場秀成*1,武正文夫*1,鈴木章彦*2

An Analysis of Nonlinier Stress-Strain Behavior of Porous Ceramics with Distributed Micro Crack Model

Hidenari BABA*3, Fumio TAKEMASA and Akihiko SUZUKI

*³ Structure and Strength Department, Ishikawajima-Harima Heavy Industries Co., Ltd., 1 Shin-Nakahara-cho, Isogo-ku, Yokohama-shi, Kanagawa, 235-8501 Japan

Porous ceramics have nonlinear stress-strain behavior and are expected to have damage tolerance capability. To assess the nonlinear behavior, we have proposed distributed-micro-crack model. In this paper, some assessment results with the distributed-micro-crack model for porous ceramics are presented. The effects of R-curve behavior and stress concentration are included in the assessment. Constitutive equation of distributed-micro-crack model has been expanded from uniaxial stress model to multiaxial stress model to consider the stress concentration. It was found that our proposed model can simulate the nonlinear stress-strain relationship of porous ceramics for various loading condition such as 3-point bending, 4-point bending with smooth specimen and 4-point bending with notched specimen etc. These simulations also show that 3-point bending test is suitable for assessing nonlinear stress-strain behavior than 4-point bending because 3-point bending can localize the nonlinear stress-strain behavior region which is easily measured by strain gage.

Key Words: Ceramics, Porous Ceramics, Damage Tolerance, R-curve, Constitutive Model, Nonlinear Stress-Strain Behavior

1緒 言

セラミックスの非線形挙動は金属材料ほど大きくは ないが、Rカーブ特性や圧痕の導入が即破壊に至らな いなど、僅かながら存在する.よって構造部材として 供するためには、その僅かな非線形挙動を評価できる 手法が必要であると考えられる.多孔質セラミックス は脆性材料でありながら緻密質のセラミックスに比べ て、応力歪線図に非線形挙動を示す、これまで著者ら はこのような挙動を記述するための構成式として微視 クラック分散モデルを提案してきた³⁹².

本論文では、微視クラック分散モデルの妥当性を評価するため、多孔質 SiC を用いて実施した各種強度試験と本モデルによる解析とを比較したので、その結果について示す。そして提案してきた微視クラック分散モデルがセラミックスの非線形挙動評価に対して有効な手段であることを示す。

* 原稿受付 2005年4月19日.

- *1 正員,石川島播磨重工業(株)(雪 235-8501 横浜市磯子区新 中原町1).
- *2 正員, 埼玉大学大学院理工学研究科(@ 338-8570 さいたま 市桜区下大久保 255).

E-mail : Hidenari_baba@ihi.co.jp

2 非線形挙動のモデル化

2・1 単軸応力下におけるモデル化

多孔質セラミックスを多数の微視クラックを含む弾 性体と仮定する. その材料が一様な応力 σ を受けると, 微視クラックの R カーブ挙動を伴いながら非線形的 な挙動を示すものとする. 今, 図 1(a)に示すように, 部材中に1個のペニーシェイブ型クラックが存在する モデルを考える. その部材が引張荷重 P を受けると, その荷重点変位 μ 及び歪 ε (= μ/L_1) は以下の式(1)及び (2)で表すことができる. ³

 $u = u_0 + \int_0^A \frac{\partial G}{\partial P} dA$ (1) $\varepsilon = \frac{u}{L_1} = \frac{\sigma}{E} + \frac{4\pi^2 F^2}{3E'} \frac{\sigma a^3}{L_1 L_2 L_1}$ (2)

ここで, *u*:荷重点変位, *G*:ひずみ開放エネルギ ー, *P*:荷重, *A*:クラックの面積, *ε*:平均の歪, *σ*:応力, *E*:ヤング率, *E*':*E*/(1-ν), ν:ポア ソン比, F:形状係数(=2/π)である.

次に図 1(b)に示すように、部材中にクラックがN個存在した場合を考えると、式(2)は式(3)になる.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{16}{3} \frac{N}{L_1 L_2 L_3} \frac{\sigma}{E} a^3 \qquad (3)$$

クラックは材料内で一様に分布しているとすれば,式 (4)で示されるクラック密度 g を定義でき,式(3)は式 (5)となる.

$$q = \frac{N}{L_1 L_2 L_3} \tag{4}$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{16}{3}q\frac{\sigma}{E'}a^3 \tag{5}$$

式(5)の右辺第1項目は弾性変形分の歪を,2項目は 微視クラックが R カーブ挙動にしたがって成長する ことによって生じる非線形変形分の歪を表している.



Fig.1 Nonlinear stress-strain behavior model under uniaxial tension. (a) Component with a single micro crack (b) Component with multi-micro-cracks

2・2 多軸応力下におけるモデル化

緻密質セラミックスにおいても、圧痕を導入しただけでは全体破壊には至らなし、上昇型の R カープ挙動が観察されるなどの事実があることから、局所的あるいは微視的な損傷が即全体破壊には至らない損傷許容性を有していると考えられる.これは、局所的・微視的な損傷が非線形挙動により応力の再配分がなされ、 僅かではあるが局部のピーク応力が一部緩和されることを示している.

このような非線形挙動を評価するためには、微視ク ラック分散モデルが応力集中部にも適用可能でなくて はならない.応力集中部は通常多軸応力場になること から、前述の単軸応力下での微視クラックモデルの構 成式を、多軸応力場にも適用できるものにする必要が ある.

式(5)で示した単軸応力下の構成式を多軸に拡張す るためには、部材中に内在する微視クラックがあらゆ る方向を等確率で向いている状態を考慮する必要があ る.この場合、全体座標系(材料座標、マクロ座標) と局所座標(クラック座標、ミクロ座標)の2つを考 える必要がある、ミクロ座標で定義された量のミクロ 座標系における成分に上付きの指標ωおよび上バー をつけて示し、ミクロ座標で定義された量のマクロ座 標で表した成分を上付きの指標ωで、マクロ座標で 定義された量のマクロ座標成分には何も付けないこと で示すとする:多軸応力場においてはクラック面に剪 断応力が作用することを考慮すると、式(5)に対する 応力・歪関係は、クラック面垂直方向を方向3とすれ ば、ミクロ座標系で示すと式(6)に示すものになる. ここで、式(6)中のr及びsは式(7)及び式(8)で表せる.



多軸応力下での材料の非線形挙動を解析する場合, 構成式はマクロ座標系で示されている必要があり,上 述のミクロ座標系における量は内部変数として扱われ る.ミクロ座標の量とマクロ座標の量とを結びつける 方法としては次の3つが考えられる.

(1)応力一定モデル

- 56 -

任意の方向を向いたクラックに等しい応力がかかる というモデルであり、個々のクラックに生じる変形の 体積平均がマクロな歪となるモデルである.必然的に 最も危険な方向を向いたクラックが存在することにな り、材料挙動はそれに支配される.このモデルの方程 式を表1の1に、モデルの応答を図2(a)に示す.この モデルでは応力の急激な低下が生じ過度に不安定な挙 動を示すので、本研究の目的にはそぐわない. (2)ひずみ一定モデル

このモデルは各クラックに等しい歪がかかるという モデルであり、個々のクラックに生じる応力の体積平 均がマクロな応力となるモデルである.最も危険な方 向を向いたクラックにはもっとも大きな非弾性歪が生 じる.このモデルの方程式を表1の2に、モデルの応 答を図 2(b)に示す.このモデルではいったん大きな ひずみが生じた後、再び線形応答を示すので、本研究 の目的にはそぐわない.

(3)混合モデル

このモデルは前の2つのモデルを組み合わせたモデ ルである.まず、図3に示すようなお互いに直交する クラックを持つ下部構造を考える. この下部構造があ らゆる方向に等確率で向いていると考え、下部構造の 応答の平均がマクロな応答になるものと考える. 下部 構造の応答には応力一定モデルを考え、下部構造の平 均応答によってマクロの応答を表すときひずみ一定の モデルを考える. このようなモデルを多軸応力場にお ける微視クラック分散モデルとして考える.即ち式 (6を図3に示す下部構造のそれぞれのクラックの方向 を考えて適用し、下部構造の応答として式(9)を得る. 式(9)中のr1, r2, r3 およびs1, s2, s3は、式(7)及び 式(8)において aの代わりに a,, a,, a, とおいて求められ る. a1,a2,a3 は図3に示す各座標軸に垂直なクラック の半径である.このモデルの方程式を表1の3に、モ デルの応答を図2(c)に示す. 材料定数を適切に選択す ることにより、このモデルによって多孔質セラミック スの応力ーひずみ非線形挙動をシミュレートできると 考えられる.



Fig.2 Response of models (a) Equally stressed model, (b) Equally strain model, (c) Combined model



Fig.3 Crack system of substructure



| 1. Equally stressed model | $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{\omega}$ $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varepsilon_{ij}^{\omega} d\omega$ | \$. . | | | | | | |
|------------------------------|--|--------------|--|--|--|--|--|--|
| 2. Equally strained model | $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{\omega}$ $\sigma_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \sigma_{ij}^{\omega} d\omega$ | | | | | | | |
| 3. Combined model | $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{\omega}$ $\sigma_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \sigma_{ij}^{\omega} d\omega$ | (Ver | | | | | | |
| | σ_{f}^{ω} and ϵ_{f}^{ω} are obtained from equally stressed model equations. | | | | | | | |

| ſi | F.) | $\int \frac{1}{E} + r_1$ | v/E | -v/E | 0 | 0 | 0] | $\overline{\sigma_n}$ | |
|----|------|--------------------------|-------------|--------------|--------------------|--------------------|--------------------|---|-----|
| Į | 22 | -v/E | $1/E + r_2$ | -v/E | 0 | 0 | 0 | $\overline{\sigma}_{n}^{a}$ | |
| į | 51 | -v/E | $-\nu/E$ | $1/E + +r_3$ | 0 | 0 | 0 | $\overline{\sigma}_{33}^{a}$ | (9) |
| 1 | 512 | i o | 0 '' | 0 | $1/2G + s_1 + s_2$ | 0 | 0 | $\overline{\sigma}_{12}^{a}$ | • |
| į | 5 23 | 0 | . 0 | 0 | · O | $1/2G + s_2 + s_3$ | 0 | $\overline{\sigma}_{23}^{\sigma}$ | |
| | F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $1/2G + s_1 + s_1$ | $\left[\overline{\sigma}_{31}^{"}\right]$ | |

3 材料パラメータの決定

3・1 初期クラック長さ、ヤング率,クラック密度の決定 前述の微視クラックモデルの有効性を確認する為、 日本シューマッハ製多孔質 SiC セラミックス SL#5 (平均粒径 10µm, 気孔率 35%)を用いて実験と解析 との比較を試みた.まず解析を実施するにあたり、微 視クラックモデル内で使用されているパラメータを決 定する必要がある.決めるべきパラメータとしては、 (1) 微視クラック初期長さ a。(=ペニーシェイプ型ク ラックの半径),(2) 材料自身(クラック部以外の母 材)のヤング率 E 及びポアソン比v,(3) クラック密 度q,(4)式(10) に示す Rカープ曲線における係数 C と 指数 n である.

 $K_R = C(\Delta a)^n$ (10) ここで、 Δa は初期き裂長さからの増分である.

微視クラック分散モデルによる多孔質セラミックスの応力-ひずみ非線形挙助解析

初期クラック長さ a_0 については、平均粒径が 10 μ m であることから、初期クラック長さの直径もそれと ほぼ同等と考え、2 $a_0=10\,\mu$ m とした.また材料自身 即ちクラック以外の母材に相当する領域のヤング率 Eについては、練密質 SiC のヤング率が 400GPa 相当 であることと、SL#5 の気孔率が 35%であることから、 260GPa (=400×(1-035))とした.またポアソン比 ν に関しては、報告例の多い 0.17 ⁴とした.クラック 密度q に関しては、微視クラック分散モデルを組み込 んだ FEM 解析から得られる部材のヤング率が実験か ら得られる見かけのヤング率 (50~55GPa) に等しく なるようにクラック密度qを与えた.その結果、q=6×10¹⁵ (1/m³) に対し、見かけのヤング率 52GPa を得 て、この値をクラック密度の値とした:

3・2 Rカーブ曲線の導出

微視クラックモデルに用いる R カーブ曲線を決定 するため、中央部に切欠きを有する矩形型試験片の4 点曲げ試験を行った.用いた材料は日本シューマッハ 製の多孔質 SiC SL#5 である.試験片は、高さ 8mm× 幅 6mm×長さ 80mm の平滑材に、切り欠き深さ 3mm、 切り欠き先端半径 0.05mm、フランク角 20°の切り欠 きを導入した V ノッチ試験片である.図4 に試験片 形状を示す.試験片本数は3本である.



Fig.4 V notch specimen geometry

載荷方法は内スパン 30mm,外スパン 60mm の 4 点 曲げ試験法である. 載荷速度は 5μm/min で,鷺宮製 作所㈱製の油圧サーボ式試験機 STOS を用いた. 試 験時に圧縮面となる表面中央部には、R カーブ導出に 必要なコンプライアンスを計測する為の歪ゲージを貼 付し,試験中の歪計測を実施した.用いた歪ゲージは、 共和電業㈱製の単軸ひずみゲージ KFG-2-120C1-11L5M2R(ゲージグリッド長さ 20mm×幅 1.2mm,ベ ース長さ6.3mm×幅2.8mm) である.

曲げ試験中に生じた最大荷重から算出した3本の試 験片の平均破断強度は、652 MPaであった.破断強度 は以下の式(11)を用いて導出した.

$$\sigma_f = \frac{3P_{\max}(L-L_0)}{2bh^2}$$
(11)

ここで、 P_{max} は最大荷重、Lは外スパン、 L_0 は内ス パン、bは試験片幅、hは試験片高さである。図 5 には荷重と歪の関係を示す。図 5 に示した荷重-歪線 図を用いて、試験片のコンプライアンス変化を求め、 これからクラック進展量を計算し、Rカーブを導出し た. ここで示した Rカーブ導出の具体的な手順につ いては、文献 5) に詳説されている。図 6 には、求め たクラック進展量と K_R の関係を示す。図 6 中にプロ ットされている点が試験結果より得られたクラック進 展量と応力拡大係数との関係である。また図 6 中の実 線は、式(10)を用いて図 6 内に示す試験結果全ての点 を使い、ひとつの回帰曲線を求めた結果である。得ら れた式(10)の係数 n, C はそれぞれ、0.109、234 ($MPa(n)^{0.591}$)となった。







Fig.6 K_R curve for porous ceramics

Ì

58

3・3 平滑材の3点曲げ及び4点曲げによる 材料パラ メータの検証

平滑材の3点曲げ及び4点曲げの応力-歪関係について、実験結果と微視クラック分散モデルによる解析結果との比較を行った、対象とする平滑材の寸法は、長さ80mm×高さ6mm×幅8mmの矩形型で、3点曲 げと4点曲げの曲げ強度試験を行い応力-歪線図を計測した。3点曲げおよび4点曲げ共に、外スパンは 60mmであり、4点曲げの内スパンは30mmである。 また用いた試験装置は前述の R-カーブ取得のための ものと同一であり、載荷速度は50μm/minで行った。 一方微視クラック分散モデルによる解析は、前述の材料パラメータ用い、表1の3で示す式を組み込んだ FEMで行った。

図7及び図8にはそれぞれ3点曲げ及び4点曲げの試 験と解析から得られた応力-歪関係を示す. 図中の実 線が実験結果, 点線および破線が微視クラック分散モ デルによる解析結果である.

図7中に実線で示した試験結果は、試験片引張面中 央部に貼り付けた歪ゲージの出力と公称の最大曲げ応 力との関係を図示している.また点線で示した解析結 果は、試験片引張面中央部の公称応力-真歪の関係を (Analysis1-1),破線は同じ箇所の真応力-真歪の関係 を示している(Analysis1-2).図8も図7と同様であ り、図中の実線が実験から得られた試験片引張面に貼 付した歪ゲージの計測結果と公称応力との関係であり、 点線が微視クラック分散モデルによる試験片中央部引 張面の公称応力-真歪の関係である(Analysis2-1).両 図より、試験結果と解析結果は良く一致しており、微 視クラック分散モデルによって多孔質セラミックスの 非線形挙動がシミュレート可能であることを示してい る.

但し、前述の R-カーブ曲線のパラメータC に関しては、試験から得られた結果がC = 2.34 では試験結果 と解析結果の両者を一致させることが出来なかったので、試行錯誤によりCを変化させ、試験と解析が良 く一致するCを求めた.その結果、C = 0.4とする ことで、応力-歪線図の試験と解析の両者を一致させ ることができた.よって、本論文ではこれ以降 C = 0.4とした.指数 n については、実験から得られ た n=0.109 をそのまま用いた.

試験から得られた R-カーブのパラメータによって 3点曲げ及び4点曲げ試験が再現出来なかった理由は 現在のところ明らかにできていない.しかしながら, 今回のR-カーブ取得の為の試験片は、図4に示すよう に、深さ 3mm の初期ノッチが導入されている.一方 で、微視クラックモデルで解析する際に重要なのは、 初期クラック長さ $10 \mu m$ と同等なレベルの K_{R} 特性で あり、その領域での K_{R} と深さ 3mm の初期ノッチから 得られる K_{R} 特性、即ち式(10)のおける C やn が異な っていることが考えられる.

また図7の3点曲げ試験結果と図8の4点曲げ試験 結果とを比較すると、僅かではあるが、3点曲げの試 験及び解析結果の方が4点曲げのそれより非弾性変形 が大きい. 4点曲げは、内スパン内の圧縮面・引張面 双方に歪ゲージが添付できるものの、その中でのマク ロな弾性曲げ応力は一定であり、その領域のどこから クラックが発生・進行するか解らない為、添付した歪 ゲージから遠い場所でクラックが発生・進行した場合 は、 歪ゲージ部で計測できる応力-歪関係は非弾性変 形の少ないものになる可能性が高い。一方3点曲げで 試験を実施した場合は、高歪領域は載荷点近傍に集中 する為、載荷点の引張側に歪ゲージを貼付すれば、安 定的に非弾性変形を歪ゲージで検出しやすい、これら のことから、セラミックスの非弾性変形を評価する場 合の試験方法としては、4点曲げよりも3点曲げ試験 の方が適していると考えられる.



Fig.7 Stress-strain curves for 3 point bending test





- 59 -

60

4 応力集中部の影響について 4・1 Uノッチ材引張試験

応力集中及び多軸応力状態に対する微視クラック分 散モデルの適用性を確認するため U ノッチ試験片を 用いた引張試験と微視クラック分散モデルによる解析 結果との比較をした。

図9にはUノッチ切欠き試験片を示す: 図中のU ノッチ底の半径 R は R=1.0mm である.Uノッチ試験 片を用いた引張試験は,図10に示すスタビライザー を用い,クラックが安定的に成長できる条件下で応 力-歪関係を計測した.



Fig.9 Geometry for tensile test specimen with U notch



本試験は、図 10 に示すスタビザイザー全体に対し、 試験機で圧縮荷重を負荷することで行った.用いた試 験機は島津製作所株製 AUTOGRAPH AGS-10kNB であ る.押込み速度は 50μm/mm.である.試験機によりス タビライザー外側から圧縮荷重を負荷すると、スタビ ライザーの外側2本の柱が弾性的に圧縮され試験片に はその変形の変位が生じようとする.スタビライザー の柱の剛性は試験片のそれより大きいので試験片の破 損・破断による剛性変化がスタビライザーと試験片を 合わせたシステムに与える剛性に与える影響は少なく、 これにより試験片に対し、ほぼ完全な変位制御による 負荷を与えることができる. 図 11 に得られた応力-歪関係を示す. 図中の実線が 試験より得られた応力-歪線図である. 一方の点線及 び破線は表1の3で示した微視クラック分散モデルを 組み込んだ FEM 解析から得られた応力-歪線図である.

FEM 解析を実施する際には図 9 に示す試験片の 1/4 モデルのメッシュを作成し解析を実施した. 作成した FEM メッシュ図を図 12 に示す.







図 11 中の実線で示した試験結果の応力は最小断面. 部の公称応力, 歪は図 9 に示す試験片の最小断面部中 央の表裏に貼り付けた歪ゲージの平均値である. 点線 で示した解析結果の応力は最小断面部の公称応力, 歪 は試験片中央部の要素の歪である(Analysis3-1). ま た参考として解析から得られる U ノッチ底の応力-歪 線図を破線で示した(Analysis3-2).

実線の試験結果は応力が 20MPa 程度で頭打ちになり、その後非弾性変形が進行する。一方で点線の解析 結果は 20MPa 以降も応力が上昇していることが解る。

この原因としては、試験ではある一部に非弾性変形 が集中することにより、図 11 に示す挙動をとるが、 解析結果ではそのような現象は起きていないことを示 している.これに関しては、微視クラック分散モデル を用いた FEM 解析のメッシュサイズが、非弾性変形 の集中の影響を十分に考慮できている程度に細かいメ ッシュとなっているか等、追加の検討を実施する必要 があると考えられる.

4・2 切欠き材4点曲げ試験

図 13 に示す片側切欠き材の4点曲げ試験について も実験と解析結果との比較を実施した.載荷条件は, 外スパン 60mm, 内スパン 30mm, 載荷速度 50 µ m/min である. 図 14 に試験及び解析結果を示す. 図中の実 線は試験片圧縮面に貼った歪ゲージ計測結果と公称曲 げ応力、点線は同じ箇所の解析結果である(Analysis4-1). 但し, 圧縮面で計測された歪は正負を反転し、 図示している. また参考として, 解析より得られる切 欠き底の応力と歪の関係を破線で示す(Analysis4-2). この切欠き材に関しても,前の U ノッチ材同様に試 験での破断強度は 40MPa 程度であるが、解析ではそ れより高いレベルまで応力が上昇する. この原因も前 と同様に、実験では非弾性変形が一部に集中している 為と思われる. 微視クラック分散モデルの FEM メシ ュをより細かくすることで、非弾性歪の局所化がより 正確に表せられるものと思われる.

前述の U ノッチ試験片および切欠き材の曲げにお いて、切欠き底の応力と歪の関係は非弾性挙動をする ことが図 11、図 14 よりわかる.しかし、切欠き底の 歪は、その計測が難しく、現在のところ解析と比較す る為の実験値が得られていない.









5 結論

セラミックスの非弾性変形を評価するツールとして 微視クラック分散モデルを提案した.そのモデルから 得られる応力-歪の関係と試験結果とを,種々の試験 条件下で比較した結果、以下の結論を得た.

(1) 微視クラック分散モデルによって多軸応力場に おける多孔体セラミックスの応力-ひずみ非線形挙動 の評価が可能である.

(2)多孔体セラミックスなどの非線形挙動を評価す る試験法としては、これまで緻密質のセラミックス強 度評価で用いられてきた4点曲げ試験よりも、より非 線形挙動を評価し易い3点曲げ試験が有望である.

翻辞

本研究は経済産業省産業技術環境局が推進する「シ ナジーセラミックス」プロジェクトの一環として, NEDOの委託を受けて行われたものである.

参考文献

- 1) 鈴木章彦, 馬場秀成, 材料, 50 巻, 3 号, 290 (2001)
- 2)鈴木章彦,武正文夫,馬場秀成,日本機械学会第 15回計算力学講演会論文集,No.02-2,129(2002)
 3)岡村弘之,線形破壊力学入門,97(1976),培風館
 4)たとえば,素木洋一,入門ファインセラミックス製造技術,82(1986),技報堂出版
 5)田中啓介,秋庭義明,野村隆,坂井田喜久,日本機 械学会論文集 A編,65巻,640号,2385 (1999)