

摩擦力の作用する柔軟回転軸の振動*

(実験)

佐藤 勇一^{*1}, 長嶺 拓夫^{*2}
永井 純一^{*3}, 片山 圭一^{*4}

Friction Induced Vibrations of a Long Flexible Shaft (Experimental Study)

Yuichi SATO^{*5}, Takuo NAGAMINE,
Jun'ichi NAGAI and Keiichi KATAYAMA

^{*5} Department of Mechanical Engineering, Saitama University,
255 Shimo-Okubo, Sakura-ku, Saitama-shi, Saitama, 338-8570 Japan

A soot blower is used to blow off soot on tubes in a tubular heat exchanger, or a gas heater. The soot blower has a long flexible tube, that is, a lance tube, 8 m long and 76.2 mm in diameter, which is put slowly into/out of a gas heater. Steam flows through the lance tube and is discharged at the free end to blow off soot. The lance tube, rotating slowly about its axis at about 12 rpm, is supported at an intermediate position by a support bearing, that is, a lance bearing. Vibrations and noises occurred in operation while a lance tube is being put into a gas heater slowly. They are considered self-excited vibrations due to friction between the lance tube and the lance bearing. From frequency analysis dominant frequencies of the observed vibrations are the eighth to tenth natural frequencies. Experimental study is done to clarify the mechanism of the vibration. Accordingly, backward whirling motion of a shaft is observed. As the clearance between the flexible shaft and the circular support is reduced, higher modes appear.

Key Words: Friction, Self-Excited Vibration, Flexible Shaft, Soot Blower, Backward Whirl

1. はじめに

ボイラ等の多管式熱交換器では管に付着したダストを払うため、スーンプロアと呼ばれる装置が使われる。図1はその一例で直径76.2 mmのランス管と呼ばれる長さ約10 mの管を約12 rpmでゆっくりと回転させながらボイラ内に挿入したり、拔出したりし、管先端から蒸気を吹き出すことによりボイラ内の管に付着したほこりを吹きとばす。ランス管は管出口部で図2に示すようなランス軸受で支持されている。ボイラ内にランス管をゆっくりと送り出し、あるいは引き戻してくるとき、図3に示すような音と振動が発生した。発生した音・振動の大きさおよび振動数は突出し量 S に依存しており、ランス管を送り出すときと、引き戻すときでは差はほとんどなかった。

ランス管方向の送り速度は2 m/min程度と遅く、しかもランス管が軸方向に移動すると、図2に示すよ

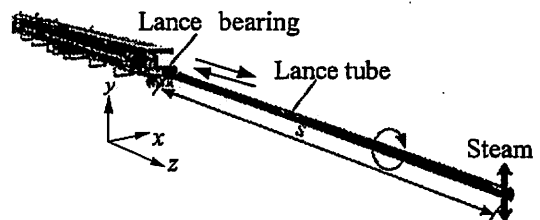


Fig. 1 Soot blower

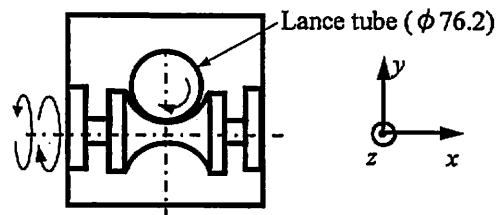


Fig. 2 Lance bearing (radial clearance = 1.9 mm)

うにランス軸受も回転できる構造となっている。しかし、ランス管が回転しても周方向には回転しないので、ランス管はランス軸受に対して滑ることになる。このようなランス軸受の構造から、観察された音・振動はランス軸受と自転するランス管との間に働く回転方向の摩擦に起因すると考えられる。

系に働く摩擦力が原因となる自励振動として、摩擦

* 原稿受付 2003年4月23日。

^{*1} 正員, フェロー, 埼玉大学工学部(〒338-8570 さいたま市桜区下大久保255)。

^{*2} 正員, 埼玉大学工学部。

^{*3} 学生員, 埼玉大学大学院。

^{*4} 正員, (株)リョーセンエンジニアズ(〒733-0035 広島市西區南観音6-4-31)。

E-mail: ysato@mech.saitama-u.ac.jp

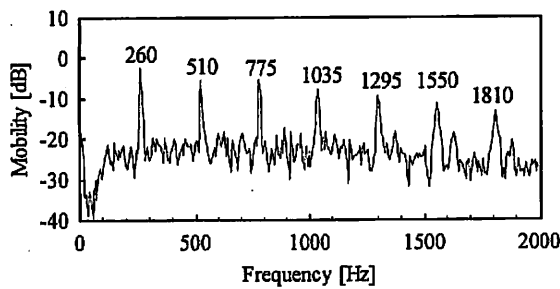


Fig. 3 Observed vibrations of the lance bearing (y direction, 0 dB = 0.1 m / (N·s), S = 4 m)

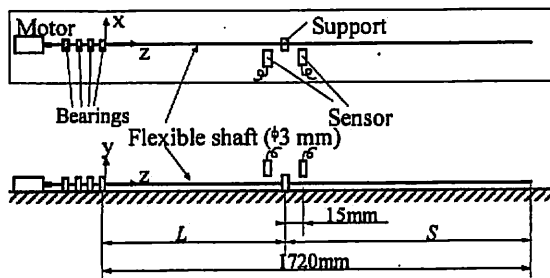


Fig. 4 Experimental apparatus

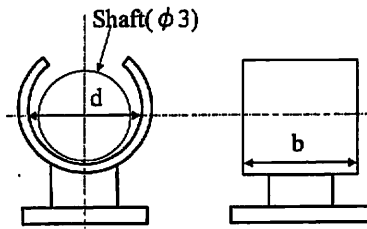
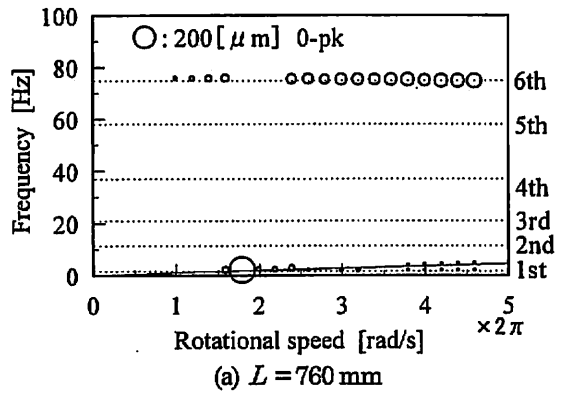


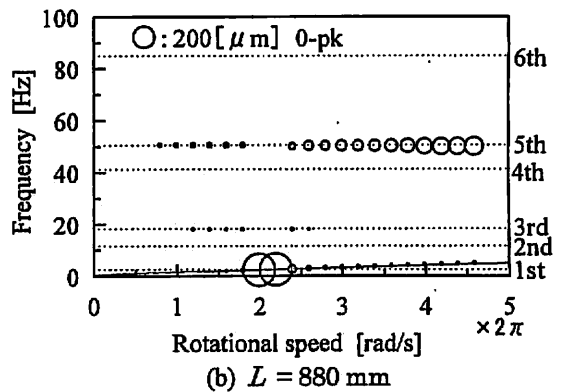
Fig. 5 Schematic of the support (radial clearance $c = (d - 3) / 2$ mm)

力がすべり速度に対して負の勾配を持つ場合に発生する自励振動が知られており、これまでも研究がなされている⁽¹⁾。一自由度系については、津村ら⁽²⁾、亘理ら⁽³⁾、高野ら⁽⁴⁾、J. R. Rice ら⁽⁵⁾の研究があり、分布定数系については、片岡ら⁽⁶⁾、中島ら⁽⁷⁾、G. G. Adams⁽⁸⁾の研究がある。また強制自励系の摩擦振動については井上ら⁽⁹⁾の研究がある。また、楳木ら⁽¹⁰⁾、矢鍋ら⁽¹¹⁾は鉛直回転軸の摩擦によるふれまわりについて研究している。しかし、今回観察されたような回転軸の支持位置によって振動数が増える現象については報告がなされていない。

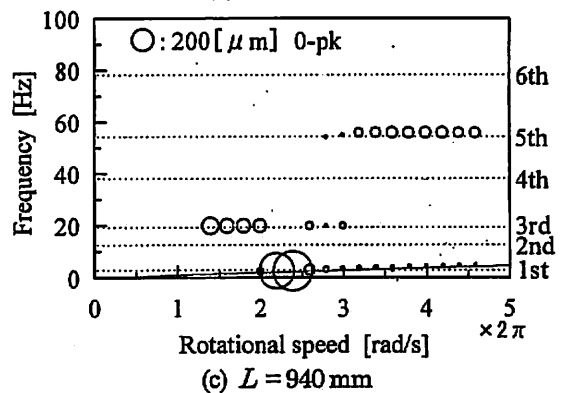
本研究では、ゆっくりと回転する柔軟回転軸の中間部を支持し、支持部の位置、半径すきま、および軸回転速度を変えて実験を行い、支持位置によって振動数が突然変化する現象が現れることを確認し、その発生メカニズムについて主として実験的に検討を行っている。



(a) $L = 760$ mm



(b) $L = 880$ mm



(c) $L = 940$ mm

Fig. 6 Campbell diagram ($c = 0.2$ mm)

2. 実験

本実験に使用した実験装置の概略図を図4に示す。ランス管を模擬した長さ2000 mm、直径3 mmの鋼製の回転軸はモータで駆動される。駆動側は4つの単列深溝玉軸受で支持し、右端の玉軸受から自由端までの距離は1720 mmで、支持部までの距離をLとする。軸方向に回転軸を移動するのではなく、ランス軸受に相当する支持部の位置を移動させ(図4で距離Lを変えて)実験した。支持部は図5に示すような円筒形状で、内径dは軸径よりも大きい3.4 mm, 4 mm, 6 mmの3種類を用いた。このときの半径すきまcはそれぞれ0.2 mm, 0.5 mm, 1.5 mmである。以下で述べる実験結果は半径すきまcによって表すことにす

る。軸方向長さ b は 5 mm, 10 mm, 20 mm の 3 種類を用いたが結果に差異はなかった。支持部と軸との静止摩擦係数は約 0.9, 動摩擦係数は約 0.7 であった。回転軸の振動が位置によっては、振幅が 10 mm 以上になることから、振動が余り大きくならない支持部から 15 mm の位置で測定した。

3. 結果および考察

図 6 に軸回転速度に対して、軸の振動数を示す。図 6(a) は支持位置 $L = 760$ mm, (b) は $L = 880$ mm, (c) は $L = 940$ mm としたときの測定結果である。図中、各図で一番下に示される右上がりの直線は軸回転速度と同期した振動数成分を表し、1 次の固有振動数と一致すると共振し、大きな振動が発生する。支持位置を変えても本実験の範囲内では 2 次以上の危険速度は現れなかった。図には一端固定他端自由支持され、中間で単純支持された梁として計算した (付録参照) 固有振動数が点線で示されている。これらの振動数は軸を打撃して測定した振動数と良く一致していた。

図 6(a) では、軸が共振している軸回転速度が $1.8 \times 2\pi$ rad/s 以外の範囲で、軸回転速度によらず 6 次の固有振動数成分 (76 Hz) が卓越している。図 6(b) では、共振している軸回転速度以外で、5 次の固有振動数成分 (51 Hz) が卓越している。図 6(c) では、軸回転速度が $1.3 \times 2\pi \sim 2 \times 2\pi$ rad/s の範囲で 3 次の固有振動数成分 (20 Hz) が、また、 $3 \times 2\pi \sim 4 \times 2\pi$ rad/s の範囲で 5 次の固有振動数成分 (56 Hz) が卓越して現れているのがわかる。これらの振動数成分は軸回転速度によらないことから、回転軸と支持部の摩擦力による自励振動が発生していると考えられる。以下では軸回転速度に同期しない振動について考察する。

図 7 は支持位置 L を変えたときに、発生した振動の振幅と振動数を示したものである。図 7(a) は支持部の半径すきま $c = 0.2$ mm, (b) は $c = 0.5$ mm, (c) は $c = 1.5$ mm のときの測定結果である。図中の点線は図 6 と同様に一端固定他端自由支持され、中間で単純支持された梁として計算した固有振動数である。

図より発生している振動の振動数が計算で求めた固有振動数に、一致していることがわかる。さらに、固有振動数は L に対して増減を繰り返して変化するが、ほとんどの振動が発生しているのは振動数の極小となる L の付近 (谷の部分) から、 L に伴って増加する範囲 (右上がりの部分) である。また、図 7(a), (b), (c) を比較すると半径すきま c が狭い程発生する振動数が高いことがわかる。例えば、 $c = 1.5$ mm と半径すきまが

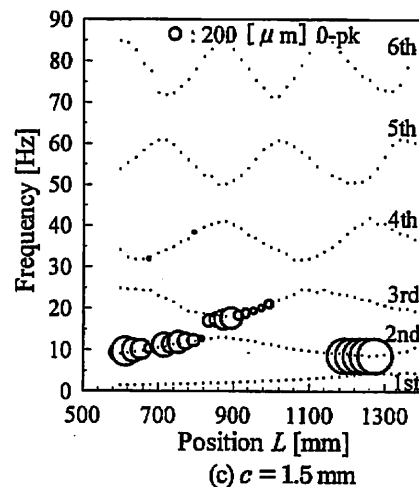
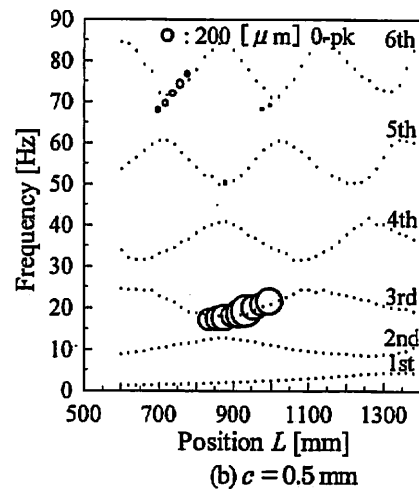
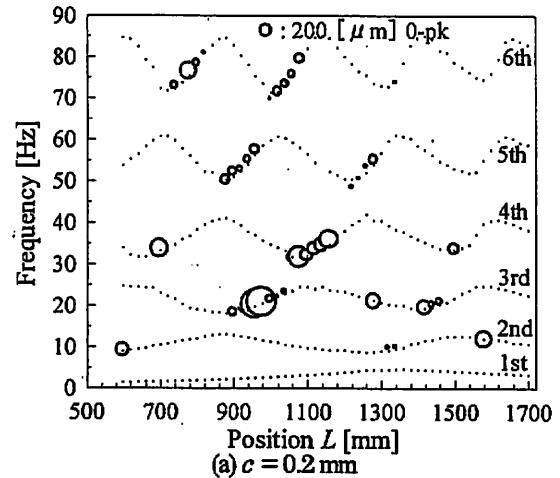
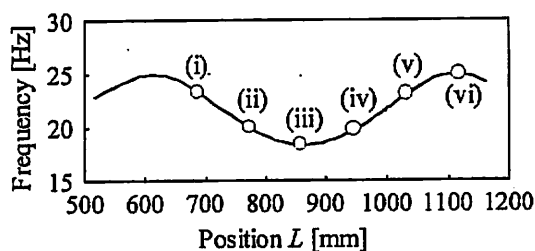
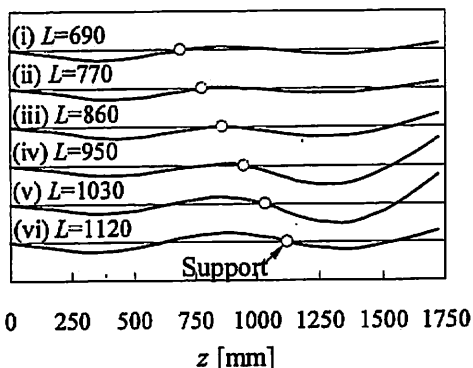


Fig. 7 Observed vibrations (○: amplitudes of the shaft at the support,: calculated natural frequency)

大きい図 7 (c) では、5 次モード以上の振動はほとんど現れていない。この理由は次のように考えられる。軸が支持部内で回転しているとき、回転軸には支持部から、垂直抗力 N と摩擦力 $f = \mu N$ が作用する。また、



(a) Third natural frequencies versus L



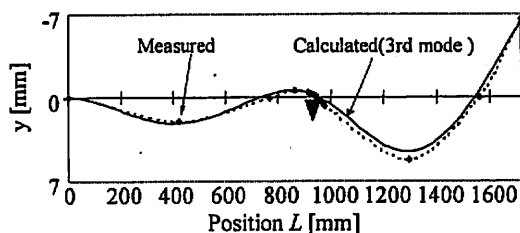
(b) Third mode shapes

Fig. 8 Third natural frequencies and corresponding mode shapes

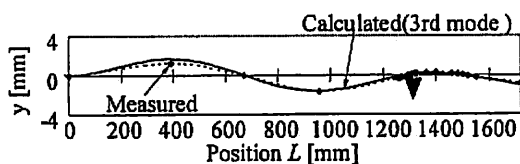
軸のたわみによる復元力や慣性力は小さいとすれば、垂直抗力と摩擦力は支持部に作用する自重と釣り合い、支持部内での平衡位置 θ は $\theta = \tan^{-1}(f/N) = \tan^{-1}(\mu)$ で与えられるので、半径すきま c によらず平衡位置 θ は同じである。しかし、同じ量だけ変位しても、 N と f の軸に作用する力は大きく変化し、ちょうど剛性が高いことと同じになり、現れる振動は高次となる⁽¹²⁾。

先に述べたように図7に示す振動のほとんど全ては、 L に対する固有振動数が増加する範囲において発生している。この点について、考えてみる。図7のうちから $L = 500 \text{ mm} \sim 1200 \text{ mm}$ までの範囲における3次の固有振動数の L に対する変化のみを図8(a)に示す。さらに、 L に対して固有振動数が減少している範囲(i)~(iii)、極小(iii)、増加している範囲(iii)~(vi)、極大(vi)、における振動モードを図8(b)に示す。振動が発生しているのは(iii)~(v)のときであり、このとき○印で示す支持部に関して固定端側よりも、自由端側が大きく振動していることがわかる。また、図8に示した以外の支持位置 L についても同様の特徴がある。

図7(a)の $L = 960 \text{ mm}$ における振動を測定したのが図9(a)である。図中の▼印は支持部を示している。実線は付録に示す計算により求めた3次振動モードである。測定値●を結んだ点線は計算値とよく一致してお



(a) $L = 960 \text{ mm}$



(b) $L = 1280 \text{ mm}$

Fig. 9 Mode shapes ($c = 0.2 \text{ mm}$, $1.5 \times 2\pi \text{ rad/s}$)

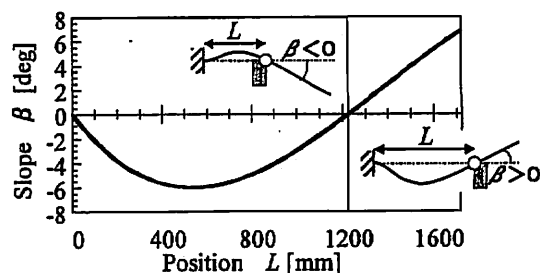


Fig. 10 Static slope β versus L

り、回転軸は3次モードで回転と逆向きにふれまわっている。 L が増加するのに対して固有振動数が減少している範囲では振動は発生していないが、例外的に図7(a)の $L = 1280 \text{ mm}$ と 1580 mm において振動が発生している。 $L = 1280 \text{ mm}$ のときの振動モードを測定したのが図9(b)である。この場合も回転軸は計算値とよく一致した3次モードで回転と逆向きにふれまわっている。ただし、この場合、支持部に関して自由端側よりも固定端側が大きく振動している。

図10は支持位置 L に対する回転軸の静的な傾き β を示したものである。支持位置 $L = 1220 \text{ mm}$ で $\beta = 0^\circ$ となる。 $\beta < 0^\circ$ 範囲では自由端側の静たわみ量が固定端側の静たわみ量よりも大きくなっており、 $\beta > 0^\circ$ 範囲では固定端側の方が、静たわみ量が大きくなっていることを示している。このことは、支持位置 $L = 960 \text{ mm}$ のときのふれまわりが自由端側で大きいこと、支持位置 $L = 1280 \text{ mm}$ のときのふれまわりが固定端側で大きいことと関係があると考えられる。

次に、有限要素法により数値計算を行った。図11に数値計算に用いた計算モデルを示す。軸は梁要素として扱い、一端固定他端自由支持とし、ジャイロ効果は無視した。支持点は中心から半径すきま c まで、ば

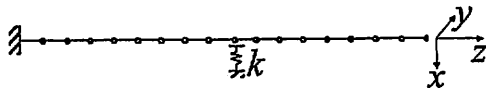
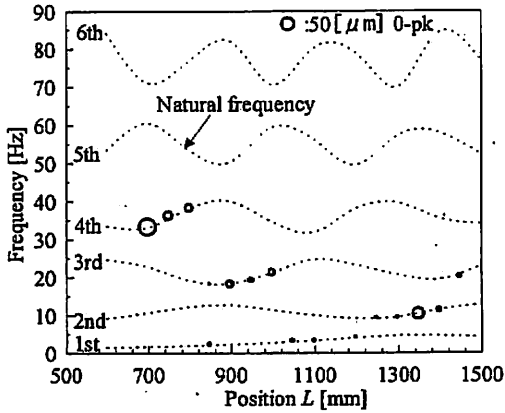
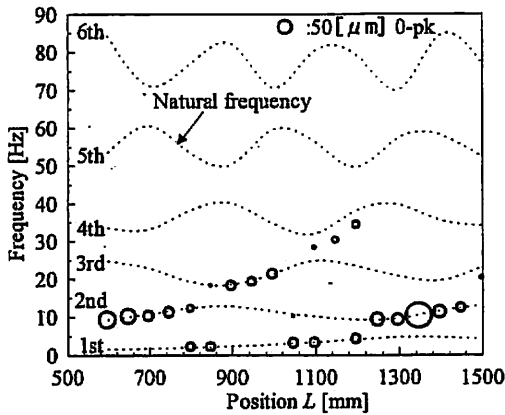


Fig. 11 Analytical model



(a) $c = 0.2 \text{ mm}$



(b) $c = 0.5 \text{ mm}$

Fig. 12 Calculated results

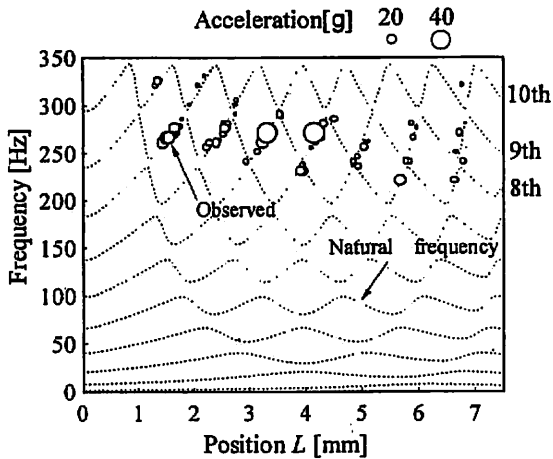


Fig. 13 Observed vibrations of the lance bearing of a soot blower in operation shown in Figs. 1 and 2

ね剛さゼロ、それ以上ではばね (剛性= 16 kN/m) として扱い、支持部における軸変位と直角方向に摩擦力が働くとしている。摩擦係数は測定された値を用いた (2章参照)。

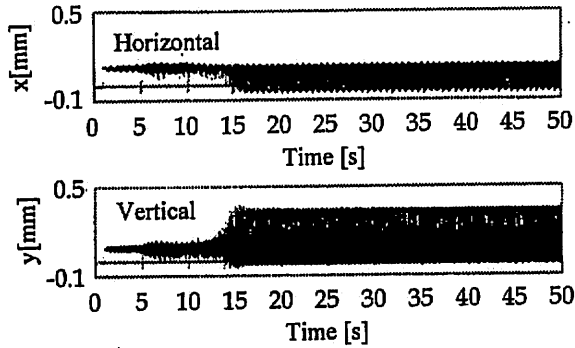
数値計算結果を図 12 に示す。軸の振動数と振幅を支持位置に対して示したものであり、支持部の半径すきま $c = 0.2 \text{ mm}$ 、および 0.5 mm の 2 種類についての計算結果を示している。定量的に十分な一致は見られなかったが、半径すきまが狭い方が発生する振動モードの次数が高くなる、 L に対して固有振動数が増加する範囲で振動が発生する、ごく例外的に図 12(b) の $L = 1050 \text{ mm}$ では L に対して固有振動数が減少する範囲であるが振動が発生したなど実験結果と定性的に一致した結果が得られた。

図 13 は実機で発生した振動数とランス管の加速度を支持位置 L に対して示したものである。点線でランス管の固有振動数を示している。ただし、ランス軸受は単純支持と仮定している。実機に発生した振動は 8 次から 10 次の固有振動数で、実験結果と同様に固有振動数が右上がり増加する範囲で現れていることがわかる。これらのことから実機で現れる音と振動は、ランス管を突出していくと振動数が次第に高くなる範囲で現れると考えられる。

次に、支持部内での軸の運動を示す。図 14(a) は回転し始めてからの軸の水平および鉛直方向変位 x および y を時間に対して示したものである。図に示した測定値は支持部の両端で測定した水平、垂直方向の変位の平均値を示している。軸が回転を始めると、支持部最下点にあった軸は摩擦力により約 0.1 mm 支持部を駆け上がる。その位置を中心に軸は微小振動し、しだいに振動は増加する。そして 14 秒後振動は急激に増加する。

図 14(b)~(e) には回転を始めから、5、10、13 および 30 秒後から 1 秒間の軸振動のリサージュ図形と周波数分析結果を示す。ふれまわり方向は軸の回転方向と逆向きで、初め軸受部の壁面を駆け上がりすべり落ちる軌跡を描いている。このときは 6 次モード成分が卓越している。やがて図 14(d) および (e) に示すように、ふれまわりは支持部壁面を駆け上がり、壁面をすべり落ちるのではなく楕円を描くような軌跡となり、3 次モード成分が顕著に現れ振動は増大する。このとき 6 次モード成分も微小振動時と同程度の大きさであることがわかる。

図 14(a) から、3 次モードが卓越してくると振動は急激に増大している。リサージュ図形との比較から振動が小さい場合には、摩擦力と重力の釣り合った位置を



(a) Shaft displacements versus time at the support

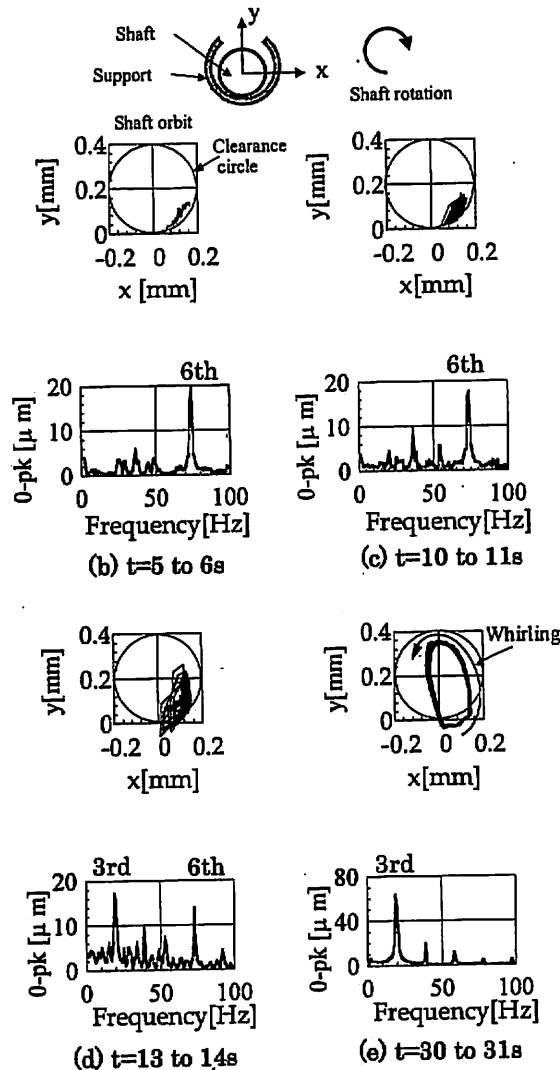


Fig. 14 Shaft vibrations ($c=0.2$ mm, $L=960$ mm, $1.5 \times 2\pi$ rad/s)

中心に支持部を上げ上ったり滑り落ちたりしている。一方、振動が大きくなると軸が大きく曲げ振動をしているために慣性力が大きく、支持部を上げ上った状態においても軸から支持部への押付け力が作用してお

り、摩擦力により軸はさらに上向きに駆動されると考えられる。

4. まとめ

- (1) 発生した振動現象は支持部と軸の摩擦による自励振動と考えられる。
- (2) 支持部の半径すきまが狭いほど高次の振動が発生する。
- (3) 固定端と支持部の距離 L の増加に伴って (突出し量 S が減少するのに対し) 固有振動数が増加する範囲で、振動は主として発生している。
- (4) 振動を時間に対して調べた結果、微小振動時には高次モードが卓越しているが、振動が大きく成長した後では低次モードが卓越している。

さらに数値計算による時刻歴応答による解析を行い、上記(1)~(4)の特徴が現れることを確認した。しかし、振動発生メカニズム、どのモードが励起され、また成長するのかといった点については今後の課題である。

文 献

- (1) 例えば, William T. Thomson, THEORY OF VIBRATION WITH APPLICATIONS, (1981), 383-390, GEORGE ALLEN & UNWIN.
- (2) 津村正光・牧之内三郎・福尾信平, 非線形型振動の図式解法 (E -函数法), 機論, 17-57, (1951), 69-74.
- (3) 亘理厚・杉本隆尚, 摩擦による振動, 機論, 29-200, (1963), 769-782.
- (4) 高野英資, 摩擦振動について, 機論, 33-253, (1967), 1352-1362.
- (5) J.R. Rice, A. L. Ruina, Stability of Steady Frictional Slipping, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 50, (1983), 343-349.
- (6) 片岡真澄・前澤成一郎・杉本隆尚, フーリエ級数解法による摩擦振動の解析, 機論, 44-381, (1978), 1503-1510.
- (7) 中島国継・荒木嘉昭・陣内昭介, 任意の点に摩擦が作用する弾性体の自励振動, 九州工業大学研究報告 (工学), No.50, (1985), 9-14.
- (8) G.G. Adams, Self-Excited Oscillations in sliding With a Constant Friction Coefficient - A Simple Model, *Trans. ASME, J. Tribol.*, 118, (1996), 819-823.
- (9) 井上順吉・宮浦すが・松下修巳, 振動機械の自己同期化について, 機論, 35-274, (1969), 1242-1248.
- (10) 榎木義一・岩本吉輝, 軸受の乾性摩擦によりひき起される "shaft whipping" について, 機論, 17-57, (1951), 61-66.
- (11) 矢鍋重夫・Epassaka Dieudonne BERNARD・金子覚, モータ加速時振れ止め接触する鉛直回転軸のふれまわり, 機論, 97-1321, C(1998), 1890-1895.
- (12) Sato, Y., Vibrations of a Flexible Rod Induced by Friction, *Proc. ISVCS*, (2001), 6-10.

付 録

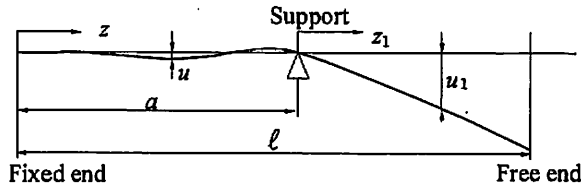


Fig. A1 Analytical model

図A1に示す様な梁の振動を考える。その基礎

方程式および境界条件は

$$\partial^2 u / \partial t^2 + c^2 \partial^4 u / \partial z^4 = g \quad \dots\dots\dots (A1)$$

$$c = \sqrt{EI / \rho A} \quad \dots\dots\dots (A2)$$

$$\left. \begin{aligned} z=0 \text{で} & \quad u = \partial u / \partial z = 0 \\ z=a \text{で} & \quad u = u_1 = 0, \partial^2 u / \partial z^2 = \partial^2 u_1 / \partial z^2 \\ z=l \text{で} & \quad \partial^2 u_1 / \partial z^2 = \partial^3 u_1 / \partial z^3 = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (A3)$$

静たわみ u_s は式(A1)で $u = u_s$, z のみの関数として、式(A3)の境界条件のもとで解くと

$$u_s(\bar{z}) = \begin{cases} B(\bar{z})^2 \{2\psi(\bar{z}) - \psi(\bar{a})(3 - \bar{z}/\bar{a})\} \dots\dots\dots 0 \leq \bar{z} \leq \bar{a} \\ B\{2(\bar{z})^2 \psi(\bar{z}) - (\bar{a})\psi(\bar{a})(3\bar{z} - \bar{a})\} \dots\dots\dots \bar{a} \leq \bar{z} \leq 1 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (A4)$$

ただし、

$$\bar{z} = z/l, \bar{a} = a/l, B = \rho A l^4 g / (48EI), \psi(\bar{z}) = \bar{z}^2 - 4\bar{z} + 6 \quad \dots\dots\dots (A5)$$

微小振動しているときの固有振動数は式(A1)の右边=0とおき、解を

$$u = U(\bar{z}) e^{ipt} \quad \dots\dots\dots (A6)$$

と仮定して、境界条件(A3)を適用すると、特性方程式は

$$\det [D] = 0 \quad \dots\dots\dots (A7)$$

ただし、

$$[D] = \begin{bmatrix} \sin \nu - \sinh \nu & \cos \nu - \cosh \nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin(1-\nu) - \sinh(1-\nu) & \cos(1-\nu) + \cosh(1-\nu) \\ \cos \nu - \cosh \nu & -\sin \nu - \sinh \nu & -\cos(1-\nu) - \cosh(1-\nu) & -\sin(1-\nu) + \sinh(1-\nu) \\ \sin \nu + \sinh \nu & \cos \nu + \cosh \nu & \sin(1-\nu) - \sinh(1-\nu) & -\cos(1-\nu) + \cosh(1-\nu) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (A8)$$

$$\nu = a\sqrt{p/c} \quad \dots\dots\dots (A9)$$

式(A7)から i 次の固有振動数 p_i が求まり、対応した振動モードは、例えば、 $c_2' = 1$ とおいて次式で与えられる。

$$U_i(\bar{z}) = \begin{cases} c_1 (\sin \lambda_i \bar{z} - \sinh \lambda_i \bar{z}) + c_2 (\cos \lambda_i \bar{z} - \cosh \lambda_i \bar{z}) \dots\dots\dots 0 \leq \bar{z} < \bar{a} \\ c_1' \{ \sin \lambda_i (\bar{z} - 1) + \sinh \lambda_i (\bar{z} - 1) \} + \{ \cos \lambda_i (\bar{z} - 1) + \cosh \lambda_i (\bar{z} - 1) \} \dots\dots\dots \bar{a} < \bar{z} \leq 1 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (A10)$$

$$\lambda_i = l\sqrt{p_i/c} \quad \dots\dots\dots (A11)$$

また c_1, c_2 などは、次式より求められる。

$$[D] \{c\} = \{0\} \quad \dots\dots\dots (A12)$$

ただし、

$$\{c\}^T = [c_1 \ c_2 \ c_1' \ c_2'], \ \{0\}^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad \dots\dots\dots (A13)$$