

液体を内蔵する中空回転体の安定性\*  
(液体が遠心力によって排出される影響)佐藤 勇一\*<sup>1</sup>, 森井 茂樹\*<sup>2</sup>  
長嶺 拓夫\*<sup>3</sup>, 石川 裕亮\*<sup>4</sup>Stability of a Rotating Hollow Rotor Partially Filled with Liquid  
(Effect of Discharging Liquid by Centrifugal Force)Yuichi SATO\*<sup>5</sup>, Shigeki MORII,  
Takuo NAGAMINE and Yusuke ISHIKAWA<sup>5</sup> Department of Mechanical Engineering, Saitama University,  
255 Shimo-Okubo, Sakura-ku, Saitama-shi, Saitama, 338-8570 Japan

This paper describes experimental study on the stability characteristics of a rotor partially filled with water. Constant amount of water is supplied to the rotor continuously and is discharged radially by centrifugal force. Consequently, the rotor becomes unstable for some rotating speed range. The unstable speed range depends on the water supply rate as well as the amount of water in the rotor. Formardly traveling surface waves are also observed while the rotor undergoes an unstable orbital whirling motion. The wave travels at the same frequency as the rotor vibration frequency. As the water supply rate increases, the rotor becomes more stable.

**Key Words:** Rotating Machinery, Stability, Self-Excited Vibration, Hollow Rotor Partially Filled with Liquid

## 1. はじめに

液体を内蔵した円筒容器を回転させると、特定の回転数領域において不安定振動が発生することが知られている。すなわち、内蔵された液体は遠心力によって円筒側面に押し付けられ自由表面が形成され、不安定振動が発生している回転数領域では、液体の自由表面に進行波が形成される。この現象についてこれまでも実験および解析がなされ多くのことが明らかにされている<sup>(1)~(20)</sup>。また、この振動を安定化させるための電磁ダンパやアクティブ振動制御についても研究がなされている<sup>(21)~(24)</sup>。しかし対象としている系は、液体を封入した状態であり、液体の流入・流出はない。

回転機械には、遠心分離機のように作動中に回転体内部の流体を遠心力によって放出するものがある。そのような系では回転体内部へ流体が連続的に流入・流出

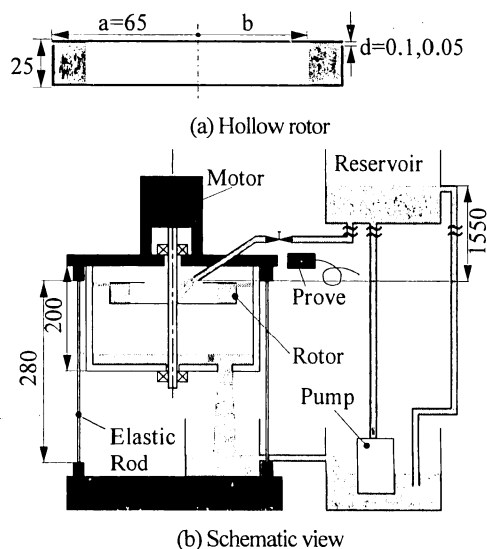


Fig.1 Experimental apparatus

\* 原稿受付 2004年5月10日。

<sup>1</sup> 正員, フェロー, 埼玉大学工学部(☎ 338-8570 さいたま市桜区下大久保 255)。<sup>2</sup> 三菱重工業(株)(☎ 231-8715 横浜市中区錦町 12)。<sup>3</sup> 正員, 埼玉大学工学部。<sup>4</sup> 元: 埼玉大学大学院。

E-mail: ysato@mech.saitama-u.ac.jp

しており、一定の液体が回転体内部に内蔵されている系の特性とは異なることが予想される。森下・山本<sup>(25)</sup>は、ノズルから液体を自由表面に吹き付けて容器内に

一方向の流れをつくることによって、系が安定化することを実験的に示している。しかし、このような液体の流入・流出する回転体が高速で回転するときの動特性に関しては十分に明らかとされていない。

本研究では、回転している円筒容器に一定流量の液体を供給し、同時に容器側壁に設けたスリットから同じ流量の液体を遠心力によって半径方向に放出させたとき、系の安定性に及ぼす回転容器内の液体量、水量と不安定振動の発生する回転数領域の関係について実験的に検討している。

## 2. 実験

図1に実験装置の概略図を示す。回転体は内半径65 mm、高さ25 mmの亚克力製の中空円筒容器(以下、回転容器と呼ぶ)と半径5 mmの鋼製の軸からなり、軸受間距離200 mmで単列深溝玉軸受によって支えられている。回転体はフレキシブルカップリングを介して直流モータによって駆動される。回転体およびモータが取り付けられたケーシングは4本の弾性棒(直径6 mm、長さ280 mm)によって支えられている。回転容器は側円筒とその上下端に取り付けられた上・下円板からなっている。

作動流体には水を用いた。給水は回転容器上部に設けた開口部から行った。回転容器からの水放出は以下のように行なった。図1(a)に示すように側円筒と上底円板との間にすきまを設けるか、逆に、側円筒と下底円板との間にすきまを設け水放出を行った。すきまの周方向分布を正確に知ることは困難であったので、挟んだ薄板の厚さ0.1または0.05 mmを、すきまの幅 $d$ (以下、スリット幅と呼ぶ)呼び寸法として用いる。振動測定はケーシング上端の板の水平直角2方向の変位を測定した。ケーシングを水平方向に直角2方向から打撃したときの固有振動数は打撃方向によらず10.1 Hz、その減衰比は $\zeta = 4.0 \times 10^{-3}$ であった。弾性棒で支えられたケーシング、回転体、およびモータなどは一体となって剛体のように運動すると考えられる。2次の固有振動数は18.0 Hzであり、ケーシングが軸のまわりにねじれる振動モードであった。回転体を回転させたときにはこのモードはほとんど励起されなかったため、このモードの振動については以下では述べない。水を入れずに回転させたときの危険速度は、 $10.1 \times 2\pi$  rad/sで、そのときの振幅が10  $\mu$ m以下になるまで釣合わせを行なった。

下の水槽から上の水槽へポンプでくみ上げ、上の水槽から重力により弁を介して回転容器中心軸へ水を供

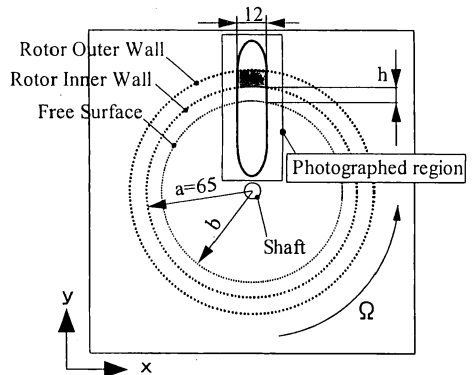
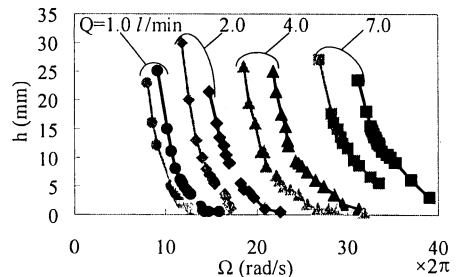
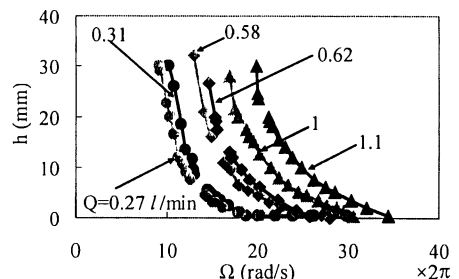


Fig.2 Top view



(a)  $d=0.1$  mm



(b)  $d=0.05$  mm

Fig.3 Dependence of liquid thickness  $h$  on rotor speed  $\Omega$  (●,◆,▲,■: slit at the upper end; ●,◆,▲,■: slit at the lower end)

給した。上の水槽には水面位置を一定に保つためパイパス管が取り付けられている。回転容器から放出された水は、ケーシングの内壁を伝って下の水槽に排水される。

## 3. 実験結果と考察

回転容器内の水表面の挙動を観察するため高速カメラ

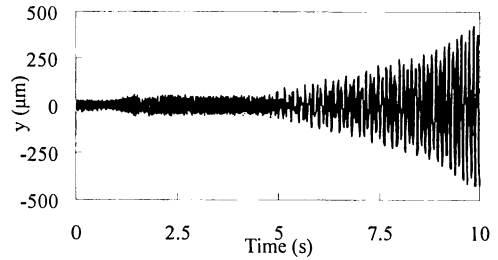
メラにより撮影した。撮影は全ての条件で1秒間あたり1000フレーム約30万画素/フレームとした。図2は図1でモータの取り付けられた板を上から見たものである。板には幅12mmの窓があげられており、そこから撮影した。

回転容器内部の水表面は水を放出しないときには軸対称の放物面となるが、水放出を行なった場合にはさらに水放出位置(スリット位置)、放出水量によっても影響を受ける。しかし、本実験においては回転容器上面に接している水の自由表面のみ観察できたので、この位置における水厚 $h$ (図1(a)における(a-b)の値)をもって容器内の水量を代表させることにする。なお、水を放出しないとき、回転容器上方からの観察では回転容器上端と下端の水層厚さの差は回転速度 $8 \times 2\pi$  rad/sでは約1mm、 $10 \times 2\pi$  rad/sでは差を確認できなかった。これから実験の範囲内では重力による水厚の軸方向(上下方向)の変化は比較的小さいと考えられる。

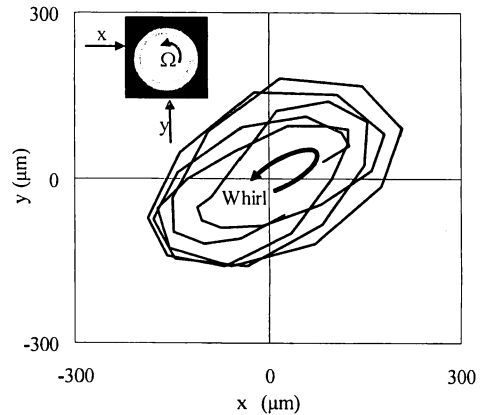
実験は供給水量一定の条件で行なった。供給水量と放出水量が等しくなってから測定を行った。また、応答が準定常とみなせるよう回転速度は $2\pi$  rad/s上げるのに10秒程度をかけてゆっくりと上昇させた。したがって、一定の水量を供給した場合、回転数の上昇に伴い、水厚 $h$ は薄くなる。実験より測定した回転角速度に対する水厚および水量の関係を図3に示す。当然であるが、スリット幅が大きい $d=0.1$  mmの方が放出量が多い。容器側面と上底面の間から水を放出する場合と、下底面との間から放出する場合では測定された水厚 $h$ に差がある。水量 $Q$ と回転角速度 $\Omega$ が同じ条件では、放出位置が上側の場合の方が放出位置が下側の場合よりも水厚 $h$ は小さい。

回転数を次第に上昇させると、ある回転数で自励振動が発生する。その一例を図4に示す。図は $d=0.1$  mmのスリットを容器上端に設け、水量 $Q=2.0$  l/minとし、回転角速度 $\Omega=16.0 \times 2\pi$  rad/sにおいて自励振動が発生した。振動は指数関数的に増大している。ふれ回り運動は回転速度と同じ方向であり、時間が経過すると、固有振動数成分に近い振動数成分が増大した。

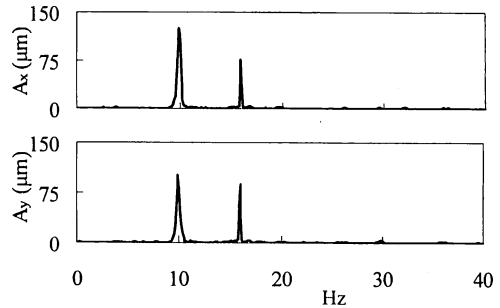
図5に水量 $Q$ を変えたときの応答を示す。図5(a)は水放出をしないで( $Q=0$  l/min)、 $h=8.5$  mmのときの応答である。また、図5(b)~(e)は容器上端に $d=0.1$  mmのすきまを設けて水量を $Q=1.0, 2.0, 4.0, 7.0$  l/minと変えたときの振動を示したものである。図には $A_y$ のみ示してあるが、これと直角な $x$ 方向の変位もほぼ同様である。さらに、図には回転速度に対する卓越振動数と同時に観察した水厚 $h$ も示してある。不安定



(a) Displacement vs. time



(b) Trajectory

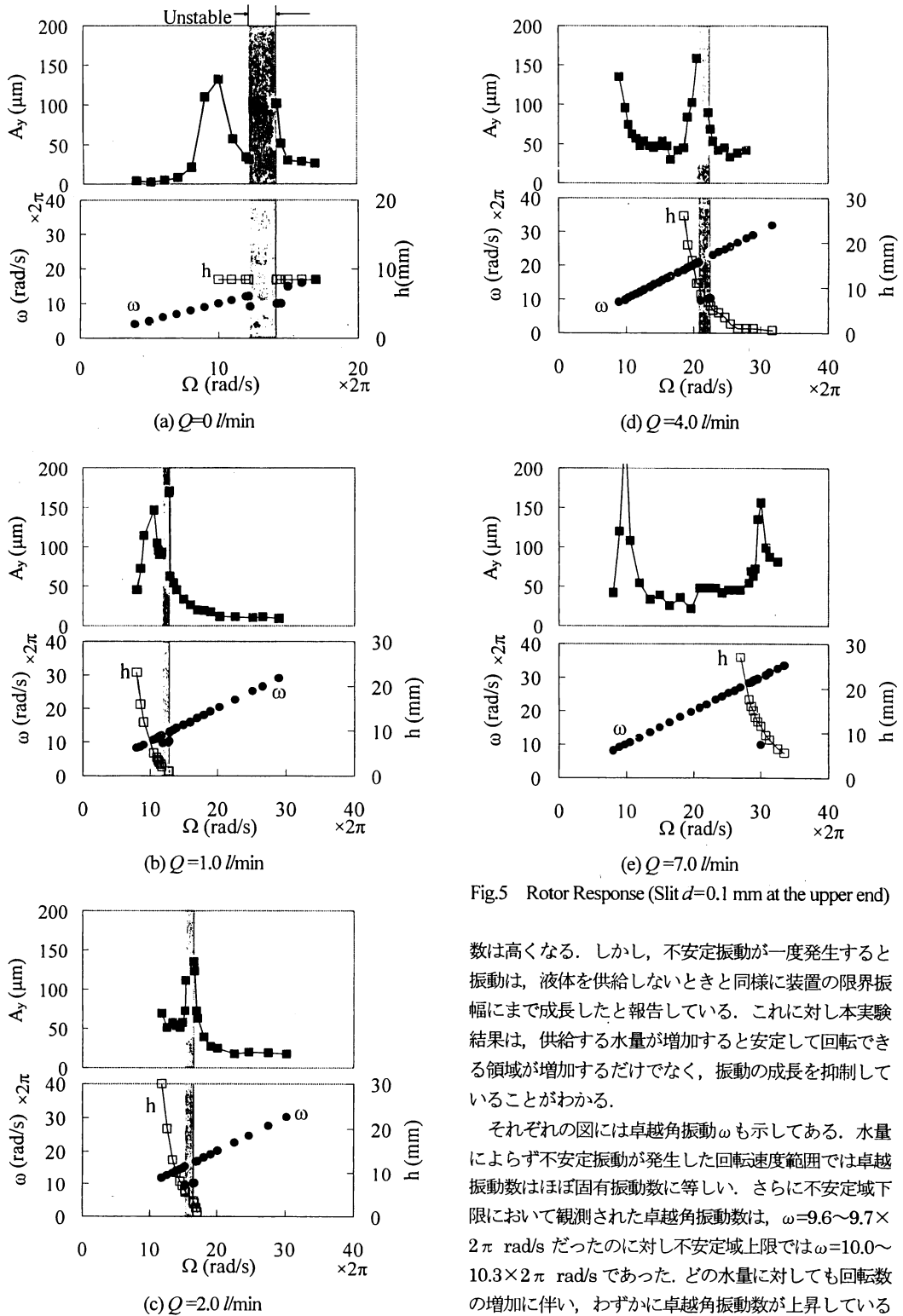


(c) Vibration Spectra

Fig.4 Observed unstable vibration(Slit  $d=0.1$  mm at the upper end,  $Q=2.0$  l/min,  $\Omega=16.0 \times 2\pi$  rad/s)

振動が発生する回転速度範囲は、水量の増加によって高速側に移動しているのがわかる。さらに、図からわかるように発生する振動も水量が増加すると不安定域は狭くなり、振幅も小さくなる。例えば $Q=7.0$  l/minのときには、回転角速度 $\Omega=30 \times 2\pi$  rad/sで最大振幅は $150 \mu\text{m}$ 以上には成長しない。水量をさらに増加させると不安定域はさらにはっきりしなくなる。

森下・山本<sup>(25)</sup>の行った実験では、回転体内部に供給する液体量が増加すると不安定振動が発生する下限回転

Fig.5 Rotor Response (Slit  $d=0.1$  mm at the upper end)

数は高くなる。しかし、不安定振動が一度発生すると振動は、液体を供給しないとときと同様に装置の限界振幅にまで成長したと報告している。これに対し本実験結果は、供給する水量が増加すると安定して回転できる領域が増加するだけでなく、振動の成長を抑制していることがわかる。

それぞれの図には卓越角振動  $\omega$  も示してある。水量によらず不安定振動が発生した回転速度範囲では卓越振動数はほぼ固有振動数に等しい。さらに不安定域下限において観測された卓越角振動数は、 $\omega=9.6\sim 9.7\times 2\pi$  rad/s だったのに対し不安定域上限では  $\omega=10.0\sim 10.3\times 2\pi$  rad/s であった。どの水量に対しても回転数の増加に伴い、わずかに卓越角振動数が上昇していることがわかる。

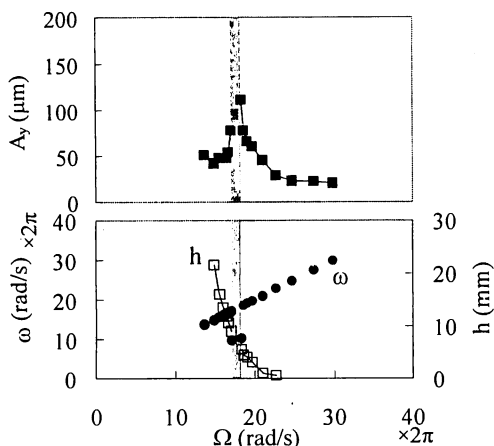


Fig.6 Rotor Response (Slit  $d=0.1\text{mm}$  at the lower end,  $Q=2.0\text{ l/min}$ )

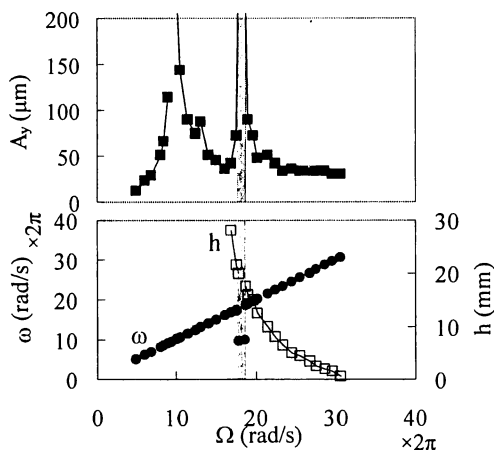


Fig.7 Rotor Response (Slit  $d=0.05\text{ mm}$  at the upper end,  $Q=1.0\text{ l/min}$ )

次に水を放出するスリット位置を回転容器の下に変更したときの実験結果を図6に示す。代表例として  $Q=2.0\text{ l/min}$  のときの定常応答を示す。放出位置を変えても、回転数と水厚との関係や不安定時に発生する振動数について、スリット位置が上にある場合とよく似た傾向を示す。また、スリット幅  $d=0.05\text{ mm}$  が狭い場合の実験結果を図7に示す。スリット位置は上に設け水量  $Q=1.0\text{ l/min}$  である。以上から定性的な傾向はスリット位置や幅によらないことがわかる。

図8には水厚  $h$  と回転容器の  $y$  方向変位を時間に対して示す。また、図には回転パルスも示す。図8(a)は

水を放出しない条件で不安定振動が発生したときの様子であり、図8(b)は、回転容器上端に間隔  $d=0.1\text{ mm}$  のスリット幅を設けて、水量  $Q=2.0\text{ l/min}$  としたとき振動が発生したときの様子である。どちらの場合も水厚が最大になってから約  $1/4$  周期後にロータの振幅が最大となる。これから模式的に図9のように水厚の厚い部分がロータの変位に対して約  $1/4$  周期先行していることがわかる。この表面波が水放出を行わない場合と同様の不安定化力となっている<sup>⑧,⑨</sup>。

また、実際の容器内部の自由表面の写真が図10である。図10(a)は、水厚が厚いときの様子であり、図9(a)に対応している。その後、水厚が減少しロータの変位が  $y$  方向に最大となったときが図10(b)である。この状態は図9(b)に対応している。図10(a)に比べて明らかに薄くなっているのがわかる。

図8(c)はさらに水量  $Q=6.0\text{ l/min}$  と多いときの結果である。この場合には、発生している振動が小さく、水厚と回転容器の変位の位相関係は図8(a), (b)のようにははっきりしなくなっている。これは回転容器に供給された水が周方向に十分加速されずに、回転容器を加振する前に放出されてしまうために振動が大きく成長しないと考えられる。

水量、回転容器内の水量が安定性に及ぼす影響をまとめたのが図11である。図11は横軸にロータの内半径  $a$  に対する空の部分の半径  $b$  の比を、縦軸には固有振動数に対する不安定領域の上下限回転数の比  $\Omega/\omega_0$  をとっている。横軸の値  $bla=1$  (または、 $hla=0$ ) のときロータは空である。放出しない条件での実験と Wolf の解析  $\Omega$  を比較すると内蔵した水量によらず、不安定振動が発生する領域は良く一致している。スリット幅  $d$  が増加し、水量が増加すると安定限界速度が増加しているのがわかる。特に、容器内の水厚が多い ( $bla$  が小さい、あるいは、 $hla$  が大きい) ほど、その傾向が顕著である。

スリット幅  $d=0.05\text{ mm}$  と小さい場合には放出位置による安定限界に及ぼす影響は小さい。しかし、 $d=0.1\text{ mm}$  とスリット幅が大きくなると、水量  $Q$  が増加するにつれ、容器上端から放出した方が安定限界は高くなる。これは供給された水は容器中心から容器底面を伝って流れるので、放出用のスリットが容器下端にあるときには、新たに供給された水が容器底面に沿って流れ、放出されてしまい、容器の上部にある水の一部は放出されずに残っているためと考えることができる。

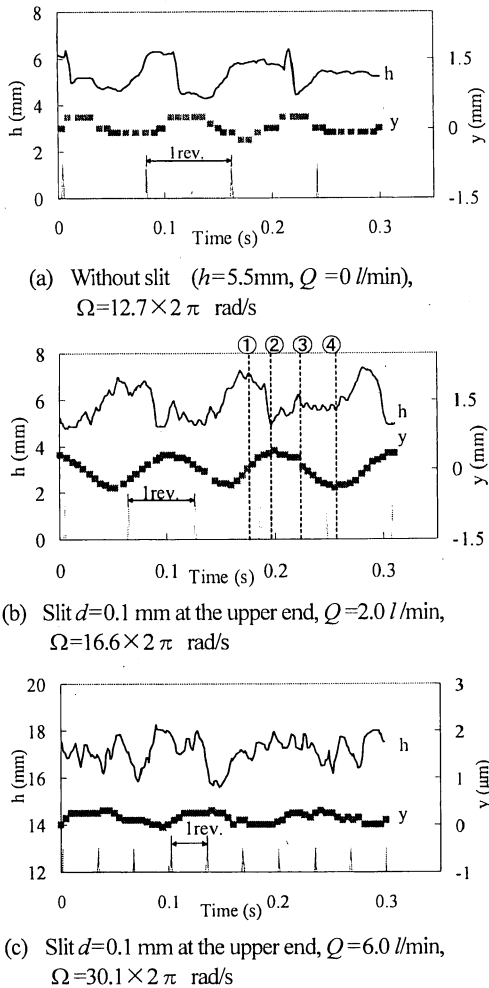


Fig.8 Liquid thickness variation vs. rotor displacement

4. ま と め

回転している円筒容器に一定流量の水を供給し、同時に容器側壁に設けたスリットから遠心力により水を放出させたとき、系の安定性に関して実験を行い、以下の結論を得た。

- (1) 水量が増加すると系は安定化する。
- (2) 安定化の傾向は、回転体内部の水厚  $h$  が大きくなるとより顕著である。

本研究は半径方向流があるため、コリオリ力の影響をエックマン数、ロスビー数によって評価し、現象を考察し、理論解析を行うことを予定している。

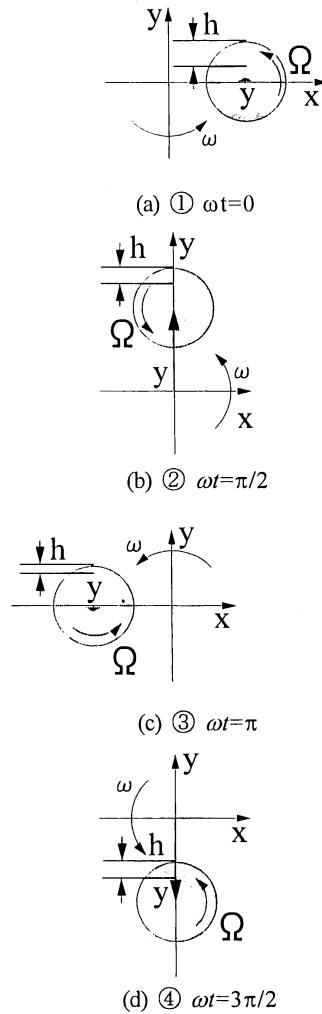


Fig.9 Schematic of liquid thickness distribution with respect to rotor whirling motion(①,②,③and④ correspond to those in Fig.8(b))

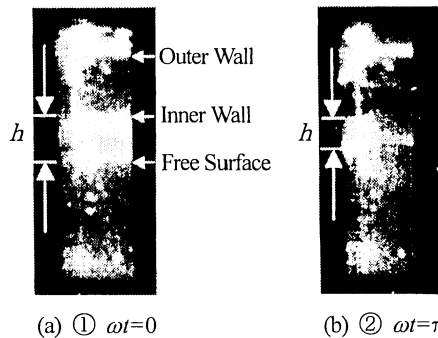


Fig.10 Liquid thickness variation(Slit  $d=0.1\text{mm}$  at the upper end,  $Q=2.0\text{ l/min}$ ,  $\Omega=16.6 \times 2\pi\text{ rad/s}$ . Photos (a) and (b) correspond to Figs.9(a) and (b), respectively.)

参考文献

(1) J.A. WOLF, Jr., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 35-4, (1968), pp.676-682.  
 (2) F. F. Ehrich, *Trans. ASME, J. Eng. Ind.* 89-4, (1967), pp.806-812.  
 (3) G. S. R. Sarma, et al, *THE PHYSICS OF FLUIDS*, 14-11, (1971), pp.2265-2277.  
 (4) 斉藤・染谷, 機論, 44-338, (1978), pp.4115-4122.  
 (5) 斉藤・染谷, 機論, 44-338, (1978), pp.4123-4129.  
 (6) 斉藤・染谷, 機論, 45-400, (1979), pp.1325-1331.  
 (7) 斉藤・染谷・小林, 機論, 48-427(1982), pp.321-327.  
 (8) 金子・葉山, 機論, 49-439, (1983), pp.370-380.  
 (9) 金子・葉山, 機論, 49-439, (1983), pp.381-391.  
 (10) 金子・葉山, 機論, 51-464, (1985), pp.765-772.  
 (11) 笠原・金子・石井, 機論, 66-646, (2000), pp.1762-1768.  
 (12) 陣内・荒木・井上・中島・上出, 機論, 51-467, (1985), pp.1463-1471.  
 (13) 陣内・荒木・井上・久保・松下, 機論, 55-511, (1989), pp.573-580.  
 (14) A. S. BERMAN, T. S. LUNDGREN and A. CHENG, *J. Fluid Mech.*, 150, (1985), pp.311-327.  
 (15) 安尾・深田・大野・河村, 機論, 51-462, (1985), pp.265-271.  
 (16) 太田・石田・佐藤・山田, 機論, 52-474, (1986), pp.474-482.  
 (17) 森下・奥園・福山, 機論, 54-505, (1988), pp.2016-2023.  
 (18) 森下・奥園, 機論, 56-552, (1990), pp.269-275.  
 (19) 森下・桜井・安部・及川, 機論, 56-531, (1990), pp.2853-2857.  
 (20) 早川・原, 機論, 57-539, (1991), pp.2170-2177.  
 (21) 松下・高木・米山・斎藤・永田・相沢, 機論, 53-496, (1987), pp.2453-2458.  
 (22) 吉田・水野, 機論, 57-534, (1991), pp.491-496.  
 (23) 張・谷・岡田・高木, 機論, 58-548, (1992), pp.1012-1017.  
 (24) 張・谷・岡田・高木, 機論, 58-556, (1992), pp.3456-3460.  
 (25) 森下・山本, 機構論, No.940-26 I(1994), pp.338-341.

	d (mm)	Slit at
×	0	—
△	0.1	top
▲	0.1	bottom
◇	0.05	top
◆	0.05	bottom

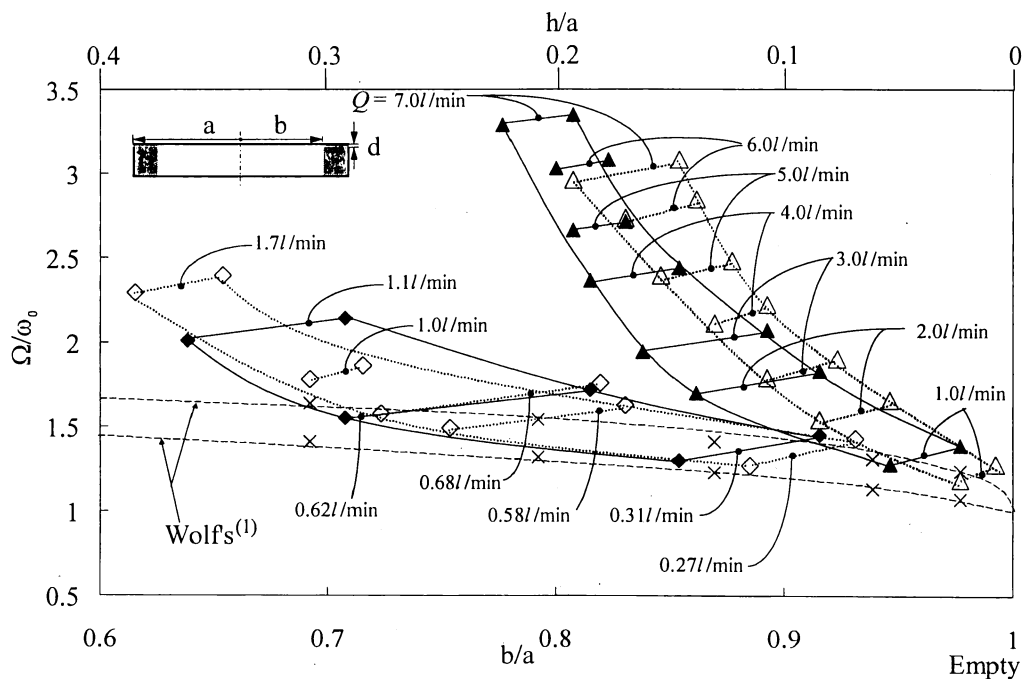


Fig.11 Stability Diagram ( $\Omega$ =rotor angular speed,  $\omega_0$ =natural angular frequency of an empty rotor)