



## 同期現象とその応用\*

長嶺拓夫\*<sup>1</sup>, 佐藤勇一\*<sup>2</sup>

## Synchronization and Its Applications

Takuo NAGAMINE\*<sup>3</sup> and Yuichi SATO\*<sup>3</sup> Department of Mechanical Engineering, Saitama University,  
255 Shimo-Okubo, Sakura-ku, Saitama-shi, Saitama, 338-8570 Japan**Key Words:** Synchronization, Phase-Locking, Frequency Entrainment, Self-Excited Vibration, Forced Self-Excited System, Sub-Harmonic Vibration, Higher-Harmonic Vibration

## 1. はじめに

シャンデリアの揺れを観察して、振り子の等時性を発見したのはG. Galileiであるということは有名な話である。この発見をさらに研究し、振り子の周期は振幅角度が小さいときに近似的に等時となることを明らかにしたのはC. Huygensであり、彼は振り子時計を完成させる仕事に17世紀半ばから約40年間従事した<sup>(1)</sup>。自分で製作した二つの振り子時計を2本の細いはりに並べて吊るしておいたところ、振り子時計はお互いに180°ずれた位相、すなわち逆位相で振動し続け、周期がずれないことを発見した。さらに、振動する振り子の位相をずらして振動をはじめても、短い時間で逆位相に戻り、そのまま逆位相で振動することがわかった。Huygensはこの振り子時計に起きる現象に驚いたが、注意深い観察により、はりのごくわずかな動きがこの現象を起こしていることを発見した。このHuygensにより発見された振り子時計の周期が一致し位相が固定される現象が、初めて観察された同期現象(synchronization)である<sup>(2)(3)</sup>。

以後、同期現象は生物や化学および電気・電子工学などの分野でも観察され<sup>(4)(5)</sup>、また同期現象についての多くの研究がなされている。機械工学の分野においても同期現象は研究され、工学的にも利用されている。一例としては、加振機や振動搬送機などに用いられる不平衡ロータの回転数の同期現象が挙げられる。ここでは機械工学に関係する一連の研究を紹介する。

## 2. 自励振動系と同期現象

送電線の振動問題として知られるギャロッピングと呼ばれる自励振動現象がある。これは比較的簡単な実験で再現できる<sup>(6)</sup>。すなわち、ばねで吊られた半円柱を軽く打撃するか、あるいは、少し変位させてから放すと振動する。この振動は時間とともに減衰しやがて、半円柱は静止する。しかし、この半円柱の平らな面に風が当たると、振動が起こり次第に成長する。これは風を止めると振動も止まることから、風が原因であることがわかる。しかし風速は一定であり、半円柱の振動数に対応するような振動的な変動成分があるわけではない。

このように外から振動的な力が作用しているわけではないのに起こる振動は、自励振動であることが多い。自励振動では振動によりさらに系にエネルギーが取り込まれ振動が増大する。最終的には系に入るエネルギーと減衰によって散逸するエネルギーとが釣り合い、一定振幅の振動となる。この最終的な状態はリミットサイクルと呼ばれている。このリミットサイクルが存在するシステムとして一般的によく知られているものにvan der Polの方程式がある。

振動系には固有振動数があり、強制外力を加えると、その強制外力の振動数が固有振動数と一致あるいは近い場合、系は大きく振動する。これは共振である。しかし、自励振動はそういった強制外力が作用していない場合に発生する。共振と比較するとなじみが少ない振動のように感じる人も多いと思われるが、身近に経験していることが多い振動である<sup>(7)(8)</sup>。

複数の自励振動系を相互に影響を与え合うようにすると、系の振動数が若干異なっている場合でも、振動

\* 原稿受付 2004年10月28日。

<sup>1</sup> 正員, 埼玉大学工学部(☎338-8570 さいたま市桜区下大久保255)。<sup>2</sup> 正員, フェロー, 埼玉大学工学部。

E-mail: nagamine@mech.saitama-u.ac.jp

数が一致して一つになることがある。この現象が同期現象と呼ばれるものの一つであり、(その同期現象が現れる系内に非線形な要因があるため)結合方法や結合の強さにより同期以外にも、うなりやカオスなどの多様な現象が現れる。

これまでの研究から、同期現象は大きく二つに分けて考えられている。一つは強制同期もしくは強制引込みと呼ばれ、自励振動系に強制外力が作用しており、強制自励系とも呼ばれている。強制自励系では、うなりに似た振動が起こったり、強制外力の振動数が固有振動数に近づくと急に固有振動数の振動成分が消えて、強制外力の振動数成分の振動だけが残る引込み現象(Frequency entrainment)が発生することがある。この現象を初めに解析したのは van der Pol である<sup>(2)(9)</sup>。

もう一つは、相互同期もしくは相互引込みと呼ばれ、複数の自励振動系をなんらかの方法で結合し、相互に影響を与え合うようにすると現れる現象であり、個々の自励振動系のもつ振動数が若干異なる場合でも振動数が一致し単一の振動数になる。このとき現れる振動は、結合の方法および結合の強さにより振動子が同じ位相で振動する同位相同期の場合もしくは振動子が互いに逆位相の振動をする逆位相同期の場合などがある。このように自励振動系の振動数が一致したときに、振動子間の位相が一定値に固定される現象を位相同期(Phase-locking)と呼ぶ。17世紀半ばに Huygens により観察された最初の同期現象はこれである。

19世紀半ばになると、L. Rayleigh が音に関する同期現象について述べている。二つのパイプオルガンのパイプを並べると、パイプから放射される自励音が相互に影響を与え合い、若干の振動数の違いがあっても振動数が一致し、極端な場合には振動数が一致するだけでなく消音(Quenching)が起こることを報告している<sup>(10)</sup>。

このように同期現象は主に自励振動系に起こる非線形現象である。しかし、不平衡ロータの回転運動のように系に非線形な要素があり、その回転速度が強制外力の振動数などによらない自律系とみなせる場合には、同期現象として取扱う。さらに、近年の同期現象の研究対象は広がり、多岐にわたっている。

前述した自励振動系に起こる同期現象以外にもカオスが発生している系に対して強制外力を加えた場合や複数のカオスが発生している系を結合したときの同期についても研究が行われるようになってきているが、本稿では主として、機械工学の対象とする系について

の研究を、強制同期と相互同期に分けて述べてきた。

### 3. 機械工学における同期現象

#### 3.1 強制同期(強制自励系)

強制自励系の摩擦振動について行われた一連の研究として、井上ら<sup>(11)</sup>は、強制外力が正弦波状でその力の方向が振動の方向と同じ場合の1自由度摩擦振動について実験と解析を行っている。摩擦振動において発生するうなりと引込み現象について、平均法を用いて振動の解とその安定性および引込み領域幅について明らかにしている。

倉本ら<sup>(12)(13)</sup>は摩擦力-速度特性が三次曲線で与えられる場合について、速度変動成分を持ちながら走行する移動平面上の物体を強制自励系として扱い、摩擦による振動について平均法を用いてその特性と解の安定性について明らかにしている。さらに最大静止摩擦力が孤立点となる場合についても断片線形近似法を用いて検討し、振動形態の分布や定常振動解の持つ諸特性について明らかにしている。

吉武ら<sup>(14)(15)</sup>、津田ら<sup>(16)~(18)</sup>は復元力に三次の非線形項と時間遅れを伴う1自由度の強制自励系の振動について実験と解析を行い、調和振動、高調波振動、分数調波振動の引込み現象もしくはうなりが起こることなどを明らかにしている。さらに数値的に詳細な検討を行い、非線形な振動系に対して分数調波領域および高調波領域の応答特性やスティックスリップ振動などについて明らかにしている。

弾性ロータに発生する引込み現象について、石田ら<sup>(20)(21)</sup>は弾性軸を玉軸受で支持した回転軸系において、ばね力と内部減衰の両方に非線形性を持つ場合の振動が強制自励系になることを明らかにし、1/2, 1/3 次分数調波振動の共振点付近の振動特性を調べ、引込み現象が発生することを明らかにしている。稲垣ら<sup>(22)</sup>は軸受外輪とケーシング間のクリアランス部で衝突が起きる回転軸系について1/2次分数調波振動の共振点付近の挙動を詳細に検討し、自励振動から1/2次分数調波振動への移り変わりと引込み現象などについて数値シミュレーションと実験によって、その特性を明らかにしている。

音響問題に引込み現象を応用したものとして、内山ら<sup>(23)</sup>は温水ボイラ系の燃焼振動が気柱共鳴に類似した自励振動的な挙動をすることに着目し、強制外力を加えることによって周波数を引込ませ騒音を低減する方法について、レイケ管による実験を行い検討している。その結果、気柱振動の音圧モードの節に当たる位置に付加音源を設置し、最適な励振を与えることにより騒音を低減できることを示している。

その他の研究として、吉田ら<sup>(24)</sup>は van der Pol 形振動系や時間遅れを含む非線形振動系に同一のノイズを同時に入力すると自励系の応答が有限時間内に同期することを明らかにしている。

3-2 相互同期(結合振動子系) 現在、不釣り合いロータの同期現象を利用した機械は加振機、振動搬送機などで数多く利用されている。これらの機械は同期現象を利用する以前においては、二つの回転ロータを歯車等で機械的に結合していた。このため歯車の摩耗や騒音が問題となっていた。しかし、同期現象を利用した現在の機械は複数のロータが機械的もしくは電気的な結合をしない状態、すなわち独立に駆動される状態で振動台に設置されている。運転を開始すると回転数は一致し、一定の位相差を保ちつつ回転する。この回転数の同期化の作用は強く、各ロータの回転数が支持台を固定した状態で異なっているような場合にも回転数は一致する。さらに、1台もしくは数台のロータの駆動電源をオフにして駆動力を与えない場合でも回転数の同期は崩れずに継続し、電源をオフにしたロータはそのまま回転を続ける。この回転のためのエネルギーは駆動されているロータの振動が台の振動を通して伝わるためである。この不平衡ロータの同期現象は20世紀半ばに発見され、これについて初めて理論的な解析を行ったのが I. I. Blekhnman<sup>(25)</sup> であり、多くの同期現象を利用した機械などの理論解析を行っている。

井上ら<sup>(26)-(31)</sup>は軸心が調和振動する不平衡ロータ、転動回転機構、複数個の不平衡ロータ、自動平衡装置、振動リフトなどについて一連の研究を行い、実験と解析によりその現象を明らかにしている。特に平均法をもちいて回転数の同期およびその安定条件について明らかにしている。

M. Paz ら<sup>(32)</sup>は空間に任意の位置に配置された2台の不平衡ロータの同期現象についてその安定条件をハミルトンの原理を用いて明らかにしている。著者ら<sup>(33)</sup>は複数の不平衡ロータと支持構造系の連成振動について実験と解析を行い、ロータ間の結合要素である支持系の振動とロータの位相の関係について明らかにしている。綾部ら<sup>(34)</sup>は不平衡ロータの振動を利用した推進装置に発生する DC モータの自己同期化現象について実験と解析を行い、個別に駆動するモータの回転数が同期することを明らかにし、数値計算により発生する振動形態について明らかにしている。

結合振動子系についての特性を明らかにするために、D. V. Ramana Reddy ら<sup>(35)</sup>はリミットサイクルをもつ二つの系を時間遅れで結合した場合の挙動について検討し、それらの振動数が同じ場合であっても振

動が停止することがあることを明らかにしている。また、多数の同一な自励振動系の結合の場合においても振動が停止する場合があることを明らかにしている。L. M. Pecora<sup>(36)</sup>はリミットサイクルやカオスが発生する系をさまざまな配列や組合わせで結合させた場合の同期の安定性や非同期時における振動パターンについて検討している。L. A. Low ら<sup>(37)</sup>は van der Pol 形振動子を線形結合させた場合に同位同期期と逆位同期期のほかに二つのタイプの位相同期振動とカオスが現れること、振動子のパラメータの違いによる影響および複数台の同位同期期について解析と数値計算によってその特性を明らかにしている。

また、著者ら<sup>(38)</sup>は機械的な自励振動子としてメトロノームを用い、ひもで吊った台上にメトロノームを載せた系の挙動について実験と解析を行い、同位同期期、逆位同期期、準同期および非同期が現れ、その同期形態は台の固有振動数によることを明らかにしている。この振動系の同期現象について、近藤ら<sup>(39)</sup>がシューティング法による解析を行い、解のホップ分岐に基づく不安定領域内に概周期振動が発生する領域が存在すること、トラスが崩壊することによってカオスへ至ることを明らかにしている。

動物における歩行や飛行といった運動についてはその運動のリズムを生成する神経系および制御系がどのようなメカニズムになっているのか、研究が行われている。その中で発振器モデルに非線形微分方程式を用いその相互作用から多様な歩行パターンを生成する試みが提案<sup>(40)</sup>されている。谷ら<sup>(41)</sup>は van der Pol の方程式を非線形振動子としたサブシステムを用いる自律分散システムを構成し、とんぼの翅モデルのシミュレーションを行い、とんぼの翅の運動に見られる特徴的な現象を再現できることを示している。琴坂ら<sup>(42)</sup>はリズムミク運動を対象に感覚運動統合の手段として神経振動子を用い、感覚入力に従い神経振動子のパラメータを適宜変更することにより、外部刺激に対して同期的な動作生成を行う手段を提案している。

多数の歩行者と構造物の連成振動による同期現象について Y. Fujino ら<sup>(43)</sup>が実験的な検討を行い、人の歩行により橋に揺れが生じ、その揺れにより人々の歩行が同期し、このためさらに大きな橋の振動を起こすことがあることを報告している。松久ら<sup>(44)</sup>はニューロンユニットを2変数の微分方程式で表し、そのニューロンユニット2個を結合した神経振動子として扱い、人の歩行と歩道橋の横振動との引込み現象について検討している。

音響問題に関する同期現象の利用として、著者ら<sup>(45)</sup>

は空気流れにより自励音を発生する二つのヘルムホルツソノネータを細管で結合させることにより、自励音が同期し条件によっては逆位同期を起こし、自励音を低減することができることを実験的に明らかにしている。

振動搬送機械において栗田ら<sup>(46)</sup>は自励振動している2台の振動機械の平均速度をフィードバックし同期信号として用いた場合、ゲインを大きくすると2台の自励振動機械は同期し位相差が小さくなり静かな搬送が実現できることを示している。

#### 4. ま と め

以上のように同期現象とは広範囲に見られる現象であることがわかる。また、多くの自励振動がさまざまな装置で発生し、その発生メカニズムは多様であることも知られている。この自励振動系に強制外力を加えたときの強制同期現象および自励振動系を相互に結合させたときの相互同期現象の二つが同期現象と呼ばれている。どちらの系も内部に非線形な要因があるため、振動数が一致する同期現象以外にも、うなりやカオスなど多くの振動形態が現れる。さらに、実際の機械や現象においては多くの構成要素があるため、振動形態がますます複雑になる。このため、実機における同期現象発生のメカニズムの解明には、個々の事例によって系内の要素や結合方法が異なることを考慮しなければならない。

現在はこのような段階であり、同期現象の新しい利用方法は、まだまだ多く残されていると考えられる。今後研究が進み、同期現象のメカニズムが明らかにされるのに従い、同期現象の工学的な利用はさらに増えていくものと考えられる。

#### 文 献

- (1) S. G. キンディキン, ガリレイの17世紀, (1996), 90-98, シュープリング・フェアクラーク東京.
- (2) Pikovsky, A., Rosenblum, M. and Kurths, J., "Synchronization", (2001), 1-8, Cambridge University Press.
- (3) Blekhnman, I. I., *Synchronization in Science and Technology*, (1988), 1-3, ASME Press.
- (4) 都甲潔・松本元編著, 自己組織化, (1996), 34-40, 朝倉書店.
- (5) 川上博, 生体リズムの動的モデルとその解析, (2001), 57-68, コロナ社.
- (6) Den Hartog, J. P., *Mechanical Vibrations*, (1984), 299-305.
- (7) 田中基八郎・ほか8名, 振動の考え方・捉え方, (1998), 71-91, オーム社.
- (8) 末岡淳男・佐藤勇一, 自励的現象に迫る, (1998), 1-5, 丸善.
- (9) 井上順吉・末岡淳男, 機械力学II, (2002), 54, 理工学社.
- (10) Rayleigh, J. W. S., *The theory of sound*, 2 (1945), 222-223, Dover.
- (11) 井上順吉・宮浦すが・松下修巳, 機論, 35-274 (1969), 1242-1248.
- (12) 倉本智・高野英資・根岸文彦, 機論, 58-552, C (1992), 2348-2356.
- (13) 倉本智・高野英資・根岸文彦, 機論, 59-559, C (1993), 665-671.
- (14) 吉武裕・井上順吉・末岡淳男, 機論, 49-439, C (1983), 298-306.
- (15) 吉武裕・ほか3名, 機論, 61-583, C (1995), 768-774.
- (16) 津田吉広・ほか4名, 機論, 52-474, C (1986), 664-671.
- (17) 津田吉広・ほか3名, 機論, 53-496, C (1987), 2459-2464.
- (18) 津田吉広・ほか3名, 機論, 59-564, C (1993), 2425-2432.
- (19) 津田吉広・ほか3名, 機論, 60-574, C (1994), 1896-1903.
- (20) 石田幸男・山本敏男, 機論, 58-549, C (1992), 1564-1571.
- (21) 石田幸男・村上新, 機論, 62-594, C (1996), 423-428.
- (22) 稲垣瑞穂・ほか3名, 機論, 69-684, C (2003), 1960-1967.
- (23) 内山寛信・ほか3名, 機論, 68-670, C (2002), 1671-1678.
- (24) 吉田勝俊・佐藤啓仁, 機論, 69-679, C (2003), 618-623.
- (25) Blekhnman, I. I., *Vibrational Mechanics*, (2000), 175-180, World Scientific.
- (26) 井上順吉・荒木嘉昭・林節子, 機論, 32-234 (1966), 184-193.
- (27) 井上順吉・荒木嘉昭・宮浦すが, 機論, 33-246 (1967), 206-214.
- (28) 井上順吉・荒木嘉昭・岡田幸正, 機論, 41-350 (1975), 2840-2846.
- (29) 井上順吉・荒木嘉昭・宮浦すが, 機論, 42-353 (1976), 103-110.
- (30) 井上順吉・荒木嘉昭・渡部幸夫, 機論, 42-353 (1976), 111-117.
- (31) 井上順吉・末岡淳男・西臨真一, 機論, 49-437 (1983), 39-43.
- (32) Paz, M. and Cole, J. D., "Self-Synchronization of Two Unbalanced Rotors", *Trans. ASME, J. Vib. Acoust.*, 114 (1992), 37-41.
- (33) 長楳拓夫・ほか4名, 機論, No. 01-5 (2001-5), 225, 1-5.
- (34) 綾部隆・上田実・近藤孝広, 機論, No. 01-5 (2001-5), 728, 1-5.
- (35) Ramana Reddy, D. V., Sen, A. and Johnston, G. L., "Time Delay Induced Death in Coupled Limit Cycle Oscillators", *Phys. Rev. Lett.*, 80-23 (1998), 5109-5112.
- (36) Pecora, L. M., "Synchronization Conditions and Desynchronizing Patterns in Coupled Limit-cycle and Chaotic System", *Phys. Rev., E*, 58 (1998), 347-360.
- (37) Low, L. A., Reinhall, P. G. and Storti, D. W., "An Investigation of Coupled van der Pol Oscillators", *Trans. ASME, J. Vib. Acoust.*, 125 (2003), 162-169.
- (38) 佐藤勇一・ほか3名, 機論, 66-642, C (2000), 363-369.
- (39) 近藤孝広・ほか3名, 機論, 68-676, C (2002), 3499-3506.
- (40) 伊藤宏司, 日本ロボット学会誌, 11-3 (1993), 320-325.
- (41) 谷順二・森進浩・山口英三郎, 機論, 63-614, C (1997), 3390-3395.
- (42) 琴坂信哉・ステファン シャール, 日本ロボット学会誌, 19-1 (2001), 116-123.
- (43) Fujino, Y., ほか3名, "Synchronization of Human Walking Observed During Lateral Vibration of a Congested Pedestrian Bridge", *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 22 (1993), 741-758.
- (44) 松久寛・曾本明宏・朴正圭, 機論, No. 03-7 (2003-7), 1-6.
- (45) 長楳拓夫・佐藤勇一・中尾智貴, 機論, No. 01-7 (2001-7), 131-134.
- (46) 栗田裕・ほか3名, 機論, 69-681, C (2003), 1191-1196.