

## 落水膜振動の抑制に関する研究\*

三浦秀一<sup>\*1</sup>, 長嶺拓夫<sup>\*2</sup>, 佐藤勇一<sup>\*3</sup>  
森井茂樹<sup>\*4</sup>, 大久保精二<sup>\*4</sup>

## Study on Suppression of Vibration of a Falling Water Sheet

Shuichi MIURA, Takuo NAGAMINE<sup>\*5</sup>, Yuichi SATO,  
Shigeki MORII and Seiji OHKUBO<sup>\*5</sup> Department of Mechanical Engineering, Saitama University,  
255 Shimo-okubo, Sakura-ku, Saitama-shi, Saitama, 338-8570 Japan

This paper describes experimental study on suppressing oscillation of a falling water sheet. Falling water sheet flowing over a dam sometimes oscillates at a low frequency. The water sheet oscillation causes vibrations of paper sliding doors or windowpanes of houses in the neighborhood. Experimental results show that the frequency of water sheet is the same as that of the pressure variation in an air chamber behind a water sheet. Therefore, water sheet vibration is closely related to the pressure variation in an air chamber. We show experimentally that water sheet vibration can be suppressed by setting obstacles at the lower end of a falling sheet or by modifying the shape of the upper end of a falling sheet.

**Key Words:** Self-excited Vibration, Falling Water Sheet, Air Chamber, Vibration Suppression

## 1. ま え が き

砂防ダムのような固定堰,あるいはゲートのような堰から水が膜状になって落下する場合,しばしば水膜振動が発生し,民家の障子や窓ガラスを振動させたり,ゲートそのものを振動させたりして問題となることがある.この現象は一般に,水膜自身の不安定性,水膜背後の空気圧力の変動,ゲート自体が振動系と見なせる場合の3つの要因に基づくと考えられている.

空気中に噴出された液体の挙動は19世紀頃から研究されている<sup>(1)(3)</sup>.噴出された液膜は移動速度が大きく,表面張力が小さいほど不安定になり,また移動速度,表面張力によって不安定化する振動数の上限と,最も発生し易い振動数が決まると考えられている<sup>(4)(6)</sup>.更に数値計算を利用して粘性や重力を付加した解析も行われている<sup>(7)(11)</sup>.

堰から落下する水膜振動に関する研究も1940年頃からはなされ,水膜と堰との間の空気圧力の変動がひとつの要因となっていると報告されており,水が堰を落下する時間×発生振動数 $=K+\delta$  ( $K=1,2,3,\dots$ ,  $\delta \approx 1/4$ )となることが実験,または定性的な考察から得られている<sup>(12)(17)</sup>.

他方,ゲート自体が振動系とみなせる要素を持つ

ラップゲートなどが絡んだ振動に関する研究も進められている<sup>(18)(21)</sup>.

著者らは既に水膜振動の発生原因のひとつと考えられている水膜背後の空気圧力の変動に着目し,さらに水膜を振動させる主な要因を,水膜最下部付近のなす仕事によると考えた<sup>(22)</sup>.本研究では,水膜背後の閉空間内部の圧力変動と水膜の挙動を計測し,水膜の落下点における水膜の変位と圧力変動に一定の関係があることを明らかにしている.このことから,水膜の落下時間を場所によって変化させ,乱れた水膜の落下衝突により生じる圧力変動に位相差を持たせることにより,発生圧力を相殺し,水膜の振動を抑制できることを実験的に示すことができたので報告する.

## 2. 主な記号

- $a, a_N$  : 水膜の厚さ, 上部水槽のスリット幅  
 $u, u_N$  : 水膜の  $x$  方向(鉛直方向)の速度, 上部水槽から放出される水膜の初速度  
 $\eta, \eta_h$  : 水膜の  $x$  軸からの微小変位, 下部水面における水膜の変位  
 $p$  : 大気圧  $p_0$  からの閉空間内の変動圧力  
 $\omega = 2\pi f$  : 閉空間内圧力変動の角振動数  
 $h$  : 落下高さ  
 $T$  : スリット出口から水面までの落下時間  
 $S = fT$  : 落下時間×振動数

\* 原稿受付 2005年3月14日.

<sup>\*1</sup> 学生員, 埼玉大学大学院理工学研究科(〒338-8570 さいたま市桜区下大久保255).<sup>\*2</sup> 正員, 埼玉大学工学部.<sup>\*3</sup> 正員, フェロー, 埼玉大学工学部.<sup>\*4</sup> 正員, 三菱重工(株)(〒231-8715 横浜市中区錦町12).

E-mail: nagamine@mech.saitama-u.ac.jp

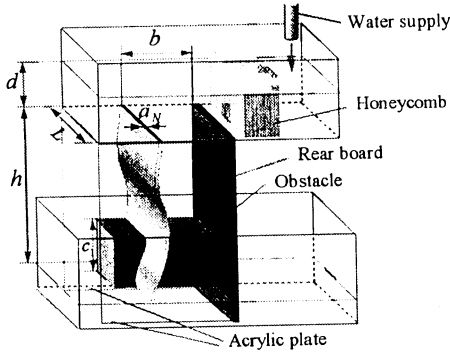


Fig. 1 Experimental apparatus

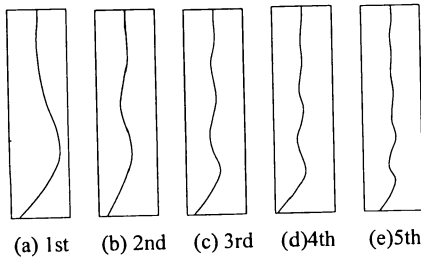


Fig. 2 Observed mode shapes

### 3. 実験

図1に実験装置概略図を示す。上部水槽底に開けられた幅  $a_N=1.3, 3.1$  mm, 長さ  $L=300$  mm のスリットから水が下部水槽へ落下する。図1に示すように落下する水が完全な水膜を形成するようにスリットの手前と後側に透明なアクリル板(側板)を垂直に設置した。さらに、スリットと平行に  $b=95$  mm だけ離して背面板を垂直に設けた。水膜、側板、背面板および下部水槽内の水によって、閉空間が形成される。水膜振動を高速ビデオで撮影した。水膜振動は上から下へ向かう進行波であった。観察された振動の形(以下、モードと呼ぶ)の概略を図2に示す。条件が同じでも複数のモードが現れた。流体が水面まで落下する時間  $T$  は重力のみの影響を受けて落下すると考えると、上部容器からの流出速度を  $u_N$  として次式で与えられる。

$$T = \left( \sqrt{2gh + u_N^2} - u_N \right) / g \quad (1)$$

ただし、流出速度  $u_N$  は水位を  $d$ , 流量係数を  $C$  として  $u_N = C\sqrt{2gd}$  (2) となる。流量係数  $C$  は  $a_N=3.1$  mm のとき  $C=0.78$ ,  $a_N=1.3$  mm のとき  $C=0.59$  となった。

水膜の振動数  $f$  と落下時間  $T$  との積  $S$  は  $S=(\text{整数値})$

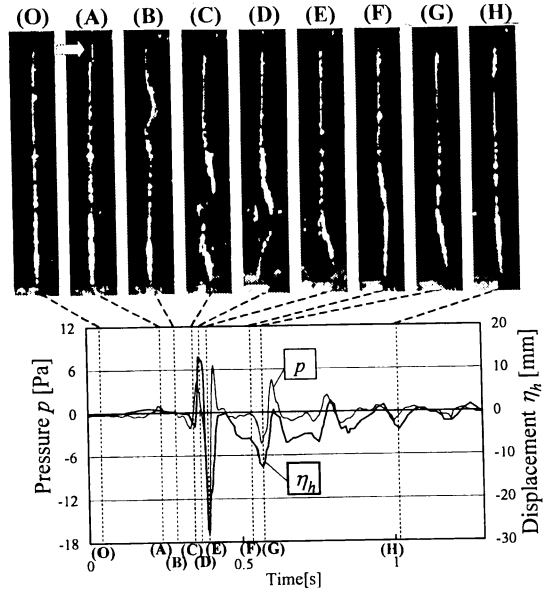
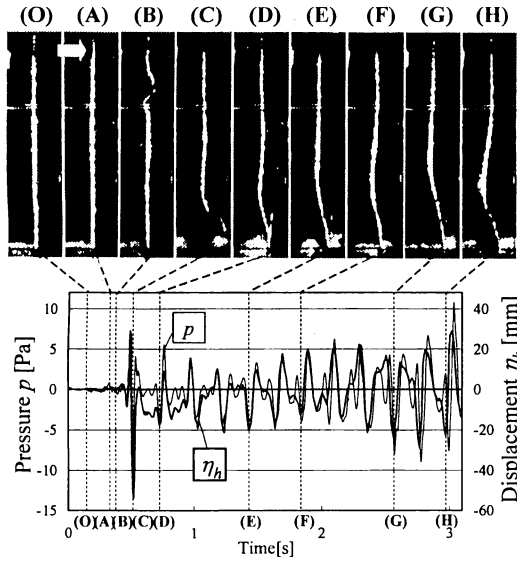


Fig. 3 Pressure  $p$  and displacement  $\eta_h$   
( $h=440$  mm,  $u_N=1.25$  m/s)

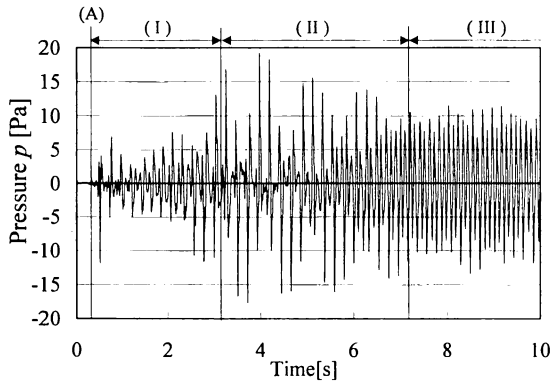
$K)$  (約  $1/4$ ) と表すことができ、このときの  $K$  の値をモードの次数とした<sup>(22)</sup>。水膜振動は水膜を棒などで破ることにより振動は収まる。

3・1 閉空間内部の圧力測定 最初に、閉空間内部の背面板に低周波騒音計を取り付け、水膜の運動と内部圧力の変動を調べた。まず落下高さ  $h=440$  mm, 水膜の初速度  $u_N=1.25$  m/s, スリット幅  $a_N=3.1$  mm において実験を行なった。このとき水膜を板などでおぎ風を送るなどをして外乱を与えても、振動は成長しない安定である。静かに水膜が流れ落ちている状態で、水膜の上部に閉空間側より空気を送り、短時間の外乱を与えた。このときの水膜と内部圧力の変動を観察したのが図3である。

図の細線は大気圧との圧力差  $p$ , 太線は水膜最下部の水面における変位  $\eta_h$  を表している。ただし、写真で左方向変位を正としている。写真(O)は外乱を与える前の状態である。写真(A)は外乱を与えた直後で、矢印の位置に水膜の乱れが見える。以下、写真(B), (C), (D)と水膜の乱れが成長しながら落下していくのが分かる。写真(C), (D)は乱れが下部の水面に衝突する前後で、図3下の図と合わせてみると、水面に衝突する水膜の乱れが右に変位しているときには閉空間内の圧力は下降し ( $p < 0$ )、逆に、乱れが左に変位しているときには閉空間内の圧力は上昇 ( $p > 0$ ) しているのが分かる。写



(a)  $t=0\sim 3$  s



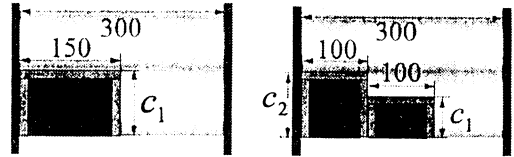
(b)  $t=0\sim 10$  s

Fig. 4 Pressure  $p$  and displacement  $\eta_h$   
( $h=540$  mm,  $u_N=1.25$  m/s)

真(E)から(H)と圧力  $p$  との関係を見ても同様のことが分かる。この実験条件では、外乱を与えても安定なので水膜の乱れや圧力変動は次第に減少し、乱れの無い状態へ戻る。

次に、風を送り外乱を加えた場合のみ振動が発生する状態 (以下、準安定状態と呼ぶ)  $h=540$  mm,  $u_N=1.25$  m/s で同様の実験を行なった。その結果を図 4(a) に示す。静かに流れ落ちている状態(O)から、(A)の矢印の位置に一瞬だけ風を送り外乱を与えた。

写真(D)~(E)において、水膜の乱れが水面に衝突し、大きな圧力変動が発生する。発生圧力  $p$  と水膜最下部の変位  $\eta_h$  の関係は図 3 と同様であるが、図 4 では振動



(a) Obstacle A

(b) Obstacle B

Fig. 5 Schematic of obstacles

470	U	1.15			
450	U	1.14			
430	U	1.14			
410	QS		3.27		
390	U		3.27		
370	U		3.26		
350	U	2.29	3.25		
330	U	2.31			
310	U	2.27			
290	U	2.25			
270	U	2.23			
250	QS	2.21			
230	U	2.16	3.35		
210	U		3.31		
190	U		3.27		
170	U		3.23		
150	U			4.31	
130	U			4.26	
110	U				5.27
90	QS	1.27			
70	QS	1.26			
50	U	1.25	2.36		
30	U		2.32		
10	U		2.29	3.36	
0	U		2.27	3.32	
$c_1$ (mm)	1st	2nd	3rd	4th	5th

(a) Obstacle A

150	U				4.28
130	U				4.23
110	U				4.21
90	QS				4.20
70	S				5.26
50	S				
30	QS				4.38
10	U				4.38
0	U				5.46
$c_1$ (mm)	1st	2nd	3rd	4th	5th

(b) Obstacle B ( $c_2 = 150$  mm)

190	U		3.27		
170	U		3.23		
150	U		3.20		
130	QS		3.17		
110	QS			4.27	
90	S				
70	S				
50	S				
30	U		3.35	4.51	
10	U		3.31	4.49	
0	U		3.28		
$c_1$ (mm)	1st	2nd	3rd	4th	5th

(c) Obstacle B ( $c_2 = 200$  mm) (d) Obstacle B ( $c_2 = 250$  mm)

250	U	2.16			
230	QS	2.15			
210	U		3.37		
190	QS		3.33		
170	QS		3.28		
150	QS			5.27	
130	U			5.31	
110	U			5.26	
90	QS			5.22	
70	S				
50	QS	2.34			
30	U	2.30	3.46		
10	U	2.28	3.42		
0	U	2.24	3.36		
$c_1$ (mm)	1st	2nd	3rd	4th	5th

(d) Obstacle B ( $c_2 = 250$  mm)

Fig. 6 Observed modes and their corresponding values of  $S$

は収まらず、大きな水膜振動に成長する。このような結果から、水面付近での水膜が落下方向になす仕事が圧力変動を起していると考えられる。

図 4 (b)に長い時間での圧力の変動を示す。図中(A)は図 4 (a)と同じ外乱を加えた時点を示している。(I)の区間において徐々に圧力と水膜の振幅が成長していき、(II)の区間で 1 次モードと 2 次モードが混在し、うなりのような変動がみられる。(III)の区間では 1 次モード成分が消え、2 次モードのみの振動が起こっている。結局外乱を加えてから 7 秒ほどで、2 次モードが選択され、大きな振動に成長した。

3・2 閉空間内の圧力変動を打ち消しあう試み

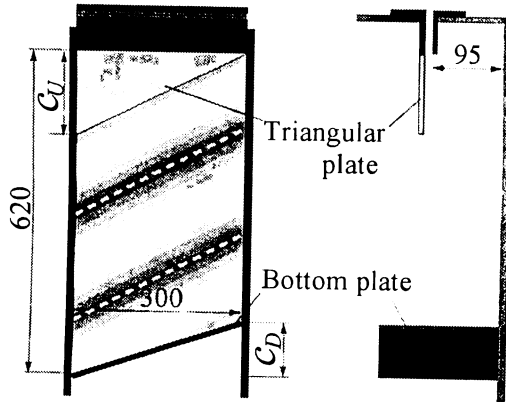


Fig. 7 Apparatus with a triangular plate and a bottom plate

上記の圧力測定より、圧力変動の大きさと位相は、水膜落下点における水膜の変位の大きさと位相に密接な関係があることが分かった。そこで圧力変動の主要因は水膜の落下衝突によるものだと考えた。図1および5に示すように水膜の下部に障害物の箱を置くことで水膜の落下時間を場所によって変化させ、衝突時の水膜に位相差を持たせることで、水膜振動にどのような影響を及ぼすかを調べた。障害物の箱は図5(a)に示すように段差が1段の場合と図5(b)に示す2段の場合について落下高さ  $h = 620$  mm, 流出速度  $u_N = 1.83$  m/s で実験した。その結果を図6に示す。図6(a)は障害物を一つ(図5(a)参照)おいたときで、各高さ  $c_1$  に示されている数値は  $S$ (=振動数×落下時間)の値で、整数部がモードの次数に対応している。 $c_1 = 0$  mm は箱を設置していない状態を示し、2次または3次モードの振動が現れた。左から2列目に示す文字は系の安定性を定性的に示しており、 $c_1 = 0 \sim 50$  mm までは「U」で常に振動が発生し「不安定」であることを示す。 $c_1 = 70, 90$  mm などの「QS」は水膜をあおぐなどして外乱を加えたときのみ振動が発生する「準安定」であることを示している。外乱を加えても振動が発生しない「安定」な条件は「S」で表してある(図6(b)の  $c_1 = 50, 70$  mm など)。図から障害物の高さ  $c_1$  によって発生モードと安定性が変化することが分かる。

図6(b)~(d)は図5(b)に示す2段の障害物を置いたときの結果で、それぞれ  $c_2 = 150, 200, 250$  mm のときに高さ  $c_1$  を変えたとき発生した振動の  $S$  値を示す。1段の障害物を設けた場合に比べ、発生する振動モードが異なっている。 $c_2 = 150$  mm において1,2,3次モードの発生が完全に抑制されており、 $c_2 = 200, 250$  mm においてもそれぞれ1,2,5次モード, 1,4次モードの発生が完全に抑制さ

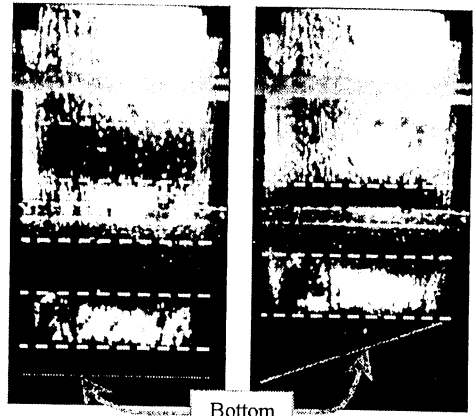
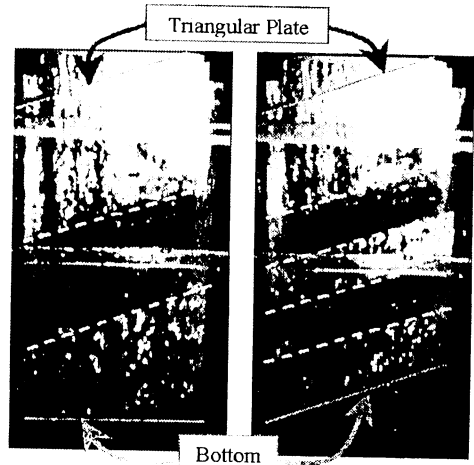
(a)  $c_U = 0$  mm,  $c_D = 0$  mm (b)  $c_U = 0$  mm,  $c_D = 120$  mm(c)  $c_U = 120$  mm,  $c_D = 0$  mm (d)  $c_U = 120$  mm,  $c_D = 120$  mm

Fig. 8 Water sheet vibration (dotted lines indicate a ridges or troughs of a water sheet alternately)

れている。

落下点に障害物を設置して段差を持たせた実験結果から、水膜の落下時間を変化させ水膜衝突時の位相差を変化させたとき、振動を抑制させる効果が見られた。そこで、次に図7に示すように、連続的に落下時間と位相を変化させるために、上部水槽出口の片側にアクリル製の三角板を取り付け、さらに水膜の落下点に斜めに底板を設置し、三角板の高さ  $c_U = 0, 80, 120, 160, 200$  mm, 底板を立てかける高さ  $c_D$  を変化させて、落下高さ  $h = 620$  mm, 流出速度  $u_N = 1.83$  m/s で実験を行った。 $c_U = 0$  mm,  $c_D = 0$  mm は何も板を取り付けていない状態を表す。図8にそのときの水膜の様子を正面からの写真で示す。三角板斜辺と、斜めに立てかけた底板を灰色の

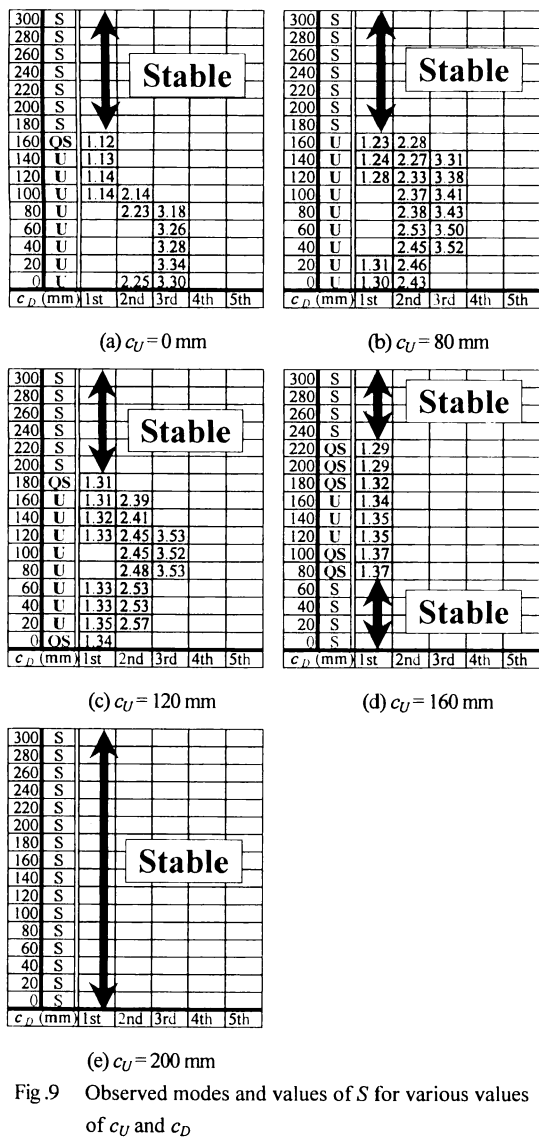


Fig. 9 Observed modes and values of  $S$  for various values of  $c_U$  and  $c_D$

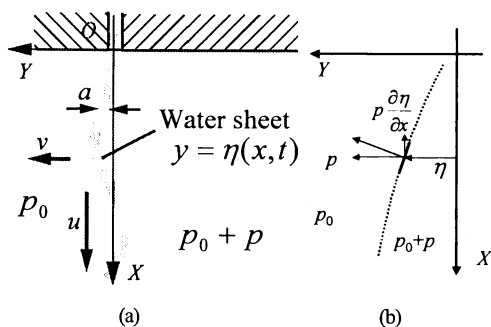


Fig. 10 Analytical model

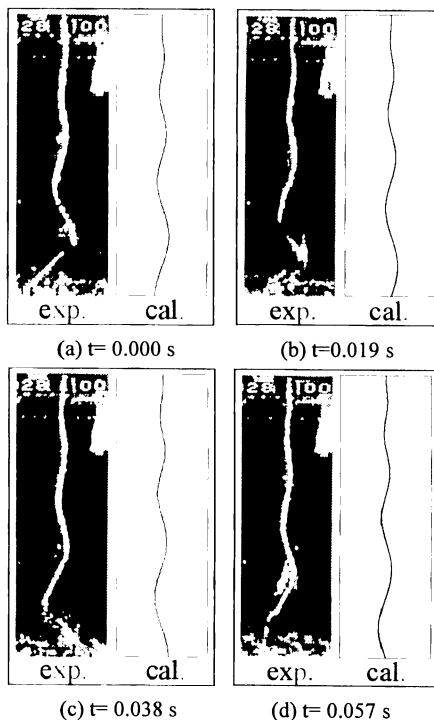


Fig. 11 Comparison of experimental and calculated results ( $a_N = 1.3$  mm,  $h = 620$  mm,  $u_N = 1.83$  m/s, 3rd mode)

実線で示してある。白い破線は水膜の波面の山と谷を示し、三角板の斜辺とほぼ平行になっている。それぞれの実験条件に対応する水膜振動の発生モードを図6と同様に図9に示す。 $S$ を計算するのに必要な落下時間 $T$ としては、図8で水膜の右端にある水が落下する時間を代表として用いた。三角板の傾斜 $c_U$ が増加すると水膜振動は発生しにくくなり、最も傾斜のきつい(e)  $c_U = 200$  mmの条件では本実験の範囲ではどの $c_D$ においても振動が発生しなかった。

図9から、それぞれ(a)  $c_U = 0$  mmのとき  $c_D = 0 \sim 80$  mm, (b)  $c_U = 80$  mmのとき  $c_D = 40 \sim 140$  mm, (c)  $c_U = 120$  mmのとき  $c_D = 80 \sim 120$  mm, (a)  $c_U = 0$  mmのとき  $c_D = 120 \sim 160$  mmの条件において、高次の振動モードが励起される。その中において三角板の斜辺と底板が平行に近い  $c_U = c_D$  では、特に振動が成長し易く、不安定性が強かった。また図9(a)より、 $c_D = 180$  mm以上の底板のみを取り付けたときに振動は完全に抑制され、図9(d)より、 $c_D = 0$  mmで、 $c_U = 160$  mmの三角板のみを取り付けたときも完全に振動が抑制されることが分かる。

## 4. 考 察

実験より、水膜が振動をしているときは閉空間内部に圧力変動が発生していることが分かった。水膜はその圧力変動の影響を受けながら落下する。水膜の幅方向(z方向)は十分に広いとしてその運動を図10(a)(b)のように2次元として考える。水膜は非常に薄いと考える、水膜内部の流れは水膜の法線方向に一様なモデルとした。重力と圧力変動の影響のみを受けるとすると水膜の運動方程式および境界条件は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} &= g - \frac{p}{\rho_w a} \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{p}{\rho_w a}, v = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \eta|_{x=0} &= 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial x}|_{x=0} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

となる<sup>(22)</sup>。式(3)の第1式右辺第2項および第2式右辺は、図10(b)のように水膜右側の閉空間の圧力変動 $p$ によって水膜に及ぼす影響である。式(3)第1式の $\partial \eta / \partial x$ は、水膜の変位が小さいと考えたときの近似である。ここで、 $u, v$ は $x, y$ 方向の流速、 $\eta$ は水膜の変位、 $\rho_w$ は水の密度、 $g$ は重力加速度である。圧力変動 $p$ は前報<sup>(22)</sup>で述べたように、

$$p = P \cos \omega t \quad (4)$$

のように変動しているとする。水膜形状 $\eta$ は式(3),(4)を解くことにより、

$$\eta(x, t) = A \cos \omega t - B \sin \omega t \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{P}{\rho_w q_N \omega} \left\{ \left( \frac{2g}{\omega^2} + \frac{u_N}{g} (u(x) - u_N) \right) \sin \omega \left( \frac{u(x) - u_N}{g} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{u(x) - 2u_N}{\omega} \cos \omega \left( \frac{u(x) - u_N}{g} \right) - \frac{u(x)}{\omega} \right\} \\ B &= \frac{P}{\rho_w q_N \omega} \left\{ \left( \frac{2g}{\omega^2} + \frac{u_N}{g} (u(x) - u_N) \right) \cos \omega \left( \frac{u(x) - u_N}{g} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{u - 2u_N}{\omega} \sin \omega \left( \frac{u(x) - u_N}{g} \right) - \frac{2g}{\omega^2} \right\} \\ u(x) &= \sqrt{2gx + u_N^2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

となる。 $S = f \times T$ の値が整数値+1/4となるときに、式(6)の $B=0$ となり水膜変位 $\eta_h$ と圧力変動 $p$ が同期した振動状態になり、水膜振動が発生し易いと考えられる。

実験において計測された十分水膜振動が成長したときの圧力変動の大きさを、式(7)の $P$ に代入し、そのときの水膜形状を計算すると、図11のようになる( $a_N = 1.3$  mm,  $h = 620$  mm,  $u_N = 1.82$  m/s, 3次モード)。計算と実験結果は水面付近での振幅を除き、位相関係、振幅が良

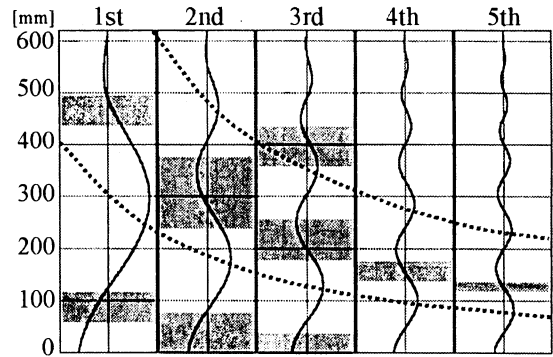


Fig. 12 Calculated mode shapes and ranges of obstacle height  $c_1$  where unstable vibration observed as in Fig. 6(a) ( $h = 620$  mm,  $u_N = 1.82$  m/s)

く一致している。

図3および4の実験結果において、乱れた水膜が水面に衝突した瞬間に、その振幅に応じて大きく圧力が変動していることから、その発生圧力 $p$ は水面での水膜の変位 $\eta_h$ に比例していると仮定する。

$$p = C \eta_h \quad (7)$$

ここで、 $C$ は係数で、水膜の厚さ、落下速度、波長などに依存していると考えられる。これが閉空間を介して上流側を揺らす圧力の元となり、水膜の乱れと閉空間の圧力はフィードバックループを形成する。

次に $h = 620$  mm,  $u_N = 1.82$  m/sでの式(5), (6)を用いた各モードを図12に示す。座標は水面に相当する図の下端から上方向を正に取っている。図には水膜の落下点に障害物の箱1段を置いたときの実験結果(図6(a))も示してある。箱の高さ $c_1$ を灰色で示す範囲にしたときに振動が発生したことを示している。破線は、水膜の変位が水面での変位と逆位相になる高さを線で結んだものである。破線近傍に箱の高さ $c_1$ があれば水膜振動は発生しない。また、逆に破線から離れた箱の高さ $c_1$ としたときには不安定化しているのが分かる。このことから、あるモードにおける水面での水膜の変位と逆位相に当たる高さ付近に段差を設けたときに、そのモードの振動発生を抑制していることが分かる。これは、水面において正(負)方向に変位した水膜が衝突して正(負)の圧力が立つとき、段差において負(正)方向に変位した水膜が衝突し負(正)の圧力が立ち、これらが相殺されて水膜を揺らす圧力が生じないことに因ると考えることができる。このことから様々な高さの段差を設けることにより、安定性を高めることができることが分かる。

水面に斜めの底板を設けたとき、高い振動抑制の効果が見られた。これは、無限段の段差を設けることに相当し、その間に含まれる全ての振動モードの抑制効果があると考えられる。上部水槽出口スリット部に三角板を取り付けたときは、図8のように水膜振動の波面が斜めになるために、水面に衝突したときの各点の変位に位相差が生じる。このとき各点で発生する圧力にも同じく位相差が生じて打ち消しあうために、振動は成長しにくい。一方、三角板の斜辺と斜め板が平行に近くなるように両方を取り付けたとき、波面の衝突時の位相が揃ってしまうため振動は発生する。

### 5. ま と め

落水膜振動の発生の主たる要因のひとつに閉空間内部の圧力変動がある。さらに、乱れた水膜が水面に衝突することで再び圧力変動を引き起こすフィードバック系となっている。

本研究では、水膜背後の閉空間内部の圧力変動と水膜の挙動を計測し、水膜の落下点における水膜の変位と圧力変動に一定の関係があることを明らかにしている。このことから、水膜最下部が水面に落下衝突したときに発生する圧力変動に、水膜の落下時間を場所によって変化させることで位相差を持たせるように水膜の上端あるいは下端に段差(図5参照)あるいは勾配(図7参照)を設けることによって、閉空間内部の圧力変動を相殺し、水膜の振動の発生を抑制することができることを実験的に示した。

### 参 考 文 献

- (1) Savart, *Ann. Chem.*, **53**, (1833), p.337.
- (2) Rayleigh Lord, On the instability of jets, *Proceedings of the London Mathematical Society*, **10**, (1878), p.4-13.
- (3) Rayleigh Lord, *Theory of Sound*. 2nd ed, Dover, (1896), p.374-384.
- (4) Squire, Investigation of the instability of a moving liquid film, *Br. J. Appl. Phys.* **4**, (1953), pp.167-169.
- (5) J.L.York, H.E.Stubbs, M.R.tek, The Mechanism of Disintegration of Liquid Sheets, *Transactions of ASME*, (1953-10), pp.1279-1286.
- (6) W.W.Hagarty, J.F.Shea, A Study of the Stability of Plane Fluid Sheets, *J. of Applied Mechanics*, (1955-12), pp. 509-514.
- (7) C.J.Clark, N.Dombrowski, Aerodynamic instability and disintegration of inviscid liquid sheets, *Proc. R. Soc. Lond. A.*, **329**, (1972), pp.467-478.
- (8) S.P.Lin, Stability of a viscous liquid curtain, *J. Fluid Mech.*, vol.**104**, (1981), pp.111-118.
- (9) Luigi de Luca, Michela Costa, Instability of a spatially developing liquid sheet, *J. Fluid Mech.*, vol.**331**, (1997), pp.127-144.
- (10) L.Daniel Sörderberg, Absolute and convective instability of a relaxational plane liquid jet, *J. Fluid Mech.*, vol.**493**, (2003), pp.89-119.
- (11) G.D.Crapper, Large amplitude Kelvin-Helmholtz waves on thin liquid sheets, *Proc.R.Soc.Lond.A.*, **342**, (1975), pp.209-224.
- (12) H. Ivan Schwartz, Nappe Oscillations, *J. of the HYDRAUL-ICS DIVISION*, (1964-11), pp.129-143.
- (13) B.Treiber, Theoretical Study of Nappe Oscillation, *IAHR/IU-TAM symposium Germany*, (1972), pp.34-44.
- (14) P.A.Kolkman, Instability of a Vertical Water-Curtain Closing an Air-Chamber, Flow Induced Structural Vibration, *IUTAM=IAHR Symposium*, (1972), pp. 17-33.
- (15) S. Ohkubo, T. Sumi, Vibration Characteristic of a Falling Water Sheet, *Prepr. of JSCE*, (1988-10)(in Japanese).
- (16) L.W.Casperson, Fluttering Fountains, *J. of Sound and Vibration*, **162**(2), (1993), pp.252-262.
- (17) H.Kyotoh, et al, INCIPIENT OSCILLATIONS OF A SHEET OF FALLING WATER AND THE INSTABILITY MECHANISMS, *J. of Hydrosience and Hydraulic Engineering*, vol.**20-1**, (2002), pp.77-93.
- (18) K.Petrikat, Vibration Tests on Weirs and Bottom Gates, *Water Power*, **190**, (1958-2), pp.52-57.
- (19) M. Hom-ma, K. Ogihara, Theoretical Analysis of Flap Gate Oscillation, *J. of JSCE*, **238**, (1975-6), pp. 43-53.
- (20) K.Ogihara, Unstable Condition of Self-Excited Oscillation of Flap Gate, *International Association for Hydraulic research*, 21st Congress, (1985-10), pp.621-626.
- (21) T. Sumi, S. Ohkubo, Vibration Characteristic of a Falling Water Sheet from a Flap Gate, *Prepr. of JSCE*, (1988-10), pp.456-457 (in Japanese).
- (22) Y. Sato, et al., Behavior of a Falling Water Sheet, *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, Series C Vol.**71**, No.709, (2005), pp.2685-2692.