日本機械学会論文集(B編) 68巻669号(2002-5)

断面積が変化する軸対称閉管内の有限振幅定在波*

川 橋 正 昭^{*1}, Md. Anwar HOSSAIN^{*2}

小塚浩二*3,平原裕行*4

Finite Amplitude Standing Wave in an Axi-Symmetric Closed Duct with Cross-Sectional Area Change

Masaaki KAWAHASHI*5, Md. Anwar HOSSAIN,

Kouji KODUKA and Hiroyuki HIRAHARA

** Department of Mechanical Engineering, Saitama University, 255 Shimo-okubo, Saitama-shi, Saitama, 338-8570 Japan

When an air-column in an axi-symmetric closed tube with constant cross-section is driven by a piston vibrating at resonant frequency at one end, finite amplitude standing wave is induced in the tube. The increase of oscillation amplitude in the tube brings about the nonlinear phenomena of wave motion, such as mean pressure distribution along the tube axis, acoustic streaming, and thermoacoustic effect. The large amplitude pressure fluctuation and the thermoacoustic effect generated by finite amplitude standing wave induced in the closed tube are principal physical phenomena in the engineering applications of the finite amplitude wave motion to acoustic compressor and thermoacoustic refrigerator. In order to develop these practical systems, it is essential to realize large amplitude oscillation in the tube. However, the increase of oscillation amplitude is limited by the acoustic saturation caused by nonlinear wave distortion which steepens wave front to shock wave. In order to avoid the acoustic saturation, axi-symmetric tubes with cross-sectional area contraction toward the closed end are used. Basic characteristics of wave motion in the tubes with area change have been discussed with linear acoustic theory. Finite amplitude wave motions generated in different shape tubes have been analyzed numerically and compared with experimental results. Fundamental knowledge and estimation for the development of the acoustic compressor have been given from the results obtained.

Key Words: Acoustic Resonance, Finite Amplitude Wave, Shockless Resonance, Acoustic Compressor

1. 緒 言

環境問題や特殊使用条件を考慮した次世代冷凍機と して、熱音響効果を利用した冷凍機や、冷媒を選ばな い音響冷媒圧縮機の開発が進んでいる.これらは、い ずれも閉管内の有限振幅定在波に伴う現象を基本原理 としており、実用的システムの構築には共通の問題点 を含んでいる.管内線形音響波動については古典的問 題として十分な解析がなされているが、軸方向に断面 積が変化する管内の有限振幅波動状態の定在波現象に ついては、十分解析されていない.したがって、熱音 響冷凍機や音響圧縮機の開発・設計に関連して閉管内 有限振幅波動現象についての詳細な解析が求められて いる.

管内音響定在波の振幅増加に伴って顕在化してくる いくつかの現象については古くから知られており、な

*2 学生員, 埼玉大学大学院.

E-mail: mkawa@mech.saitama-u.ac.jp

かでも音響流と呼ばれる二次のオーダの定常循環流 や、平均圧力分布の発生については、19世紀後半の Rayleigh-Dvorak の研究まで遡る. その後音響流に ついては Lighthill⁽¹⁾による詳細な解析があり、定常 圧力分布については Ingard⁽²⁾による高次モードにお ける平均圧力分布に関する報告がある。最近では、有 限振幅波領域での音響流特性についての詳細な解析が 著者らによってなされている(3)(4). 一方, 熱音響効果 については、Rott による一連の研究(5)~(7)や、Merkli-Thomann⁽⁸⁾による実験および解析があり、その後の 熱音響エンジン(9)や熱音響冷凍機(10)(11)への応用研究 につながっている. さらに管内気柱大振幅振動に伴っ て生じる圧力変動の直接応用としては、Kawahashi~ Suzuki⁽¹²⁾による噴流励振共振管を用いた高温・高圧 気体分離装置や、最近 Lucas⁽¹³⁾ によって提唱された 音響圧縮機がある。これらの管内有限振幅波動現象の 工学的応用において最も注目すべき問題は、管内気柱 の共振点近傍における衝撃波の発生である。衝撃波が 発生する領域では,駆動源入力の増加に対する圧力変 動振幅の増加割合が急速に減少する音響飽和が生じ, 熱音響効果も減衰することが知られている(®).閉管内

^{*} 原稿受付 2001年2月26日.

^{*&}lt;sup>1</sup> 正員, フェロー, 埼玉大学工学部(338-8570 さいたま市下 大久保 255).

^{*3} 富士重工業(株)スバル技術本部.

^{*4} 正員, 埼玉大学工学部.

気柱の共振点近傍における衝撃波発生については, Chester⁽¹⁴⁾による説明が広く受け入れられており,実 験による検証⁽¹⁵⁾もなされている。最近の熱音響冷凍 機や音響圧縮機開発に関連して,衝撃波の発生を抑制 する観点から,改めて衝撃波発生のメカニズムについ ての研究がなされている。それらでは,軸方向に断面 積が変化する軸対称管内の気柱振動波形の高調波成分 と,管形状から定まる高次固有振動モードとの関係を 解析し,高調波成分の成長または減衰から衝撃波発生 の抑制の可能性について論じている^{(16)~(18)}.

本研究では、音響圧縮機に用いられるピストン駆動 音響管内の有限振幅定在波状態において、衝撃波の発 生が抑制され、大振幅圧力変動を実現する管形状を検 討するために、その基礎的波動現象を解析することを 目的としている.はじめに、ピストン駆動面から閉端 に向かって断面積が指数関数状に縮小する軸対称管内 の波動現象について線形理論に基づき検討する.さら に、いくつかの基本的断面積変化管形状について、管 内有限振幅波動現象の一次元モデルに基づく数値解析 と実験検証を行う.対象とした管形状は、直円管、指 数関数状断面積縮小管および円すい状断面積縮小管で ある.

2. 計算モデル

音響圧縮機では、一端を閉止、他端でピストン駆動 する閉管で、ピストン端より閉端に向かって断面が縮 小する軸対称音響管が用いられる.音響管内の波動現 象は、管軸方向断面縮小の形状関数、断面縮小比、ピ ストン振動変位振幅などによって変化する.このと き、閉端での圧力変動振幅によって定まる圧縮比が、 圧縮機に適用するときの基本動作条件となる.はじめ に、このような音響管内の気柱共振周波数や定在波モ ードが、断面縮小比によってどのように変化するかに ついて、損失を無視した線形理論に基づき明らかにし ておく、管形状は、断面積変化音響管の基本的形状の 一つである指数関数管を考える.

管軸方向に断面積が変化する管内の平面波伝ばにつ いての線形波動方程式は,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{S} \frac{dS}{dx} \right) \right]$$
.....(1)

で表される.ここで, u は変動速度, c は音速, S は 断面積, t は時刻, x は管長さ方向座標である.式 (1)が, ピストン駆動により生じる断面縮小閉管内の 定在波状態について解かれる.指数関数状断面縮小管 は,上式右辺に含まれる断面積変化率

$$\frac{1}{S} \frac{dS}{dx}$$

が一定となる特徴を有している。境界条件は、 $x=0(ピストン端): u=u_0 \cos \omega t$ x=l(閉端) : u=0

·····(2)

である. ここで, *l* は音響管長さ, *u*₀ はピストン振動 速度振幅, ω はピストン振動角周波数である.

指数関数状縮小管の形状関数は,

であり, S_pはピストン面積, S₀は閉端面積である. 管内気柱の正弦波状振動を仮定して,

u=*u*(*x*) exp(*iωt*) ·····(4)
 とし, 波動方程式(1)に代入して時間項を消去すれ
 ば.

$$\frac{d^{2}u(x)}{dx^{2}} + m\frac{du(x)}{dx} + k^{2}u(x) = 0$$
 ………(5)
が得られる.ここで、 $k^{2} = \omega^{2}/c^{2}$ である.式(5)の-
般解は.

$$\alpha = -\frac{m}{2} + i\sqrt{k^2 - \frac{m^2}{4}}, \quad \beta = -\frac{m}{2} - i\sqrt{k^2 - \frac{m^2}{4}}$$

である. また A, B は境界条件式(2)より定まる定数 であり、

$$A = -\frac{u_0 \exp(\beta l)}{\left[\exp(\alpha l) - \exp(\beta l)\right]}$$
$$B = \frac{u_0 \exp(\alpha l)}{\left[\exp(\alpha l) - \exp(\beta l)\right]}$$

となる。これらの関係より,指数関数状縮小管内の気 柱共振角周波数,

$$\omega_0 = \sqrt{c^2 \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 + \frac{c^2 m^2}{4}} \cdots (7)$$

が得られる.ここで, n は次数を表す.

本計算では損失を無視しているため、共振点での変 動速度振幅および変動圧力振幅の値を求めることはで きないが、生じ得る定在波モードは、以下の関数で示 される、変動速度振幅の定在波モードは、

mode (u): $-u_0[\exp(\alpha x) - \exp(\beta x)]$ …(8) で表される。圧力変動振幅定在波モードについては, 微小振幅仮定の運動方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$
 (9)

の関係から,

mode
$$(p)$$
: $-i\omega\rho_0 u_0 \left[\frac{1}{\alpha}\exp(\alpha x) + \frac{1}{\beta}\exp(\beta x)\right]$
.....(10)

が得られる. ここで, *p*は圧力, *ρ*は密度, *ρ*₀は管内 平均密度である.

次に,実際の音響圧縮機の音響管内で生じる有限振 幅定在波についての数値解析モデルについて述べる. 本解析条件における管内定在波現象では,直管を基準 としたストークス数 S

が十分大きく, また Merkli-Thomann[®] による振動 レイノルズ数

$$A = \frac{2u}{\sqrt{y\omega}} \qquad (12)$$

の値が臨界値 $A_c \approx 400$ 以下であり, 振動境界層は層 流と仮定されることから, 振動境界層(ストークス層) 厚さるは,

このような条件のもとで,軸方向に断面積が変化す る管内の有限振幅波動の基礎方程式は,保存系により 以下のように表される.

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ E \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + \rho \\ (E + p)u \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ p \frac{\partial S}{\partial x} + F \\ Fu \\ Fu \end{bmatrix}$$
.....(15)

であり,

$$F = \frac{4}{3}\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f$$

とした.ここで、Eは全エネルギー、pは圧力、Sは 断面積である. μ は粘性係数、f は壁摩擦である.上 式が、時間二次精度、空間四次精度の Mac-Cormack 法に相当する Turkel⁽¹⁹⁾の方法、すなわち予測子・修 正子の計算における後退差分・前進差分の組合せを1 時間刻み Δt ごとに入れ替える計算法を適用して解か れる.なお波形ひずみを伴う有限振幅波動の一次元解 析における壁摩擦については、周波数依存非定常壁摩 擦を考慮する必要があり、壁摩擦項 f は、



Fig. 1 Rate of cross-sectional area change in various acoustic tubes

で表される.ここで、
$$f_0$$
は瞬時レイノルズ数
 $Re = \frac{uD}{v}$

から求まる項であり, 非定常項である f' については, Trikha⁽²⁰⁾ により示された

についての近似計算法を適用した.ここで,Wは時 間に関する重み関数である.

計算は、上述の音響管形状と同様に一端が閉止、他 端がピストン駆動端の閉管で、ピストン端より閉止端 に向かって断面が縮小する軸対称管内の一次モード (1/2 波長共振相当)の有限振幅定在波を対象とする。 境界条件は、式(2)と同様とする。管形状については 図1に示すように、断面積変化率一定の指数関数状断 面縮小管に加え、断面積変化率が閉端に向かって急速 に増加する円すい状断面縮小管と、比較のために直管 を加える。ピストン振動変位振幅 d₀ は実験との比較 を考慮して、d₀=10~100 μm の範囲とする。

共振周波数は、管長,断面積比(S_p/S₀)および管形状 によって異なるが,指数関数状および円すい状縮小管 については,線形理論から求まる各断面積比に対する 値を初期値とし,その値の近傍について閉端圧力振幅 が最大となる周波数とする.

実験装置および方法

本実験は、断面縮小音響管内の共振時における、衝 撃波発生が抑制された有限振幅波動の基本現象の確認 と、数値解析結果との比較検討を目的としているため、 単純な条件で行っている.すなわち、気体は空気、管 内初期圧は大気圧である.実験では、音響管内気柱が、 ピストンにより共振周波数で駆動され、有限振幅定在 波状態となる.

実験装置の概略図が図2に示されている。用いた音



Fig. 2 Schematic diagram of experimental set up

響管形状は,断面積一定の直管と,衝撃波発生が抑制 される指数関数状断面縮小軸対称管および円すい状断 面縮小軸対称管である。いずれの音響管も,管長 300 mm のアクリル製で,ピストン径は 100 mm,断面縮 小管の閉端内径は 10 mm である。したがって,断面 縮小管の断面積比 (S_P/S_0) はいずれも 100 となる。

ピストンは、駆動用に用いた加振機のヘッドへの取 付部と一体形のアルミニウム製であり、音響管駆動部 でOリングによりシールされる. 駆動周波数は、シン セサイザにより0.01 Hz の精度で調整される.音響 圧縮機で高圧縮比を得るには、100~300 μm 程度のピ ストン振動変位振幅 da が必要となる.しかし、本実 験条件では作動気体として空気を用いたため、断面縮 小管の共振周波数が約700 Hz 程度になり、用いた加 振機の仕様上、ピストン振動変位振幅の上限は 10 μm 程度に制限される.なお、ピストン振動変位は渦電流 式ギャップセンサにより、0.1 μm の精度で計測され る.また、各種形状の音響管閉端における圧力変動波 形および振幅が、ピエゾ形圧力変換器を用いて調べら れる.

4. 計算および実験結果

はじめに,線形理論に基づく結果について示す.式 (7)および式(8)と式(9)から求められる,断面積比 (S_p/S_0)に対する一次モード(1/2 波長共振相当)の共 振周波数,および変動速度振幅と圧力変動振幅の分布 パターンが,図3および図4に示されている.計算条 件としては,管内空気の平均圧力は大気圧,温度は窒 温である.図3中の共振周波数は断面積一定の管につ いての値で無次元化されており,図4の定在波モード についてはピストン面における各値で無次元化されて いる.

これらの結果より, 共振周波数は, 断面積比の増加



Fig. 3 Change of theoretical first resonant frequency for area ratio in acoustic tube with exponential area contraction



Fig. 4 Velocity and Pressure distributions of first mode oscillation in acoustic tube with exponential area contraction

とともに $\ln(S_p/S_0)$ に比例して増加する傾向を示し, 定在波モードについては,断面積比の増加とともに, 速度変動振幅の腹部は閉端側に,圧力変動振幅の節部 はピストン側に近づいていく.また,閉端圧力変動振 幅は,ピストン面での圧力変動振幅の $(S_p/S_0)^{1/2}$ 倍と なることがわかる.

次に,有限振幅定在波についての数値解析結果を, 線形理論による値および実験値と比較して示す.計算 条件は,線形理論による場合と同様とし,初期管内圧 力は大気圧,温度は室温である.各種管形状における 断面積比に対する共振周波数の変化が,図5に示され ている.

この結果,指数関数状断面縮小管については,数値 解析結果と図3に示した線形理論による結果とがよく 一致することを示している.また,一定条件のみでは あるが,これら計算結果は実測値ともよく一致するこ とを示している.1/2波長共振時のモードでは,管長 方向中央で圧力変動振幅の節部が現れる.有限振幅波 動では,完全な節とはならないが振幅が極小を示す節 部相当位置が現れる.図6に,節部および節部相当の 位置についての計算結果を示す.この結果において も,数値解析結果と線形解がよい一致を示しているこ とがわかる.

次に各種管形状に対する,共振時の管内波動状態に ついて調べる.はじめに,ピストン変位振幅に対する 管閉端圧力変動振幅の変化を,図7に示す.この結果, いずれの管形状においても,ピストン振幅の増加に対 する圧力振幅の増加傾向は,ピストン振幅が小さい範 囲で圧力振幅の増加割合が大きく,その後急速に減少



Fig. 5 Change of first resonant frequency obtained numerically for area ratio in different shape tubes (1=300 mm, d₀=10 µm)



Fig. 6 Change of node position for area ratio in different shape tubes $(d_0=10 \,\mu\text{m})$

する傾向, すなわち音響飽和と呼ばれる状態になる. 特に断面一定の管においては, ピストン振幅が小さい 領域から音響飽和が現れる.音響飽和は圧力変動波形 の非線形ひずみによってもたらされ,特に断面一定管 においては,管内に伝ば衝撃波が現れることにより生 じる.そこで,はじめに断面一定管内の波動現象につ いて調べる.図8に,ピストン振動変位振幅10μmに おける閉端圧力変動波形の計算結果と実験結果が示さ



Fig. 7 Change of pressure amplitude at closed end for piston vibration amplitude in different shape ducts (exponential and conical tubes: $S_P/S_0 =$ 100)



Fig. 8 Pressure history at closed end of straight tube in comparison with experimental result ($d_0=10$ µm)



Fig.9 Wave diagram of first resonant oscillation in straight tube





Fig. 10 Pressure histories at closed end of tubes with area contraction $(d_0=10 \ \mu m, S_P/S_0=100)$

れている.計算結果は発達した衝撃波面を有する圧力 変動を示しており,実測値も計算結果と同様な傾向を 示している.伝ば衝撃波を伴う管内波動は,計算結果 を波動線図(圧力等高線図)で表示することにより理解 される.断面一定管内の波動線図の例が,図9に示さ れている.本計算では,ピストン変位振幅0.1 μm以 上でこのような衝撃波の発生が確認される.

次に、断面縮小管内の波動状態についての結果を示 す.図10に、管形状による閉端での圧力変動波形計 算結果および実測値が示されている。断面積比は100, ピストン変位振幅は10μmである。この結果、図8と 異なり、衝撃波の発生を伴わないほぼ正弦波状の圧力 変動となることがわかる。また、計算結果は実測値と よく一致している。圧力変動振幅は、円すい状断面縮 小管のほうがやや大きくなる。同一断面積比では、ピ ストン変位振幅を100μmにしても、波形ひずみは増 加するが衝撃波の発生は見られない。

一方,同一ピストン振幅に対して,断面積比(S_P/S₀) の値が小さくなると,圧力変動振幅は減少し,ある値 以下で管内に衝撃波が形成される.断面積比に対する 音響管圧縮機動作における吐出圧力と吸入圧力の関係 を表す圧縮比,すなわち閉端での圧力変動の最大値と 最小値の比の関係、および衝撃波発生限界が図11に



Fig. 11 Change of compression ratio at closed end for area ratio in different shape tubes



Fig. 12 Change of pressure wave form by increasing piston displacement amplitude (exponential tube, S_P/S_0 =100)

示されている. ピストン変位は, 10 μm および100 μm である. 衝撃波が発生する断面積比の値の限界は, ピ ストン変位振幅および管形状によって異なる. この結 果, ピストン振幅が小さい場合は, 管形状によらず衝 撃波発生領域はほぼ同じであるが, ピストン振幅の増 加とともに衝撃波発生領域は管形状に依存することが 示されている. また, 圧縮比の増加割合はピストン変 位 10 μm では断面積比 3 程度から減少し, ピストン変 位 100 µm では断面積比 7~10 程度から急速に減少し ており、断面積比増による圧縮比増加の効果には限界 があることがわかる. 圧縮比は全領域で指数関数状縮 小管のほうが円すい状縮小管に比べて大きくなる. こ れらの結果は、管内に衝撃波が発生するメカニズムと、 断面積が変化する管内の波動伝ば特性に関係している と考えられる. 前者については、前述のように管形状 によって高次モード固有振動数の現れ方が異なること による波形ひずみの変化が関係すると考えられる. 後 者については、断面積比によって変化する波動伝ばの カットオフ周波数の影響が考えられる. しかし、これ らの説明は十分ではなく、詳細については今後実験に よる検証と併せて解析していく必要がある.

図11では、ピストン振幅 100 µm までの範囲で衝撃 波の発生限界が示されているが、ピストン振幅を大幅 に増加させると、断面積比の大きな値に対しても衝撃 波が発生する可能性がある。断面積比 100 に対して、 ピストン振幅を増加させたときの閉端圧力波形が、図 12 に示されている。この結果、ピストン振幅の増加と ともに波形ひずみが増加し、振幅 500 µm で衝撃波の 発生が見られ、圧力変動振幅も減少していることがわ かる。

5. 結 言

断面縮小閉管内の基礎的波動現象について,線形理 論によりその特性を明らかにするとともに,有限振幅 定在波についての一次元モデルによる数値解析を行 い,2種類の特徴的な断面縮小軸対称管内の基本的な 波動現象を調べた。さらに,実測値と解析結果との比 較検討を行った。その結果,以下の点が明らかにされ た.

(1) 指数関数状断面積縮小管内に生じる一次共振 周波数や定在波モードについては,線形理論により予 測される値が数値解析結果や実測値とよく一致する.

(2) 断面縮小管内の有限振幅定在波についての数 値解析により以下のような結果が得られた。

(i) 断面積比の増加により衝撃波の形成が抑制さ れ,断面積比およびピストン変位振幅の増加に比例し てほぼ正弦波状を保ちながら圧力変動振幅が増加する が,ピストン振幅の大幅な増加とともに,再び衝撃波 の発生が見られる.

(ii) 断面積変化率が全長にわたって一定の指数関数状断面縮小管と,閉端部で急激に増加する円すい状断面縮小管における,同一ピストン振幅および断面積比での管内波動では,閉端圧力変動振幅は後者のほうがやや大きくなるが,圧縮比は前者のほうが大きくな

る.

(iii) 圧縮比の値は, 断面積比の増加とともに増加 するが, ピストン変位 10 μm のとき面積比 5~10 の範 囲で, ピストン変位 100 μm のとき面積比 10~20 の範 囲でほぼ飽和する.

本研究は、科学研究費補助金(課題番号 11450070 お よび課題番号 12555045)による研究の一部としてなさ れたことを記して、謝意を表する。また、実験実施に 際しては、本学卒業生 瀬尾則善君の協力を得たこと に謝意を表する。

文 献

- (1) Lighthill, J., Acoustic Streaming, J. Sound Vib., 6-13 (1978), 391-418.
- (2) Ingard, U., Second-Order Pressure Distribution in an Acoustic Normal Mode in a Rectangular Cavity, AJP, 39(1971), 811-813.
- (3) Kawahashi, M. and Arakawa, M., Nonlinear Phenomena Induced by Finite-Amplitude Oscillation of Air Column in Closed Duct (analysis of acoustic streaming), JSME Int. J., Ser. B, 39-2(1996), 280-286.
- (4) 荒川雅裕・川橋正昭, 管内気中振動におけるストークス 層内音響流流速分布の解析, 機論, 61-587, B(1995), 2514-2521.
- (5) Rott, N., The Influence of Heat Conduction on Acoustic Streaming, Z. Angew. Math. Phys., 25(1974), 417-421.
- (6) Rott, N., The Heating Effect Connected with Non-Linear Oscillations in a Resonance Tube, Z. Angew. Math. Phys., 25(1974), 619-634.
- (7) Rott, N., Thermally Driven Acoustic Oscillations, part
 3: Second-Order Heat Flux, Z. Angew. Math. Phys., 26 (1975), 43-48.
- (8) Merkli, P. and Thomann, H., Transition of Turbulence in Oscillating Pipe Flow, J. Fluid Mech., 68(1975), 567-575.
- (9) Wheatley, J., ほか3名, An Intrinsically Irreversible Thermoacoustic Heat Engine, J. Acoust. Soc. Am., 74 (1985), 153-170.
- (10) Herman, C. and Wetzel, M., Design of a Thermoacoustic Refrigerator—A Case Study, Thermodynamic and the Design, Analysis, and Improvement of Energy Systems, (ASME), AES-35(1995), 195-203.
- Swift, G. W., Thermoacoustic Engines and Refrigerators, *Phys. Today*, (1995), 22–28.
- (12) Kawahashi, M. and Suzuki, M., 1981, Temperature Separation Produced by a Hartmann-Sprenger Tube Coupling a Secondary Resonator, *Int. Heat Mass Transf.*, 24-12(1981), 1951-1958.
- (13) Lucas, T., Acoustic Compressors, Proc. 1993 Non-Fluorocarbon Refrig. Air-Cond. Technol. Workshop, June 23-25, (1993), 43-50.
- (14) Chester, W., Resonant Oscillation in Closed Tubes, J. Fluid Mech., 18(1964), 44-64.
- (15) Donald, B. C., Experimental Investigation of Finite-Amplitude Acoustic Oscillations in a Closed Tube, J. Acoust. Soc. Am., 52(1972), 1024-1036.
- (16) Lawrenson, C., ほか 4 名, Measurements of Macrosonic Standing Waves in Oscillating Closed Cavities, J. Acoust. Soc. Am., 104(1998), 623-636.

- (17) Ilinskii, Y. A., ほか4名, Nonlinear Standing Waves in an Acoustic Resonator, J. Acoust. Soc. Am., 104 (1998), 2664-2674.
- (18) Elvira-Segura, L. and Riera Fanco de S. E., Experimental and Numerical Study of Finite-Amplitude Standing Waves in a Tube at High Sonic Frequencies, *J. Acoust. Soc. Am.*, **104** (1998), 708-714.
- (19) Turkel, E., On the Practical Use of High-Order Methods for Hyperbolic System, J. Comput. Phys., 35 (1980), 319-340.
- (20) Trikha, A.K., An Efficient Method for Simulating Frequency-Dependent Friction in Transient Liquid Flow, J. Fluid Eng., (1975), 97-105.