

## 摩擦系応答スペクトルを用いた配管系の等価減衰比推定法\*

渡 邊 鉄 也<sup>\*1</sup>, 鈴 木 浩 平<sup>\*2</sup>

## Estimation of Equivalent Damping Ratio using Friction Response Spectrum

Tetsuya WATANABE<sup>\*3</sup> and Kohei SUZUKI<sup>\*3</sup> Saitama University, Dept. of Mechanical Engineering,  
Shimo-Okubo 255, Urawa Saitama, 338-8570 Japan

This report deals with the seismic response behavior of piping systems in industrial facilities such as petro-chemical, oil refinery and nuclear power plants. Piping is generally put on the supporting structures. Therefore, frictional vibration occurs between piping and supporting system during seismic excitation. Special attention is focused on this nonlinear frictional dynamic responses of piping systems due to frictional vibration appearing among piping and supporting devices. Mock-up piping structure model is excited by large scale shaking table. FEM model is made from the mock-up piping of shaking test, and modal parameters of linear system are calculated. Equivalent damping ratio is estimated from friction response spectra. The maximum responses calculated by linear analysis using equivalent damping ratio are compared with the maximum responses obtained by experiment.

**Key Words:** Vibration, Nonlinear Analysis, FEM Model, Friction Response Spectrum, Equivalent Damping Ratio, Seismic Design

## 1. 結 言

プラント施設内に設置されている配管は一般に架構上に支持されており、地震等の振動入力に加わると、配管が架構上をしゅう動する摩擦現象が生じ、その挙動は複雑なものとなる<sup>(1)</sup>。摩擦は振動エネルギーを散逸し、応答を低減させる効果があり、その効果を利用すれば耐震性を向上させることが可能となる。著者らは過去の研究<sup>(2)</sup>において、摩擦支持配管系の最大応答を推定するために、「摩擦系応答スペクトル」を提案し、振動試験から得られた結果と比較することにより、その妥当性を検証した。しかし、摩擦系応答スペクトルを算出する場合には、一自由度摩擦系の非線形応答計算を行わなくてはならず、最大応答をより簡単に推定するには、摩擦による減衰効果を等価減衰として扱うほうが好ましい。

摩擦系の等価減衰比の推定に関しても著者らは研究<sup>(3)</sup>を行ってきた。ここでは、1周期当たりに摩擦が散逸するエネルギーを線形系での減衰による散逸エネ

ルギーと等しいと仮定して等価減衰比を算出しているため、調和振動に対しては有効であるが、不規則振動に対しては適用できない。そこで、本研究では、摩擦系応答スペクトルを線形系の応答スペクトルで適合し、等価減衰比を推定する。そして、推定された等価減衰比を用いて線形系の応答計算を行い、得られた最大応答を振動試験から得られた最大応答と比較し、等価減衰比推定方法の妥当性を検証する。また、摩擦系応答スペクトルは非線形系の応答計算から得られるため、線形のスペクトルによる曲線適合には限界が生じる。特に、非線形性が強い場合には線形のスペクトルには適合しない。そこで、等価減衰比の推定可能範囲を明らかにする。

## 2. 摩擦系応答スペクトル

**2・1 摩擦支持配管系** 等価減衰比推定結果の妥当性を検証するために、著者らが行ってきた摩擦支持配管系の振動試験<sup>(4)</sup>の結果を用いる。試験体はプラントの実配管を想定し、図1に示すような配管系を用いた。配管の一次モードと二次モードを同時に励起させるために管軸方向を加振方向に対して45°の方向に設置した。摩擦部は図1中のF印に設置されている。入力波は、3 Hz と 8 Hz に卓越成分をもつ狭帯域ラン

\* 原稿受付 1999年7月27日。

<sup>\*1</sup> 正員、埼玉大学工学部(☎338-8570 浦和市下大久保255)。<sup>\*2</sup> 正員、東京都立大学工学部(☎192-0397 八王子市南大沢1-1)。

E-mail: watanabe@mech.saitama-u.ac.jp

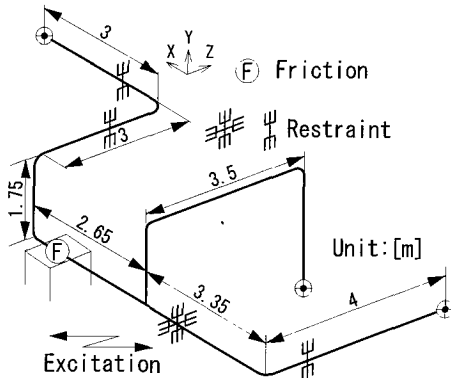


Fig. 1 Mock-up piping for testing

ダム波と実地震波として兵庫県南部地震波を用いた。

**2・2 応答スペクトル** 最大応答を簡単に推定する方法として、応答スペクトル法<sup>(5)~(7)</sup>が用いられているが、摩擦が介在する配管系に対しても、簡単に推定できるように、摩擦系応答スペクトルを提案した<sup>(2)</sup>。

摩擦系の運動方程式は、モード分離<sup>(8)</sup>が可能な場合には、

$$\ddot{q} + 2\zeta\omega\dot{q} + \omega^2 q = -\beta\ddot{u}_g - F^* \text{sign}(\dot{q}) \quad \cdots (1)$$

のように表される。ここで、 $q, \zeta, \omega, \beta, F^*$ は、それぞれ、モード変位、モード減衰比、モード固有振動数、刺激変数、摩擦力である。また、 $\text{sign}$ は符号関数である。次に、

$$\beta\ddot{u}_g = \ddot{U}_g \quad \cdots (2)$$

とおくと、

$$\ddot{q} + 2\zeta\omega\dot{q} + \omega^2 q = -\ddot{U}_g - F^* \text{sign}(\dot{q}) \quad \cdots (3)$$

となり、一自由度摩擦系の運動方程式と等しくなる<sup>(9),(10)</sup>。次に摩擦力を入力加速度で除した値を $\alpha$ とすると、 $\alpha$ が一定の場合にはしゅう動が開始する時刻が同一となる。

$$\alpha = \frac{|F^*|}{|\ddot{U}_g|_{\max}} \quad \cdots (4)$$

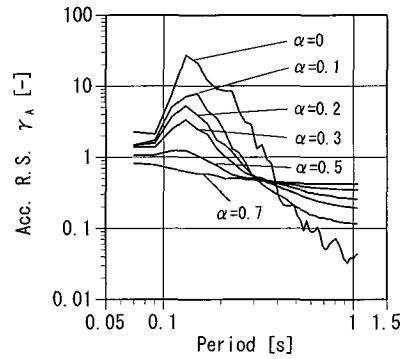
ここで、応答スペクトルの縦軸を相対変位の応答倍率とする場合には、

$$\gamma_D = \frac{|q|_{\max}}{|\ddot{U}_g|_{\max}} \quad \cdots (5)$$

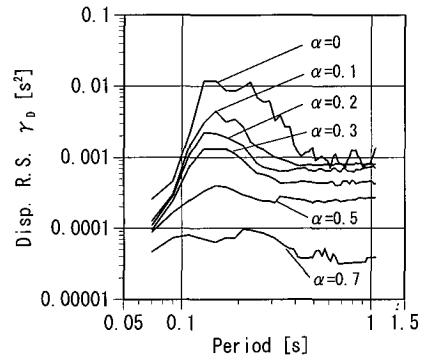
絶対加速度の応答倍率にする場合には、

$$\gamma_A = \frac{|\dot{Q}|_{\max}}{|\ddot{U}_g|_{\max}}, \quad \dot{Q} = \dot{q} + \ddot{U}_g \quad \cdots (6)$$

とすると、 $\alpha$ が一定値の場合には応答倍率は一定となる。したがって、入力加速度、 $\alpha$ 、刺激係数 $\beta$ 、固有モードが決定できれば最大応答を容易に推定できる。



(a) Spectra of acceleration



(b) Spectra of displacement

Fig. 2 Friction response spectrum

著者らが提案した摩擦系応答スペクトル<sup>(2)</sup>の応答倍率は分母を $F^* + \ddot{U}_{g\max}$ としていたが、 $\ddot{U}_{g\max}$ としても $\alpha$ が一定値の場合には応答倍率は一定となるため、ここでは式(5)、(6)を用いることにする。

図2に減衰比 $\alpha$ が0.0の場合の加速度と変位の摩擦系応答スペクトルを示す。

### 3. 等価減衰比の推定

摩擦による減衰効果を等価減衰比で評価する方法はいくつかある<sup>(11)~(13)</sup>。ここでは一般的な方法を2種類挙げる。一つは、調和振動時に摩擦が1周期当たりに散逸するエネルギーと粘性減衰が1周期当たりに散逸するエネルギーを等価とする方法である。すなわち、 $F, q, c, \omega$ をそれぞれ、摩擦力、変位、減衰係数、固有振動数とすると次式から $c$ を算出する方法である。

$$4Fq = \pi c \omega q^2 \quad \cdots (7)$$

もう一つは、摩擦による散逸エネルギーとひずみエネルギーから算出する方法である。 $E_D, E_T$ をそれぞれ摩擦による散逸エネルギー、ひずみエネルギーとすると、次式から等価減衰比 $\alpha$ を算出する。

$$\zeta = \frac{E_D}{4\pi E_T}, \quad E_D = 4Fq, \quad E_T = \frac{1}{2}kq^2 \dots \dots (8)$$

両者はともに調和振動に対して成り立つものであり、不規則振動には適用されないのが一般的である。そこで、本研究では、不規則振動入力における摩擦系応答スペクトルと線形系応答スペクトルを等価と仮定して等価減衰比を推定する方法を提案する。すなわち、線形一自由度系の応答計算を行い、その最大応答と、摩擦系応答スペクトルから得られる最大応答が等しくなるような減衰比を算出する。これにより、不規則振動に対しても適用可能な等価減衰比が得られる。

**3・1 等価減衰比推定方法** モード分離された摩擦系の運動方程式は、式(1)のように表され、加速度の摩擦系応答スペクトルは式(6)となる。一方、線形系の運動方程式は

$$\ddot{q} + 2\zeta\omega\dot{q} + \omega^2q = -\ddot{U}_g \dots \dots (9)$$

であり、加速度の応答スペクトルは

$$\gamma_L = \frac{|\ddot{Q}|_{\max}}{|\ddot{U}_g|_{\max}} \dots \dots (10)$$

となる。ここで、式(6)と(10)の  $\ddot{Q}_{\max}$  が等しければ最大応答は等しいことになるので、摩擦系応答スペクトルと式(10)が適合するようなどを求めれば、 $\zeta$  が等価減衰比となる。摩擦系応答スペクトルに適合させる線形系応答スペクトルは関数で与えられていないので、通常の最小二乗法は適用できない。そこで、適合させる線形系応答スペクトルを、

$$\left\{ \frac{|\ddot{Q}|_{\max}}{|\ddot{U}_g|_{\max}} \right\} = \{Z^*\} \dots \dots (11)$$

とし、 $\{Z\}$ 、 $\{Z^*\}$ 、 $\{\theta\}$ 、 $\Delta\zeta$  をそれぞれ、摩擦系応答スペクトル、線形系応答スペクトル、感度ベクトル、減衰比変化量とすると、摩擦系応答スペクトルは

$$\{Z\} = \{Z^*\} + \{\theta\}\Delta\zeta \dots \dots (12)$$

のように表せると仮定する。 $\{\theta\}$  は減衰比を微量量変化させたときの線形系応答スペクトルの変化量を表している。線形系応答スペクトル  $\{Z^*\}$  は初期減衰比  $\zeta$  のときの線形系応答スペクトルであり、減衰比変化量は、

$$\Delta\zeta = \frac{\sum_{i=1}^n (Z_i - Z_i^*)}{\sum_{i=1}^n \theta_i} \dots \dots (13)$$

のように求められる。ここで、 $\{Z\}$  と  $\{Z^*\}$  の差が大きい場合には、 $\zeta = \zeta + \Delta\zeta$  として  $\{Z^*\}$  を計算し、 $\{Z\}$  と  $\{Z^*\}$  の差が最小になるまで、式(12)、(13)を繰返す。図3に繰返し計算のフローを示す。

### 3・2 等価減衰比推定結果

#### 3・2・1 入力レベルによる $\alpha$ の変化

図4に狭帯

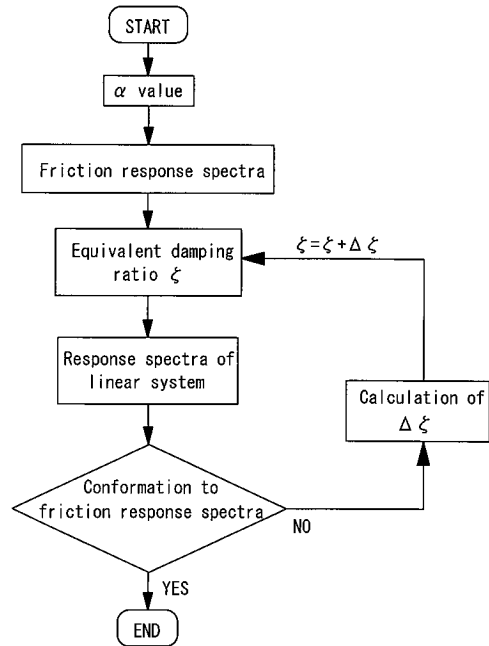


Fig. 3 Flow chart for calculation

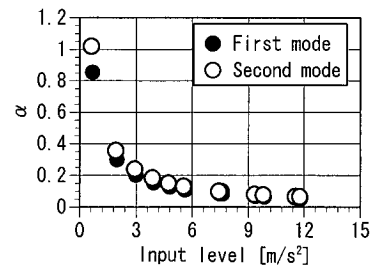


Fig. 4  $\alpha$  value with respect to input level

域ランダム波の場合の入力レベルによる  $\alpha$  の変化を示す。入力レベルが増加するにつれ、 $\alpha$  の値は減少している。したがって、摩擦による減衰効果は入力レベルの増加につれ低下している。また、一次モードと二次モードを比較すると顕著な差は見られない。これは、配管の一次モードと二次モードを同時に励起させる目的で、配管の軸方向を加振方向に対して  $45^\circ$  に設置しているためである。

**3・2・2 等価減衰比の推定結果** 図5に狭帯域ランダム波入力の場合の一次モードの摩擦系応答スペクトルを線形系応答スペクトルで適合させた結果を示す。摩擦が作用しない線形条件での振動試験から1次の減衰比が0.019と得られており、摩擦系応答スペクトルの計算では系の減衰比を0.019とした。図5の摩擦系応答スペクトルは、 $\alpha=0.103$  の場合であり、線形

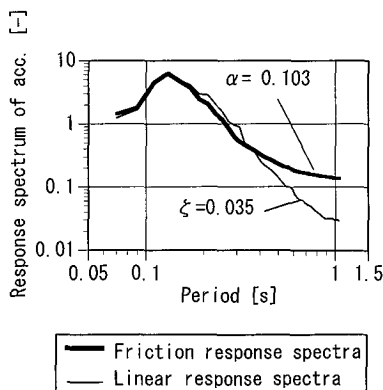


Fig. 5 Estimation of equivalent damping ratio

系応答スペクトルで適合させたとき、減衰比は0.035であった。したがって、 $\zeta=0.035$ が求める等価減衰比である。適合結果は摩擦系応答スペクトルと良好に一致しており、特に応答が卓越している周期でよく一致している。しかし、0.4秒以上の周期で摩擦系と線形系のスペクトルに大きな差が生じている。したがって、卓越周期よりも十分に長い周期領域においては、等価減衰比の推定は不可能である。

**3・2・3 最大応答の推定** 等価減衰比を用いて、線形系での応答解析より得られた応答スペクトルから最大応答を算出し、試験結果との比較を行った。表1に計算で使用したパラメータを示す。

図6に狭帯域ランダム波入力の場合の入力レベルによる摩擦部X方向の最大加速度応答を示す。モードの重ね合せはSRSS法を用いた。図7には兵庫県南部地震波の場合のX方向の最大加速度応答を示す。これらの図から、等価減衰比を用いて算出した最大応答は実験結果と良好に一致している。

#### 4. 等価減衰比の適用範囲

入力レベルに対して摩擦力が大きく非線形性が強い、すなわち $\alpha$ の値が大きい場合には、線形系応答スペクトルによる等価減衰比の推定は適用できないため、誤差が大きくなる。また、この誤差は周期によって異なっている。ここでは、 $\alpha$ の値と適用範囲の関連を明らかにする。

摩擦系応答スペクトルを算出するために用いる入力波を振動試験で用いた狭帯域ランダム波にすると、試験で用いた配管系に対しての適用範囲になってしまい一般性が損なわれる。そこで、入力波は高圧ガス設備等耐震設計指針<sup>(14)</sup>の設計用応答スペクトルから逆算した時刻歴波形を用いる。設計用応答スペクトルは、

Table 1 Parameter for analysis of piping

	First	Second
Natural frequency [Hz]	4.65	7.05
Damping ratio	0.019	0.013
Modal mass [Kg]	292	150
Participation factor	-0.820	0.850
Coefficient of friction	0.135	
Vertical force [N]	1470	

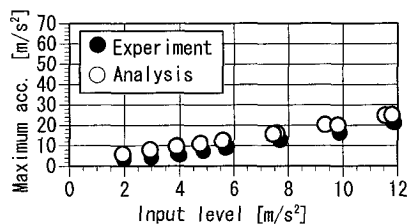


Fig. 6 Maximum responses in the case of narrow band random wave

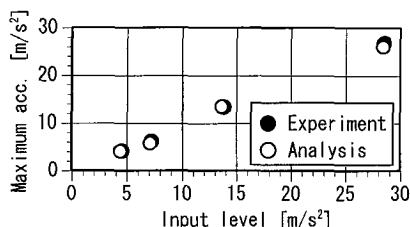


Fig. 7 Maximum responses in the case of Hyogoken-Nambu earthquake

高圧ガス施設内に設置されている塔類あるいは貯槽の耐震設計を行う際の応答倍率を求めるために設定されており、配管系の耐震設計を行う場合にも適用できるようになった。したがって、この入力波を用いれば設計基準に対応した等価減衰比の適用範囲を得ることができる。摩擦系応答スペクトルと等価減衰比を用いて計算した線形系応答スペクトルとの誤差は次式より算出した。

$$ERR_i = \left| \frac{Z_i - Z_i^*}{Z_i} \right| \dots \dots \dots (14)$$

高圧ガス施設等耐震設計指針の応答スペクトルは地盤の性状により、第1種地盤から第4種地盤までである。本研究では第1種から第4種まですべて用い、減衰比は0.01, 0.02, 0.03, 0.05の4種類を用いた。図8に第1種地盤で減衰比が0.05の応答スペクトルから逆算した時刻歴波形を示す。また、図9に第1種地盤で減衰比が0.05の設計用応答スペクトルと $\alpha=0.1$ の場合の摩擦系応答スペクトルを示す。

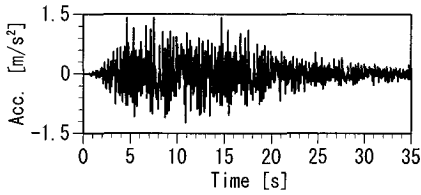


Fig. 8 Time history of ground No. 1

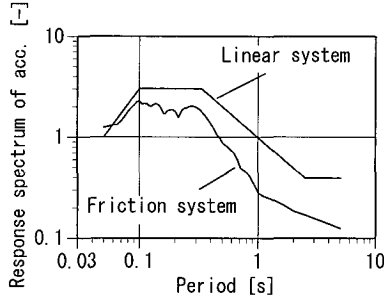


Fig. 9 Response spectra

**4・1  $\alpha$  と等価減衰比推定範囲** 各種地盤の応答スペクトルから得られた時刻歴波形は、周波数の刻みを一定にして正弦波を重ね合わせて作成したものである。したがって、式(14)から誤差を算出する場合も周波数刻みを一定にした。各種地盤の応答スペクトルは、卓越周波数範囲を有しており、系の固有振動数がこの周波数範囲内に存在すれば、応答は大きくなる。そこで、この周波数範囲において誤差が20%以下になる $\alpha$ の最大値を調べた。表2、3に各種地盤、各減衰比における $\alpha$ の最大値を示す。適用範囲は $\alpha$ の値を0.3までとし、表2は変位の適用範囲、表3は加速度の適用範囲である。地盤が第1種から第4種になるにつれ、周波数の範囲が低周波になるため、 $\alpha$ の値が小さくなる傾向にある。周波数が表に示した範囲より高いところでは $\alpha$ の最大値はより大きくなり適用範囲は広がる。周波数が低いところでは、摩擦系の応答倍率は $\alpha$ に近づくのに対して線形系の応答倍率は零に近づくので、線形系のスペクトルで適合するのは不可能であり、その結果、誤差は大きくなる。加速度の適用範囲に比べて変位の適用範囲は狭いが、現在の耐震設計では加速度に注目した設計が行われているので、適用範囲は表3を用いるのが妥当である。したがって、表3に示した $\alpha$ の値以下では等価減衰比を用いた線形解析により最大応答が推定可能となる。

**4・2  $\alpha$  と等価減衰比** 図10に第1種地盤の場合の摩擦系応答スペクトルから推定した等価減衰比を、横軸を $\alpha$ にしてプロットした。図4に示す $\alpha$ の値が、

 Table 2 Maximum  $\alpha$  values for estimation of equivalent damping ratio (Displacement)  $\alpha \leq 0.3$ 

Damping ratio $\zeta$ Non-friction system	Ground No.1 3-10Hz	Ground No.2 2-4Hz	Ground No.3 1-2.5Hz	Ground No.4 0.8-2Hz
0.01	0.20	0.04	0.04	0.12
0.02	0.20	0.20	0.20	0.12
0.03	0.20	0.20	0.20	0.12
0.05	0.20	0.16	0.16	0.12

 Table 3 Maximum  $\alpha$  values for estimation of equivalent damping ratio (Acceleration)  $\alpha \leq 0.3$ 

Damping ratio $\zeta$ Non-friction system	Ground No.1 3-10Hz	Ground No.2 2-4Hz	Ground No.3 1-2.5Hz	Ground No.4 0.8-2Hz
0.01	0.30	0.04	0.04	0.04
0.02	0.30	0.24	0.24	0.16
0.03	0.30	0.24	0.24	0.16
0.05	0.30	0.20	0.24	0.16

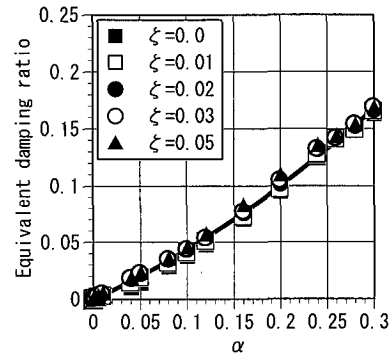


Fig. 10 Equivalent damping ratio

入力レベルが $3 \text{ m/s}^2$ 以上では0.3以下になっているので、大地震を想定すると、 $\alpha \leq 0.3$ の範囲で計算を行えばよいと考え、 $\alpha \leq 0.3$ の範囲で等価減衰比を算出している。摩擦系の減衰比は0.0, 0.01, 0.02, 0.03, 0.05とし、プロットした減衰比は推定された等価減衰比から系の減衰比を引いた値である。この図から、等価減衰比の値がほぼ等しいことがわかり、系の減衰比と摩擦による等価減衰比を分離して考えることができる。そこで、摩擦による等価減衰比と $\alpha$ の関係を数式にて表すことを試みる。図10を多項式で曲線適合した結果、等価減衰比と $\alpha$ の関係は次式ようになった。曲線適合の結果は図10中の実線で示す。

$$\zeta = 0.586\alpha^2 + 0.384\alpha \dots\dots\dots (15)$$

この式より、 $\alpha$ の値が決定すれば、 $\alpha \leq 0.3$ の範囲で等価減衰比は算出可能である。したがって、表3の $\alpha$ の範囲内で、摩擦による等価減衰比を推定するには、

第1種地盤の場合、式(15)を用いれば簡単に得ることができる。また、第2種から第4種の地盤に関しては、次式を用いて等価減衰比を算出できる。これらの式は、式(15)と同様に、 $\alpha$ による等価減衰比のグラフを多項式で曲線適合して得られたものである。

#### 第2種地盤

$$\zeta = 0.068\alpha^2 + 0.628\alpha \dots\dots\dots (16)$$

#### 第3種地盤

$$\zeta = -1.01\alpha^2 + 0.798\alpha \dots\dots\dots (17)$$

#### 第4種地盤

$$\zeta = -1.28\alpha^2 + 0.752\alpha \dots\dots\dots (18)$$

### 5. 結 言

本研究では、摩擦支持配管系の最大応答をより簡単に推定するために、摩擦系応答スペクトルと線形系応答スペクトルが適合するような等価減衰比を算出し、不規則振動に対しても適用できる等価減衰比の推定方法を提案した。また、高圧ガス設備等耐震設計指針の設計用応答スペクトルから逆算した時刻歴波形を入力波として摩擦系応答スペクトルを算出し、 $\alpha$ の値と等価減衰比の関係および等価減衰比を推定する際の $\alpha$ の適用範囲を調べ、以下の結果が得られた。

(1) 推定された等価減衰比を用いて得られた最大応答を振動試験により得られた最大応答と比較した結果、良好な一致が得られた。

(2) 系の減衰比と摩擦による減衰比は $\alpha \leq 0.3$ では分離して扱えることがわかった。また、 $\alpha$ の値から簡単に等価減衰比が推定できる式が得られた。

(3) 等価減衰比推定の適用範囲を調べた結果、系の減衰比や地盤種別により推定可能な $\alpha$ の範囲が異なることがわかり、その範囲を表記した。この表と、等価減衰比の算出式を用いれば、摩擦による等価減衰比を得ることが可能である。

本研究において、御指導、御支援を頂いた、いわき明星大学の清水信行教授、石川島播磨重工業(株)の小林博栄、藤若立也の両氏、防災科学技術研究所の小川信行、箕輪親宏、御子柴正の諸氏に厚く御礼申し上げます。

### 文 献

- (1) 柴田碧編, 化学プラントの耐震設計, (1976), 137, 丸善.
- (2) 渡邊鉄也・鈴木浩平, 摩擦支持配管系の地震応答解析(摩擦系応答スペクトルを用いた最大応答の推定), 機論, 64-619, C(1998), 825-830.
- (3) 渡邊鉄也・鈴木浩平・ほか2名, 支持部にがた・摩擦を有するプラント配管系の地震応答, 機論, 62-595, C(1996), 63-68.
- (4) 渡邊鉄也・鈴木浩平, 面内しゅう動を有する摩擦支持配管系の地震応答, 機論, 64-617, C(1998), 64-69.
- (5) 日本機械学会編, 振動工学におけるコンピュータナリシス, (1990), 233-240, コロナ社.
- (6) Park, Y. J. Nonlinear 3-D Piping Analysis Under Stochastic Dynamic Loads: Response Spectrum Approach, ASME, Seismic Engineering, PVP 237-1 (1992), 217-222.
- (7) Wang, Y. K. and Bezler, P., Alternate Modal Combination Methods in Response Spectrum Analysis, ASME Seismic Engineering, PVP 182 (1989), 83-87.
- (8) 長松昭男, モード解析, (1990), 53-61, 培風館.
- (9) Hundal, M. S., Response of a Base Excited System with Coulomb and Viscous Friction, J. Sound Vib., 64-3 (1979), 371-378.
- (10) Shah, V. N. and Gilmore, C. B., Seismic Analysis of Structures with Coulomb Friction, J. Pressure Vessel Tech., Vol. 105 (1983), 171-178.
- (11) 田中基八郎・三枝省三, 振動モデルとシミュレーション, (1992), 130-142, 応用技術出版.
- (12) Ferri, A. A. and Bindemann, A. C., Damping and Vibration of Beams with Various Types of Frictional Support Conditions, ASME, Jr. Vibr. Acoustics, Vol. 114 (1992), 289-296.
- (13) Park, Y. J. and Hofmayer, C. H., Practical Application of Equivalent Linearization Approaches to Nonlinear Piping Systems, ASME Seismic Engineering, PVP 312 (1995), 187-200.
- (14) 高圧ガス設備等耐震設計指針, (1983), 26-31, 宮崎三幸堂.