

## 抄紙プロセスで発生する長網の振動\*

佐藤 勇一<sup>\*1</sup>, 丸山 浩志<sup>\*2</sup>, 片山 圭一<sup>\*3</sup>

## Wire-Screen Belt Vibrations in a Fourdrinier Paper Machine

Yuichi SATO, Hiroshi MARUYAMA and Keiichi KATAYAMA

In a Fourdrinier paper machine, the fiber and water mixture flows to a wire-screen belt. As the wire-screen belt travels horizontally, water is drained through the screen, leaving the fibers on top. In some operating conditions large vertical vibrations of the wire-screen belt occur. The mechanism of this phenomenon is investigated experimentally. Analytical study is also done, which shows qualitative agreement with the experiment results. Consequently, the screen vibration is self-excited vibration due to the pressure variation of the water on the wire screen belt.

**Key Words:** Vibration of Moving Body, Self-Excited Vibration, Vibration Coupled with Fluid Motion, Eigenvalue Analysis, Fourdrinier Paper Machine, Wire-Screen Belt, Stability

## 1. ま え が き

長網抄紙機では、パルプの繊維などを水に混ぜ合わせた全紙料をディストリビュータから一定速度で移動する長網の上に流し出し水をきり、網上に繊維が絡み合ってきた紙の層をつくる。その基本構造はプレストロールと中間位置に置かれたテーブルロールによって長網が張られ、長網は長手方向に移動している。ダンボールなどでは抄紙プロセスは数段続く多層抄きとなっていることがある。

この工程の2あるいは3段めにおいて、長網がロールを支持点とするいわゆる一次モードでゆっくりと大きく振動することがある。この振動の原因は1段めには発生しないことから網の上にある程度紙の層ができ、後段で流しだされる全紙料の水がある程度透過し難いことが原因と考えることもできるが、これまで振動発生メカニズムは明らかにされていない。

流体の関連した振動現象についてはこれまでも多くの研究がなされている<sup>(1)~(4)</sup>。例えば、流体力による構

造物の振動現象の内、高速流体にさらされるシェルなどの不安定現象、あるいは、内部を液体が移動するパイプの振動<sup>(3)(4)</sup>などがあるが、本研究では液体の速度は長網の移動速度と同じであり、その意味では相対速度はほとんどない。帯状の膜あるいは板が移動する際の動特性に関する研究では、ある速度以上で不安定現象が発生するとの報告<sup>(5)</sup>もあるが、本研究の場合、網の速度は10 m/s程度でありそれほど高速とはいえない。

本研究ではこの振動発生メカニズムを明らかにすることを目的としている。

## 2. 実験装置

図1に本実験に用いた実験装置の概略図を示す。実

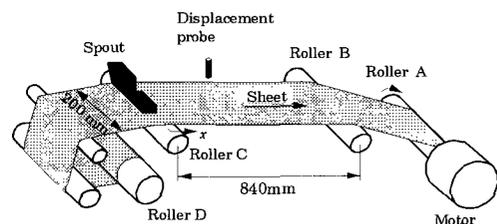


Fig. 1 Experimental apparatus

\* 原稿受付 1998年5月8日。

<sup>\*1</sup> 正員, 埼玉大学工学部 (☎ 338-8570 浦和市下大久保 255)。

<sup>\*2</sup> 埼玉大学大学院。

<sup>\*3</sup> 正員, 三菱重工業(株)広島研究所 (☎ 733-8553 広島市西区観音新町 4-6-22)。

験では長網部を模擬して厚さ 0.1 mm, 幅 200 mm のポリエステルシート (以下, 単にシートと呼ぶ) を用いた。また, 全紙料の代わりに水を用いた。シートをローラ D に巻き付けておき, モータに直結したローラ A により巻き取り, シートを移動させた。ローラ C から下流側に 30 mm, シートより 6 mm 上の位置から 94 mm の幅で水を流し出した。ローラ B, C 間の距離は 840 mm で, この区間で水がシートを透過して流れ落ちる。この区間のシートの変位を非接触変位計によって測定した。シートは約 8 m 移動させることができる。シートの移動速度, 流出口から流れ出る水の流量を変化させ, シートの変位を測定した。

### 3. 解 析

簡単のために, 解析は次のような仮定のもとに行った。まず, シートは柔らかく曲げ剛性は無視できる。シートの幅方向 (移動している方向と直角方向) にはシートの変位, およびシート上の水の層厚は一樣とする。すなわち, シートの変位などは長手方向のみ変化すると考える。

水はローラ C の位置 ( $x=0$ ) でシートと同じ速度で供給される。シート上の水はシートとともに一定速度で移動しながら, シートを透過する。シートと水は移動方向 ( $x$  軸方向) に互いに相対的に移動しないと考えているので, 水の層厚と透過する水の量の関係を, 円筒の底にシートを張って実験的に調べた。その結果, 少なくとも本実験の範囲では透過水量と水の層厚には比例関係が成り立つことがわかった。解析ではこの関係を用い, さらに, 実験値と比較する際には実験的に求めた水の層厚と透過量の比例係数  $C_D$  を用いた。

シートは一定速度  $v$  で  $x$  方向に移動しているので, シートの鉛直方向変位が小さいとして, 静止系から見たシートの運動方程式は次のように表せる。

$$\frac{\rho}{b} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) - \frac{T}{b} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - p - g \frac{\rho}{b} = 0 \quad (1)$$

シートを透過して流れ落ちる水の量は, 水に作用する重力と振動による慣性力によると考えると, 次のように表せる。

$$-\rho_w \left( \frac{\partial h}{\partial t} + v \frac{\partial h}{\partial x} \right) = C_D p \quad (2)$$

また, シートに作用する圧力は

$$p = \rho_w \left\{ g - h \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \right\} \quad (3)$$

ただし,

$b$ : シート上の水層の幅

$C_D$ : シートの透過比例係数

$h$ : 水層の厚さ

$L$ : ローラ B, C 間距離

$p$ : シートに作用する水の圧力

$T$ : シートの長手方向に作用する張力

$t$ : 時間

$u$ : シートの鉛直方向の変位

$v$ : シートの長手方向の移動速度

$x$ : シートの長手方向の静止座標

$\rho$ : シートの単位長さあたりの密度

$\rho_w$ : 水の密度

シートの変位  $u$  と水の層厚  $h$  は空間に固定された座標系から見た変位と層厚なので, これらは座標  $x$  と時間  $t$  の関数で, その境界条件は

$$x=0: u=0, h=h_* \quad (4\cdot a)$$

$$x=L: u=0 \quad (4\cdot b)$$

である。 $h_*$  は  $x=0$  における層厚, いま, これらが時間に依存しない静的な成分と時間に依存した微小な変動成分との和で表されると仮定する。すなわち,

$$u = u_0(x) + \varepsilon u_1(x, t) \quad (5\cdot a)$$

$$h = h_0(x) + \varepsilon h_1(x, t) \quad (5\cdot b)$$

ここで,  $\varepsilon$  は微小パラメータである。

式(1)~(3)を連立し,  $u, h$  に関する二つの方程式を導き, 式(5)を代入し, 次の無次元化をおこなう。

$$U_i = u_i / u_*, H_i = h_i / h_* (i=0, 1), X = x / L$$

$$\tau = \omega_* t, \omega_* = c_0 / L, c_0 = \sqrt{T / \rho} \quad (6)$$

ここで,  $u_*$  は無次元化のための変位の基準値, さらに,  $\varepsilon$  の 2 次以上の項を無視して,  $\varepsilon$  の零次および 1 次項をまとめると次のようになる。

$\varepsilon^0$ :

$$EH_0''(X) + DH_0(X) \{ G - E^2 U_0''(X) \} = 0 \quad (7\cdot a)$$

$$G \{ 1 + \gamma H_0(X) \} + U_0''(X) \{ 1 - E^2 (1 + \gamma H_0(X)) \} = 0 \quad (7\cdot b)$$

$\varepsilon^1$ :

$$DH_1 \{ G - E^2 U_0''(X) \} + \frac{\partial H_1}{\partial \tau} + E \frac{\partial H_1}{\partial X}$$

$$= DH_0 \left\{ \frac{\partial^2 U_1}{\partial \tau^2} + 2E \frac{\partial^2 U_1}{\partial \tau \partial X} + E^2 \frac{\partial^2 U_1}{\partial X^2} \right\} \quad (8\cdot a)$$

$$\gamma H_1 \{ G - E^2 U_0''(X) \} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial X^2}$$

$$= \{ 1 + \gamma H_0(X) \} \left\{ \frac{\partial^2 U_1}{\partial \tau^2} + 2E \frac{\partial^2 U_1}{\partial \tau \partial X} + E^2 \frac{\partial^2 U_1}{\partial X^2} \right\} \quad (8\cdot b)$$

ただし,

$$D = \frac{C_D u_* c_0}{L}, G = \frac{L^2 \rho g}{T u_*}, \gamma = \frac{b h_* \rho_w}{\rho}, E = v / c_0 \quad (9)$$

式(7)は静的な変位と層厚を与える式である。これらの境界条件は

$$X=0: U_0=0, H_0=1 \dots\dots\dots(10\cdot a)$$

$$X=1: U_0=0 \dots\dots\dots(10\cdot b)$$

である。これらは解析的に解くことはできない。しかし、無次元パラメータ  $E$  はシート速度とシートを伝わる音速の比であり、この値が小さいことを考慮すると、式(7)の近似解として次式を得る。

$$H_0 = \exp[-DGX/E] \dots\dots\dots(11)$$

$$U_0 = GX(1-X)/2 + \frac{\gamma E^2}{DG^2} \{ (1 - \exp[-DGX/E]) - X(1 - \exp[-DG/E]) \} \dots\dots\dots(12)$$

— THEORY  
 EXPERIMENT  
 Flow velocity=sheet velocity  
 ○ : 132 mm/s; △ : 164 mm/s; □ : 197 mm/s  
 × : Flow velocity=0 mm/s, sheet velocity=164 mm/s

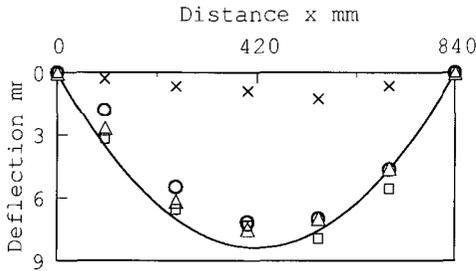


Fig. 2 Static sheet deflection

この式は  $E$  が 0.01 程度以下であれば、かなりよい近似式となっている。

次に動的な成分を求めることにする。式(8)を解くに当たってその境界条件は

$$X=0: U_1=0, H_1=0 \dots\dots\dots(13\cdot a)$$

$$X=1: U_1=0 \dots\dots\dots(13\cdot b)$$

である。シートが一定速度で  $x$  軸方向に移動しているので、これを両端が固定された膜と同じに扱うことはできない<sup>(2)</sup>。そこで式(8)の解を次式で仮定する。

$$H_1(X, \tau) = H_s(\tau)\sin(\pi X) + H_c(\tau)\sin(2\pi X) \dots\dots\dots(14\cdot a)$$

$$U_1(X, \tau) = U_s(\tau)\sin(\pi X) + U_c(\tau)\sin(2\pi X) \dots\dots\dots(14\cdot b)$$

そして、式(14)を式(8)に代入し、時間の関数  $H_c(\tau)$ ,  $H_s(\tau)$ ,  $U_c(\tau)$ ,  $U_s(\tau)$  について Galerkin 法を用いて整理するとこれらに関する四つの常微分方程式が得られる。これら方程式を数値的に解き、系の動的特性を調べた。

4. 考 察

図2はシートの長手方向 ( $x$  軸方向) に沿った変位を示す。シートを移動させているときシートは振動しているが、図2には変位の平均値が示されている。この値は静的なシートの変位とみなすことができるので、以下では静的変位と呼ぶことにする。水を流さないときは (以下図中、流速=0 mm/s と表示)、シート速度によらず静的変位は小さい。シート速度と流速をほぼ等しくして、132 mm から 197 mm まで変化

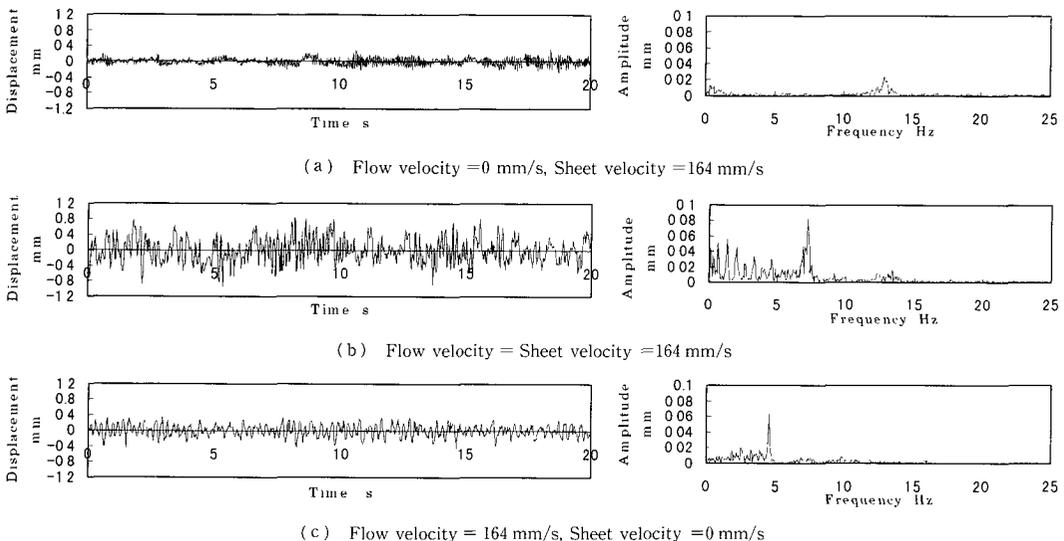


Fig. 3 Experimental results of sheet vibration at  $x=420$  mm

させたときのシートの静的変位を示してあるが、これらには余り変化がないことがわかる。図2には、実験の速度範囲内にあるシート速度 (= 流速)  $v=150$  m/s としたときの解析から得られたシートの静的変位も合せて示してある。

図3は実験結果で、 $x=420$  mm におけるシートの振動波形と、その周波数解析結果を示したものである。図3(a)は水を流さずにシートのみ 164 mm/s で移動させたもので、振動は小さい。シートを移動させることによってこの程度が発生していることになる。この振動の卓越成分は 12.9 Hz である。図3(b)はシート速度を変えずに、水の  $x$  方向流速をシートの移動速度にほぼ等しく 164 mm/s と設定したときの結果である。図3(a)と比較して振動はかなり大きくなっていることがわかる。このときの卓越振動数は 7.2 Hz でシート上に水の層があるので、振動数は図3(a)に比べ低くなっている。

図3(c)はシート速度を零とし流速を図3(b)と同

じにしたときの結果である。この場合、振動は図3(b)のときよりも小さいがシートを移動させて、水を流さない図3(a)に比べると振動は大きい。シートが移動せず、水もなさないときにはシートの振動は零であることから、シートが移動しない状態でも水がシート上に流し込まれるために振動が発生することがわかる。なお、図3(c)の場合の卓越振動数が 4.5 Hz と低いのは、移動速度零のときにはシートに加わる張力が図3(b)に比べ小さくなっているためと思われる。

図4は流速を 132 mm/s から 197 mm/s まで変えたときのシートの振幅を長手方向 ( $x$  軸) に沿って示したものである。この範囲内の流速に対して、振幅は中央位置 ( $x=420$  mm) が最大で、ほぼ両端を固定した無限幅の膜の一次モードに近い形をしている。実線は解析結果で流速を実験の範囲内の 150 mm/s としたときの結果である。解析では流速の変化による振幅の変化は小さく、実験結果と解析結果は定性的に比較的良好一致している。

図5は解析結果で、流速を実験の範囲より大きく変えたときの振動波形とその周波数解析結果である。流速が低い図5(a)では振動はゆっくりと発散している。流量を増加させた図5(b)では、振動がより速やかに発散している。解析では流速とシートの移動速度は等しいとしているので、流速が増加すると水のシートを透過する速度に対し、移動速度が増加してシートの遠くまで (ローラ B 近くまで) 水の層厚が厚くなり、広い範囲でシートに励振力が作用することになるために、振動がより速く発散すると考えられる。

図5において振動波形が単純な発散振動ではなく、低い振動数でうねっているように見えるが、これはシートが両端を固定された単純な膜の振動ではなく、一定速度で移動しているためである。

実験では流速 (= シートの移動速度) を変えるこ

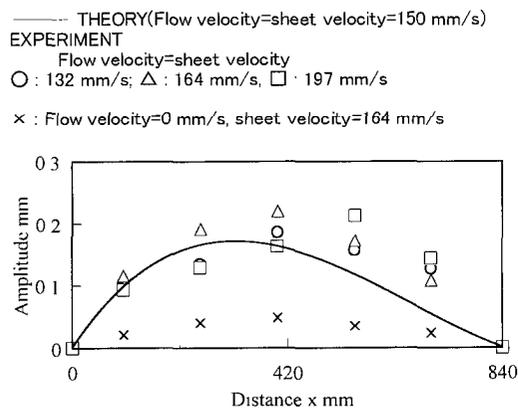


Fig. 4 Experimental and analytical comparison of sheet vibration amplitude

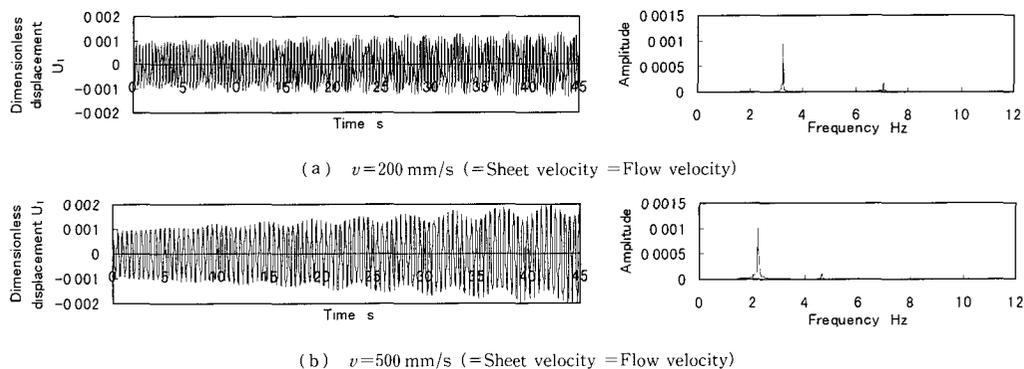
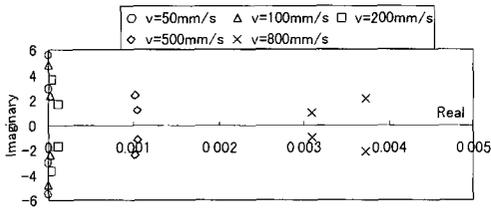
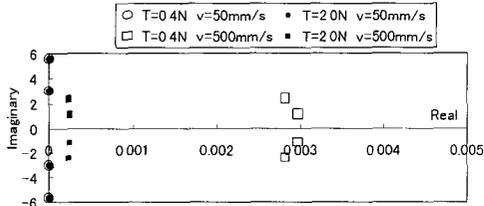


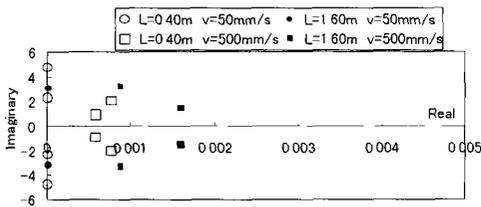
Fig. 5 Effect of flow velocity



(a) Effect of sheet velocity (=flow velocity)



(b) Effect of sheet tension



(c) Effect of sheet length

Fig. 6 Calculated eigen values

とのできる範囲が狭いので、流量による違いは明りようには観察できなかったが、解析によると流量が多いほど振動は速やかに発散することがわかる。

図6は理論解析から求めた固有値を示したものである。図6(a)から流速 (= シートの移動速度) が増加すると特性根の実部が増加し、不安定性が増していることが確認できる。また、図6(b)は張力の影響を示したもので、張力が増加すると特性根の実部が減少しており、張力の増加は安定性を増すことがわかる。図6(c)はローラ間のシートの長さ  $L$  を変えたときの特性根の変化で、 $L$  が増加すると不安定になることがわかる。これは、流体力の作用する範囲が増加するためと考えられる。

図7は理論解析結果で、シート中央 ( $X=1/2$ ) の位置におけるシートと水の層厚の無次元変動成分が示されている。図7からわかるように水の層厚の変動はシートの振動より約  $1/4$  周期だけ位相が進んでいる。水の層厚はシートに作用する圧力に比例すると考えられるので、水の層厚の変化がシートの振動を励起していることがわかる。

以上から、シート上の水が透過する量は、シートの

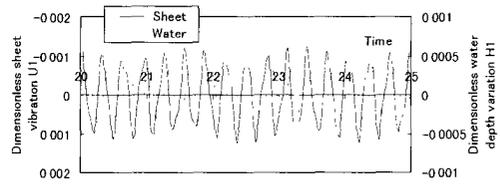
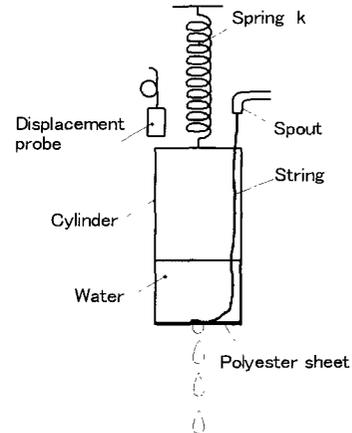
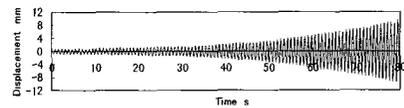
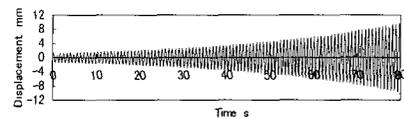
Fig. 7 Calculated sheet vibration at  $X=1/2$  and water depth variation

Fig. 8 Simplified experimental apparatus



(a) Experimental results



(b) Calculated results

Fig. 9 Comparison of experimental and analytical transient vibration of a cylinder

振動によって変化し、このためシートに作用する水の圧力はシートの振動をさらに増大させるように変動すると考えられる。この点を単純化されたモデルを用いてさらに考察した。

図8はその実験装置の概略図である。底に図1の実験で用いた物と同じシートが張られた内半径 8.9 mm のプラスチック製の円筒容器が、ばねで吊るされている。円筒容器へ一定の流量の水を流入させる。流入量は  $0.83 \text{ ml/s}$  と微量であるが、水の供給が直接振動の原因とならないように、垂らした糸を伝わらせて水を流した。そのときの容器の変位を非接触変位計を用

いて測定した。振動していないときの静的な水の層厚は 12 mm であった。

図 9(a) は実験結果で、容器の振動が次第に増加していくようすがわかる。図 9(b) は図 8 の系を理論解析 (付録参照) した結果で、微小な初期変位を与えたときの過渡応答である。計算では容器の質量などは実験装置の値を用いた。解析結果の振動も発散しており、実験結果と定性的によく一致している。

付録に示す理論解析の式 (21) から図 8 の系の安定条件は

$$(\text{水の静的層厚}) > 2 \times (\text{静たわみ})$$

で、静たわみが小さいほど、すなわち、支持ばねの剛さ  $k$  が高いほど安定である。いい換えると支持ばねの剛さが低いほど不安定化しやすい。このことは先に述べたシートの張力が低いほど不安定であることと物理的に同じと考えられる。

図 10 は図 9(b) に示した計算結果の一部について、水の層厚の変化と容器の振動を時間に対して示したものである。これからわかるように水の層厚の変化は容器の振動より、その位相は 1/4 周期進んでおり、層厚の変化が容器の振動を励起していることがわかる。また、図 7 との比較から、容器の振動と水の層厚の変化の位相関係が、シートの振動と水の層厚の変化の位相関係と同じであることがわかる。

## 5. ま と め

長網抄紙機の長網の振動発生メカニズムをモデル系 (図 1) とさらに単純化した系 (図 8) により実験的お

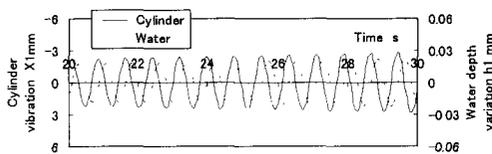


Fig. 10 Calculated results of cylinder vibration and water depth variation versus time

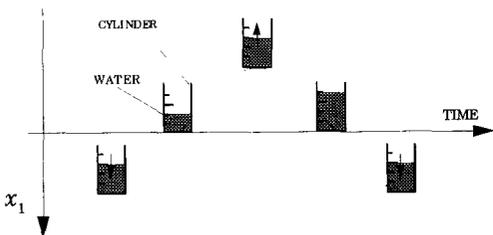


Fig. 11 Relation between cylinder vibration and water depth variation

よび理論的に検討した。

図 8 の単純化した系において振動の発生は以下のように考えられる。水の層厚の変動と容器の振動の位相関係は図 11 に示すような関係にあり、容器底に及ぼす水の層厚、したがって、圧力は容器の変位より約 1/4 周期進んでおり、このため、わずかでも容器が振動するとその結果生ずる容器底面に作用する圧力は容器の振動を増大させることになる。水の透過する量は容器が振動することによって変化するため、振動は自動的に増大する。

移動するシート上に水をシートと同じ速度で流した場合の振動や、抄紙機の長網に発生する振動についても同様のメカニズムによって自励振動が発生すると考えられる。パルプ繊維などが網上に載っていない状態の透過速度が速い 1 段めでは、流体力が作用する区間が短いために、上記の流体による励振力が小さく、振動は発生せず、ある程度透過速度の遅い 2 あるいは 3 段めの網では透過速度が遅いので、広い範囲で、流体の透過に伴う励振力が作用し、振動が発生しているものと考えられる。

実機との相似性をより正確に考慮した実験、および、網の剛性、幅方向の変化を考慮した解析により、系の安定性に及ぼす諸元の影響を明らかにすることが今後の課題である。

## 付 録

図 8 の容器の振動を考える。容器の変位を下向きに  $x$ 、容器内の水の層厚を  $h$  として容器の運動方程式は次のように表せる。

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = Mg + N \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここで、 $M$  は容器の質量、 $c$ 、 $k$  はそれぞれ減衰係数、ばねの剛性である。 $N$  は容器底部に作用する水の圧力の和である。容器内の断面積を  $A$  として水の質量は  $m = \rho Ah$ 、重心位置の座標は  $\xi = x - (h/2)$ 。したがって、その運動方程式は次のように書ける。

$$\frac{d}{dt}(m\xi) = mg - N \quad \dots\dots\dots (16)$$

また、水の層厚は容器へ流入する流量  $q_{in}$  と流出する流量  $q_{out}$  の差なので、

$$\frac{d}{dt}(\rho Ah) = q_{in} - q_{out} \quad \dots\dots\dots (17)$$

流入量は一定な既知量、また、流出量  $q_{out}$  は底面に作用する圧力  $N$  に依存する。さらに、実験により流出量は圧力に比例するとみなせるので

$$q_{out} = N/C_D \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 $C_D$  は流量係数で、その値は実験的に求めた。

式(15)～(18)を連立すると、容器の変位  $x$  と水の層厚  $h$  に関する二つの方程式が得られる。

さらに、容器の変位と水の層厚が時間に依存しない静的な成分と時間依存した変動成分の和で与えられると考える。すなわち、

$$x = x_0 + \varepsilon x_1(t), \quad h = h_0 + \varepsilon h_1(t) \quad \dots\dots\dots (19)$$

式(19)を得られた方程式に代入し、変動成分が微小として  $\varepsilon$  の2次以上の項を無視すると変動成分  $x_1, h_1$  に関する二つの方程式が得られる。これらを数値積分することにより、図9および10の結果が得られる。また、得られた方程式の解を

$$x_1 = X_1 e^{i\omega t}, \quad h_1 = H_1 e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (20)$$

と仮定して特性方程式を導き、系の安定条件を Routh-Hurwitz の安定判別のより求めると、

$$h_0 > 2(M + \rho A h_0)g/k \quad \dots\dots\dots (21)$$

すなわち、安定条件は

$$(水の静的な層厚  $h_0$ ) > 2 \times (\静たわみ)$$

となる。

## 文 献

- (1) 例えば, Blevins, R. D., *Flow induced vibration*, (1977), 1, van Nostrand Reinhold Co.
- (2) Houser, G. W., *J. Appl. Mech., Trans. ASME*, 19-2 (1952), 205-208.
- (3) Shulemovich, A., *J. Appl. Mech., Trans. ASME*, 53-1 (1986), 181-186.
- (4) 田島, P-SC 10 流体関連振動分科会成果報告書, (1980), 1, 日本機械学会.
- (5) Bhat, R. B., Xistris, G. D. and Sankar, T. S., *J. Mech. Design, Trans. ASME*, 104-1 (1982), 143-147.