

周波数追従機能を備えた能動形動吸振器*

水野 毅^{*1}, 荒木 獻次^{*1}Active Dynamic Vibration Absorber with
Automatic Frequency-Tracking Performance

Takeshi MIZUNO and Kenji ARAKI

A disturbance cancellation controller for active dynamic vibration absorbers is modified to follow the frequency of disturbance without any complicated adaptive algorithm. The original compensator has an internal model of a sinusoidal disturbance. When the frequency of disturbance varies, for perfect regulation, the dynamics of the model must also be altered to be identical to the actual disturbance dynamics. In the modified compensator, control input is generated by calculating a convolution integral instead of solving the corresponding state-space equation; exogenous signals synchronized with the actual disturbance are used in the convolution. The performance of the designed controller is experimentally studied.

Key Words: Active Vibration Control, Dynamic Vibration Absorber, Frequency Tracking, Internal Model Principle, Disturbance Cancellation

1. 緒言

近年、機械装置、建物、乗物などの振動を高精度に制御することができる能動形動吸振器に関する研究・開発が活発に行われ、制振の目的や用途に応じていろいろな制御理論が制御系設計に適用されている⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾。著者らは、内部モデル原理を適用して、従来のフィードバック制御による振動抑制効果に加えて、特定の周波数で制振対象物の振動を完全に零にすることができる制御系の構成を明らかにしている⁽⁵⁾（以下では、振動を零にする性質を出力レギュレーション特性と略称する）。この制御系では、調和外力のモデルをフィードバックループに挿入することによって、出力レギュレーションを達成するのに必要な振動零点を生成している。このような外乱の内部モデルを備えた制御系は、制御対象のパラメータが設定値から変動しても、出力レギュレーション特性を失わない。この制御方法の有効性は、電磁サーボ機構を備えた動吸振器装置を用いて確認している。さらに、吸振周波数が複数の場合にも制御則を拡張し⁽⁶⁾、実際に2~4個の周波数において、制振対象物の振動を止めることに成功している⁽⁷⁾。

しかしながら、上述の制御系では、内部モデルに誤差

がある場合、すなわち、外乱（加振力）の周波数が設定周波数と異なる場合には、極・零消去が不完全となるので出力レギュレーションは達成されず、一般に制振対象物の振動が残留することは避けられない。これに対し、外乱の周波数の変化に対応して内部モデルを変更していく機能（以下では、周波数追従機能と呼ぶ）が実現できれば、このような残留振動を生じない。

周波数追従機能を実現する方法として、通常考えられるのは、加振力の周波数を検出して、その検出値に基づいて制御器のパラメータを変更するという方法である。しかしながら、外乱の周波数を実時間で高精度に検出するときの技術的な問題や実装する上でのコストの問題から、内部モデルを実際の外乱の動特性と完全に一致させることはそれほど簡単ではない。

本研究では、加振力が回転機械などから発生している場合のように、外乱に同期した信号が簡単に得られる状況を想定し、このような外乱同期信号から直接内部モデルを構成する制御方法を提案する。さらに、開発した電磁サーボ形動吸振器を用いて、実際に加振力の周波数が設定値から変動した場合でも、制振対象物の振動をなくすることができることを示す。

2. 基本方程式

本論文で対象とする能動形動吸振器系のモデルを図1に示す。制振対象物は、質量 m_1 、バネ k_1 、減衰要素 c_1 からなる1自由度系とし、質量には水平方向に加振力

* 1996年9月6日 3rd MOVICにおいて講演、原稿受付
1996年10月30日。

*1 正員、埼玉大学工学部(☎338 浦和市下大久保255)。

p が作用している。制振対象物の側面には、直流電磁石をアクチュエータとする能動形動吸振器が取り付けられている。補助質量 m_2 は、一端 O で回転支持されている。補助質量の振れ角 θ が微小であるとする、本装置に関する基本方程式は次式のように求められる⁽⁴⁾。

$$(m_1 + m_2)\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 + m_2\ddot{x}_2 = p(t) \quad (1)$$

$$m_2\ddot{x}_1 + (1+r_2)m_2\ddot{x}_2 + c_2\dot{x}_2 + k_2x_2 = -\hat{k}_i i \quad (2)$$

ここで、

$$x_2 = l_g \theta, \quad r_2 = \frac{I}{m_2 l_g^2}, \quad c_2 = \frac{c_\theta}{l_g},$$

$$\hat{k}_i = 2k_i \frac{l_c}{l_g}, \quad k_2 = \frac{m_2 g}{l_g} - 2k_i \frac{l_c}{l_g^2}$$

I : 補助質量の重心回りの慣性モーメント

l_g : 補助質量の支点から重心までの距離

l_c : 補助質量の支点から電磁石までの距離

k_i, k_r : 電磁石の特性係数

c_θ : 支点周りの粘性抵抗係数

i : 電磁石の制御電流

g : 重力加速度

式 (1), (2) は、状態方程式を用いて次式のように表すことができる。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t) + dp(t) \quad (3)$$

ここで、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -(1+r_2)a_1 & -(1+r_2)a_2 & a_3 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_1 & a_2 & -(1+r_1)a_3 & -(1+r_1)a_4 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}, \quad u = i, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \\ 0 \\ -(1+r_1)b_0 \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} 0 \\ (1+r_2)d_0 \\ 0 \\ -d_0 \end{bmatrix}$$

$$a_1 = \frac{k_1}{m_a}, \quad a_2 = \frac{c_1}{m_a}, \quad a_3 = \frac{k_2}{m_a}, \quad a_4 = \frac{c_2}{m_a}, \quad r_1 = \frac{m_1}{m_2}$$

$$b_0 = \frac{\hat{k}_i}{m_a}, \quad d_0 = \frac{1}{m_a}, \quad m_a = (1+r_2)m_1 + m_2$$

3. 内部モデル原理に基づいた制御系設計

3.1 制御器の構造 制振対象物に作用する加振力は、制御対象への一種の外乱と考えることができる。本論文では、外乱としてつぎのような調和外力を想定する。

$$p(t) = P_0 \cos \omega t \quad (4)$$

このとき、外乱はつぎのような自由系からの出力として表すことができる。

$$\dot{w}(t) = Ew(t) \quad (5)$$

$$p(t) = Cw(t) \quad (6)$$

ここで、

$$w(t) = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 0],$$

$$w_1 = P_0 \cos \omega t, \quad w_2 = P_0 \sin \omega t$$

制御系は、内部モデル原理に基づいて、特定の周波数 ω_0 で制振対象物の振動を零とし、その他の周波数でも状態フィードバックによって振動を抑制するように構成する。制御入力は、具体的には次式のように定められる⁽⁶⁾。

$$\dot{z}(t) = E_0 z(t) + Hx(t) \quad (7)$$

$$u(t) = Fx(t) + Gz(t) \quad (8)$$

ここで、

$$z(t) = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}, \quad E_0 = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_0 \\ \omega_0 & 0 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4], \quad G = [g_1 \ g_2]$$

設計された補償器のブロック線図を図 2 に示す。

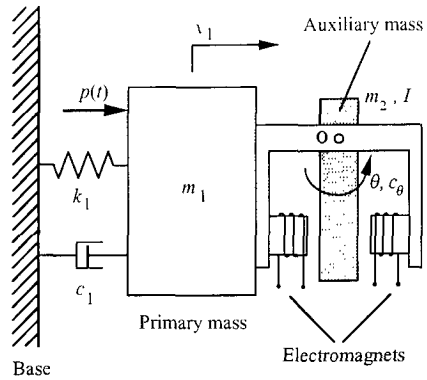


Fig.1 Model of an active dynamic vibration absorber system.

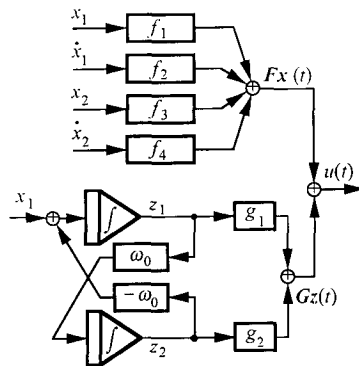


Fig.2 Block diagram of the controller with an internal model of disturbance

3.2 制御器係数の決定 式(8)中のフィードバック係数行列は、内部モデルを挿入した閉ループ系全体が安定になるように選ぶ。本報では、配置したい閉ループ系の極を予め与えておき、これから決まる特性多項式

$$t_d(s) = s^6 + \beta_5 s^5 + \beta_4 s^4 + \dots + \beta_1 s + \beta_0 \quad (10)$$

と実際の閉ループ系の特性多項式とが一致するように制御器を定める。

以下では、簡単のため、制御対象および動的補償器において初期値はすべて零とし、ラプラス変換された変数を大文字で表す。式(7)、(8)から、制御入力は次式で与えられる。

$$U(s) = (f_1 + f_2 s)X_1(s) + (f_3 + f_4 s)X_2(s) + \frac{g_1 s + g_2 \omega_0}{s^2 + \omega_0^2} X_1(s) \quad (11)$$

式(1)、(2)、(11)から、制振対象物の変位と外力との間の伝達関数が次式のように求められる。

$$\frac{X_1(s)}{P(s)} = \frac{(s^2 + \gamma a_{24} s + \gamma a_{23})(s^2 + \omega_0^2)(1 + r_2) d_0}{t_c(s)(s^2 + \omega_0^2) - b_0 s^2 (g_1 s + g_2 \omega_0)} \quad (12)$$

ここで、

$$\gamma = \frac{\lambda}{1 + r_1}, \quad \lambda = r_1 r_2 + r_1 + r_2,$$

$$a_{21} = -(1 + r_2) a_1 + b_0 f_1, \quad a_{22} = -(1 + r_2) a_2 + b_0 f_2$$

$$a_{23} = a_3 + b_0 f_3, \quad a_{24} = a_4 + b_0 f_4$$

$$a_{41} = a_1 - (1 + r_1) b_0 f_1, \quad a_{42} = a_2 - (1 + r_1) b_0 f_2$$

$$a_{43} = -(1 + r_1) a_{23}, \quad a_{44} = -(1 + r_1) a_{24}$$

$$t_c(s) = (s^2 - a_{22} s - a_{21})(s^2 - a_{44} s - a_{43}) - (a_{24} s + a_{23})(a_{42} s + a_{41})$$

式(10)と式(12)の右辺の分母多項式とを比較することによって、制御器の各係数がつぎのように求められる。

$$f_1 = \frac{1}{b_0} \{ \omega_0^2 + (1 + r_2) a_1 + (1 + r_1) a_{23} + \lambda a_2 a_{24} - \beta_4 \}$$

$$f_2 = \frac{1}{b_0} \{ (1 + r_2) a_2 - a_{44} - \beta_5 \}$$

$$f_3 = \frac{1}{b_0} \left(\frac{\beta_0}{\lambda a_1 \omega_0^2} - a_3 \right)$$

$$f_4 = \frac{1}{b_0} \left(\frac{\beta_1 - a_2 \beta_0}{\lambda a_0 \omega_0^2} - a_4 \right)$$

$$g_1 = \frac{1}{b_0} \left(\beta_3 - \frac{\beta_1}{\omega_0^2} - \beta_5 \omega_0^2 \right)$$

$$g_0 = \frac{1}{b_0 \omega_0} \left\{ \beta_2 - \frac{\beta_0}{\omega_0^2} - (\beta_5 - \omega_0^2) \omega_0^2 \right\}$$

4. 外乱同期信号を利用する制御系の設計

式(12)からわかるように、第3章で設計した制御器を用いると、閉ループ系は $j\omega_0$ に零点を持つようになる。

したがって、加振力の周波数が ω_0 のときには、外乱の振動極とこの零点との間に極・零消去が生じて出力レギュレーションが達成される。このような性質は、制御対象のパラメータが設定値から変動しても失われ⁽⁸⁾ない。しかしながら、加振力の振動数が設定値 ω_0 から変動した場合、極・零消去は不完全となるので、一般には出力レギュレーションは達成されず、制振対象物の振動は残留する。本報では、内部モデルを挿入することによって生成される閉ループ系の振動零点が、自動的に外乱の振動極と一致するような制御系を、外乱に同期した信号を利用して構成する。

外乱同期信号を利用する制御系は、以下のようにして導出される。出力レギュレーションを達成するためには、制御器(11)において、内部モデルのパラメータ ω_0 が外乱の実際の角速度 ω に一致することが必要である。

$$U(s) = (f_1 + f_2 s)X_1(s) + (f_3 + f_4 s)X_2(s) + \frac{g_1 s + g_2 \omega}{s^2 + \omega^2} X_1(s) \quad (13)$$

式(13)に、つぎのような畳み込み積分に関するラプラス変換の公式を適用する。

$$\mathcal{L}^{-1}[F_1(s)F_2(s)] = \int_0^\infty f_1(t - \tau) f_2(\tau) d\tau \quad (14)$$

ここで、

$$F_1(s) = \mathcal{L}[f_1(t)], \quad F_2(s) = \mathcal{L}[f_2(t)]$$

式(13)の第3項

$$V(s) = \frac{g_1 s + g_2 \omega}{s^2 + \omega^2} X_1(s) \quad (15)$$

は、フィードバックループに挿入された外乱のモデルの部分である。正弦・余弦関数のラプラス変換が

$$\mathcal{L}[\cos \omega t] = \frac{s}{s^2 + \omega^2}, \quad \mathcal{L}[\sin \omega t] = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad (16)$$

であることに留意して、式(13)に公式(14)を適用すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} v(t) &= \mathcal{L}^{-1}[V(s)] \\ &= \int_0^\infty \{ g_1 \cos \omega(t - \tau) + g_2 \sin \omega(t - \tau) \} x_1(\tau) d\tau \\ &= [g_1 \quad g_2] \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \alpha) & -\sin(\omega t + \alpha) \\ \sin(\omega t + \alpha) & \cos(\omega t + \alpha) \end{bmatrix} \\ &\quad \times \int_0^\infty \begin{bmatrix} \cos(\omega \tau + \alpha) \\ -\sin(\omega \tau + \alpha) \end{bmatrix} x_1(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (17)$$

この式は、任意の位相角 α に対して成立する。式(13)、(17)から、制御入力は、次式に基づいて求めることができる。

$$\begin{aligned} u(t) &= f_1 x_1 + f_2 \dot{x}_1 + f_3 x_2 + f_4 \dot{x}_2 \\ &+ [g_1 \quad g_2] \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \alpha) & -\sin(\omega t + \alpha) \\ \sin(\omega t + \alpha) & \cos(\omega t + \alpha) \end{bmatrix} \\ &\quad \times \int_0^\infty \begin{bmatrix} \cos(\omega \tau + \alpha) \\ -\sin(\omega \tau + \alpha) \end{bmatrix} x_1(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (18)$$

この場合の制御器のブロック線図を図3 (a) に示す。図では、簡単のため、 $\alpha = 0$ としている。この図で、要素 T は、図3 (b) に示すように、 $(\cos \omega t, \sin \omega t)$ という入力信号に基づいて、固定座標系から角速度 ω で回転する回転座標系への座標変換を行う。また、要素 T^{-1} は、逆に回転座標系から固定座標系への座標変換を行う。これらの変換において、 ω を設定値 ω_0 に固定した場合には、制御器の特性は式 (7), (8) で記述される制御器と等価になるので、外乱の振動数が設定値から変動した場合、出力レギュレーションは達成されない。これに対し、変換に用いる正弦・余弦関数として、実際の外乱に同期した信号を用いると、制御器の内部モデルは必ず外乱の動特性と一致する。したがって、このような制御系では、周波数追従機能は自動的に実現される。

5. 実験

実験に使用した装置の構造を図4に示す。この装置は、質量測定装置として試作した装置⁽⁹⁾であるが、ここでは振動制御の実験に用いている。2枚の板バネを介してベースに結合された振動台上には、回転テーブルを駆動するモータが固定されている。回転テーブルに質量 m_v のおもりを回転軸から距離 r の位置に取り付けて角速度 ω で回転させると、振動台には、つぎのような調和外力が

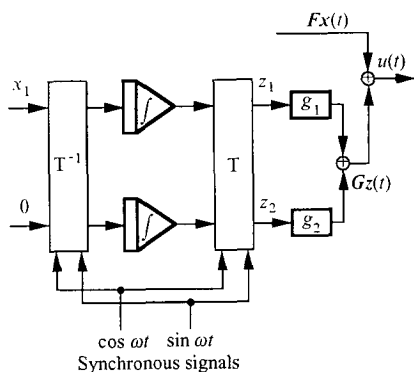
作用する。

$$p(t) = m_v r \omega^2 \cos \omega t \tag{19}$$

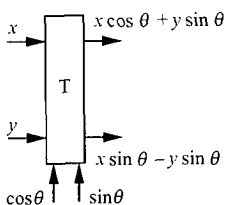
また、装置の諸元を表1に記す。

実験システムの概要を図5に示す。制振対象物および補助質量の変位は、渦電流形変位センサによって検出している。これらの2つの信号は、AD変換器を通して、浮動小数点演算DSP (TMS320C30) を核とするデジタル制御装置に入力される。また、調和外力と同期した正弦・余弦関数信号を、モータに取り付けたエンコーダの信号を基準として生成し、AD変換器を通して制御装置へ入力する。制御装置では、式(7), (8)あるいは式(18)に基づいて制御入力を計算し、電磁石の励磁回路に指令値を出力する。なお、制御周期は100 μ secである。

図6に実験結果を示す。この図は、
(a) 動吸振器が作動していない場合、
および内部モデル原理に基づいて設計された制御系の制御入力を



(a) Modified controller



(b) Transformation by the component T

Fig.3 Block diagram of the controller using exogenous synchronous signals

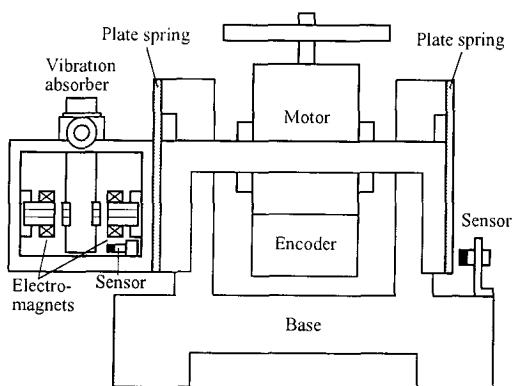


Fig.4 Schematic drawing of the experimental setup

Table 1 System parameters

parameter	value
m_1	5.42 kg
m_2	1.09 kg
J	$1.94 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$
k_1	$1.17 \times 10^5 \text{ N/m}$
c_1	29.0 Ns/m
c_θ	0.0
l_c	65.0 mm
l_g	28.7 mm
a_3	$2.02 \times 10^3 \text{ 1/(ms}^2\text{)}$
b_0	6.26 1/(As ²)
$m_v r$	26.0 gmm

- (b) 状態方程式を用いて計算した場合 (図2参照)
 (c) 外乱同期信号を利用して計算した場合 (図3参照)

について、各回転速度における制振対象物の振動振幅を示したものである。(b)の場合、閉ループ系の極はつぎのように指定している。

$$t_d(s) = \prod_{n=1}^3 (s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2)$$

$$\omega_n = 2\pi \times 23.5, \zeta_n = 0.2 \quad (n=1, \dots, 3)$$

また、(c)の場合、内部モデルの ω 以外の係数は、(b)と同じに設定している。

図6(a)からわかるように、動吸振器が作動していないときに制振対象物は23.5Hzに共振点を持ち、約75 μ mの振幅の振動が観測される。吸振周波数を23.5Hzとした制御系(b)では、設定された周波数で振動をほぼ零にすることができるが、それ以外の周波数では、制振対象物は振動してしまう。これに対し、外乱同期信号を利用した制御系(c)を用いた場合には、設計するときに設定した23.5Hz以外の周波数でも、振動をほぼ零にしていることがわかる。この結果から、外乱同期信号を利用した制御系は、周波数追従機能を備えていることが確認できる。

6. 結論

能動形動吸振器制御系において、外乱同期信号を利用して制御入力を構成することによって、周波数追従特性を実現した。その結果を要約すると、以下のようになる。

- (1) 内部モデル原理に基づいて設計された制御器を実現するとき、通常は状態方程式に基づいて制御入力を求めるのに対し、提案する制御系では、畳み込み積分に基づいて求める。
- (2) 畳み込み積分を計算するとき、重み関数に現れる正弦・余弦関数として実際の外乱に同期した信号を用いることによって、出力レギュレーションに必要な閉ループ系の振動零点は、自動的に外乱信号の振動極と一致するようになる。
- (3) 電磁サーボ式動吸振器を備えた実験装置において、加振力の周波数を15Hzから35Hzの間で変化させたとき、どの周波数においても制振対象物の振動がほとんどなくなることを確認した。

提案する動吸振器制御系では、原理的に内部モデルに誤差を生じないので、出力レギュレーションを確実に達成することができる。このような制御系は、動吸振器を利用した測定装置^{(10), (11)}などのように、外乱同期信号が簡単に得られ、かつ制振対象物の振動を零にする必要が

ある応用分野において、極めて有効であると考えられる。

謝辞

実験に際して、ご協力をいただいた埼玉大学大学院博士前期課程修了生大島毅君(現、東北電力勤務)に感謝の意を表す。

文献

- (1) 日野, 岩井, 若宮: 動吸振器形能動制振系における適応極配置法の応用, 機論, 57-533, C (1991), 94.

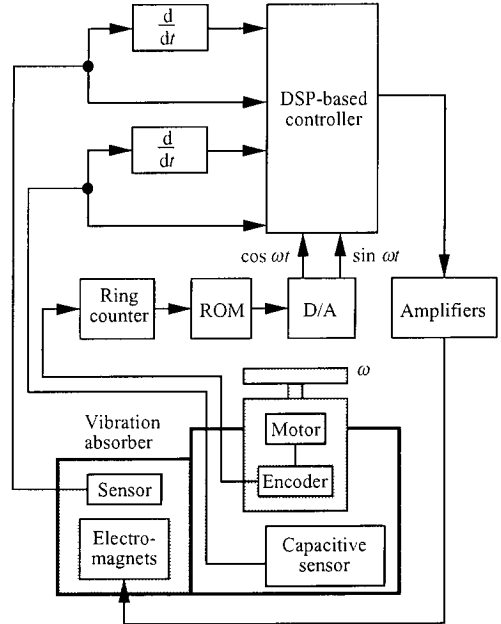


Fig.5 Outline of the control system

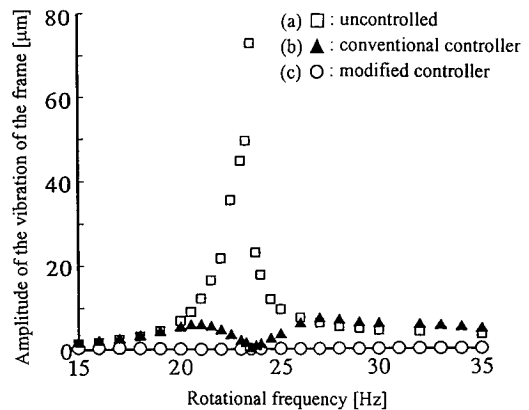


Fig.6 Response of the system at each rotational speed

- (2)長門, 吉田: ニューラルネットワークによるアクティブ動吸振器の制御, 機論, 58-550, C (1992), 1755.
- (3)野波, 西村, 崔: 多自由度振動系の外乱相殺制御 (固定面を利用する制振器およびアクティブ動吸振器を用いる場合), 機論, 58-545, C (1992), 68.
- (4)水野, 森谷, 荒木: 電磁サーボ式動吸振器の出力レギュレーション制御, 機論, 58-556, C (1992), 3523.
- (5)Mizuno, T., M. Moriya, and K. Araki: Robust Solutions to the Regulator Problem in an Active Dynamic Vibration Absorber System. Proc. 12th World Congress IFAC, Vol.4, (1993), 501.
- (6)Mizuno, T., M. Moriya, and K. Araki: Robust Disturbance Cancellation in an Active Dynamic Vibration Absorber System, Control Engineering Practice, Vol.3, No.6, (1995), 773.
- (7)水野, 森谷, 荒木: 複数の吸振周波数を持つ能動形動吸振器の実現, 機論, 60-577, C (1994), 3012.
- (8)Francis, B. A., and W. M. Wonham: The Role of Transmission Zeros in Linear Multivariable Regulators. Int. J. Control, Vol.22, No.5, (1975), 657.
- (9)大島: 動吸振器を用いた無重力環境下での質量測定に関する研究, 平成6年度埼玉大学大学院修士論文, (1994).
- (10)水野, 森谷, 荒木: 能動形動吸振器を利用した釣合い試験機の開発 (繰返し制御を利用した測定実験), 機論, 62-594, C (1996), 510.
- (11)水野, 荒木: 動吸振器を利用した無重力環境下での質量測定, 計測自動制御学会論文集, 32-8, (1996), 1145.