

回折する衝撃波の挙動に関する研究*

(第1報, 衝撃波の回折と反射過程)

高藤亮一^{*1}, 山中昭央^{*2}, 小原哲郎^{*3}
蔡品^{*3}, 大八木重治^{*3}A Study on Behavior of Diffracted Shock Wave
(1st Report, Process of Shock Wave Diffraction and Reflection)Ryouichi TAKAFUJI, Akio YAMANAKA, Tetsuro OBARA^{*4},
Pin CAI and Shigeharu OHYAGI^{*4}Saitama University, Dept. of Mechanical Engineering,
255 Shimo-Ohkubo, Urawa, Saitama, 338-8570 Japan

As is well known when a shock wave is emitted from an open end of a tube, an expansion wave and a vortex ring are generated behind the shock wave. Furthermore, a contact surface, slip line and these wave interactions may cause considerably complicate flow-fields. In this study, shock waves of Mach number 1.3, 1.6 and 2.2 are produced utilizing diaphragm-less shock tube of 50 mm diameter and *c. a.* 10 m total length, and the flow-fields are visualized with an aid of schlieren optical techniques. A cylindrical reflector is installed at test section and stagnation pressure behind reflected shock wave is measured with wide frequency response. A numerical analysis is also carried out to investigate these flow-fields using Predictor-Corrector TVD finite difference scheme. As a result, (i) the contour of diffracted shock wave is well coincided between experimental and numerical results, (ii) pressure histories behind reflected shock wave are clarified, (iii) an empirical formula is obtained between Mach number, non-dimensional distance from the open end of the tube and non-dimensional pressure just behind reflected shock wave.

Key Words : Compressible Flow, Computational Fluid Dynamics, Shock Wave, Flow Visualization

1. 緒 言

一般に衝撃波が開放端から放出される際には、開放端の角部から膨張波が発生するとともに渦輪が放出される。また、膨張波は次第に衝撃波に追いつき衝撃波を減衰させるとともに、膨張波が追いついた点から衝撃波は回折を始める。さらに衝撃波背後の流れ場には接触面および滑り線が形成される。したがって、衝撃波面の形状変化および衝撃波背後の流れ場は著しく複雑になる。

このような衝撃波の回折現象は自然界において、また可燃性気体の爆発などにより発生することから、衝撃波の基礎研究の一つとして研究が行われてきた。例えば、火山が噴火した際には大規模な衝撃波の回折現象が起き大きな被害を及ぼす可能性があることから、地形変化を考慮に入れた三次元数値シミュレーションが行われている⁽¹⁾⁽²⁾。また、火薬類の爆発によって生じる衝撃波が回折し爆風となって被害をもたらすことから、爆風の伝ばに関する研究が行われている⁽³⁾。さ

らに、高速列車が長いトンネルに突入した際には、列車がピストンの役割を果たし圧力波が形成され、それが弱い衝撃波へ遷移することが明らかにされている⁽⁴⁾⁽⁵⁾。また、前述したように衝撃波の回折現象は、物理的にも興味深い現象であることから、特に渦輪の運動に着目した研究⁽⁶⁾、衝撃波と渦輪の干渉に関する研究⁽⁷⁾などが行われている。このように衝撃波の回折機構について調べることは工学上において有用であり、特に安全工学的な観点から建造物の設置基準などの基礎データを得るうえで重要である⁽²⁾⁽⁸⁾。

本研究では、内径 50 mm の無隔膜形衝撃波管⁽⁹⁾を用いて伝ばマッハ数 1.3~2.2 の衝撃波を生成させ、衝撃波背後の流れ場をシュリーレン法を用いて可視化した。また、実験に対応する流れ場の数値シミュレーションを行い、実験結果との比較を行った。さらに、衝撃波管開放端からの無次元距離と反射衝撃波背後の最高圧力の関係について実験式を得たので報告する。

2. 実 験

2-1 装置および方法 図1に実験装置概略図を示す⁽¹⁰⁾。衝撃波を発生させるには断面収縮形の無隔膜衝撃波管を用いた。衝撃波管は貯気槽、衝撃波管、観測部、およびダンブタンクから構成される。

* 原稿受付 1999年4月19日。

^{*1} 埼玉大学大学院 (〒338-8570 浦和市下大久保255)。^{*2} 准員, 埼玉大学大学院。^{*3} 正員, 埼玉大学工学部。

E-mail: tobara@mech.saitama-u.ac.jp

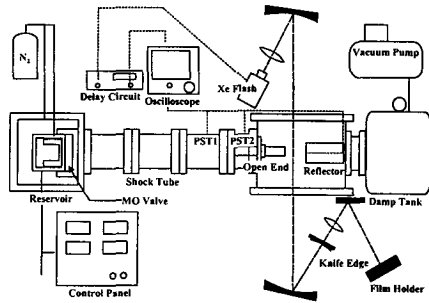


Fig. 1 Schematic diagram of experimental set-up

貯気槽(内径200 mm, 長さ1000 mm)の端にはMOバルブ⁹⁾と呼ばれる二つのピストンを組合せた急速開口弁が設置されている。二つのピストンのうち、貯気槽と衝撃波管を隔てるピストンをメインピストンと呼ぶ。このメインピストンを高速で移動させるため、メインピストンチャンバ内には別のサブピストンがある。電磁弁を開放させることによってサブピストンチャンバ内の気体が開放されれば、メインピストンチャンバ内の気体は電磁弁を介さず直接大気に開放されるためメインピストンは高速で移動し衝撃波が形成される仕組みである。サブピストンチャンバと貯気槽本体には、ストレインゲージ式の圧力変換器(TEAC社製, TP-AR 100 K, 精度20 kPa)が取り付けられている。

衝撃波管はステンレス製の円管で、内径50 mm, 全長6200 mmである。衝撃波およびその背後の流れ場を可視化するために、衝撃波管の下流側に内径500 mm, 奥行き500 mmの円筒形の観測部が設置されている。観測部の両側面には直径150 mmの観測窓を取付けた。

観測部の下流側には容積0.75 m³のダンプタンクが設置されている。ダンプタンクには、真空ポンプ(真空機工社製, GVD-200 A)が接続されており、ダンプタンク上部に取付けられたストレインゲージ式の圧力変換器(TEAC社製, TP-AR 10 K, 精度2 kPa)を用いて試験気体の圧力を設定した。

観測部と衝撃波管の接続部には、開放端が取付けられている。開放端は内径25 mm, 肉厚4 mmのステンレス製円管で、フランジにより衝撃波管出口に保持される。開放端上流側は長さ200 mmで、先端を鋭角にとがらせたクッキーカッター形状をしている。衝撃波面はこの部分で直径が約25 mmに切り取られる。これは、入射衝撃波背後に発達する境界層の影響をできるだけ取り除くためである。

観測部内には、衝撃波管の中心軸上に円筒(反射体

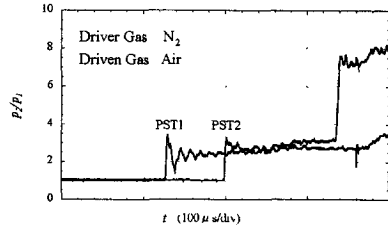


Fig. 2 Pressure histories ($M_s=1.6$)

と呼ぶ)が設置してある。反射体はアルミニウム製で、外径50 mm, 長さ250 mmであり、反射体前面の中心軸上に圧電式圧力変換器(PCB社製, Model 113 A 24, 応答時間1 μs)が面一に埋め込まれている。これにより反射体前面のよどみ点圧力を測定することができる。また、この反射体は光学ステージ上に設置され、開放端出口からの距離を微調整することができる。

流れ場を可視化するにはシュリーレン光学系を用いた。光源にはキセノン放電管(菅原研究所製, NP-1 A)を用いた。せん光時間は半値幅で約180 nsである。光源側では複数のレンズとピンホールを組合せ、光源から出た光が点光源になるようにした。また、流れに対して垂直方向の密度変化を詳細に撮影するため、ナイフエッジの刃面を管軸と平行に設置した。

衝撃波の伝ば速度を測定するため、衝撃波管の2箇所(貯気槽端より6005 mmと6200 mm)に圧力変換器が埋め込まれている。これらの圧力変換器を貯気槽側から順にPST 1, PST 2と呼ぶ。圧力変換器からの出力はストレージオシロスコープ(横河電機製, DL 1540)で記録した。また、オシロスコープからの信号は遅延回路装置(菅原研究所製, RE-306)を介して、光源への発光開始の信号として用いた。

2.2 無隔膜形衝撃波管の作動特性 実験を行うにあたり無隔膜形衝撃波管の作動特性を調べるための予備実験を行った。駆動気体は窒素であり、試験気体は空気である。図2に衝撃波管に取付けられている圧力変換器PST 1, PST 2でとらえた圧力波形の典型例を示す。衝撃波の伝ばマッハ数は $M_s=1.6$ である。グラフの縦軸は、衝撃波背後の圧力 p_2 を試験気体の初期圧 p_1 で除した無次元圧力、横軸は時間である。圧力波形は衝撃波の通過とともに急しゅんに立ち上がっていることがわかる。また、衝撃波が開放端で反射して形成される反射衝撃波の通過に起因する圧力上昇が観察される。波形上には圧力変動が記録されているが、これは圧力変換器が管壁とは完全に面一ではないことに起因すると考えられる。衝撃波が通過した背後では、圧力がほぼ一定の値を示し、 $M_s=1.6$ に対する

垂直衝撃波の理論値 ($p_2/p_1 \approx 2.8$) にほぼ一致する。このような波形から測定点間の時間差をオシロスコープ上で読取り、衝撃波の伝ばマッハ数を求めた。

図3は予備実験で得られた駆動気体の圧力 p_4 と試験気体の圧力 p_1 との比に対し得られた衝撃波の伝ばマッハ数の関係を示す。実線は、単純理論による理論値⁽¹⁾である。実験で得られる衝撃波マッハ数 M_s の圧力比 p_4/p_1 に対する変化は、定性的に理論値と同様の傾向を示すが、定量的には理論値を下回っている。これは、単純理論では隔膜が瞬間的に開口されると仮定しているのに対し、実験ではおもにピストンとシリンダ間におけるOリングの摩擦によってピストンが十分高速で移動せず、駆動気体が瞬間的に開放されないことが原因である⁽⁹⁾。また、同じ設定圧力比において得られる衝撃波のマッハ数にはばらつきが大きい。これもピストンとシリンダ間の摩擦によりピストン移動速度の再現性が低いとと考えられる。

2.3 実験条件 垂直衝撃波が回折する現象は、衝撃波背後の熱気流が超音速であるか、亜音速であるかによって大別される⁽¹¹⁾。熱気流の流速が亜音速であれば、開放端角部で発生した後退膨張波は開放端上流へと伝ばし、衝撃波背後の圧力を減衰させるため開放端上流の圧力はなめらかに変化する。一方、衝撃波背後が超音速である場合、後退膨張波は開放端上流へ伝ばすることができず、二次衝撃波を生成させるため回折した衝撃波背後の圧力は不連続的に変化する。試験気体を空気とした場合、衝撃波の伝ばマッハ数が $M_s \approx 2.07$ 以上の条件では、衝撃波背後の熱気流は超音速となる。したがって、本報では衝撃波の伝ばマッハ数を $M_s = 1.3, 1.6, 2.2$ の3条件を選定して実験を行った。なお、 $M_s = 1.6$ は、回折した衝撃波背後の渦付近で局所的に超音速となる条件である。

駆動気体にはマッハ数が $M_s = 1.3, 1.6$ の条件で窒素を、マッハ数が $M_s = 2.2$ の条件ではヘリウムを用いた。試験気体は空気である。開放端出口から反射体までの距離を L 、開放端内径を D とし、その無次元距

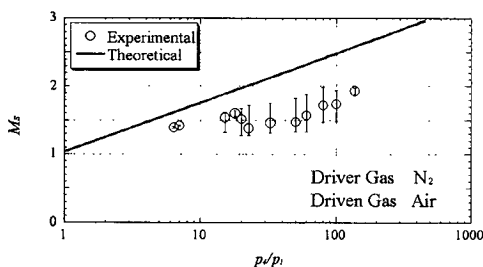


Fig. 3 Relationship between pressure ratio and Mach number of shock wave

離 L/D を 0.5, 1.0, 2.0 と変化させて実験を行った。

3. 数値計算

実験結果をより詳細に理解するため、流れ場の数値シミュレーションを行った。衝撃波の伝ばマッハ数が $M_s \leq 2.2$ と比較的小さいこと、および壁面近傍の境界層の影響が大きいと考えられる領域を計算対象としていないことから、問題の定式化を行うにあたり以下の仮定をおいた。

- (1) 流れ場は軸対称である。
- (2) 気体は比熱比一定の理想気体とする。
- (3) 粘性、熱伝導および拡散の影響は小さく、無視できるものとする。

これらの仮定のもとに定式化される質量、運動量、エネルギー保存方程式を、Explicit Predictor-Corrector TVDスキーム⁽¹²⁾を用いて数値計算した。計算領域は開放端から反射体までを含む $100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ の領域とした。また、計算格子は正方形で格子点数は $500 \text{ 点} \times 500 \text{ 点}$ の計 $250,000$ 点である。初期条件として開放端から 5 mm 上流側に Rankine-Hugoniot の関係式⁽¹³⁾ から求められる不連続面をおいた。境界条件は壁面および中心軸に反射条件、その他の境界には自由境界条件を用いた。

4. 結果および考察

開放端から反射体までの距離 L を開放端出口の口径 D で除した無次元距離を $L/D = 2.0$ で一定とし、衝撃波の伝ばマッハ数を $M_s = 1.3, 1.6, 2.2$ と変化させた場合の流れ場について述べる。

4.1 衝撃波伝ばマッハ数 $M_s = 1.3$ の流れ場 図4に、 $M_s = 1.3$ の場合に得られた流れ場のようすを示す。図の上半分は実験により得られたシュリーレン写真であり、下半分は数値計算によって得られた密度の値を縦方向について一階微分し、それを画像処理して得られた数値シュリーレン像である。なお、図4には回折した衝撃波が反射体と干渉してからの経過時間 t を示す。衝撃波は図左側の開放端(ST)より右方向に伝ばし、右側にある反射体(CR)と干渉する。図5に反射体よどみ点において計測された圧力履歴を示す。グラフの横軸 t は衝撃波が反射体と干渉してからの経過時間、縦軸は衝撃波背後の圧力を試験気体の初期圧で無次元化した値を示す。実線は実験で得られた圧力波形であり、破線は数値計算結果である。図5で示す圧力波形上の a~d は、図4に示した a~d の時刻に対応する。

図4(a)では、開放端角部からの膨張波によって衝

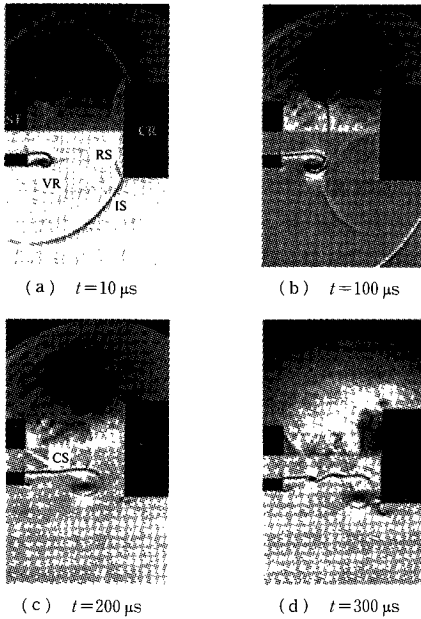


Fig. 4 Computational and experimental schlieren photographs ($M_s=1.3, L/D=2.0$)

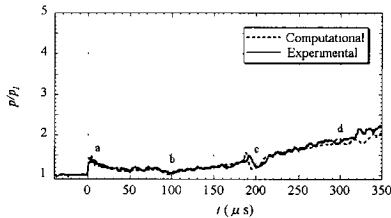


Fig. 5 Pressure histories ($M_s=1.3, L/D=2.0$)

衝撃波 (IS) が大きく回折し反射体と干渉している。また、回折した衝撃波の背後には渦輪 (VR) が形成され始めている。反射衝撃波 (RS) は入射衝撃波の形と対称に弧を描いて反射し、反射体角部で再び回折を始める。図 5 に示した圧力波形上の a では、回折した衝撃波がすでに反射体と干渉することにより反射体前面の圧力が急しゅんに立ち上がる。その後、圧力はなだらかに減衰している。これは開放端角部から発生した膨張波によって入射衝撃波がすでに減衰しているためである。

図 4 (b) では、反射衝撃波が反射体角部で回折したことにより生じた膨張波が、上流へ伝ばし反射衝撃波と干渉することにより反射衝撃波面の曲率が大きくなるようすが観察される。その後この膨張波は、反射体の中心軸上で収束することになり、図 5 の b において圧力がわずかに減少する。さらに、この膨張波により反射体前方の流れが加速されるため、図 5 の b 以降で

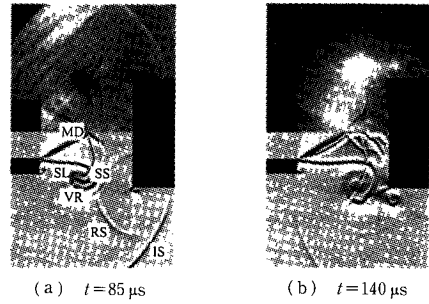


Fig. 6 Computational and experimental schlieren photographs ($M_s=1.6, L/D=2.0$)

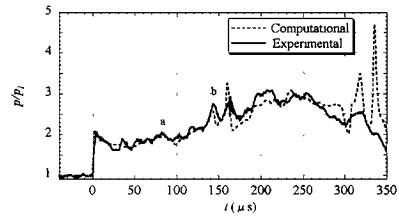


Fig. 7 Pressure histories ($M_s=1.6, L/D=2.0$)

よどみ点圧力は上昇する。一方、図 4 (b) の渦輪付近では、反射衝撃波が渦と干渉する。中心軸付近の渦輪の内側で、反射衝撃波は流れに対してほぼ垂直になる。また、渦内部では反射衝撃波が大きく屈折し、渦輪の外側では、この衝撃波が渦内部から弧を描いて上流へ伝ばするようすがわかる。

図 4 (c) では、反射衝撃波が渦輪と干渉することにより大きく変形した衝撃波が中心軸上で干渉し、円すい形状の衝撃波 (CS) が形成されている。また、渦輪が反射体に近づくとき、その前面で流れの向きが主流と直角方向に変化するため膨張波が形成され、図 5 の c のように圧力が一時的に減少する。

図 4 (d) では、反射体の角部で発生した渦が開放端より伝ばしてくる渦輪と干渉している。また、反射体前方の流れは、渦輪の内側に定在する衝撃波を介して加速される。その結果、図 5 の d のように反射体よどみ点圧力は上昇する。

以上述べたように回折する衝撃波の反射後の亜音速流れは渦輪との干渉により複雑な構造を呈し、結果として先頭波面より高い圧力を生じることになる。この現象は数値シミュレーションでも十分な精度で再現できた。

4.2 衝撃波伝ばマッハ数 $M_s=1.6$ の流れ場 図 6 に、マッハ数が $M_s=1.6$ の場合に得られた流れ場のようすを示す。数値計算は実験結果で現れている細かな渦列等は再現しきれていないが、全体的な流れ場は

よく一致しているといえる。また、図7に反射体よどみ点における圧力履歴を示す(グラフの縦軸、横軸は図5と同様)。マッハ数が $M_s=1.3$ の場合と同様、数値計算の結果は実験とよく一致している。

図6(a)では、開放端から放出された衝撃波(IS)が反射体と干渉し、その反射衝撃波(RS)は、渦輪(VR)と干渉し始めている。反射体で反射した衝撃波は、反射体角部より発生する膨張波により、 $M_s=1.3$ の場合よりも大きく曲率に変化している。このとき渦輪では、渦内部において流れの再圧縮による二次衝撃波(SS)が生じ、一部が中心軸上で発達している。また、開放端角部から生じている膨張波の波尾から滑り線(SL)までの領域で、局所的に音速が小さいため流れ場は超音速となり、密度差が明確に現れている。さらにこの膨張波は中心軸で収束し、そこからマッハディスク(MD)が生じている。この境界からは新たに滑り線が生じている。図7のaでは、 $M_s=1.3$ の場合と異なり、衝撃波が反射体で反射した後で圧力の減少が見られない。これは、 $M_s=1.3$ の場合と比較して反射体前方における流速が大きく、よどみ点圧力が大きいためと考えられる。その後、管内からの流れにより、反射体方向への流れが加速されるため、圧力は次第に上昇する。

図6(b)では、開放端からの渦輪が反射体に接近し反射体角部で生じた渦と干渉するため著しく複雑な流れ場となる。また、反射衝撃波が渦輪を通過すること

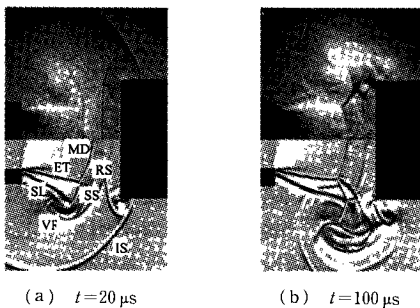


Fig. 8 Computational and experimental schlieren photographs ($M_s=2.2$, $L/D=2.0$)

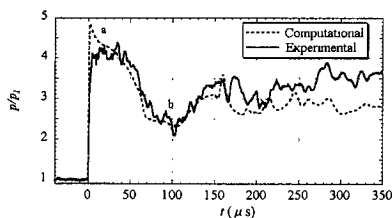


Fig. 9 Pressure histories ($M_s=2.2$, $L/D=2.0$)

により弓形の衝撃波が生じ、その衝撃波が中心軸上で収束している。この弓形衝撃波により図7(b)以降の圧力変動が生じている。その後、反射体前方の流れは比較的安定し、流れの方向は反射体前面で主流に対して直角方向に変化するため次第に圧力が減衰する。

4.3 衝撃波伝ばマッハ数 $M_s=2.2$ の流れ場 図8に、マッハ数が $M_s=2.2$ の場合に得られた流れ場のようすを示す。数値計算は実験結果と比べ全体的な流れ場はよく一致している。また、図9は反射体よどみ点における圧力履歴を示す(グラフの縦軸と横軸は図5と同様)。マッハ数が $M_s=1.3$ および 1.6 の場合と同様に、数値計算結果は実験結果とよく一致している。

図8(a)では、開放端からの回折衝撃波背後で管内の流れが超音速となるため膨張波の波尾(ET)は主流の外側を向き、中心軸で弓形のマッハディスク(MD)が生じている。また、渦内部で二次衝撃波(SS)が発生している。一方、反射体で反射した衝撃波は、中心軸付近の曲率が小さくなっている。これは中心軸で下流方向への流速が大きいため、マッハディスクを介して反射衝撃波背後の流速が、相対的に小さくなるためである。このとき圧力は、図9のaからbの間でなだらかに減衰する。

図8(b)では、開放端からの渦輪と反射体からの渦輪が干渉し始めている。開放端からの渦輪からは、反射衝撃波と干渉したことによる弓形の衝撃波が生じている。一方、反射衝撃波は開放端角部からの滑り線と干渉している。このことにより滑り線は屈折し、反射衝撃波は滑り線と膨張波の波尾に囲まれる領域を伝ばしている。また、反射体前方で主流と直角方向への流れが強くなる。このため図9のbでは圧力が急激に減衰している。前述したように、衝撃波マッハ数 $M_s=2.2$ では、衝撃波背後の流れが超音速となるため、開放端角部で生成された膨張波は管上流へと伝ばすることができない。したがって、管上流の流れが加速されることがないため、反射衝撃波背後の圧力が最高圧力となる。

4.4 考察 開放端から放出された衝撃波が反射した際の反射衝撃波直後の圧力 p_s の値は、衝撃波発生源からの保安距離を設定するうえで最も重要なパラメータの一つと考えられる。しかしながら p_s は衝撃波マッハ数 M_s 、開放端から反射体までの距離 L 、開放端の内径 D 、初期圧 p_1 の関数であり解析的に求めることが困難である。これらの初期条件の違いによらず p_s を予測することは安全工学上重要である。これらの変数の間にある関係を求めるため、次回解析

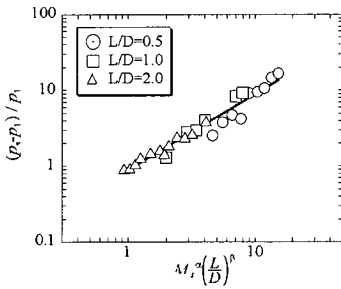


Fig.10 Relationship between non-dimensional parameter ε and Mach number

的に考えると、三つの無次元数、すなわち衝撃波の伝ばマッハ数 M_s 、反射衝撃波背後の無次元圧力 $(p_s - p_1)/p_1$ 、開放端からの無次元距離 L/D の間に一つの関係が存在する。図10は、横軸に衝撃波マッハ数 M_s^α と無次元距離 $(L/D)^\beta$ の積、縦軸に $(p_s - p_1)/p_1$ として表した結果である。図10より無次元圧力は L/D の違いによらず、一つの直線上に分布することがわかる。したがって、衝撃波マッハ数が $M_s = 1.3 \sim 2.8$ の範囲において次の実験式を得ることができる。

$$p_s = p_1 \left\{ 1 + M_s^\alpha \left(\frac{L}{D} \right)^\beta \right\}$$

p_s は反射衝撃波背後の圧力であるため、反射体の形状には依存しない。係数 α および β の値は $\alpha \approx 2.54$ 、 $\beta \approx -0.9$ と見積もられる。上式より垂直衝撃波が三次元空間へ開放され反射した際の最高圧力 p_s を見積もることができる。

5. 結 言

本論で得られた結果を以下に要約する。

(1) 衝撃波マッハ数を $M_s = 1.3 \sim 2.2$ の範囲で変化させ、開放端から放出される衝撃波の挙動をシュリーレン法を用いて可視化した。また、実験に対応する流れ場の数値シミュレーションを行い、数値シュリーレン画像を作成した。実験と数値計算結果は定性的に一致することを明らかにした。

(2) 開放端の下流に反射体を設置し、よどみ点における圧力波形と流れ場の対応関係について明らかにした。また、実験と計算結果は定量的にも一致することを明らかにした。

(3) 反射衝撃波背後の最高圧力 p_s は衝撃波マッハ数 M_s および無次元距離 L/D の関数で表されることを明らかにした。この結果は衝撃波発生源からの保安距離を設定するうえで重要な基礎データとなり得る。

本実験を遂行するにあたり、本学 吉橋照夫技官の協力を得た。ここに付記し謝意を表する。

文 献

- (1) 早川理・ほか3名, 火山噴火における爆風伝播の数値シミュレーション, 平成7年度衝撃波シンポジウム講演論文集, (1996), 311-314.
- (2) Timofeev, E. V., ほか4名, Adaptive Unstructured Supercomputer Simulations of 3-D Blast Waves over Vast Terrains with Buildings, 平成10年度衝撃波シンポジウム講演論文集, (1999), 151-154.
- (3) 中山良男・ほか5名, 模擬火薬庫内爆発により生じる爆風の伝播, 平成10年度衝撃波シンポジウム講演論文集, (1999), 159-162.
- (4) 松尾一泰, 圧縮性流体力学—内部流れの理論と解析—, (1994), 理工学社.
- (5) 佐宗章弘・ほか2名, 高速度列車トンネル突入による圧縮波の衝撃波への遷移, 機論, 63-616, B(1997), 3944-3951.
- (6) Kleine, H., ほか2名, Shock Wave Diffraction-New Aspects of an Old Problem, *Shock Waves @ Marseille, IV* (1995), 117-122.
- (7) 襄田登世子, 衝撃波と渦輪の干渉 (衝撃波の歪みとその変遷), 平成10年度衝撃波シンポジウム講演論文集, (1999), 563-566.
- (8) Obara, T., ほか3名, Study of Shock Wave Diffraction from an Open End of the Tube, *Proc. 21st Int. Symp. Space Technol. Sci.*, (1998) 927-932.
- (9) 大野達也・ほか4名, 無隔膜駆動部を用いた極超音速衝撃風洞の実験と解析 (圧力特性と $x-t$ 線図), 千葉大学工学部研究報告, 47-1 (1995), 7-16.
- (10) 高藤亮一・ほか3名, 溝の付いた管内で減衰した衝撃波に関する研究, 平成10年度衝撃波シンポジウム講演論文集, (1999), 305-308.
- (11) 松尾一泰, 衝撃波の力学, (1983), 理工学社.
- (12) Yee, H. C., Upwind and Symmetric Shock-Capturing Schemes, *NASA Tech. Mem.* 89464 (1987).