

伝達関数を用いた磁気軸受制御系の基本構造の解析*

水 野

毅*¹

A Transfer Function Approach to Active Magnetic Bearing Control Systems

Takeshi MIZUNO*²^{*2} Saitama University, Dept. of Mechanical Engineering, Shimo-Okubo 255, Urawa, Saitama, 338-8570 Japan

The fundamental properties of active magnetic bearing controllers are investigated from the standpoint of output regulation in the presence of deterministic disturbances. A transfer function approach is used in the analysis. The variable to be regulated is selected from rotor displacement, coil current and bearing force. The treated disturbance is constant or harmonic; the latter is caused by rotor unbalance. The essential properties of the controller achieving output regulation for constant disturbances are derived. Those for unbalance disturbance are also shown by using complex-variable representation, which makes the procedure of analysis similar to that for constant disturbances. The derived controllers for unbalance compensation are converted into two types of real-variable representation: state equation and convolution integral. It clarifies the equivalence between the independently developed unbalance compensation controllers. It is also shown that the obtained results can be utilized in designing controllers.

Key Words: Magnetic Bearing, Robust Control, Servo Mechanism, Output Regulation, Disturbance Cancellation

1. 緒 言

磁気浮上や磁気軸受では、目的に応じてさまざまな特徴を持つ制御方法が提案・実用化されている。例えば、浮上対象物に一定の外力が作用しても定常偏差を生じないようにするためには、積分補償やオブザーバを利用した外乱補償制御などが導入される⁽¹⁾⁽²⁾。いっぽう、バイアス磁束を永久磁石によって与える磁気浮上系では、電磁石のコイル電流を定常的には零に保ち、永久磁石の吸引力だけで重量を支持する零パワー制御が用いられている⁽⁴⁾⁽⁶⁾。また、回転体を支持する磁気軸受では、不つり合いのある回転体を支持する場合でも、振れ回りを生じさせずに回転させたり⁽⁷⁾、コイル電流の周期的変動や軸受を介して外部に伝わる振動を小さくしたりする制御方法(不つり合い補償)が提案され、有効性が実証されている⁽⁸⁾。

本研究では、上述したような機能を達成する制御系の基本的な構造を明らかにし、これまでに開発されてきた各種の制御手法の相互関係を明確にすることを目的とする。解析には伝達関数表現を用いて、できるだ

け統一的なアプローチをする。

本稿では、電磁石の励磁回路として電流出力形パワーアンプを用いた電流制御形磁気軸受⁽²⁾を扱う。また、特に断らない限り、磁気浮上系と磁気軸受とを区別しないで、まとめて磁気軸受と呼ぶことにする。

2. 制御によって付加される機能

磁気軸受では、制御系を工夫することによって、従来の機械的な軸受では実現できなかった機能を実現することができる。ここでは、浮上対象物に作用する外力を制御系の外乱とみなし、確定外乱に対する出力レギュレーションの観点からそれらを整理する。

外乱 w としては、つぎの2種類を考える。

- (1) ステップ外力 w_{step}
- (2) 不つり合い力 w_{unb}

いっぽう、レギュレーションの対象となる出力変数 y (以下では、簡単に出力と呼ぶ)としては、つぎのようなものがある。

- (a) 変位 x
- (b) コイルの制御電流 i
- (c) 軸受力 f

このような分類を、従来開発されてきた代表的な制御

* 原稿受付 1998年12月14日。

*¹ 正員、埼玉大学工学部 (☎ 338-8570 浦和市下大久保 255)。

E-mail: mizar@mech.saitama-u.ac.jp

方法に当てはめてみる。簡単のため、考慮する外乱 w と出力 y との関係は

$$y/w \rightarrow 0 \quad (1)$$

と表すことにする。これは、外乱の影響が定常的には出力に現れないことを意味する。このような表記を用いると、積分補償および零パワー制御が実現する機能は、それぞれつぎのように表される。

$$\text{積分補償: } x/w_{step} \rightarrow 0$$

$$\text{零パワー制御: } i/w_{step} \rightarrow 0$$

また、不つり合い補償のうち、振れ回りを生じさせない変位変動零化制御、コイル電流の周期的な変動をなくす電流変動零化制御および軸受力の変動をなくす軸受力変動零化制御によって実現される機能は、それぞれつぎのように表される。

$$\text{変位変動零化制御: } x/w_{unb} \rightarrow 0,$$

$$\text{電流変動零化制御: } i/w_{unb} \rightarrow 0,$$

$$\text{軸受力変動零化制御: } f/w_{unb} \rightarrow 0.$$

これらの関係をまとめて表 1 に示す。

ここで、注意すべきことは、安定な浮上状態を維持しながら

$$f/w_{step} \rightarrow 0 \quad (2)$$

という機能を実現することはできないことである。これは、物体を静止状態に保つためには、その物体に作用する力の総和が零でなければならないことから明らかである。

3. 解析モデル

ここでは、制御目的を達成するために必要な制御系の基本的な構造を明確にするために、できるだけ簡単なモデルを用いて解析を行う。本報では、特に断らない限り内部安定性は確保されていると仮定し、出力レギュレーション特性だけに着目して議論を進めていく。なお、以下では、簡単のため、ラプラス変換された変数を対応する大文字で表すことにする。

3.1 1 自由度モデル ステップ外力に対するレギュレーション問題について議論する場合には、図 1 に示すような 1 自由度モデルを用いる。図で、浮上対象物は垂直方向だけに運動するとする。動作点では、浮上対象物は所定の位置にあって、浮上対象物に作用する磁石の吸引力と重力とが釣り合っているとす。動作点の周りで線形化した運動方程式は、次式のように求められる⁹⁾。

$$m\ddot{z}(t) = k_s z(t) + k_i i_z(t) + w_z(t) \quad (3)$$

ここで、

m : 浮上対象物の質量,

Table 1 Classification of the output regulation controls

Variable to be regulated	Disturbance	
	Stepwise w_{step}	Unbalance w_{unb}
Displacement x	Zero static position error	Zero whirling
Current i	Zero DC power consumption	Zero AC power consumption
Force f	---	Zero transmitted vibration

Permanent magnet for zero-power control

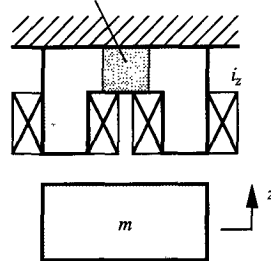


Fig.1 Basic model with single degree of freedom of motion

k_s, k_i : 電磁石の特性係数,

z : 浮上対象物の変位 (動作点からの変動量),

i_z : コイル電流 (動作点からの変動量),

w_z : 浮上対象物に作用する外力 (外乱) .

なお、零パワー特性について論じるために、バイアス磁束は永久磁石によって与えているが、電磁石だけを用いた系でも、式(3)と同様な式が成立する。

簡単のため、初期値を零として式(3)をラプラス変換し整理すると、次式を得る。

$$Z(s) = \frac{1}{t_o(s)} (b_0 I_z(s) + d_0 W_z(s)) \quad (4)$$

ここで、

$$t_o(s) = s^2 - a_0, \quad (5)$$

$$a_0 = \frac{k_s}{m}, \quad b_0 = \frac{k_i}{m}, \quad d_0 = \frac{1}{m}.$$

また、ステップ外乱は、次式のように表される。

$$W_z(s) = \frac{A_0}{s} \quad (6)$$

3.2 2 自由度モデル 不つり合い力の影響を解析する場合には、図 2 に示すような 2 自由度モデルを用いる。これは、ロータの半径方向の 2 自由度の運動を能動的

に制御するラジアル磁気軸受を模式的に表したものである。通常は、1自由度を対向する一対の電磁石で制御するが、ここでは、簡単のため、1自由度当たり1個の電磁石しか示していない。動作点の周りで線形化した運動方程式は、次式のように求められる⁽⁷⁾。

$$m\ddot{x}(t) = k_s x(t) + k_i i_x(t) + w_x(t) \quad (7)$$

$$m\ddot{y}(t) = k_s y(t) + k_i i_y(t) + w_y(t) \quad (8)$$

ここで、

m : ロータの軸受部での等価質量、

x, y : ロータの半径方向の変位、

i_x, i_y : x 軸・ y 軸方向の電磁石の制御電流、

w_x, w_y : ロータに作用する x 軸・ y 軸方向の外力。

ロータに作用する外力がロータの不つり合いによるものであるとすると、 w_x, w_y は次式のように表すことができる。

$$w_x = m\epsilon\omega^2 \cos(\omega t + \gamma) \quad (9)$$

$$w_y = m\epsilon\omega^2 \sin(\omega t + \gamma) \quad (10)$$

ここで、

ϵ, γ : ロータの不つり合いの大きさと位相角、

ω : ロータの回転角速度。

以下での解析を簡単にするために、つぎのような複素変数を導入する。

$$x_c(t) = x(t) + jy(t), \quad (11)$$

$$i_c(t) = i_x(t) + ji_y(t) \quad (12)$$

$$w_c(t) = w_x(t) + jw_y(t) (= m\epsilon\omega^2 e^{j(\omega t + \gamma)}) \quad (13)$$

これらの変数を用いて式(7)、(8)を書き直すと、次式が得られる。

$$m\ddot{x}_c(t) = k_s x_c(t) + k_i i_c(t) + w_c(t) \quad (14)$$

したがって、2自由度系は、式(3)で記述されるシステムを複素ベクトル空間上のシステムに拡張したものであるとみなすことができる⁽¹⁰⁾。

簡単のため、初期値を零として式(14)をラプラス変換し、整理すると次式を得る。

$$X_c(s) = \frac{1}{t_c(s)} (b_0 I_c(s) + d_0 W_c(s)) \quad (15)$$

また、不つり合いによる外乱は次式で表される。

$$W_c(s) = \frac{A_\omega}{s - j\omega} \quad (16)$$

ここで、

$$A_\omega = m\epsilon\omega^2 e^{j\gamma} \quad (17)$$

なお、ロータの傾き運動のように、ジャイロ効果による相互干渉のある2自由度系を扱う場合には、式(7)において、

$$t_c(s) = s^2 - j\omega s - a_0 \quad (18)$$

とすればよい⁽⁸⁾。

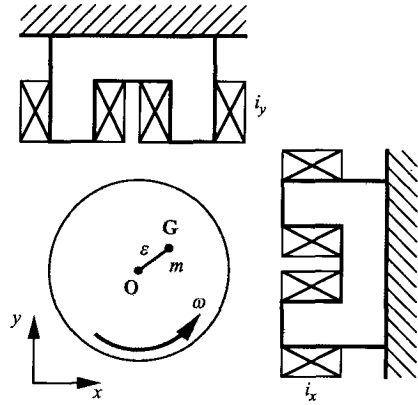


Fig.2 Basic model with two degrees of freedom of motion

なお、式(8)において A_ω の値は一定として $\omega = 0$ とすると、式(15)で表される2自由度系は、式(4)で表される1自由度系と等価な2つの系に完全に分離できる。

4. ステップ外乱に対するレギュレーション

4.1 制御則の形式 通常の磁気軸受では、変位センサの信号に基づいて制御入力が定められる。ここでは、電流制御形磁気軸受を対象としているので、コイル電流を制御入力とみなすことができる。したがって、時不変ゲインの線形制御を実施する場合には、制御則は一般に次式のように表すことができる。

$$I_z(s) = -\frac{h(s)}{g(s)} Z(s) \quad (19)$$

ここで、 $g(s), h(s)$ は実係数を持つ s の多項式で、以下の条件を満たすように選定される。

(A.1) 互いに素である。

(A.2) 閉ループ系が漸近安定である。すなわち、

$$t_p(s) \equiv (s^2 - a_0)g(s) + b_0h(s) = 0 \quad (20)$$

の根はすべて負の実部を持つ。

通常は、 $h(s)/g(s)$ がプロパーな有理関数となるように選定する。

4.2 変位を出力とした場合 式(19)を式(4)に代入して、整理すると

$$\begin{aligned} Z(s) &= \frac{g(s)}{t_p(s)} d_0 W_z(s) \\ &= d_0 \frac{g(s)}{t_p(s)} \cdot \frac{A_0}{s} \end{aligned} \quad (21)$$

が得られる。制御系が

$$x/w_{step} \rightarrow 0 \quad (22)$$

という機能を持つためには、 $g(s)$ が s を因子に持つことが必要となる。すなわち、

$$g(s) = s\tilde{g}(s) \quad (23)$$

ここで、 $\tilde{g}(s)$ は、 $h(s)$ と互いに素な s の多項式である。したがって、制御目的(12)を達成する補償器は、一般的に図3のように表される。この図から、積分補償を用いると(22)を達成できることがよくわかる。

4.3 コイル電流を出力とした場合 つぎに制御系が $i / w_{step} \rightarrow 0$ (24)

という機能を持つための条件を求める。式(21)に式(19)を代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} I_z(s) &= -\frac{h(s)}{t_p(s)} d_0 W_z(s) \\ &= -d_0 \frac{h(s)}{t_p(s)} \cdot \frac{A_0}{s} \end{aligned} \quad (25)$$

したがって、制御目的(24)を達成するためには、 $h(s)$ が

$$\begin{aligned} h(s) &= s\tilde{h}(s) \\ \tilde{h}(s) : g(s) &\text{と互いに素な} s \text{の多項式} \end{aligned} \quad (26)$$

と表されることが必要となる。この関係をを図に表すと、図4(a)のようになる。変位を微分すると速度が求められるので、この図から、

・速度信号に基づいてフィードバック制御を行う⁽⁵⁾
 ことによって、零パワー制御を実現できることがわかる。また、式(26)を代入した式(19)は、つぎのように変形することができる。

$$\begin{aligned} I_z(s) &= -\frac{s\tilde{h}(s)}{g(s)} Z(s) \\ &= -\frac{s}{s+\tau} \cdot \frac{(s+\tau)\tilde{h}(s)}{g(s)} Z(s) \\ &= -\frac{1}{1+\frac{\tau}{s}} \cdot \frac{(s+\tau)\tilde{h}(s)}{g(s)} Z(s) \end{aligned} \quad (27)$$

ここで、 τ は等価変換を行うために導入されたパラメータで、不安定極の極零点相殺を避けるために

$$\tau > 0 \quad (28)$$

を満たすように選定する。式(27)の関係は、図4(b)のように表される。この図から、

・電流の積分を局所フィードバックする⁽⁶⁾
 ことによって零パワー特性を実現できることがわかる。

4.4 構造安定性 制御目的(22), (24)を達成するための条件(23), (36)は、コントローラだけで決まり、制御対象のパラメータに依らない。逆に言うと、(22), (24)を実現するように設計された制御系は、制御対象のパラメータが変動しても、内部安定性が失われない限り、その特性を失わない。すなわち、設計のときに意識しなくても自動的に構造安定な制御系となっている。

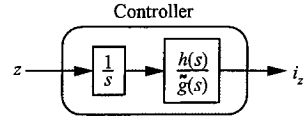
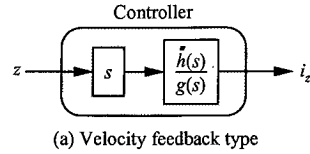
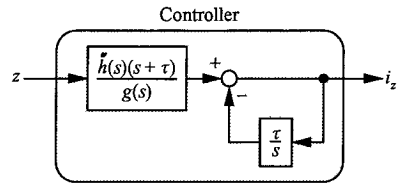


Fig.3 General form of the controller for displacement regulation



(a) Velocity feedback type



(b) Current feedback type

Fig.4 General form of the controllers for current regulation

5. 不つり合い力に対するレギュレーション

5.1 制御則の形式 不つり合い力に対する出力レギュレーション問題を扱うときにも、前章と同様なアプローチができる。制御則としては、次式で表されるものを考える。

$$I_c(s) = -\frac{h_c(s)}{g_c(s)} X_c(s) \quad (29)$$

ここで、 $g_c(s)$ 、 $h_c(s)$ は複素係数を持つ s の多項式で、前節と同様に、以下の条件を満たすように選定される。

(A.3) 互いに素である。

(A.4) 閉ループ系が漸近安定である。すなわち、

$$\begin{aligned} t_q(s) &\equiv (s^2 - a_0)g_c(s) + b_0h_c(s) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (30)$$

の根はすべて負の実部を持つ。

5.2 変位を出力とした場合 式(29)を式(15)に代入して整理すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} X_c(s) &= \frac{g_c(s)}{t_q(s)} d_0 W_c(s) \\ &= d_0 \frac{g_c(s)}{t_q(s)} \cdot \frac{A_w}{s - j\omega} \end{aligned} \quad (31)$$

制御系が

$$x / w_{unb} \rightarrow 0 \quad (32)$$

という機能を持つためには、 $g_c(s)$ が $(s - j\omega)$ を因子に持つことが必要となる。すなわち、

$$g_c(s) = (s - j\omega)\tilde{g}_c(s) \quad (33)$$

ここで、 $\tilde{g}_c(s)$ は、 $h_c(s)$ と互いに素な s の多項式であ

る。したがって、制御目的(32)を達成する補償器は、一般的に図5(a)のように表される。図3と比較すると、図3におけるステップ外乱のモデル $1/s$ を調和外力のモデル $1/(s-j\omega)$ に置き換えた構造となっていることがわかる。

実際に制御則を実装する場合には、実変数・実係数を用いて制御則を表す必要がある。このため、つぎのような変数・伝達関数を導入する。

$$\frac{1}{s-j\omega} X_c(s) = Q(s) = Q_x(s) + jQ_y(s) \quad (34)$$

$$\frac{h_c(s)}{\tilde{g}_c(s)} = G_s(s) + jG_c(s) \quad (35)$$

ここで、

$$Q_x(s) = \frac{s}{s^2 + \omega^2} X(s) - \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} Y(s), \quad (36)$$

$$Q_y(s) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} X(s) + \frac{s}{s^2 + \omega^2} Y(s), \quad (37)$$

$G_c(s)$, $G_s(s)$: 実係数の伝達関数。

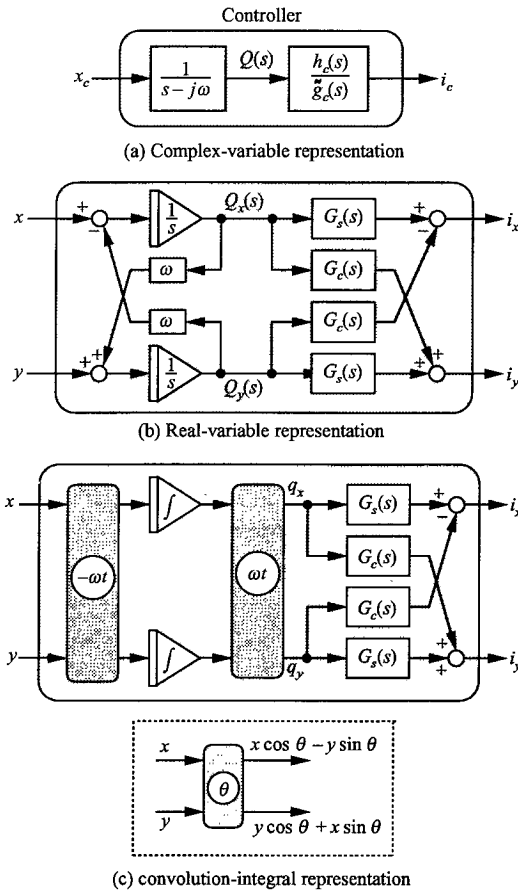


Fig.5 Unbalance Compensator for displacement regulation

これらを用いて、図5(a)を書き直すと図5(b)のようになる。著者らの開発した不つり合い補償機能を持つ補償器は、この図で示されるような構造を持っている⁽⁷⁾。

また、式(34)をラプラス逆変換して、畳込み積分を利用して補償入力を計算する形に書き直すと、以下のようになる⁽¹¹⁾。

$$\begin{aligned} q_x(t) + jq_y(t) &= \int x_c(\tau) e^{j\omega(t-\tau)} d\tau \\ &= e^{j\omega t} \int x_c(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \end{aligned} \quad (38)$$

これを実変数を用いて表すと、つぎのようになる。

$$\begin{bmatrix} q_x(t) \\ q_y(t) \end{bmatrix} = R(\omega t) \int_0^t R(-\omega\tau) \begin{bmatrix} x(\tau) \\ y(\tau) \end{bmatrix} d\tau \quad (39)$$

ここで、

$$R(\omega t) = \begin{bmatrix} \cos \omega t & -\sin \omega t \\ \sin \omega t & \cos \omega t \end{bmatrix} \quad (40)$$

したがって、補償器の動特性は図5(c)のように表すことができる。Habermannらによって発明された「臨界周波数減衰装置」⁽¹²⁾は、この図で示されるような構造を持っている。

これらの議論から、図5に示されている補償器は、表現や制御入力の計算の仕方に違いはあるが、等価な動特性を持っていることがわかる。

5.2 コイル電流を出力とした場合 つぎに制御系が

$$i/w_{unb} \rightarrow 0 \quad (41)$$

という機能を持つための条件を求める。式(29)に式(31)を代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} I_c(s) &= -\frac{h_c(s)}{t_q(s)} d_0 W_c(s) \\ &= -d_0 \frac{h_c(s)}{t_q(s)} \cdot \frac{A_w}{s-j\omega} \end{aligned} \quad (42)$$

したがって、(41)を達成するためには、 $h_c(s)$ が

$$h_c(s) = (s-j\omega) \tilde{h}_c(s) \quad (43)$$

$\tilde{h}_c(s)$: $g_c(s)$ と互いに素な s の多項式

と表されることが必要となる。これを図で表すと図6(a)のようになる。これを4.3節で行ったように電流の局所フィードバックを利用した形に書き直すと、図6(b)のようになる。この図において、 α は等価変換を行うために導入されたパラメータで、

$$\text{Re}[\alpha] > 0 \quad (44)$$

を満たすように選定される。また、 $\tilde{Q}(s)$ は、

$$\tilde{Q}(s) = \frac{\tilde{h}_c(s)(s+\alpha-j\omega)}{g(s)} X_c(s) \quad (45)$$

によって定義される。図4と比較すると、図4におけるステップ外乱のモデル $1/s$ を調和外力のモデル $1/(s-j\omega)$ に置き換えた構造となっていることがわかる。

図6(b)で示される補償器を実変数・実係数を用いて

表すために、つぎのような関係を満たす伝達関数・パラメータ・変数を導入する。

$$\frac{\tilde{h}_c(s)(s + \alpha - j\omega)}{g(s)} = \tilde{G}_s(s) + j\tilde{G}_c(s) \quad (46)$$

$$\alpha = \alpha_s + j\alpha_c \quad (47)$$

$$\tilde{Q}(s) = \tilde{Q}_x + j\tilde{Q}_y(s) \quad (48)$$

ここで、

$\tilde{G}_s(s)$, $\tilde{G}_c(s)$: 実係数の伝達関数

α_s , α_c : 実数パラメータ ($\alpha_s > 0$)

$$\tilde{Q}_x(s) = \tilde{G}_s(s)X(s) - \tilde{G}_c(s)Y(s) \quad (49)$$

$$\tilde{Q}_y(s) = \tilde{G}_c(s)X(s) + \tilde{G}_s(s)Y(s) \quad (50)$$

これらを用いて図6(b)を書き直すと図6(c)のようになる。

また、前節と同様にして、畳込み積分に基づいて入力を計算する補償器は、図6(d)のように表される。図6(d)は、いわゆる“automatic balancing”（ロータが慣性主軸周りを回転している状態⁽¹³⁾）を実現する目的で用いられている制御回路⁽¹⁴⁾をより一般化した形になっている。しかしながら、このような構造の補償器で達成できるのは、コイル電流の定常的な周期変動を零にする制御であることに注意しなければならない。この場合には、ロータは、厳密には慣性主軸周りを回転しないが、

$$a_0 \ll \omega^2 \quad (51)$$

が成立するときには、慣性主軸周りを回転していると見なせる⁽⁸⁾。式(41)は、回転体が高速回転をしているときやバイアス磁束が零の場合に ($a_0 = 0$) に成立する。

5.3 軸受力を出力とした場合 つぎに、

$$f/w_{unb} \rightarrow 0 \quad (52)$$

の場合について論じる。軸受力の変動分は、次式で評価することができる⁽⁸⁾。

$$f_c(t) = \frac{a_0 x_c(t) + b_0 j_c(t)}{d_0} \quad (53)$$

式(31), (42)から、

$$F_c(s) = \frac{a_0 g_c(s) - b_0 h_c(s)}{t_q(s)} W_c(s) \quad (54)$$

式(44)から、制御目的(52)を達成するためには、

$$a_0 g_c(s) - b_0 h_c(s) = (s - j\omega)k(s) \quad (55)$$

$k(s)$: s の多項式 (複素係数)

を成立する必要がある。

軸受力の周期的な変動がない場合、ロータは厳密に慣性主軸周りを回転する⁽⁸⁾。特に $a_0 = 0$ の場合には、(41)と(52)とは同時に成立する。このことは、式(55)で $a_0 = 0$ とすると、 $h_c(s)$ が式(33)と同じ形で表されることから理解できる。

5.5 構造安定性 制御目的(32), (41)を達成する条件(33), (42)には、回転角速度 ω 以外の制御対象のパラメータは含まれていない。したがって、コントローラ内に構成される調和外乱のモデル $((s - j\omega)^{-1})$ に対応する箇所が正確であれば、制御対象のパラメータが変動しても、内部安定性が失われない限り、制御目的は達成されるという構造安定な系になっている。

一方、条件(55)は、制御対象のパラメータ a_0 , b_0 に依存するので、構造安定な系とはなっていない。上述したように、“automatic balancing system”として、実用的には電流変動の周期的変動を零にする制御回路⁽¹⁴⁾が用いられている理由は、

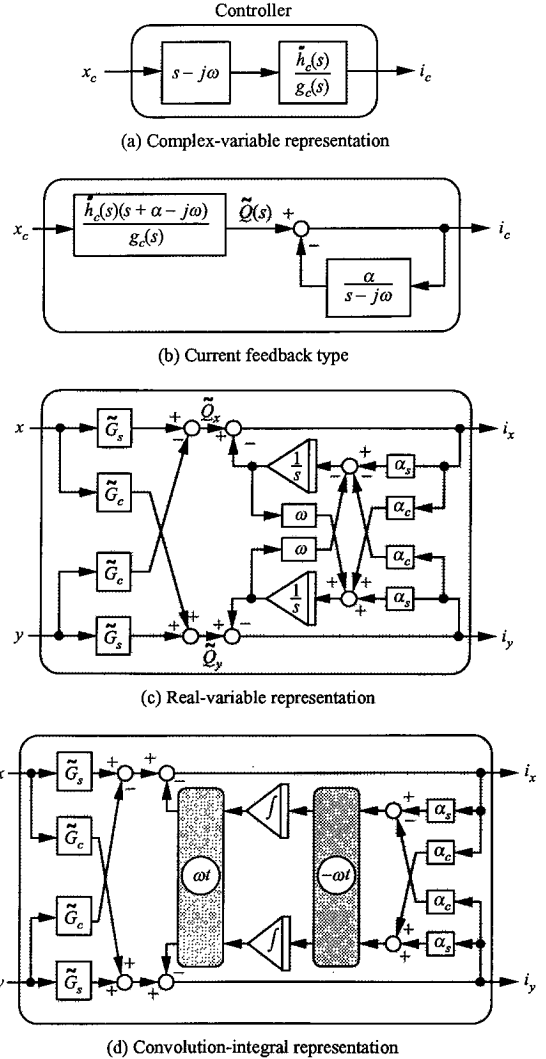


Fig.6 Unbalance compensator for current regulation

- (1) 高速回転時には、慣性主軸周りの回転をほぼ実現する。
 (2) 構造安定である
 ためではないかと推測される。

6. 制御系設計への展開

前章までの議論を利用すると、制御目的を達成する補償器を直接構成していくことが可能となる。ここでは、

$$i/w_{step} \rightarrow 0 \quad (24)$$

の場合を例にとつて、これを示す。式(24)を達成する補償器は、式(19)、(26)から、つぎのように表すことができる。

$$I_z(s) = -\frac{\tilde{s}h(s)}{g(s)}Z(s) \quad (56)$$

補償器の伝達関数をプロパーな有理関数から選ぶことにすると、閉ループ系の系の極を任意に配置するためには、2次以上の次数を持つ補償器が必要となることは、簡単に示すことができる。最も次数の低い補償器を用いる場合には、式(56)は次式のように表される。

$$I_z(s) = -\frac{s(\tilde{h}_2s + \tilde{h}_1)}{s^2 + g_1s + g_0s}Z(s) \quad (57)$$

閉ループ系の特性多項式 $t_c(s)$ は、つぎのように求められる。

$$t_c(s) = s^4 + g_1s^3 + (-a_0 + g_0 + b_0\tilde{h}_2)s^2 + (-a_0g_1 + b_0\tilde{h}_1)s - a_0g_0 \quad (58)$$

配置したい極から定まる特性多項式 $t_d(s)$ が次式によって与えられているとする。

$$t_d(s) = s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 \quad (59)$$

式(39)と式(40)とを比較すると、制御目的(24)を達成し、かつ望ましい極をもつ閉ループ系を実現する補償器の各係数がつぎのように求められる。

$$g_0 = -\frac{d_0}{a_0} \quad (60)$$

$$g_1 = d_3 \quad (61)$$

$$\tilde{h}_1 = \frac{1}{b_0}(d_1 + a_0d_3) \quad (62)$$

$$\tilde{h}_2 = \frac{1}{b_0}(d_2 + \frac{d_0}{a_0} + a_0) \quad (63)$$

補償器の伝達関数を強プロパーな有理関数から選ぶ場合には、閉ループ系の系の極を任意に配置するためには、3次以上の次数を持つ補償器が必要となる。最も次数の低い補償器を用いるとき、式(56)は次式のように表される。

$$I_z(s) = -\frac{s(\tilde{h}_2s + \tilde{h}_1)}{s^3 + g_2s^2 + g_1s + g_0}Z(s) \quad (64)$$

閉ループ系の特性多項式 $t_c(s)$ は、つぎのように求められる。

$$t_c(s) = s^5 + g_2s^4 + (-a_0 + g_1)s^3 + (g_0 - a_0g_2 + b_0\tilde{h}_2)s^2 + (-a_0g_1 + b_0\tilde{h}_1) - a_0g_0 \quad (65)$$

この場合も、配置すべき極を与えれば、補償器の各係数が一意的に定められることがわかる。

以上で述べたような制御系の設計方法は、他の制御目的を達成する場合にも、同じように適用することができる。

7. 結 言

磁気浮上や磁気軸受において、特定の制御目的を実現するために提案されている制御方法を、確定外乱に対する出力レギュレーションという観点から整理し、制御目的を達成するのに必要なコントローラの基本構造を明らかにした。さらに、ブロック線図の等価変換を利用して、従来、独立して開発されてきた制御系の相互関係を明確にした。最後に、解析結果を利用して、制御目的を達成するコントローラに直接構成していく制御系設計法を示した。

現在、実際の磁気軸受に適用して、本稿で示した制御系解析・設計法の有効性を検証している。また、電圧制御形磁気軸受を含んだより一般的な理論を構築中である⁽¹⁵⁾。

参考文献

- (1) 電気学会磁気浮上応用技術調査専門委員会 (編)：磁気浮上と磁気軸受、(1993)、184、コロナ社。
- (2) Schweitzer, G. et al.: Active Magnetic Bearings, (1994)、39、vdf Hochschulverlag AG an der ETH Zürich。
- (3) 星野ら：吸引形磁気浮上制御に状態観測器の適用についての一考察、電気学会論文誌B、54-8、(1979)、549。
- (4) 森下、小豆沢：常電導吸引式磁気浮上系のゼロパワー制御、電気学会論文誌D、108-5、(1988)、447。
- (5) Henrikson, C. H. et al.: Magnetically Suspended Momentum Wheels for Spacecraft Stabilization, AIAA paper 74-128 (1974)。
- (6) Sabnis, A. V. et al.: A Magnetically Suspended Large Momentum Wheel, J. Spacecraft, Vol.12、(1975)、420。
- (7) 水野、樋口：不つり合い補償機能を備えた磁気軸受制御系の構成、計測自動制御学会論文集、20-12、(1984)、1095。
- (8) 水野、樋口：オブザーバによる不つり合い推定信号を利用した磁気軸受の制御、電気学会論文誌D、110-8、(1990)、917。
- (9) 日本機械学会編：磁気軸受の基礎と応用、(1995)、22、養賢堂。
- (10) 水野、樋口：逆対称交差結合をもつ線形制御系の最適レギュレータの内部構造---複素ベクトル空間

- 上のシステムの最適レギュレータ問題---, 第26回システムと制御研究発表講演会講演論文集, (1982), 1.
- (11) 水野, 樋口: 磁気軸受の制御に関する研究---回転同期信号を利用した不つり合い補償法---, システムと制御, **30**-8, (1986), 512.
- (12) ハベルマン, ブルネ: 電磁式軸受に懸垂されるローターの臨界周波数減衰装置, 公開特許公報, 昭52-93853 (1977).
- (13) Habermann, H. and Brunet, M.: The Active Magnetic Bearing Enables Optimum Damping of Flexible Rotor, *ASME Paper 84-GT-1117* (1984).
- (14) ハベルマン, ブルネ: 磁気懸垂方式ローターに於ける同期妨害補償装置, 公開特許公報, 昭52-93852 (1977).
- (15) 水野: 伝達関数を用いた磁気軸受制御系の基本構造の解析, 第10回「電磁力関連のダイナミクス」シンポジウム講演論文集, (1998), 297.
-