

ロータの弾性変形を考慮した静圧エアスピンドルの振動解析*

山 本 浩^{*1}, 小 野 京 右^{*2}
崔 長 植^{*2}, 都 築 正 浩^{*3}Vibration Analysis of Hydrostatic Gas Bearing Spindle
Considering the Elastic Deformation of RotorHiroshi YAMAMOTO, Kyosuke ONO,
Changzhi CUI and Masahiro TSUZUKI

In this study, we present the vibration analysis procedure of a hydrostatic gas bearing spindle considering the stiffness and damping of a gas film and the effect of elastic deformation of the components of a rotor. An equation of motion for the elastic vibration of the rotor is formulated using the finite element method and then combined with the rigid-body equation of motion of the housing and the gas film stiffness and damping calculated from the frequency domain analysis of the perturbed Reynolds equation. Since the gas film stiffness and damping are functions of frequency and mode shape, the natural frequency and the damping ratio of each vibration mode are calculated iteratively until both the eigenvalue analysis and gas film analysis are satisfied. The calculated natural frequencies of the gas bearing spindle are found to be in good agreement with the experimental ones. The calculated damping ratios qualitatively agree with the experimental ones with quantitative discrepancy of 30% for the same mode.

Key Words: Lubrication, Hydrostatic Bearing, Damping, Stiffness, Air Bearing, Finite Element Method

1. ま え が き

静圧気体軸受は超精密加工技術を支える重要な非接触位置決め機構であり、従来より剛性向上の見地から、表面絞り軸受⁽¹⁾, スロット絞り軸受⁽²⁾, 多孔質軸受⁽³⁾等の軸受形式が提案されている。著者らも外周溝付き給気孔絞り形軸受構造⁽⁴⁾⁽⁵⁾を適用した高剛性静圧エアスピンドル⁽⁶⁾を実現しているが、外乱力に対する静圧気体軸受系の応答変位を低減するためには、軸受静剛性ばかりでなく共振点近傍の減衰を高める必要がある。

そこで著者らは軸受面を複数本の細溝で分割し、減衰が最大となる振動数を共振点に近づけることにより、軸受静剛性を低下させることなく共振点近傍の減衰比を向上し得る格子形溝軸受面構造⁽⁷⁾⁽⁸⁾を提案した。そして軸受を構成するハウジングおよびスピンドルロータの弾性変形が小さく両者がほぼ剛体として振動する振動モードの共振点近傍の 1~3 kHz の領域で 0.07~0.15 と高い減衰比を有する静圧エアスピンドル

ルを実現した⁽⁹⁾。しかしスピンドルロータの弾性変形が大きい振動モードの最低次の固有振動数は 4.9 kHz と部材がほぼ剛体として振動する振動モードの最高次の固有振動数 2.6 kHz の 2 倍弱であり、またそのモード減衰比は 0.02 であったことを考慮すれば、気体膜剛性の向上に伴い部材の弾性変形がロータの動的コンプライアンス特性におよぼす影響も無視できなくなっているといえる。

エアスピンドル部材の弾性変形の影響を明らかにするための第 1 ステップとして、すでに著者らはスピンドルロータ単体について有限要素法による数値解析および実験モード解析を行い、ロータ構成部材相互の締結部が系の振動特性に及ぼす影響を明らかにしている⁽¹⁰⁾。しかし静圧エアスピンドル系においては、気体膜特性と軸受構成部材の弾性変形特性をともに考慮し、その固有振動数およびモード減衰比を求める数値解析はまだ十分には行われていない。そこで本研究では有限要素法による弾性体の構造振動解析と潤滑理論による気体膜特性の解析を融合することにより、部材の弾性変形特性および気体膜特性をともに考慮し、前報⁽⁹⁾で設計・試作・評価した格子形溝軸受面を有する静圧エアスピンドルの振動解析を行った。そして実験結果と比較することにより解析手法の妥当性と限界性

* 原稿受付 1996 年 2 月 29 日。

^{*1} 正員, 埼玉大学 (〒338 浦和市下大久保 255)。^{*2} 正員, 東京工業大学 (〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。^{*3} 日本ガイシ (株) (〒467 名古屋市瑞穂区須田町 2-56)。

を明らかにしたので以下に報告する。

2. 静圧エアスピンドルの 特性マトリックスの導出

図1に、ロータおよびハウジングからなる短軸大径の静圧エアスピンドルの構成部材の結合状態を示す。図に示すようにロータおよびハウジング間のスラストおよびラジアル軸受面には気体膜が存在するため、軸受すきまの変動によってロータおよびハウジング表面の軸受部分には気体膜反力が作用する。そこで、弾性体であるロータおよびハウジングが軸受面において気体膜に起因するばねおよびダンパで結合された有限要素モデルを考え、気体膜反力に起因する表面力マトリックスを導出することにより、気体膜剛性および減衰マトリックスを導出する。またロータはスラスト板2枚とジャーナル部をボルトにより締結した構造となっているので、既報⁽¹⁰⁾と同様に接合面に沿った x および y 方向と、垂直な z 方向に締結部等価ばねを考慮し、締結力に起因する表面力マトリックスを導出する。各部材に関する質量および剛性マトリックスの作成方法は文献(11)等に多く記載されているので、以下気体膜反力に関する表面力マトリックスの導出方法のみ記す。

2・1 スラスト軸受面に作用する表面力マトリックスの導出 スラスト軸受面上に単位面積当たりの剛性 Δk_t のばねが分布しているとすると、スラスト面に作用する表面力は面に垂直な z 方向成分のみであるため、任意の位置における x, y および z 方向の変位 $\mathbf{u} = (u, v, w)^T$ と単位面積当たりの反力 \mathbf{f} の関係は次式で表される。

$$\mathbf{f} = \Delta k_t \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \mathbf{k} \mathbf{u} \quad \cdots \cdots (1)$$

同様に、減衰力と変位の関係は次式で表される。

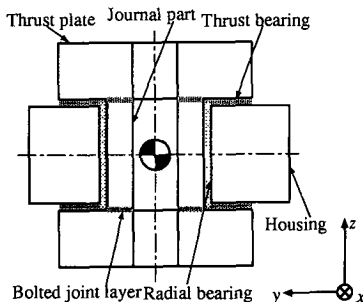


Fig. 1 Configuration of hydrostatic gas bearing spindle

$$\mathbf{f} = \Delta c_t \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}} \quad \cdots \cdots (2)$$

形状関数マトリックスを \mathbf{N} 、節点変位を \mathbf{u}_i とすれば、任意の点における変位は $\mathbf{u} = \mathbf{N} \mathbf{u}_i$ と表すことができ、節点変位 \mathbf{u}_i に対する等価節点力 \mathbf{q}_i による仮想仕事とスラスト軸受面の気体膜剛性による表面力の仮想仕事との関係は次式によって表される。

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{q}_i &= \iint \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f} dx dy \\ &= \delta \mathbf{u}_i^T \iint \mathbf{N}^T \mathbf{k} \mathbf{N} dx dy \mathbf{u}_i \quad \cdots \cdots (3) \end{aligned}$$

式(3)より要素剛性マトリックスは次式で与えられる。

$$\mathbf{K}_e = \iint \mathbf{N}^T \mathbf{k} \mathbf{N} dx dy \quad \cdots \cdots (4)$$

同様にして要素減衰マトリックスは次式で与えられる。

$$\mathbf{C}_e = \iint \mathbf{N}^T \mathbf{c} \mathbf{N} dx dy \quad \cdots \cdots (5)$$

式(4)および(5)を数値積分することにより、スラスト軸受面の気体膜による剛性マトリックスと減衰マトリックスを求めることができる。

実際の軸受面では、既報⁽⁷⁾⁽⁸⁾にて示したように軸受すきまが一樣に変化したとしても剛性圧力および減衰圧力の分布は一樣ではなく、溝部や軸受端で変化する。また厳密には、振動モード形に比例した軸受すきまの摂動に対する気体膜反力の分布を求め、位置および振動モードによって異なる k_t および c_t を用いて特性マトリックスを計算する必要がある。しかしこの厳密な解法では、表面力マトリックスを求める際の計算がかなり複雑になるので、ここでは軸受面に一樣な剛性と減衰のばねとダッシュポットが分布しているものとして解析を行う。

潤滑理論によって求めたスラスト軸受1面あたりの剛性を k_t 、スラスト軸受内径および外径をそれぞれ r_i および r_o とする。このとき k_t と等価である、スラスト軸受面上に一樣に分布しているばねの単位面積あたりの剛性 Δk_t は次式で与えられる。

$$\Delta k_t = \frac{k_t}{\pi(r_o^2 - r_i^2)} \quad \cdots \cdots (6)$$

減衰 Δc_t も同様にして次式で与えられる。

$$\Delta c_t = \frac{c_t}{\pi(r_o^2 - r_i^2)} \quad \cdots \cdots (7)$$

式(4)および(5)にそれぞれ式(6)および(7)で得られる Δk_t および Δc_t を代入することにより、 \mathbf{K}_e および \mathbf{C}_e を求める。

2.2 ラジアル軸受面に作用する表面力マトリックスの導出 ラジアル軸受面に単位面積当たりの剛性 Δk_r のばねが分布しているとする、ラジアル軸受面に作用する単位面積当たりの反力 f と任意の位置における変位 u の関係は次式で表される。

$$f = \Delta k_r \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta & 0 \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = ku \dots\dots\dots (8)$$

$$f = \Delta c_r \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta & 0 \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} = c\dot{u} \dots\dots\dots (9)$$

ここでラジアル軸受の径をそれぞれ $2r_r$ とすると、ラジアル軸受面上の任意の位置 (x, y, z) において、 $x = r_r \cos \theta$, $y = r_r \sin \theta$ の関係がある。要素マトリックスの積分は $r_r = \sqrt{x^2 + y^2}$ の面上の積分なので、スラスト軸受面の場合と同様にして、要素剛性および減衰マトリックスは次式で与えられる。

$$K_e = \iint N^T k N r_r d\theta dz \dots\dots\dots (10)$$

$$C_e = \iint N^T c N r_r d\theta dz \dots\dots\dots (11)$$

式(10)および(11)を数値積分をすることにより、ラジアル軸受面の気体膜による剛性マトリックスと減衰マトリックスを求めることができる。

計算の複雑さを避けるためスラスト軸受面の場合と同様に、潤滑理論により求めた半径方向の変位に対するラジアル軸受面一面の剛性 k_r と等価な、単位面積当たりの剛性が Δk_r のばねがラジアル軸受面上に一様に分布しているとする。このときラジアル軸受長さを $2l_l$ とすると、 Δk_r と k_r の関係は次式で表される。

$$k_r = \int_{-l_l}^{l_l} \int_0^{2\pi} \Delta k_r \cos \theta r_r d\theta dz \dots\dots\dots (12)$$

式(12)より、剛性 Δk_r は次式で与えられる。

$$\Delta k_r = \frac{k_r}{2\pi r_r l_r} \dots\dots\dots (13)$$

減衰 Δc_r も同様に次式で与えられる。

$$\Delta c_r = \frac{c_r}{2\pi r_r l_r} \dots\dots\dots (14)$$

式(10)および(11)にそれぞれ式(13)および(14)で得られる Δk_r および Δc_r を代入することにより、 K_e および C_e を求める。

3. 静圧エアスピンドルの固有値解析

部材の弾性変形の影響を考慮して静圧エアスピンドルの振動解析を行う際には、ロータおよびハウジング

の弾性変形をともに考慮した解析を行うほうが、その振動特性をより正確に把握できると考えられる。しかし著者らが前報⁽⁹⁾で試作したエアスピンドルは、ロータ質量は5.20 kgに対しハウジング質量は15.40 kgでありロータに比べハウジング質量はかなり大きく、またハウジング単体について打撃試験を行ったところ、10 kHz以下の周波数領域に固有振動数は観測されなかったことを考慮すれば、ロータの弾性変形のみを考慮しハウジングを剛体と仮定しても、エアスピンドルの振動特性をかなりよく把握し得ると考えられる。またハウジングの弾性変形をも考慮する場合、自由度数が著しく多くなり計算時間も増大するという問題もある。そこで以下ではロータの弾性変形のみを考慮し、ハウジングを剛体と仮定した場合について運動方程式を導出する。

質量中心を基準として表したハウジングの並進および角変位

$$x_h = (u_h, v_h, w_h, \theta_x, \theta_y, \theta_z)^T$$

と気体膜等価ばねおよびダンパによってハウジングがロータと結合される任意の節点の変位

$$x_{ci} = (u_{ci}, v_{ci}, w_{ci})^T$$

の関係は、節点座標 (x, y, z) を用いれば以下のように書ける。

$$x_{ci} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z & -y \\ 0 & 1 & 0 & -z & 0 & x \\ 0 & 0 & 1 & y & -x & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_h \\ v_h \\ w_h \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{Bmatrix} = T_i x_h \dots\dots\dots (15)$$

この関係を用いてハウジングの変位 x_h とハウジングのロータとの結合点の節点変位 $x_c = (\dots x_{ci}^T \dots)^T$ の関係は座標変換マトリックス $T = (\dots T_i^T \dots)^T$ によって以下の形で表すことができる。

$$x_c = T x_h \dots\dots\dots (16)$$

一方ハウジングがロータと結合する節点 i に作用する力

$$f_{ci} = (f_{xci}, f_{yci}, f_{zci})^T$$

による、ハウジングの質量中心に作用する力およびモーメント

$$f_{hi} = (f_{xhi}, f_{yhi}, f_{zhi}, M_{\theta_{xi}}, M_{\theta_{yi}}, M_{\theta_{zi}})^T$$

は、節点座標 (x, y, z) を用いれば以下のように書ける。

$$f_{hi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_{xci} \\ f_{y ci} \\ f_{z ci} \end{Bmatrix} = T_i^T f_{ci} \quad (17)$$

この関係を用いてハウジングのロータとの結合点に作用する力 $f_{ch} = (\dots f_{ci}^T \dots)^T$ と、ハウジングの質量中心に作用する等価力 $f_h = \Sigma f_{hi}$ との関係は変換マトリックス $T^T = (\dots T_i^T \dots)$ によって以下の形で表すことができる。

$$f_h = T^T f_{ch} \quad (18)$$

気体膜剛性マトリックスを

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \quad (19)$$

気体膜減衰マトリックスを

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \quad (20)$$

とすれば、 f_{ch} はロータの節点変位 x_r およびハウジングのロータとの結合点の節点変位 x_c を用いて以下のよう表すことができる。

$$\begin{aligned} f_{ch} &= -[K_{21} \quad K_{22}] \begin{Bmatrix} x_r \\ x_c \end{Bmatrix} \\ &\quad -[C_{21} \quad C_{22}] \begin{Bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{x}_c \end{Bmatrix} \\ &= -[K_{21} \quad K_{22}] \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_r \\ x_h \end{Bmatrix} \\ &\quad -[C_{21} \quad C_{22}] \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{x}_h \end{Bmatrix} \quad (21) \end{aligned}$$

同様にロータにかかる力 f_{cr} は、以下のように表される。

$$\begin{aligned} f_{cr} &= -[K_{11} \quad K_{12}] \begin{Bmatrix} x_r \\ x_c \end{Bmatrix} \\ &\quad -[C_{11} \quad C_{12}] \begin{Bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{x}_c \end{Bmatrix} \\ &= -[K_{11} \quad K_{12}] \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_r \\ x_h \end{Bmatrix} \\ &\quad -[C_{11} \quad C_{12}] \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{x}_h \end{Bmatrix} \quad (22) \end{aligned}$$

さて、有限要素分割されたロータに関する運動方程式は以下のようになる。

$$M_r \ddot{x}_r + K_r x_r = f_{cr} \quad (23)$$

ここで M_r および K_r は有限要素法により求めたロータの質量および剛性マトリックスであり、 K_r はボルト締結部の等価剛性を含んでいる。また、ハウジング

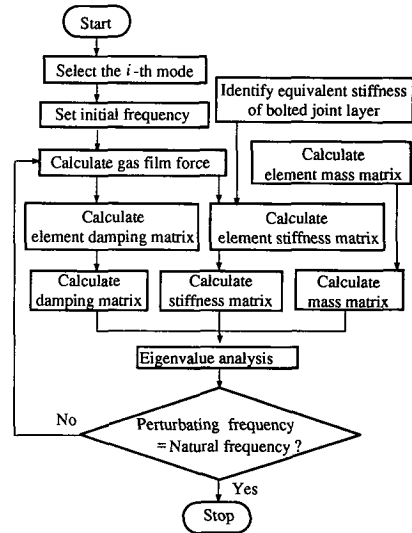


Fig. 2 FEM analysis procedure

の重心に関する運動方程式は以下のようになる。

$$M_h \ddot{x}_h = \begin{bmatrix} m & & & \\ & m & & \\ & & m & \\ & & & I_x \\ & & & I_y \\ & & & I_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_h \\ \ddot{v}_h \\ \ddot{w}_h \\ \ddot{\theta}_x \\ \ddot{\theta}_y \\ \ddot{\theta}_z \end{Bmatrix} = f_h \quad (24)$$

ここで、 m はハウジングの質量、 I は添字軸回りの慣性モーメントを表す。

式(18)、(21)および(22)を用いて式(23)および(24)より f_{cr} 、 f_h を消去しとめることにより、ロータおよびハウジングからなるエアスピンドルの運動方程式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_r & 0 \\ 0 & M_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_r \\ \ddot{x}_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ x_h \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} T \\ T^T K_{21} & T^T K_{22} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ x_h \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} T \\ T^T C_{21} & T^T C_{22} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{x}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25) \end{aligned}$$

式(25)において、まず減衰マトリックス C_{11} 、 C_{12} 、 C_{21} および C_{22} を零とおいて不減衰固有振動数および振動モードを求める。次に減衰マトリックスを考慮して非比例粘性減衰系とみなして、固有振動数およびモード減衰比を求める。ただし気体膜剛性および減衰には周波数依存性があるため、それぞれの次数に対応する固有振動数における剛性および減衰の値は異なったものとなる。そこで特定の次数に着目し、固有振動数

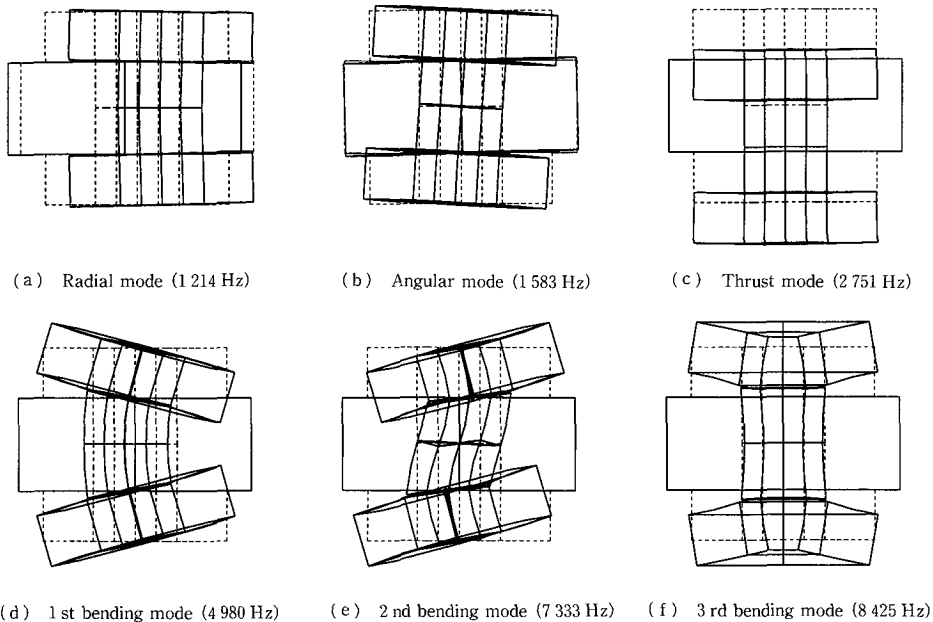


Fig. 3 Calculated mode shapes of gas bearing spindle
($p_{ag}=0.49$ MPa)

と気体膜剛性および減衰を計算する際に用いる周波数が一致するまで収束計算を行う。なおロータの締結ばね剛性は既報⁽¹⁰⁾に示した同定手法を用い、ロータ単体の固有振動数の実験結果を用いて事前に同定した値を用いる。図2に計算の流れを示す。

4. 数値解析結果と実験結果との比較・検討

前報⁽⁹⁾で試作した格子形溝静圧エアスピンドルについて固有値解析を行い、固有振動数、振動モードおよびモード減衰比を求めた。図3に、給気圧力0.49 MPaのときの振動モード形を示す。低次より三つの振動モードはロータの弾性変形量は小さく、低次よりラジアル、アンギュラおよびスラスト方向振動が支配的な振動モードであり、以下これらをそれぞれラジアル、アンギュラおよびスラスト振動モードと呼び、三つをまとめて剛体振動モードと呼ぶ。またさらに高次になると、ロータの曲げが支配的な振動モードとなるが、ロータ振動に着目すると、いずれも既報⁽¹⁰⁾に示したロータ単体の1次から3次までの曲げ振動モードと類似しており、以下これらをそれぞれ1次、2次および3次の曲げ振動モードと呼び、三つまとめて曲げ振動モードと呼ぶ。本計算例のようにロータ質量に比べハウジング質量が大きい場合は、曲げ振動モードにおけるハウジングの振動は非常に小さく、また剛体振動モー

ドにおいても、高次になるほどハンジングの振動振幅は相対的に小さくなるのがわかる。

図4～7に3次の曲げモードまでの固有振動数とモード減衰比の計算結果を前報⁽⁹⁾で試作したエアスピンドルについて行った実験の結果と合せて示す。いずれの振動モードに関しても、給気圧力が高くなるにつれ気体膜剛性が高くなるため固有振動数が高くなるが、剛体振動モードに比べ曲げ振動モードではその傾向は少なくなる。これは剛体振動モードに比べ、曲げ振動モードにおいてはロータの曲げ剛性が固有振動数に及ぼす影響が支配的であるため、相対的に気体膜剛性の影響が小さくなっているためである。また固有振動数の計算結果と実験結果はいずれの振動モードについてもかなりよく一致しており、軸受面に作用する気体膜剛性を一様と仮定して解析を行っても、静圧エアスピンドルの固有振動数をかなり精度よく計算できることがわかる。

一方減衰比と給気圧力の関係は、剛体振動モードと曲げ振動モードでは大きく異なる。剛体振動モードでは給気圧力が小さくなるにつれて減衰比は高くなり、一方曲げ振動モードでは逆に給気圧力が小さくなるにつれて減衰比が低くなるが、このことは以下のように考えられる。各振動モードにおける系の等価質量を m 、等価剛性を k 、等価減衰係数を c とすると、減衰比 δ は以下のようになる。

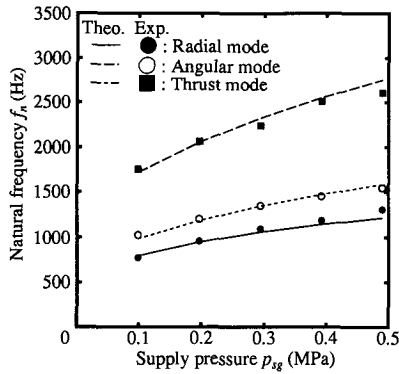


Fig. 4 Natural frequencies of rigid vibration modes vs. supply pressure

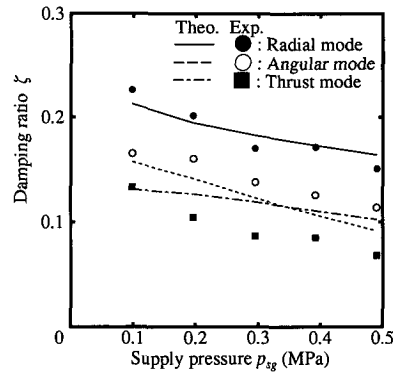


Fig. 6 Damping ratios of rigid vibration modes vs. supply pressure

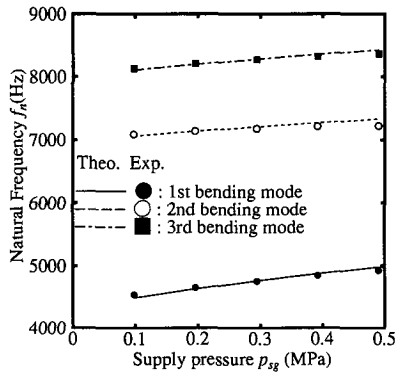


Fig. 5 Natural frequencies of bending vibration modes vs. supply pressure

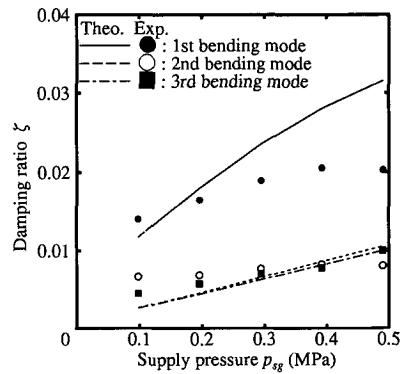


Fig. 7 Damping ratios of bending vibration modes vs. supply pressure

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \quad \dots\dots\dots (26)$$

剛体振動モードの場合、給気圧力が小さくなるにつれ気体膜剛性も減衰とともに小さくなるが、 $p_{sg} \rightarrow 0$ の場合に静剛性は零となるが減衰は零とならないことを考えれば、その減少の傾向は減衰に比べ剛性のほうが大きい。よって剛体振動モードの場合は等価剛性 k および減衰 c は気体膜の特性によってほぼ決まるため、給気圧力が低くなるときの c の減少傾向に比べ k の減少傾向のほうが大きくなり、その結果給気圧力が低くなるほど減衰比は高くなる。一方曲げ振動モードにおいては、その等価剛性 k に及ぼす影響はロータの曲げ剛性が支配的となるため、給気圧力が低くなくても剛体振動モードの場合ほど k は小さくならないが、等価減衰 c は気体膜の特性にのみ左右されるため、剛体振動モードの場合と同様に給気圧力が低くなるにつれ小さくなる。よって、曲げ振動モードの場合は給気圧力が低くなるほど減衰比は低くなる。また、曲げ振動モードにおいてはロータの曲げ剛性が支配的となるた

め、前報⁽⁹⁾に示した手法を用いても剛体振動モードほど減衰比を高めることができないといえる。いずれの振動モードについても減衰比の計算結果と実験結果は同様の傾向を示し、ラジアルモードに関しては両者の値もかなり一致している。しかしその他のモードに関しては、両者の値にはかなりの相違が見られる。

ここで図3の各モード形を調べるとアンギュラ振動モードと曲げの1次、2次のモードに関してはスラスト板がハウジングに対して傾いて振動している。そこで、軸受面を傾けて振動して求めたアンギュラ剛性 k_a およびアンギュラ減衰 c_a から計算した、スラスト軸受面上に分布する一様な単位面積当たりの気体膜剛性係数 Δk_a および気体膜減衰係数 Δc_a を Δk_i および Δc_i の代わりに用いれば解析精度が改善されと考えられる。スラスト面が ψ だけ角変位したとき k_a と Δk_a の関係はモーメントの釣合い式から、

$$k_a \psi = \int_{r_{ti}}^{r_{to}} \int_0^{2\pi} \Delta k_a r^2 \cos^2 \theta \psi r d\theta dr \quad \dots\dots\dots (27)$$

となり、この式から、 Δk_a は次のように求まる。

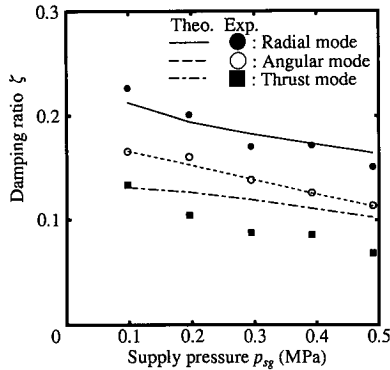


Fig. 8 Damping ratios of rigid vibration modes vs. supply pressure (considering mode shapes of rotor)

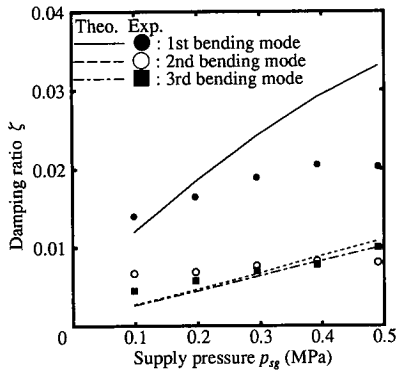


Fig. 9 Damping ratios of bending vibration modes vs. supply pressure (considering mode shapes of rotor)

$$\Delta k_a = \frac{2k_a}{\pi(r_{to}^4 - r_{ti}^4)} \quad (28)$$

また同様に Δc_a は以下のように求まる。

$$\Delta c_a = \frac{2c_a}{\pi(r_{to}^4 - r_{ti}^4)} \quad (29)$$

図8にスラスト面すきまの角度変位に対してのみこの Δk_a および Δc_a を Δk_t および Δc_t の代わりに用いて2・1節と同様に要素マトリックスを求め計算を行った場合の結果を示す。また図9に、1次および2次の曲げ振動モードのみこの Δk_a および Δc_a を Δk_t および Δc_t の代わりに用いて、2・1節と同様に要素マトリックスを求め計算を行った場合の結果を示す。図6に示すアンギュラ振動モードの減衰比の計算結果に比べ、図8に示すそれは実験結果にかなりよく一致していることがわかる。しかし図9に示される曲げ振動モードにおいては振動方向による影響は小さく、いずれの場合も計算結果は実験結果に比べやや異なり、給気圧力

の増加に従って減衰比が高くなる傾向が大きい。

前報⁹⁾に示した、ロータを剛体として解析を行った固有振動数および減衰比の計算結果と比較すると、アンギュラ振動モードにおいてスラスト板の振動方向を考慮し、アンギュラ方向剛性および減衰の計算結果から計算した Δk_a および Δc_a を用いることにより、有限要素法による解析結果はロータを剛体として行った解析の結果とほぼ一致している。また固有振動数に関しては有限要素法による計算結果と実験結果はいずれの振動モードに関してもほぼ一致していることから、有限要素法を用いた定式化に誤りがあるとは考え難い。剛体振動モードのうちでもっとも固有振動数の高いスラスト振動モードの場合においても、曲げ振動モードと同様に給気圧力が高い場合は減衰比の計算結果が実験結果を上回ることを考慮すれば、周波数の高い領域においては減衰の計算精度が悪化すると考えられるが、その原因は明らかでない。

5. 結 論

部材の弾性変形が静圧エアスピンドルの振動特性に及ぼす影響を明らかにすることを目的とし、部材の弾性変形特性と気体膜特性の両者を考慮した有限要素法による振動解析手法を提案し、数値解析結果を実験結果と比較しその有効性および限界性を明らかにした。本研究で得られた結論を以下に示す。

(1) ロータの弾性変形を考慮した場合の、静圧エアスピンドルの固有振動数の計算結果と実験結果はいずれの振動モードについてもかなりよく一致しており、軸受面に作用する気体膜剛性を一様と仮定して解析を行っても、静圧エアスピンドルの固有振動数を精度よく計算できることを明らかにした。

(2) エアスピンドルの減衰比の計算結果は、給気圧力に対する増大もしくは減少の傾向は実験結果と同様であり、ラジアル振動モードに関しては両者の値もかなりよく一致した。また振動モードを考慮して求めた気体膜剛性および減衰の値を用いることにより、アンギュラ振動モードに関して両者の値はかなりよく一致した。しかし高次の固有振動数ほど実験結果とのずれは大きくなり、 $p_{sg}=0.49$ MPaのときの1次の曲げ振動モードにおいては計算結果は実験結果に比べ約1.5倍となった。

(3) 静圧エアスピンドルの固有振動数はいずれの振動モードも、給気圧力が高くなるにつれ高くなるが、剛体振動モードに比べ曲げ振動モードでは、ロータの曲げ剛性が支配的で気体膜剛性の影響が相対的に小さいため、その傾向は小さくなる。

(4) 減衰比の給気圧力に対する特性は、剛体振動モードにおいては給気圧力が低くなる時の等価減衰 c の減少に比べ等価剛性 k の減少のほうが大きくなるため、給気圧力が低くなるほど減衰比は高くなる。一方曲げ振動モードの減衰比は、給気圧力が低くなっても等価剛性 k があまり小さくならないので、給気圧力の低下につれて減少する。

文 献

- (1) Arneson, H. E. G., *U. S. Patent*, 3305282, (1967).
- (2) Dee, C. W. and Shires, G. L., *Trans. ASME*, Ser. F, 93-4, (1971), 441-450.
- (3) 十合晋一・岡野真・秋山好, 潤滑, 17-6 (1971), 360-368.
- (4) 小野京右, 機論, 47-424, C (1981), 1635-1642.
- (5) 小野京右・茶谷雅彦, 機論, 51-468, C (1985), 2009-2016.
- (6) 小野京右・山本 浩・濱島徹郎・植本浩紀, 機論, 57-537, C (1991), 1729-1736.
- (7) 山本 浩・小野京右, 機論, 61-581, C (1995), 204-211.
- (8) 山本 浩・小野京右, 機論, 61-581, C (1995), 212-219.
- (9) 小野京右・山本 浩・植本浩紀, 機論, 61-581, C (1995), 220-227.
- (10) 小野京右・額田高徳・山本 浩, 機論, 57-543, C (1991), 3429-3436.
- (11) 例えば, ツインキーヴィッツ, O. C., マトリクス有限要素法, (1984), 培風館.