

グラフ理論による熱流体系の解析*

小島一恭^{*1}, 綿貫啓一^{*2}, 大滝英征^{*2}

Thermo-Fluid Analysis Using Linear Graph Theory

Kazuyuki KOJIMA, Keiichi WATANUKI and Hideyuki OHTAKI

When we obtain analytical results for a mechanical system by numerical analysis, we may consider many kinds of physical influence, including electricity, mechanical vibration, heat, and flow. However, it is difficult to deal with each system simultaneously. In this study, with the aim of the convenient analysis of a thermo-fluid system, analysis using linear graph theory is derived, and the transient response analysis for a piping system is carried out. Furthermore, in order to examine the validity of this analysis method, the finite-element method is carried out and its results compared with the simulation results. Through these studies, it is concluded that the convenient method is useful in analyzing mechanical systems including the thermo-fluid system.

Key Words: Linear Graph Theory, Thermo-Fluid Analysis, Computer-Aided Design, FEM, FDM, FVM, Simulation, Automatic Analysis

1. 緒言

熱流体系の設計初期段階では、系の概略特性を迅速・容易に把握できることが重要である。有限要素法や有限差分法などの数値解法は厳密解は得られるものの、系全体のモデル化や、計算に非常に多くの時間を要する点から、設計初期段階での解析手法としては不適當である。

そこで、著者らが扱ってきたグラフ理論⁽¹⁾⁽²⁾の適用を図ってみる。グラフ理論は、対象とする系がブロック単位で構成されるものとし、そのブロックごとの接続を枝なる概念で結び、系全体の特性を誘導する。したがって、有限要素法などのように、全領域にわたってメッシュを切る必要がなく、系の特性を迅速に把握する上で適した方法と考えられる。ここで、枝にはブロックの属性(特性)を付帯させる。この属性には、ブロックの特性方程式の変数(通過変数および横断変数)を勘案して特徴づける。ちなみに、ばね-質量系ではキルヒホッフの電流・電圧法則に照らし、通過変数(力)、横断変数(変位)を選択した。しかし、熱流体系に対し

ては、通過変数、横断変数に何を選択すればよいか、グラフの構成法をいかにすればよいか従来の手法からは類推できない点があった。

そこで本報では、熱流体解析におけるシステムグラフの構成法、カットセット行列の導出法などを新たに提案し、そこから導きだされる結果と有限要素法により導かれる結果とを比較し、その妥当性を検討した。

2. 熱流体系の解析

本手法は、系を流線に沿っていくつかの領域に分割し、その個々をブロックとして考えた。その際、ブロックの特性方程式は、熱系、流体系にそれぞれ存在するので、各系ごとに通過変数、横断変数も考慮しなければならない。そこで、まずブロックの両端に、熱、流体系に対応した節点を一つずつ生成し、通過変数、横断変数を熱系では熱量と温度、流体系では運動量と流速と選ぶことにした。

さて、ここで、熱、流体力学的特性に関しては、

熱系: エネルギー保存式

$$\underbrace{\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial x} \right)}_{\text{時間微分項}} = \underbrace{x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}}_{\text{熱伝導項}} + \underbrace{Q}_{\text{発熱項}}$$

……………(1)

* 原稿受付 1994年12月7日。

*¹ 学生員, 埼玉大学大学院 [現: (株)セクセル 中央研究所].

*² 正員, 埼玉大学工学部 (☎338 浦和市下大久保 255).

流体系：運動量保存式

$$\rho \left(\underbrace{\frac{\partial v}{\partial t}}_{\text{時間微分項}} + v \underbrace{\frac{\partial v}{\partial x}}_{\text{対流項}} \right) + \underbrace{\frac{\partial P}{\partial x}}_{\text{圧力項}} = \mu \underbrace{\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}}_{\text{粘性項}} + \rho g \quad \text{重力項} \quad \dots\dots\dots(2)$$

上式からもわかるように、エネルギー保存則に関しては、対流、熱伝導、発熱、散逸などの要因を、運動量保存則に関しては、対流、圧力、粘性、重力などの要因を考慮しなければならない。ここでは、グラフ理論を熱流体系に適用するのに際し、当面の条件として、前者では、対流、熱伝導が、後者では対流が他の要因に比べ大きな影響を有すると仮定した場合について解析する。

上記のようにして生成した枝、節点により系全体をシステムグラフで表現する。そして、システムグラフの接続行列を求める。ついで、著者らがすでに報告した手法⁽¹⁾⁽²⁾に準拠し、この接続行列に木に関する正則行列を掛けることによりカットセット行列、カットセット方程式が誘導できる。

上述したような通過変数、横断変数を選んでいるので、導かれたカットセット方程式は、エネルギー保存式および運動量保存式に該当するものとなる。すなわち、上記のように解析対象をグラフ表現し、そこから得られるカットセット方程式を解けば、熱・流体系の解析が可能となる。

3. システムグラフの生成と
カットセット方程式の導出

3.1 システムグラフの生成 図1にシステムグラフの生成法を示す。流路を図1(a)のように一次元流れのブロックに分割し、そのブロックの両端に図1(b)のごとく、熱、流体系ごとに節点をつずつ生成する。ついで、同じ系に属する節点同士を2章で述べた要因を代表するいくつかの枝で接続する。

ここで、枝の特性方程式は、差分式で表現する。熱流体解析では一般に上流差分の考え方が数値計算上の安定性を維持できない場合に利用されている。本報では、対流項のみを加味し、粘性項を無視しているため、数値計算上の安定性を考慮する必要から、枝には、上流差分の考えを導入する。そこで、熱系の対流を表す枝の途中に仮想的節点を生成し、この節点前後で上流差分式を満足するように、4.1節で述べる式を用いることとした。

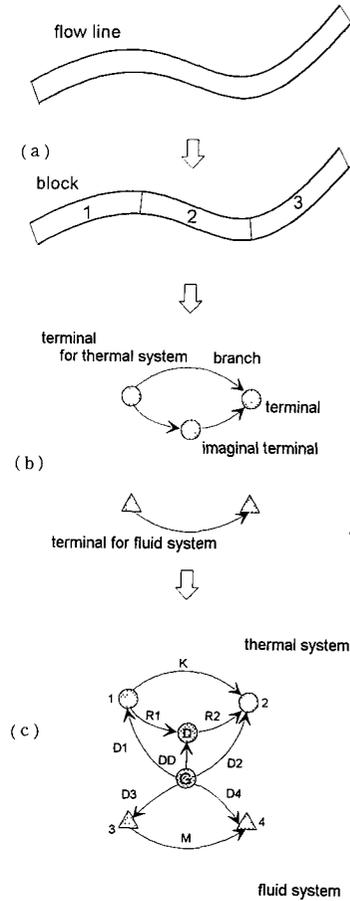


図1 システムグラフの生成

次にグラントとなる節点を別に設け、この節点と各節点とを枝で結ぶが、この枝はエネルギー方程式および運動量方程式中の時間微分項を表すものとする。

いま、図1(c)に示したシステムグラフの枝に対して、記号と節点番号を以下のように定義する。記号の頭文字のD, R, K, Mはそれぞれ「時間微分」、「熱系の対流」、「熱系の熱伝導」、「流体系の対流」を表す。そして、枝は、属性値として流路長 L 、流路幅 W 、流体の密度 ρ 、比熱 Cp 、熱伝導率 α を保有しているものとする。

以下では、このようにでき上がったシステムグラフに対するカットセット行列とループ行列の求め方、カットセット方程式の導出法について述べる。

3.2 カットセット行列とループ行列 図1(c)のシステムグラフの接続行列 A_c を求めると、

$$A_c = \begin{matrix} & \begin{matrix} D1 & D2 & D3 & D4 & DD & K & R1 & R2 & M \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ D \\ G \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、グラフの節点Gを基準にとり、既約接続行列を求めると、

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} D1 & D2 & D3 & D4 & DD & K & R1 & R2 & M \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ D \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \dots\dots\dots (4)$$

節点数を m 、枝数を n とすると、既約接続行列の階数は、 $(m-1)$ である。ここで木として、基準節点Gを含む枝を選ぶと、木は{D1, D2, D3, D4, DD}となる。Aを木に関する列と、補木に関する列をまとめあげると、

$$\tilde{A} = \begin{matrix} & \begin{matrix} D1 & D2 & D3 & D4 & DD & K & R1 & R2 & M \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ D \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} = [K|A_c] \dots\dots\dots (5)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{tree}$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{cotree}$

$(m-1)order$
 $(n+m+1)order$

と書き換えられる。この \tilde{A} に、木に関する $(m-1)$ 次の正則行列

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

を掛けることにより基本カットセット行列

$$D = K\tilde{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

が得られる。ついで、基本ループ行列

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (8)$$

が得られる。

3・3 カットセット方程式 各枝の通過変数を成分とする行列 e 、横断変数を成分とする行列 T をそれぞれ、

$$e = (e_{D1}, e_{D2}, e_{D3}, e_{D4}, e_{DD}, e_K, e_{R1}, e_{R2}, e_M) \dots\dots\dots (9)$$

$$T = (T_{D1}, T_{D2}, T_{D3}, T_{D4}, T_{DD}, T_K, T_{R1}, T_{R2}, T_M) \dots\dots\dots (10)$$

とすると、

$$De^T = 0 \dots\dots\dots (11)$$

$$BT^T = 0 \dots\dots\dots (12)$$

が成り立つ。

また、ブロックの熱流体力学的特性方程式を表す行列は、

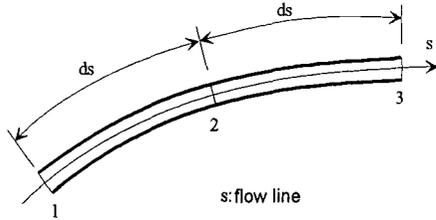


図2 流線に沿った流路モデル

$$F_e = [f_{ij}] \dots\dots\dots (13)$$

$$F_T = [g_{ij}] \dots\dots\dots (14)$$

(i = D1, D2, D3, D4, DD, K, R1, R2, M)

(j = D1, D2, D3, D4, DD, K, R1, R2, M)

$$H = \begin{bmatrix} h_{D1} \\ h_{D2} \\ h_{D3} \\ h_{D4} \\ h_{DD} \\ h_K \\ h_{R1} \\ h_{R2} \\ h_M \end{bmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

とすると,

$$F_e e^T + F_T T^T = H \dots\dots\dots (16)$$

と表すことができる。これより、最終的にタブロー方程式として,

$$\begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & B \\ F_e & F_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^T \\ T^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ H \end{bmatrix} \dots\dots\dots (17)$$

が導きだされる。この方程式により対象とするシステムを解析することができる。

次に、図2のようにブロックを複数個接続した場合について、熱、流体系の特性方程式 F_e , F_T を具体的に述べる。

(a) 熱系の熱伝導の特性方程式 図2の流路のシステムグラフは、それぞれのブロックのシステムグラフを連結し、図3のようになる。枝 K1, K2 に特徴づける特性(熱量)を,

$$Q_{K1} = \kappa \frac{W_{K1}}{L_{K1}} T_{K1}, Q_{K2} = \kappa \frac{W_{K2}}{L_{K2}} T_{K2} \dots\dots\dots (18)$$

とする。

節点2のカットセット(これは節点2のコントロールボリュームの熱量収支になる)をとると、節点2の単位時間あたりの温度変化が求まる。したがって、式(1)の熱伝導項は式(18)を枝に特徴づければよいこと

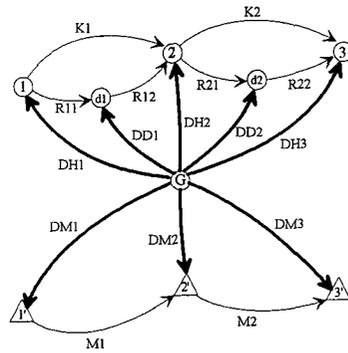


図3 システムグラフ

がわかる。

これより、通過変数とした熱量

$$e = (Q_{DH1}, Q_{DH2}, Q_{DH3}, Q_{K1}, Q_{K2}) \dots\dots\dots (19)$$

横断変数とした温度

$$T = (T_{DH1}, T_{DH2}, T_{DH3}, T_{K1}, T_{K2}) \dots\dots\dots (20)$$

の間の特性を表す行列は,

$$F_e = \begin{bmatrix} \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{K1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{K2} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (21)$$

$$F_T = \begin{bmatrix} -\rho C_p V_{DH1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho C_p V_{DH2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho C_p V_{DH3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (22)$$

$$H = \begin{bmatrix} -\rho C_p V_{DH1} T_{DH1}^{(n-1)} \\ -\rho C_p V_{DH2} T_{DH2}^{(n-1)} \\ -\rho C_p V_{DH3} T_{DH3}^{(n-1)} \\ \kappa W_{K1} T_{K1}^{(n-1)} \\ \kappa W_{K2} T_{K2}^{(n-1)} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (23)$$

上記特性を示す(21)~(23)の行列は、一般に次の要領で作成する。 F_e は、時間微分項を表す枝に対応する行の対角成分を Δt 、他の成分を零とし、熱伝導を表す枝に対応する行の対角成分を L 、他の成分を零とする。 F_T は、時間微分項を表す枝に対応する行の対角成分を $-\rho C_p V$ 、他の成分を零とし、熱伝導を表す枝に対応する行のすべての成分を零とする。 H は、時間微分項を表す枝に対応する成分を $-\rho C_p V T^{(n-1)}$ とし、熱伝導を表す枝に対応する成分を $\kappa W T^{(n-1)}$ とする。

(b) 熱系の対流の特性方程式 図1において、上流差分を可能とするよう枝 R1 は節点1と仮定の節

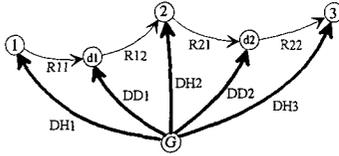


図 4 熱系対流のシステムグラフ

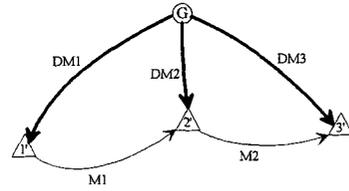


図 5 運動量に関するシステムグラフ

点を接続し、枝 R2 は仮定の節点と節点 2 を接続した。ここで、一般に差分法⁷⁾では、摂動の影響が速度方向にのみ対流で運ばれる場合、流れの方程式の差分形式に移動性を持たせるため、上流差分形式を用いている。そこで、本報では、仮定節点では上流の節点と同じ流速、温度にし、上流差分形式をとれるようにした。

すなわち、枝の特性は上流の枝 R1 に対しては、

$$Q_{R1} = \rho C_P T_{R1} W_{R1} v_1 = 0 \dots\dots\dots (24)$$

下流の枝 R2 に対しては、

$$Q_{R2} = \rho C_P T_{R2} W_{R2} v_D \dots\dots\dots (25)$$

ここで、図 3 のシステムグラフから、熱系の対流の影響を表す枝 R とエネルギーに関する時間変化を表す枝 D からなるグラフを取り出し、図 4 に示す。節点 2 のカットセット(これは節点 2 のコントロールボリュームの熱量収支になる)をとると、節点 2 の単位時間あたりの温度変化が求まる。したがって、式(1)の対流項は式(24)、(25)を枝に特徴づければよいことがわかる。

通過変数とした熱量

$$e = (Q_{DH1}, Q_{DH2}, Q_{DH3}, Q_{DD1}, Q_{DD2}, Q_{R11}, Q_{R12}, Q_{R21}, Q_{R22}) \dots\dots\dots (26)$$

横断変数とした温度

$$T = (T_{DH1}, T_{DH2}, T_{DH3}, T_{DD1}, T_{DD2}, T_{R11}, T_{R12}, T_{R21}, T_{R22}) \dots\dots\dots (27)$$

の間の特性を表す行列は、

$$F_e = \begin{bmatrix} \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (28)$$

$$F_T = \begin{bmatrix} -\rho C_P V_{DH1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho C_P V_{DH2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho C_P V_{DH3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (29)$$

$$H = \begin{bmatrix} -\rho C_P V_{DH1} T_{DH1}^{(n-1)} \\ -\rho C_P V_{DH2} T_{DH2}^{(n-1)} \\ -\rho C_P V_{DH3} T_{DH3}^{(n-1)} \\ 0 \\ 0 \\ \rho C_P v_{R11}^{(n-1)} W_{R11} T_{R11}^{(n-1)} \\ \rho C_P v_{R12}^{(n-1)} W_{R12} T_{R12}^{(n-1)} \\ \rho C_P v_{R21}^{(n-1)} W_{R21} T_{R21}^{(n-1)} \\ \rho C_P v_{R22}^{(n-1)} W_{R22} T_{R22}^{(n-1)} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(30)$$

となる。

このように、 F_e の時間微分項を表す枝に対応する行の対角成分を Δt 、他の成分を零、熱系対流を表す枝に対応する行の対角成分は 1、他の成分は零、仮想節点とグラウンド節点を結ぶ枝に対応する行の成分はすべて零とすればよい、 F_T は、熱系対流を表す枝に対応する行の成分はすべて零とする。仮想節点とグラウンド節点を結ぶ枝に対応する行の成分は、対角成分を 1 とし、上流に接続する節点の時間微分項に相当する列の成分を -1 とする。 H は、熱系対流を表す枝に対応する行の成分を $\rho C_P v^{(n-1)} W T^{(n-1)}$ とし、仮想節点とグラウンド節点を結ぶ枝に対応する行の成分を零とする。

(c) 流体系の対流の特性方程式 図 1(c)において、枝 M の特性は、

$$M_{M1} = \rho v_1 v_1 W_{M1}, M_{M2} = \rho v_2 v_2 W_{M2} \dots\dots\dots(31)$$

である。しかし、対流の影響を表すための仮想節点は必要とせず、上流のみの節点を用いて特性方程式を構成する。図 3 に示すシステムグラフから、流体系の対流の影響を表す枝 M と運動量に関する時間変化を表す枝 D からなるグラフを取出し、図 5 に示す。節点 2 のカットセット(これは節点 1, 2, 3 間の運動量収支になる)をとると、節点 2 の単位時間あたりの運動量の変化が求まる。したがって、式(2)の対流項は式(31)を枝に特徴づければよいことがわかる。

すると、通過変数とした運動量

$$e = (M_{DM1}, M_{DM2}, M_{DM3}, M_{M1}, M_{M2}) \dots\dots\dots(32)$$

横断変数とした流速

$$T = (v_{DM1}, v_{DM2}, v_{DM3}, v_{M1}, v_{M2}) \dots\dots\dots(33)$$

の間の特性を表す行列は、

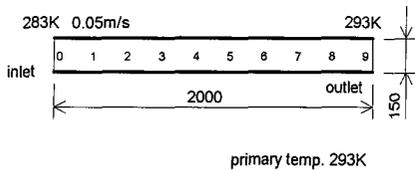


図 6 解析モデルの形状

$$F_e = \begin{bmatrix} \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(34)$$

$$F_T = \begin{bmatrix} -M_{DM1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -M_{DM1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -M_{DM1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(35)$$

$$H = \begin{bmatrix} -M_{DM1} v_{DM1}^{(n-1)} \\ -M_{DM2} v_{DM2}^{(n-1)} \\ -M_{DM3} v_{DM3}^{(n-1)} \\ \rho v_1 v_1 W_{M1} \\ \rho v_2 v_2 W_{M1} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(36)$$

となる。

このようにして、 F_e は、時間微分項を表す枝に対応する行の対角成分を Δt 、他の成分を零とする。そして、流体系の対流を表す枝に対応する行の対角成分を 1、他の成分を零とする。 F_T は、時間微分項を表す枝に対応する行の対角成分を $-M$ 、他の成分を零とする。そして、流体系の対流を表す枝に対応する行のすべての成分を零とする。 H は、時間微分項を表す枝に対応する成分を $-M v^{(n-1)}$ とし、流体系の対流を表す枝に対応する成分を $\rho v_i v_i W$ とする。

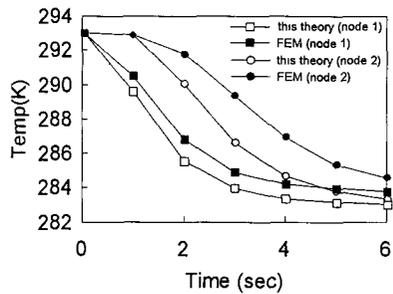


図 7 直管モデルの結果比較

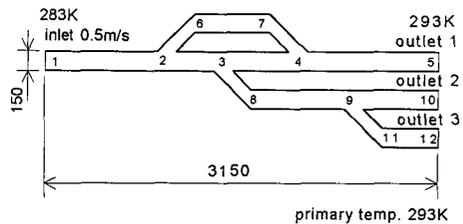


図 8 分岐合流流路

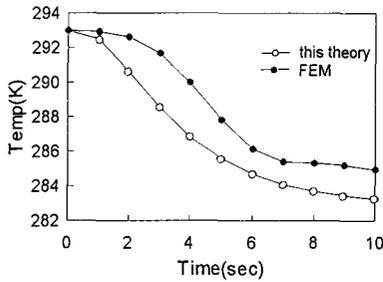


図9 比較結果(節点3)

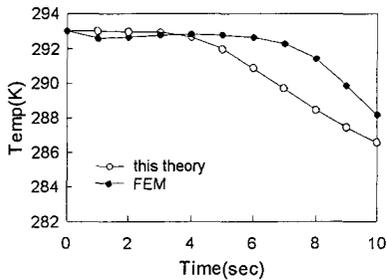


図10 比較結果(節点9)

4. 配管系への適用

4.1 直線流路 一例として図6の系について解析した。この系は、長さ2[m]、幅0.15[m]の直線流路を想定したものである。流体は左方より流速0.05[m/s]で流入し、右方より流出する。入口の温度は283[K]で、出口の温度は293[K]とした。また、内部の初期温度は293[K]である。この条件下で時間0[s]から、6[s]までの温度変化を求める。そして、現在一般に熱流体解析に用いられている有限要素法により解析を行い結果を比較検討した。

本理論を用いた解析では、流路を等間隔で長手方向にのみ9ブロックに分割し、システムグラフ表現した。一方、有限要素法においては長手方向に40、幅方向に10、合計400のメッシュ分割を行った。結果の比較は有限要素法による結果を断面方向に平滑化を行って、本理論によるブロック接続点(節点)での値と比較した。

図7は、図6中の節点1、2の位置における比較結果を示す。有限要素法の結果の方が若干高めの値を示したが、同時刻の結果をみると傾向は一致している。

4.2 分岐合流流路 本理論により図8に示した系を解析し、有限要素法による解析結果と比較検討した。系は、直線部の幅0.15[m]、斜め部の幅0.1[m]の流路を接続し、全長3.15[m]としたものである。

左側の流入口から流入し、途中分岐合流を経て右側の三つの流出口から流出する。流体の流入速度は0.5[m/s]で、流入口、流出口の温度を283[K]とする。系全体の初期設定温度は293[K]とする。この条件下で時間0[s]から10[s]までの温度変化を求める。

本理論を用いた解析では、流路を図中に示したように12分割し、システムグラフ表現した。一方、有限要素法においては649節点のメッシュ分割を行った。また、結果の比較は直線流路と同様に有限要素法による結果を断面方向に平滑化して行った。

図9、10に解析結果を示した。図9は、図8の節点3での部分の比較結果であり、図10は節点9の部分の結果である。両者とも有限要素法による結果の方が全体として若干高くなっているが、傾向は一致している。

熱流体系の初期設計段階で利用するには十分と考えられる。

5. 結 言

本報では、熱流体解析におけるエネルギー保存則および運動量保存則をグラフ理論にどのように適用するかについて検討した。当面の解析対象として熱系(エネルギー保存則適用)に関しては熱伝導、対流、流体系(運動量保存則適用)に関しては対流を要因として仮定した。この要因をグラフの枝に特徴づけるために、熱系では仮想節点を取入れた。これにより、上流差分の概念も取り入れることができ、熱流体系のシステムグラフの構築が可能となった。

このシステムグラフは著者らが扱ってきた従来の手法に適用でき、熱流体系の過渡応答等も容易・迅速に把握できることがうかがい知れた。今後、重要な項目である圧力項を加味する必要性があり、新たなグラフの構成法については次報にて述べたい。

文 献

- (1) 綿貫・大滝・石川, 機論, 53-494, C(1987), 2135.
- (2) 綿貫・丸山・大滝, 機論, 56-526, C(1990), 1570.
- (3) 綿貫・大滝・小島・石川, 機論, No. 930-9, (1993), 405.
- (4) 綿貫・丸山・大滝, 機論, 58-548, C(1992), 1292.
- (5) 小島・綿貫・大滝・石川, 日本機械学会山梨講演会講演論文集, 33(1993).
- (6) 社団法人日本機械学会, 流れの数値シミュレーション, (1988), 75, コロナ社.
- (7) 社団法人日本機械学会, 熱と流れのコンピュータアナリシス, (1986), 14, コロナ社.
- (8) 登坂・大西, 偏微分方程式の数値シミュレーション, 158, (1991), 東京大学出版会.
- (9) 小竹・土方, バソコンで解く熱と流れ, (1988), 2, 丸善.