

動吸振器を利用した釣合い試験機の開発*

(非減衰形動吸振器を利用した測定法)

水野 毅^{*1}, 北島和也^{*2}, 荒木 獻次^{*1}

Balancing Machine Using Dynamic Vibration Absorber (Measurement with an Undamped Dynamic Vibration Absorber)

Takeshi MIZUNO, Kazuya KITAJIMA and Kenji ARAKI

A new type of balancing machine is proposed which uses a dynamic vibration absorber as a device measuring unbalance. When an unbalanced rotor rotates, centrifugal forces are generated which result in sinusoidal forces being transmitted to the supporting structure. An undamped dynamic vibration absorber is attached to the structure in the proposed machine. When it is tuned to resonate at the test rotational speed, the structure does not move at all; the auxiliary system vibrates in such a way that the phase angle between the displacement of auxiliary mass and the sinusoidal force is exactly 180 degrees and that the product of the auxiliary mass and the amplitude of its vibration is equal to the amount of unbalance. Therefore, the motion of the auxiliary mass provides sufficient information for balancing the rotor. The principles and features of the proposed machine are investigated, and experiments are carried out using the developed apparatus. The results demonstrate the feasibility of the proposed balancing machine.

Key Words: Balancing, Rotor, Dynamic Vibration Absorber, Measurement, Forced Vibration, Vibration, Antiresonance

1. 緒言

回転機械において、回転体の不釣合いは、回転数と同じ振動数の周期外力を生じ、様々な振動現象の原因となる。そのため、回転機械の釣合せは、回転機械製作の重要な工程の一つとなっており、従来から、いろいろな種類の釣合い試験機が考案されている⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾。

本研究では、制振装置の一つとして考案されている動吸振器を利用する新しい形式の釣合い試験機を提案する。動吸振器は、制振対象物にバネと質量とからなる振動系を取り付けることによって制振効果を得るものであり、動吸振器の固有振動数と等しい振動数の外力に対しては、完全な制振効果、すなわち制振対象物の定常振動を零にする働きがある⁽⁷⁾。このような制振状態が達成されているときには、動吸振器の補助質量は、これを支持しているバネの反力によって、制振対象物に作用する外力を完全に打ち消すように振動している。したがって、その運動から、制振対象物に作用する外力の大きさと位相を正確に定めることが

できる。本報では、この現象を利用した不釣合いの測定方法および基礎実験装置を用いて行なった測定実験について述べる。

2. 測定原理と特徴

2.1 測定原理 考案した釣合い試験機の測定原理を図1を用いて説明する。図で、バネ k_p によって支持されている試験台 m_b 上で、試験回転体 m_r が回転速度 ω で回転している。振動台には、補助質量 m_a とバネ k_a とで構成される動吸振器が取り付けられている。回転体に不釣合いがある場合、運動方程式は次式のようなになる⁽⁷⁾。

$$m_p \ddot{x}_p = -k_p x_p - k_a(x_p - x_a) + p(t) \quad (1)$$

$$m_a \ddot{x}_a = -k_a(x_a - x_p) \quad (2)$$

x_p, x_a : 試験台, 補助質量の変位

$$m_p = m_b + m_r$$

$$p(t) = P_0 \cos \omega t, \quad P_0 = m_e \varepsilon \omega^2$$

m_e : 不釣合い質量

ε : 軸中心線から不釣合い質量までの距離

ここで、不釣合い力と同周期の調和振動解

$$x_p(t) = X_p \cos \omega t, \quad x_a(t) = X_a \cos \omega t \quad (3)$$

を仮定し、式(1), (2)に代入すると、振幅 X_p, X_a が次のように求められる。

* 1993年11月15日 Asia-Pacific Vibration Conference '93において講演, 原稿受付 平成6年3月7日。

*1 正員, 埼玉大学工学部 (〒338 浦和市下大久保255)。

*2 首都高速道路公団 (〒100 東京都千代田区霞が関1-4-1)。

$$\frac{X_p}{P_0/k_p} = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}}{(1 + \frac{k_a}{k_p} - \frac{\omega^2}{\omega_p^2})(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}) - \frac{k_a}{k_p}} \quad (4)$$

$$\frac{X_a}{P_0/k_p} = \frac{1}{(1 + \frac{k_a}{k_p} - \frac{\omega^2}{\omega_p^2})(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}) - \frac{k_a}{k_p}} \quad (5)$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{k_p}{m_p}}, \quad \omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{m_a}}$$

式(4), (5)から, 回転角速度と動吸振器の固有振動数とが一致するとき, すなわち

$$\omega = \omega_a \quad (6)$$

となるとき, つぎのような関係が成立することがわかる.

$$X_p = 0 \quad (7)$$

$$X_a = -\frac{P_0}{k_a} = -\frac{m_a \varepsilon \omega_a^2}{k_a} \quad (8)$$

$$= -\frac{m_a \varepsilon}{m_a}$$

$$\therefore m_a \varepsilon = -m_a X_a \quad (9)$$

式(9)からわかるように, 不釣合いの大きさは, 補助質量とその振動の振幅との積に等しく, 不釣合い力の位相は, 補助質量の振動の位相とちょうど180[deg]ずれている. したがって, 吸振状態の補助質量の運動から, 不釣合い量とその位置を求めることが可能になる.

なお, 以上のような不釣合いの測定方法は, 釣合い試験機に2つの試験台を設け, それぞれの試験台上に動吸振器を取付けて測定する構造とすることによって, 動不釣合いの測定にも適用することができる.

2.2 測定方法の特徴 従来の遠心力を利用した釣合い試験機は, 回転体が振動するときの振動系の固有振動数と試験回転速度との関係から, ソフトタイプとハードタイプに大別することができる. ソフトタイプでは, 試験回転体を変えるたびに, 試しおもりをつけて回転させ, 目盛り合わせを行う必要がある. したがって, 試験回転体を頻繁に交換する場合には能率が悪い. いっぽう, ハードタイプでは, このような予備駆動は必要ないが, 遠心力が基礎に伝わるため, 基礎の条件が悪いと測定精度が悪くなる. このため, 安定した精度の良い測定をするには, 試験回転体質量の約10倍以上の質量が基礎に必要とされている⁽²⁾.

これに対し, 本測定法では, 試験台上に取り付けた動吸振器によって, 回転にともなって生じる不釣合い力の影響を打ち消し, 試験台の振動を零にした状態で不釣合いを測定する. したがって, 遠心力が基礎に伝わることはないので, 大きな質量を必要としない. さらに, 振動の発生をできるだけ避けたい環境での使用に適していると考えられる. また, 式(8)からわかるように, 補助質量の振幅は, 試験台の質量などの寄生質量⁽²⁾の影響を受けないので, 予備駆動の必要はない. さらに, 補助質量の振動の振幅は補助質量の大きさに反比例するので, 補助質量を交換することによって, 測定感度を調整できる可能性がある. すなわち, 補助質量を小さくすることによって, 補助質量の運動を検

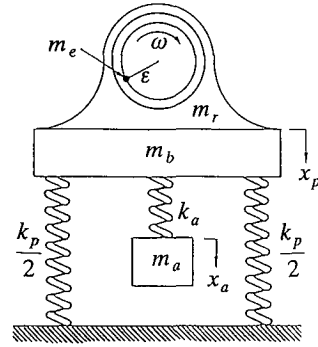


図1 基本モデル

出するセンサを変えないで検出感度の向上を図れる可能性がある.

以上のことから, 動吸振器を利用した釣合い試験機は, 比較的小規模な装置で高精度のつり合わせを行うことができる可能性を持っていると言える.

3. 実験装置

3.1 装置の構造 提案する不釣合い測定方法の有効性を実証するために試作した装置の構造を図2に示す. 2枚の板バネを介してベースに結合されている試験台上には, DCモータが固定され, その回転軸に円板状の試験回転体が取付けられている. また, 振動台の側面には, 電磁石をアクチュエータとする能動形動吸振器が取付けられている. この動吸振器では, 補助質量に相当する部分(アーム)が一端をベアリングによって回転支持されており, 他端部には一対の電磁石が配置されている. 電磁石の吸引力は, アームの変位に比例して復元力が生じるように制御される. すなわち, この動吸振器ではフィードバック制御によってバネ要素と等価な機能を実現する.

試験回転体は, 直径90mm, 厚さ6mm, 質量90.2gの円板状のもので, 円板の表面にネジ穴が設けられている. 実験では, この穴を利用して所定の位置・大きさを持つ不釣合いを付加する.

3.2 実験装置のモデル 実験装置では, 補助質量に相当する部分を一端で回転支持しているため, 図1に示した基本モデルとは若干異なる動特性を持っている. そこで, 以下では, 本装置においても同じ原理に基づいて不釣合いの測定が可能であることを示す.

本実験装置の物理モデルを図3に示す. アームの振れ角 θ が微小であるとする, 本装置に関する基本方程式は, 以下のように求められる^{(8), (9)}.

$$(m_1 + m_2) \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 + m_2 \ddot{x}_2 = p(t) \quad (10)$$

$$m_2 \ddot{x}_1 + m_a \ddot{x}_2 - k_2 x_2 = -k_\mu i \quad (11)$$

ここで,

$$m_1: \text{試験台の質量 (モータなどを含む)}$$

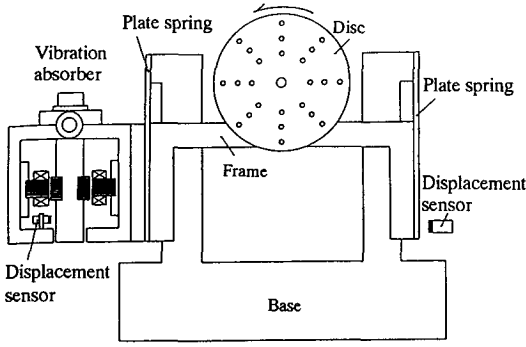


図2 実験装置の構造

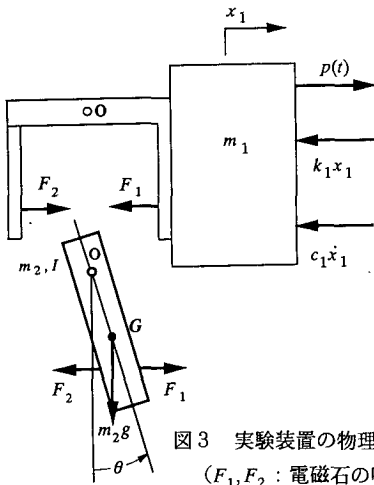


図3 実験装置の物理モデル
(F_1, F_2 : 電磁石の吸引力)

m_2 : アームの質量, x_1 : 試験台の変位
 k_1, c_1 : 試験台とベースの間のばね定数, 減衰係数
 $m_2 \varepsilon$: 不釣合い量, ω : 回転速度
 l_g, l_e : アームの支点から重心, 電磁石までの距離
 I : アームの重心回りの慣性モーメント
 k_p, k_s : 電磁石の特性係数
 $p(t) = P_0 \cos \omega t, P_0 = m_2 \varepsilon \omega^2, x_2 = l_g \theta$

$$m_a = m_2 + \frac{I}{l_g^2}, k_\mu = 2k_i \frac{l_e}{l_g}, k_2 = 2k_s \left(\frac{l_e}{l_g} \right)^2 - \frac{m_2 g}{l_g}$$

ここで, 制御電流をアーム変位および速度に比例してつぎのように変化させることにする.

$$i = p_d x_2 + p_v \dot{x}_2 \quad (12)$$

試験台が固定されて動かない ($x_1=0$) として, 式(11)から動吸振器単体の動特性を求めると, 次式のようになる.

$$m_a \ddot{x}_2 + k_\mu p_v \dot{x}_2 + (k_\mu p_d - k_2) x_2 = 0 \quad (13)$$

式(13)から, 動吸振器の固有振動数および減衰率はそれぞれつぎのように求められる.

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_\mu p_d - k_2}{m_a}} \quad (14)$$

$$\xi_2 = \frac{k_\mu p_v}{2m_a \omega_2} \quad (15)$$

式(14), (15)から, これらの特性値は, 変位および速度フィードバックのゲインによって調整できることがわかる.

つぎに, 速度フィードバックを零, すなわち

$$i = p_d x_2 \quad (16)$$

とした場合の系全体の定常応答を求める. このため,

$$x_1(t) = X_1 \cos \omega t, x_2(t) = X_2 \cos \omega t \quad (17)$$

とおき, 式(10), (11), (16)から X_1, X_2 を求めると, 次式のようになる.

$$\frac{X_1}{P_0/k_1} = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}}{\{1 - (1+\mu)\frac{\omega^2}{\omega_1^2} + 2\zeta_1 \frac{\omega}{\omega_1} j\}(1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}) - \frac{m_2^2}{k_1 k_a} \omega^4} \quad (18)$$

$$\frac{X_2}{P_0/k_1} = \frac{\frac{m_2}{k_a} \omega^2}{\{1 - (1+\mu)\frac{\omega^2}{\omega_1^2} + 2\zeta_1 \frac{\omega}{\omega_1} j\}(1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}) - \frac{m_2^2}{k_1 k_a} \omega^4} \quad (19)$$

$$\mu = \frac{m_2}{m_1}, \omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}, \xi_1 = \frac{c_1}{2m_1 \omega_1}, \omega_2 = \sqrt{\frac{k_a}{m_a}}$$

式(18)から, 動吸振器の固有振動数と回転速度とが一致するとき試験台の振動が零となることが確認できる. このとき, 式(19)からつぎの関係が得られる.

$$X_2 = -\frac{m_2 \varepsilon}{m_2} \therefore m_2 \varepsilon = -m_2 X_2 \quad (20)$$

基本モデル (図1参照) の場合と同様に, アームの振動の振幅は不釣合いの大きさと補助質量の比に等しく, 不釣合い力との位相差は180[deg]となる. このことから, 吸振状態のアームの運動から不釣合いの位置および大きさを推定できることがわかる.

なお, 理論的には非減衰形動吸振器と等価な系を実現するときには速度フィードバックは必要ないが, 後述するように, 実際にはある程度速度フィードバックを施さなければならない.

3.3 制御・測定システム 実験に用いた装置の諸元を表1に, 実験システムの概略を図4に示す.

試験台およびアームの変位は, それぞれ静電容量形およびうず電流形センサで検出している. 前者は, 吸振状態を確認するのに利用している. また, 電磁石の励磁には電流制御形アンプを用いている.

各フィードバックの大きさは, 乗算形D/Aコンバータを用いたプログラブルゲインシステムによって, コンピュータからの指令値に応じて調整される. コンピュータには, モータに取り付けられたエンコーダからの信号も入力されているので, 回転速度に合わせて変位フィードバックを変えることも可能な構成となっている.

市販されている釣合い試験機の測定機構は, 回転数を変えても不釣合いの大きさや位置の指示値がずれないように, いろいろな工夫がなされている^{(1), (2)}. 本研究では, 位置を求めるのにFFTアナライザを利用している. 具体的には, モータに取り付けたエンコーダ信号から回転に同期

表1 実験装置の諸元

Parameter	Value
m_1	16.7 kg
m_2	1.13 kg
k_1	5.32×10^5 N/m
I	2.82×10^{-3} kgm ²
c_1	1.72×10^2 Ns/m
k_s	2.79×10^4 N/m
k_i	2.81×10^1 N/A
l_g	65.0 mm
l_k	95.0 mm

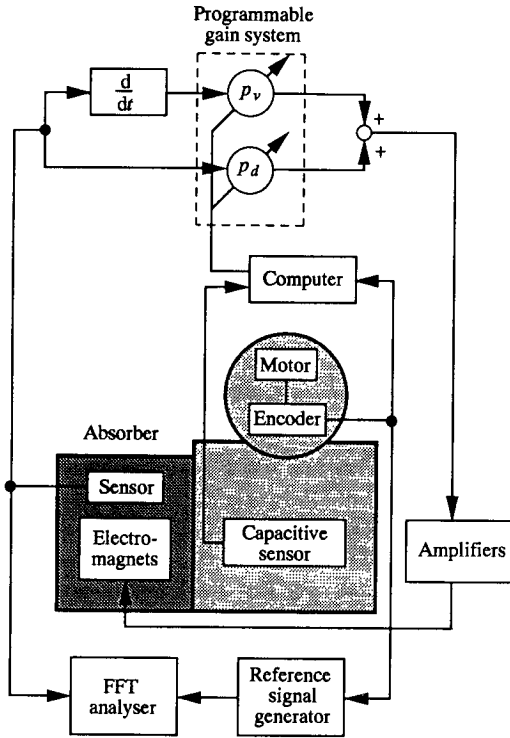


図4 計測・制御システム

した基準正弦波を発生させ、この信号とアームの変位信号との位相差をFFTによって求め、不釣合いの位置を決めている。

4. 実験結果

最初に、動吸振器部の特性の測定結果について述べる。

図5は、変位フィードバック係数と固有振動数との関係を示している。ただし、式(14)を考慮して、縦軸を ω_2^2 としている。この結果から、固有振動数を約18~75Hzの範囲で変えられることがわかる。図6は、固有振動数を27.1Hzと設定

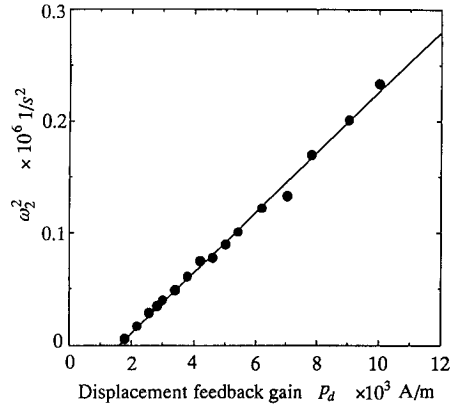


図5 変位フィードバック量と固有振動数

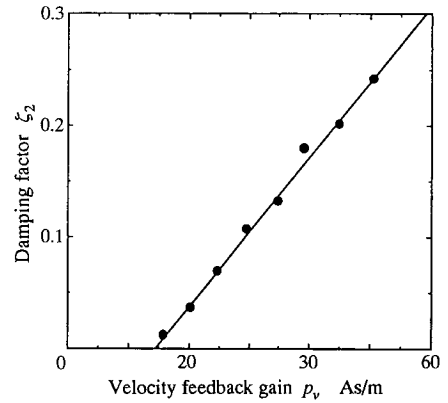


図6 速度フィードバック量と減衰率

したときの各速度フィードバックにおける減衰係数を測定した結果を示している。実測値に基づいて速度フィードバックと減衰率との関係を最小二乗法で近似してみると、つぎのような式が得られる。

$$\xi_2 = -9.72 \times 10^{-2} + 6.72 \times 10^{-3} p_v \tag{21}$$

式(21)から、非減衰形動吸振器と等価な系を実現する場合にも、14.4[As/m]程度の速度フィードバックが必要であることがわかる。この原因は、電磁石の励磁回路として電流制御形アンプを用いているが、供給電圧が有限(60V)なため、インダクタンスの影響によって指令信号とコイル電流との間に位相遅れが生じているためであると考えられる。

動吸振器に減衰が存在するために生じる測定誤差は、例えば $\xi_2=0.001$ 、試験回転速度=1626rpmとして計算してみると、不釣合い量の大きさに関しては-0.91%、位置に関しては0.05[deg]となる。以下で述べる不釣合いの測定実験では、アームの運動が不安定に陥らない範囲で、できるだけ減衰率が小さくなるように速度フィードバック量を調整している。実際の減衰率を式(21)のような実測値から求めた近似式から見積ると、0.001以下となる。

表2 不釣合い測定結果 (1626rpm, 回転方向: 反時計回り)

(a) $m_e \epsilon = 25.1 \text{ gmm}$

location of unbalance [deg]		0	45	90	135	180	225	270	315	average
amount of unbalance [gmm]	original	23.6	23.7	22.8	22.0	21.8	22.3	23.0	23.6	22.8
	calibrated	25.6	25.7	24.8	23.9	23.6	24.2	25.0	25.6	24.8
error of measured location [deg]		1.9	-0.1	-0.3	-1.0	1.5	4.0	3.8	3.2	1.6

(b) $m_e \epsilon = 50.2 \text{ gmm}$

location of unbalance [deg]		0	45	90	135	180	225	270	315	average
amount of unbalance [gmm]	original	47.0	47.8	47.3	45.3	45.5	46.2	47.3	47.7	46.8
	calibrated	50.2	51.1	50.5	48.5	48.6	49.4	50.6	51.0	50.0
error of measured location [deg]		1.6	-1.3	-1.9	-1.9	-0.9	0.1	0.1	0.3	-0.5

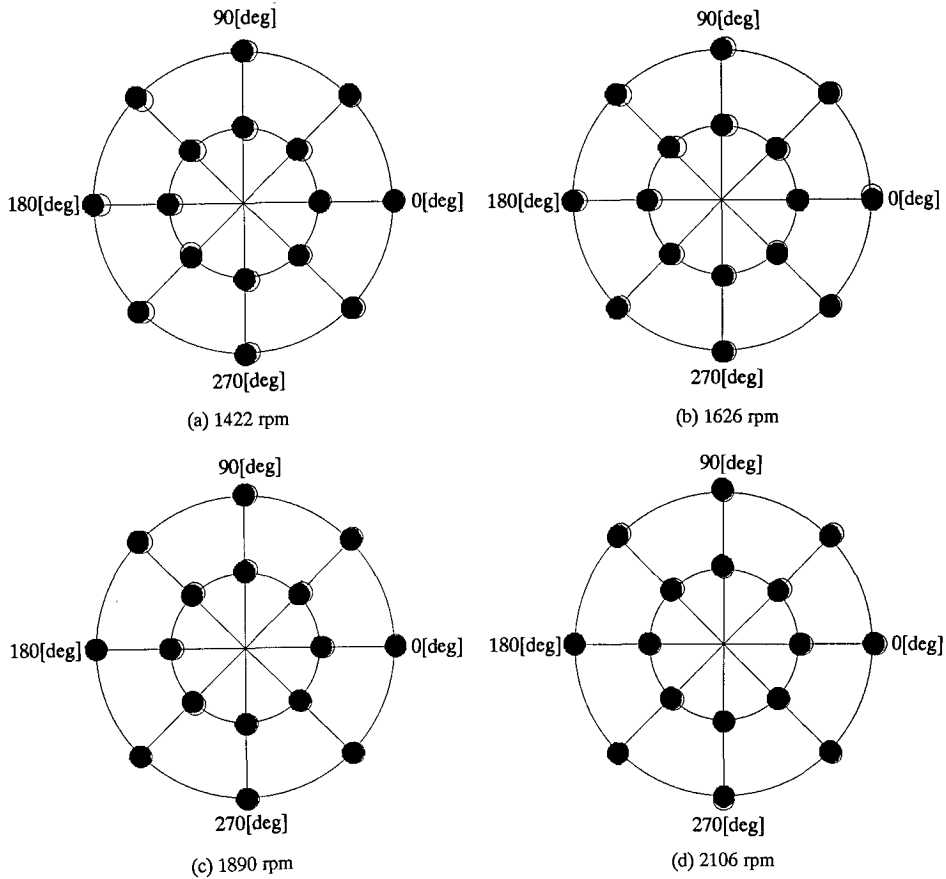


図7 不釣合い測定結果 (回転方向: 反時計回り)

また、動吸振器を作用させた場合でも、上述の問題などのため、試験台の振動を完全になくすことはできない。以下に示す測定結果は、試験台の振動振幅が $0.3 \mu\text{m}$ 以下の状態で、得られたものである。

試験回転体に (1)25.1 gmm, (2)50.2gmm の大きさの不釣合いを付加して、回転体を1626rpmの速度で反時計回りに回転

させたときの不釣合いの大きさと位置の測定結果を表2に示す。大きさに関しては、後述するように、全測定値の平均で校正した値も示されている。

つきに、回転速度を

(a)1422rpm, (b)1626rpm, (c)1890rpm, (d)2106rpm

と変化させて測定した結果を図7に、回転方向を時計回り

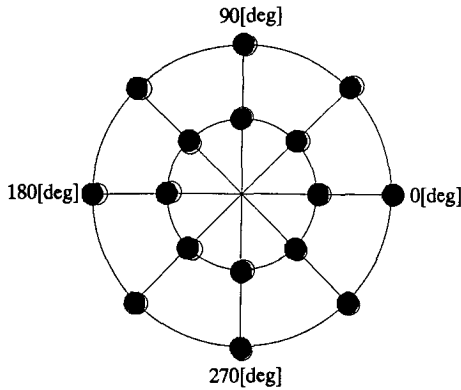


図8 不釣合い測定結果
(1626rpm, 回転方向: 時計回り)

方向として測定した結果を図8に図示する。図で、●は実際の不釣合いを、○はその測定値を表しており、円の中心からの距離は不釣合いの大きさに比例した値となっている。ただし、測定結果に関しては、補正された値が示されている。

測定結果から、不釣合いの大きさと位置に関して、測定誤差の平均 $\bar{\epsilon}$ と標準偏差 σ を求めると、以下のように求められた。

- (1) $m_e \epsilon = 25.1 \text{gmm}$ の場合
 大きさ: $(\bar{\epsilon}, \sigma) = (-2.3, 0.7) \text{ [gmm]}$
 位置: $(\bar{\epsilon}, \sigma) = (-3.3, 2.8) \text{ [deg]}$
- (2) $m_e \epsilon = 50.2 \text{gmm}$ の場合
 大きさ: $(\bar{\epsilon}, \sigma) = (-3.8, 0.8) \text{ [gmm]}$
 位置: $(\bar{\epsilon}, \sigma) = (-1.6, 3.6) \text{ [deg]}$

測定した結果では、設定した不釣合いの大きさに対して、平均的に約10%小さい。これは、アームの変位を測定するセンサの位置および感度の設定誤差やアームの重心位置の同定誤差のためであると考えられる。このような偏りは、最初に測定系の校正を行えば取り除くことができるので、図7、図8には、測定値の平均が設定した不釣合い量に等しくなるように、補正した値が示されている。

これらの結果から、測定値は設定した不釣合いによく一致しており、提案する測定方法の有効性が確認できる。とくに不釣合いの大きさに関しては、不釣合いの位置や回転速度などによるばらつきは小さく、かなり精度の高い測定が行われている。いっぽう、不釣合いの位置の測定では、ややばらつきが大きい。この原因の一つとして、無減衰の状態を実現することが技術的には難しいという点が挙げられる。実際、速度フィードバックを小さくしすぎると、補助質量の運動に揺らぎが生じ、信号の位相が安定しなくなる傾向が見られた。なお、このような技術的な問題は、P D制御だけではなく、より高度な制御を併用することによって克服できる⁽¹⁰⁾。

5. 結言

回転体の不釣合いの測定に動吸振器を利用することを提案し、基本モデルに基づいてその測定原理を明らかにした。さらに、電磁石をアクチュエータとする能動形動吸振器を備えた実験装置を用いて、提案する方法にしたがって不釣合いの測定を行った。測定結果は実際の不釣合いとよく一致しており、提案する不釣合い測定法の有効性を確認することができた。

今後は、提案する測定機構を備えたより実用性の高い釣合い試験機を試作し、広汎な測定実験を行なうことによって、提案する不釣合い測定法の性能の限界を明らかにしていく予定である。また、2面釣合せの実験も実施する計画である。

謝辞

実験装置の製作に多大なる御協力をいただいた昭和62年度職業訓練大学校(現、職業能力開発大学校)卒論生アオ・キム・ギョク君ならびに機械科各位に感謝の意を表す。なお、本研究の一部は平成2年度文部省科学研究費補助金(奨励研究(A))の助成を受けて実施された。

文献

- (1)明石, 浅羽, 下村: 動つりあい試験(改訂版), (1976), 1, コロナ社。
- (2)三輪, 下村: 回転機械のつりあわせ, (1976), 68, コロナ社。
- (3)Muster, D., *Balancing of Rotating Machinery*, Shock and Vibration Handbook (Harris, C. M., and C. E. Crede ed.), Vol.3, McGraw-Hill, New York, (1961)39-1.
- (4)Higuchi, T. and T. Mizuno, *Balancing Measurement System Using Magnetic Bearings*, Proc. 1st Int. Symp. on Magnetic Bearings (Schweitzer, G. ed.), Springer-Verlag, Berlin, (1989) 327.
- (5)河野, 松下, 寺山, 藤沢, 佐藤: 磁気ばね支持形バランサの開発, 機論57-544, C(1991)3806.
- (6)中川, 藤沢: 重力利用の復元機構を用いたつりあわせ装置の開発, 機講論, No.930-63, E(1993)488.
- (7)Den Hartog, J. P., *Mechanics of Vibration*, 4th ed., McGraw-Hill, New York, (1956)89.
- (8)Mizuno, T., and K. Araki, *Control System Design of a Dynamic Absorber with an Electromagnetic Servomechanism*, Mechanical Systems and Signal Processing, 7(4), (1993), 293.
- (9)水野, 森谷, 荒木: 電磁サーボ式能動形動吸振器出力レギュレーション制御, 機論58-556, C(1992)3523.
- (10)水野, 北島, 荒木: 動吸振器を利用したつり合い試験機の開発--- 不釣り合い測定的一般原理 ---, 機講論, No. 940-10, I(1994)628.