日本機械学会論文集(B編)
61巻582号(1995-2)

論文 No. 94-0401

SF_6凝縮を伴う超音速ノズル内流れの数値計算*
(第1報, ノズル壁面境界層の影響について)

平原裕行*1, 山下桂一*2
川橋正昭*1, 呉力陽*2

Numerical Simulation of Compressible Viscous Two-Phase Flow with Condensation
(1st Report, On the Influence of the Boundary Layer)

Hiroyuki HIRAHARA, Keiichi YAMASHITA,
Masaaki KAWAHASHI and Li Yang WU

A compressible viscous two-phase flow of SF_6 and Ar with condensation in a supersonic nozzle is calculated. The flow field is solved with a 3rd-order MUSCL type TVD scheme. The calculation of condensate mass fraction and nucleation rate was based on Becker-Döring's condensation theory. The development of velocity and thermal boundary layer is discussed in detail from the point of view of the interaction between the boundary layer and condensation. Distribution of pressure along the nozzle axis obtained from the numerical calculation is in good accordance with the experimental one in the case of the stagnation pressure region from 20 kPa to 100 kPa. It was found from the result that the condensation takes place in a limited region under relatively high stagnation pressure, which spreads downstream as the stagnation pressure decreases. The temperature and velocity gradients in the boundary layer increase due to the latent heat release of condensation. Consequently, development of the velocity and thermal boundary layers was suppressed by the condensation.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Supersonic Flow, Multiphase Flow, Condensation, Boundary Layer, TVD Scheme, Classical Condensation Theory

1. 緒　言

凝縮を伴う超音速ノズル内流れの研究においては、従来より古典凝縮論と流れの基礎方程式を連立させて、凝縮開始点、核生成率、凝縮量の見積もりを行う手法が一般的に用いられている(1)-(5)。これまでの研究の大半は、タービンの翼列性能に関連した研究で、境界層の影響は無視できる程度であるか、または境界層は薄いという実験的事実を基に、境界層と境界層外部の流れを接続して解析を行い、境界層排除厚さを評価するという手法が取られている。過去には、Studzinsky(6)とRyley(7)が、湿り蒸気流れ中の境界層について解析し、実験的にはHillerら(8)が、境界層内の凝縮および蒸発について光散乱法を用いて検証している。比較的最近の凝縮流れの計算では、Robinsonら(9)が遷音速および超音速流れ中の水蒸気の凝縮の影響について考察し、Kachurinerら(10)が、Godunov型のスキームを用いて非粘性計算を行った。また、Young(11)は、タービン翼列内流れをDenton法により解析し、Schnerrら(12)は、有限体積法を用いて解いた外部流れ(13)とBeam-Warming法により解かれた境界層流れとを接続させて、境界層内の流れに関する考察を行っている。

一方、比較的小型のノズルで、ノズルスロートの断面積がノズル出口の断面積に対してかなり小さい場合には、ノズル側壁に発達する境界層の影響は無視することができず、境界層の厚さを正確に評価することが重要となる。このような流れ場に対しては、流れが凝縮成分と搬送気体との混合気体により構成されるために、実験結果には必ず、凝縮現象により生じる主流の圧力または温度上昇の影響が含まれる。したがって、実験により境界層のみの影響を正確に把握することが困難となる。そのため、凝縮が発生しない実験条件下で実験的に求めた境界層厚さをもとに、それぞれの気体の分子量とモル混合比による境界層の発達への影響を考慮して、境界層排除厚さを補正するという方法が取られた例もある(14)。このように、凝縮を伴う流れ場において発達する境界層を直接、実験的に検証するには、未だいくつかの問題を残している。

さらに、凝縮を伴う流れ場の研究では、凝縮粒子と

* 原稿受付　平成6年3月18日.
*1 正員, 埼玉大学工学部 (〒338 浦和市下大久保255).
*2 埼玉大学大学院.
*3 准員, 埼玉大学大学院.

境界層との干渉の問題も重要となる。凝縮の発生に伴う圧力、温度の上昇に加えて、凝縮粒子が境界層に流入した場合には、境界層内で再蒸発を起こし、境界層はそれにより影響を受ける。また、潜熱の大きい気体では、凝縮衝撃波が発生し、境界層と衝撃波は相互に干渉する。これらの現象は、圧縮性粘性流体の基礎方程式と凝縮論とを連立させた方程式を全流れ場において解くことにより、より効率良くシミュレートすることができるものと思われる。そこで、本研究においては、圧縮性粘性流体の基礎方程式と古典凝縮論とを連立させ、MUSCL型の3次精度TVDスキームにより流れ場を解き、1次風上差分により凝縮式を離散化して、2次元超音速ノズル内の流れ場を求めた。なお、本計算で対象としている凝縮成分はSF_6であり搬送気体はArとした。

記　号

変数

L	:	凝縮成分の潜熱
Pr	:	プラントル数
$\Re$	:	気体定数
Re	:	レイノルズ数$(=a_0 l_0 \rho_0/\mu_0)$
C_p	:	気体の定圧比熱
g	:	凝縮量
k	:	ボルツマン定数
l_0	:	代表長さ
m	:	分子1個の質量
n	:	凝縮成分のモル混合比
p_0	:	ノズル上流貯気槽圧力
p_∞	:	飽和蒸気圧
p_v	:	気体の分圧
r_c	:	臨界核半径
Γ	:	分子量
ρ_c	:	凝縮相の密度
ρ_m	:	混合気体の密度
α	:	表面張力パラメータ
γ	:	比熱比
σ_∞	:	無限平面における表面張力
$\bar{\mu}$	:	無次元粘性係数(μ/μ_0)
μ	:	粘性係数
ξ_c	:	凝縮係数
ξ	:	一般曲線座標系変数
η	:	一般曲線座標系変数

添字

^	:	一般曲線座標系における表現を示す
0	:	初期状態
1	:	凝縮成分に関する量
2	:	搬送気体に関する量

2. 基礎方程式

本解析においては、問題を簡単化するため、以下の仮定を置く。

1)凝縮粒子と混合気体との間には、速度スリップは存在しない。すなわち、運動量の緩和過程については考慮しない。

2)凝縮粒子と混合気体は、局所的に熱的平衡状態にあり、相間のエネルギー緩和過程は考慮しない。

3)凝縮粒子の圧力に対する寄与は無視する。

4)流れは層流とする。

以上の仮定のもとに、混相流に対する圧縮性粘性流体の基礎式を、一般曲線座標$\xi-\eta$系において表現すると以下のように表される。

$$\frac{\partial \hat{U}}{\partial t}+\frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi}+\frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta}=\frac{1}{Re}\left(\frac{\partial \hat{R}}{\partial \xi}+\frac{\partial \hat{S}}{\partial \eta}\right) \tag{1}$$

ここで、$\hat{U}, \hat{E}, \hat{F}, \hat{R}, \hat{S}$はCartesian座標系のベクトルを用いて以下のように表現される。

$$\hat{U}=JU,\ \hat{E}=J(\xi_x E+\xi_y F),\ \hat{F}=J(\eta_x E+\eta_y F),$$
$$\hat{R}=J(\xi_x R+\xi_y S),\ \hat{S}=J(\eta_x R+\eta_y S) \tag{2}$$

ここに、

$$U=\begin{pmatrix}\rho_m\\ \rho_m u\\ \rho_m v\\ e_m\end{pmatrix},\quad E=\begin{pmatrix}\rho_m u\\ \rho_m u^2+p\\ \rho_m uv\\ u(e_m+p)\end{pmatrix},\quad F=\begin{pmatrix}\rho_m v\\ \rho_m uv\\ \rho_m v^2+p\\ v(e_m+p)\end{pmatrix},$$

$$R=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{xx}\\ \tau_{xy}\\ u\tau_{xx}+v\tau_{yx}+\dfrac{\bar{\mu}}{(\gamma-1)Pr}\dfrac{\partial T}{\partial x}\end{pmatrix},\quad S=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{xy}\\ \tau_{yy}\\ u\tau_{xy}+v\tau_{yy}+\dfrac{\bar{\mu}}{(\gamma-1)Pr}\dfrac{\partial T}{\partial y}\end{pmatrix},$$

$$e_m=\rho_m C_{p0}T-p+\tfrac{1}{2}\rho_m(u^2+v^2)-\rho_m gL,\quad p=\rho_m(1-g)\Re T$$

である。凝縮量計算式は、

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t}+\frac{\partial \hat{A}}{\partial \xi}+\frac{\partial \hat{B}}{\partial \eta}=\hat{K} \tag{3}$$

であり、式(1)と同様に$\hat{Q}, \hat{A}, \hat{B}, \hat{K}$は以下の式で表現される。

$$\hat{Q}=JQ,\quad \hat{A}=J(\xi_x A+\xi_y B),\quad \hat{B}=J(\eta_x A+\eta_y B),\quad \hat{K}=JK$$

$$Q=\begin{pmatrix}\rho_m g\\ \rho_m D_0\\ \rho_m D_1\\ \rho_m D_2\end{pmatrix},A=\begin{pmatrix}\rho_m ug\\ \rho_m uD_0\\ \rho_m uD_1\\ \rho_m uD_2\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}\rho_m vg\\ \rho_m vD_0\\ \rho_m vD_1\\ \rho_m vD_2\end{pmatrix},K=\begin{pmatrix}\rho_c\left\{D_0\rho_m\dot{r}+\frac{4\pi}{3}r_c^3 I_N\right\}\\ 4\pi r_c^2 I_N+\rho_m D_1\dot{r}\\ 8\pi r_c I_N+\rho_m D_2\dot{r}\\ 8\pi I_N\end{pmatrix}$$

ここで、$I_N, \dot{r}, r_c$は、それぞれ古典凝縮論[1](Becker-Döring理論)による凝縮核生成率、臨界核半径及び凝縮核成長速度の式で、以下の表現で与えられる。

$$I_N=\frac{1}{\rho_c}\left(\frac{p_{v1}}{kT}\right)^2\sqrt{\frac{2\alpha\sigma_\infty m_1}{\pi}}\exp\left\{\frac{-4\pi\alpha\sigma_\infty r_c^2}{3kT}\right\} \tag{4}$$

$$r_c=\frac{2\alpha\sigma_\infty}{\rho_c \Re T\ln(p_{v1}/p_{\infty 1})} \tag{5}$$

$$\dot{r}=\frac{\xi_c}{\rho_c}\frac{p_{\infty 1}}{\sqrt{2\pi\Re T}}\left(\frac{p_{v1}}{p_{\infty 1}}-1\right) \tag{6}$$

$$p_{\infty 1}=133.32\exp(6.41853-1437.5/T+0.033919T) \tag{7}$$

$$\rho_c=(2.740-9.417\times10^{-4}T)\times10^3 \tag{8}$$

$$\sigma_\infty=(\rho_c\times10^{-3}/\Gamma_1)^{\frac{2}{3}}\times2.12\times(312.79-T)\times10^{-3} \tag{9}$$

本計算において対象としている流れ場は、SF_6とArの混合気体であり、これまでに行われた計算結果を基にすれば、本計算で対象としているノズル内において生成される凝縮核の核半径は高々数10nmのオーダーである。また、混合気体のよどみ圧は20kPaから100kPaの範囲で考えることにする。このことより、仮定1)と2)は妥当な近似であると言える。本論文では、これらの単純な仮定の基での境界層の変化について主として考察する。なお、SF_6分子の振動エネルギー緩和過程等については続報において議論する。

3. 計算方法

今回行った計算は、流れ場に関して、3次精度MUSCL型のTVDスキームを用い、凝縮成長速度の式の計算には、1次風上差分法を用いた完全陽解法である。

式(1)に対する3次精度MUSCL型のTVDスキームの離散式を以下に示す。

$$\begin{aligned}\hat{U}^{n+1}_{i,j}&=\hat{U}^n_{i,j}-\lambda^\xi(\hat{E}^n_{i+\frac{1}{2},j}-\hat{E}^n_{i-\frac{1}{2},j})-\lambda^\eta(\hat{F}^n_{i,j+\frac{1}{2}}-\hat{F}^n_{i,j-\frac{1}{2}})\\&+\lambda^\xi(\hat{R}^n_{i+\frac{1}{2},j}-\hat{R}^n_{i-\frac{1}{2},j})+\lambda^\eta(\hat{S}^n_{i,j+\frac{1}{2}}-\hat{S}^n_{i,j-\frac{1}{2}})\end{aligned} \tag{10}$$

ここに、λ^ξ,λ^ηはそれぞれ$\lambda^\xi=\Delta t/\Delta\xi$と$\lambda^\eta=\Delta t/\Delta\eta$であり、$\Delta t,\Delta\xi,\Delta\eta$は、それぞれ時間刻み幅、および$\xi,\eta$方向の格子間隔である。ここで、数値流束$\hat{E}_{i+\frac{1}{2},j}$は以下のように表される。

$$\begin{aligned}\hat{E}_{i+\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\Big\{&(y_\eta)_{i+\frac{1}{2}}\Big[E(U^R_{i+\frac{1}{2}})+E(U^L_{i+\frac{1}{2}})\Big]\\&-(x_\eta)_{i+\frac{1}{2}}\Big[F(U^R_{i+\frac{1}{2}})+F(U^L_{i+\frac{1}{2}})\Big]+\hat{T}_{i+\frac{1}{2}}\hat{\Phi}_{i+\frac{1}{2}}J_{i+\frac{1}{2}}\Big\}\end{aligned} \tag{11}$$

$\hat{F}_{i+\frac{1}{2},j}$についても同様である。$\hat{T},\hat{\Phi}$は、右固有ベクトル、左固有ベクトルおよび固有ベクトルによって表される行列であり計算中での用い方は、Yee[15]の方法と同様である。ただし、内部の表現形式は異なるため、それらの形式については以降に記す。表記を単純化するためにjについての表記は省略した。また、メトリックに関する$(i+1/2,j)$点における値は、(i,j)点と$(i+1,j)$点における値の相加平均値を用いた。$E(U^R_{i+\frac{1}{2}}),E(U^L_{i+\frac{1}{2}})$は、各々次に示す$U^R_{i+\frac{1}{2}},U^L_{i+\frac{1}{2}}$で評価される流束関数である。

$$U^R_{i+1/2}=U_{i+1,j}-\tfrac{1}{4}[(1-\varepsilon)\Delta^*_{i+3/2}+(1+\varepsilon)\Delta^{**}_{i+1/2}]\ ,$$

$$U^L_{i+1/2}=U_{i,j}+\tfrac{1}{4}[(1-\varepsilon)\Delta^{**}_{i-1/2}+(1+\varepsilon)\Delta^*_{i+1/2}]$$

ここで、空間精度を決定するパラメータεは、本計算においては$\varepsilon=1/3$として空間3次精度とした。Δ^*とΔ^{**}はYee[15]と同様にして、minmod制限関数によって計算される量である。

本計算におけるJacobi行列、右固有ベクトルおよび左固有ベクトルによる行列は以下の形となる。初めにJacobi行列 $\hat{\Psi}_\xi=\partial\hat{E}/\partial\hat{U},\ \hat{\Psi}_\eta=\partial\hat{F}/\partial\hat{U}$について示すと、

$$\hat{\Psi}_\xi,\hat{\Psi}_\eta=\begin{bmatrix}0 & k_x & k_y & 0\\ -u\theta+k_x\phi & \theta-(G-1)k_xu & k_yu-Gk_xv & k_xG\\ -v\theta+k_y\phi & k_xv-Gk_yu & \theta-(G-1)k_yv & k_yG\\ \theta(\phi-\zeta) & k_x\zeta-Gu\theta & k_y\zeta-Gv\theta & (G+1)\theta\end{bmatrix}$$

ここで、$\hat{\Psi}_\xi,\hat{\Psi}_\eta$に対して、それぞれ$k=\xi,\eta$とする。また、

$$\theta=k_xu+k_yv,\ G=(1-g\frac{\Gamma_0}{\Gamma_1})(\frac{1}{\gamma_0-1}+g\frac{\Gamma_0}{\Gamma_1})^{-1}$$

$$\phi=GgL+\tfrac{1}{2}G(u^2+v^2),\ \psi=GgL-\tfrac{1}{2}G(u^2+v^2),\ \zeta=\psi+(G+1)\frac{e_m}{\rho_m}$$

である。

Pulliam[16]の展開形式に沿って、Jacobi行列を対角化する。

$$\hat{\Psi}=\hat{T}_\xi\hat{\Lambda}_\xi\hat{T}^{-1}_\xi\ ,\quad \hat{\Psi}=\hat{T}_\eta\hat{\Lambda}_\eta\hat{T}^{-1}_\eta$$

ここで、$\hat{\Lambda}_\xi,\hat{\Lambda}_\eta$は、それぞれ$\hat{\Psi}_\xi,\hat{\Psi}_\eta$の固有対角行列である。$\hat{\Lambda}_\xi,\hat{\Lambda}_\eta,T_k,T_k^{-1}(k=\xi,\eta)$は、

$$\hat{\Lambda}_\xi=D\Big[U_0,U_0,U_0+c\sqrt{\xi_x^2+\xi_y^2},U_0-c\sqrt{\xi_x^2+\xi_y^2}\Big]$$

$$=\begin{bmatrix}U_0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & U_0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & U_0+c\sqrt{\xi_x^2+\xi_y^2} & 0\\ 0 & 0 & 0 & U_0-c\sqrt{\xi_x^2+\xi_y^2}\end{bmatrix}$$

$$\hat{\Lambda}_\eta=D\Big[V_0,V_0,V_0+c\sqrt{\eta_x^2+\eta_y^2},V_0-c\sqrt{\eta_x^2+\eta_y^2}\Big]$$

$$\hat{T}_k=\begin{bmatrix}1 & 0 & \beta_1 & \beta_1\\ u & \tilde{k}_y\rho_m & \beta_1(u+\tilde{k}_xc) & \beta_1(u-\tilde{k}_xc)\\ v & -\tilde{k}_x\rho_m & \beta_1(v+\tilde{k}_yc) & \beta_1(v-\tilde{k}_yc)\\ \frac{\psi}{G} & \rho_m(\tilde{k}_yu-\tilde{k}_xv) & \beta_1\Big(\frac{\psi+c^2}{G}+c\tilde{\theta}\Big) & \beta_1\Big(\frac{\psi+c^2}{G}-c\tilde{\theta}\Big)\end{bmatrix}$$

$$\hat{T}_k^{-1}=\begin{bmatrix}1-\phi c^{-2} & Gc^{-2}u & Gc^{-2}v & -Gc^{-2}\\ -\rho^{-1}(\tilde{k}_yu-\tilde{k}_xv) & \tilde{k}_y\rho_m^{-1} & -\tilde{k}_x\rho_m^{-1} & 0\\ \beta_2(\phi-c\tilde{\theta}) & \beta_2(\tilde{k}_xc-Gu) & \beta_2(\tilde{k}_yc-Gv) & \beta_2G\\ \beta_2(\phi+c\tilde{\theta}) & -\beta_2(\tilde{k}_xc+Gu) & -\beta_2(\tilde{k}_yc+Gv) & \beta_2G\end{bmatrix}$$

となる。ここで、U_0とV_0は反変速度を表す。また、

$$\beta_1=\frac{\rho_m}{\sqrt{2}c}\ ,\quad \beta_2=\frac{1}{\sqrt{2}\rho_mc}\ ,\quad \tilde{k}_x=\frac{k_x}{\sqrt{k_x^2+k_y^2}}\ ,\quad \tilde{k}_y=\frac{k_y}{\sqrt{k_x^2+k_y^2}}\ ,$$

$$\bar{\theta}=\bar{k}_x u+\bar{k}_y v\ ,\quad c=(G+1)\frac{p}{\rho_m}$$

である。

さて、式(1)と式(3)を解くに当たって、仮定1)と2)を考慮すると、必ずしもこれらを連立させて陰的に解く必要はない。気体の熱力学的状態量のみが定まれば核生成率、臨界核半径、核成長速度は決定されると考えることができるから、今回の計算では、式(1)を初めに解き、次にそれによって得られた値を用いて式(3)を解くこととする。以上の考えに基づき、式(1)と式(3)は、計算ステップ上では別々に解くことにする。時刻$t=n\Delta t$の値から$t=(n+1)\Delta t$の値を求める計算フローを図1に示す。流れの式(1)は3次精度MUSCL型のTVDスキームにより、また、凝縮核成長速度の式(3)は1次風上の式により、図に示した各ステップで解かれる。なお、図の中のp_*^{n+1}は、ρ_m^{n+1}, u^{n+1}, v^{n+1}, e_m^{n+1}, g^nとから、式(1)を解いた段階で決定される圧力である。この値は$n\Delta t$時刻での凝縮量の値を用いて計算されるために、計算における中間値を意味し、そのために*印を付している。

本計算に用いた計算格子を図2に示す。計算の対象としている超音速ノズルは、スロート高さが1.5mmで、スロート近傍では直径10mmの円弧形状で、これに開き角7度の直線広がり流路が滑らかに接続する形状である。超音速部の長さは40mmで、計算ではこれを代表長さl_0とした。計算領域は、ノズルの上半分を対象としており、格子数は150×40とした。η方向の格子幅の比は、ノズル壁面近傍を密に、ノズル中心軸付近では粗くなるよう形成した。この様にして設定した上下端での格子幅の比は、およそ14である。今回の計算におけるRe数の範囲は2.4×10^5から1.2×10^6の範囲で、これに対してノズル境界付近のη方向の格子の最小刻み幅は無次元長さで6.4×10^{-5}である。超音速ノズル内の流れは流れ方向に圧力が急激に減少し、境界層は比較的安定していること、及び流れがこれらのRe数の範囲内にあることを考えれば、前節の仮定4)はほぼ妥当であると言える。

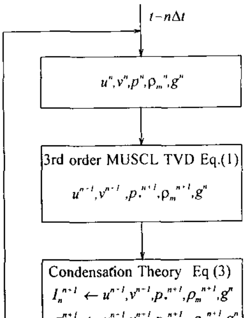


図1 計算のフローチャート

速度境界条件は、ノズル壁面において滑り無しの条件であり、圧力については、壁面近傍で格子幅は十分に狭いことから$\partial p/\partial\eta=0$とした。温度の境界条件には、断熱の条件$\partial T/\partial\eta=0$を用い、凝縮量$g$は、壁面において$g=0$とした。$g$に関する条件は、壁面近傍では温度が回復していることを考えれば、十分妥当であると考えられる。計算の時間ステップは、CFL条件で決定し、その値は0.8とした。

実際の計算における初期値の設定は、初めに凝縮を考慮しないで2次元圧縮性粘性流れの計算を行って求めた値を用いた。この初期値を求めるための初期値には準1次元理論により求めた等エントロピー変化による値を用いた。

計算に用いた物性値を表1に示す。SF_6のモル混合比nは0から0.09の範囲で変化させた。また、今回の計算においては、流れに対する凝縮現象の影響を考察することを目的としているため、表面張力パラメータ、凝縮係数などの計算パラメータの効果については考察しないこととする。これらの値については、過去に行われたSF_6での実験解析における値[14]を参考にして、いずれも0.5の一定として計算を行った。

4. 計算結果と考察

4.1 凝縮開始点 本計算条件におけるSF_6の状態変化をp-T線図を用いて図3に示す。図中には、本計算で対象とした計算条件に対する全ての結果が示されている。$p_{\infty 1}$はSF_6に対する飽和蒸気圧であり、その他の曲線は、ノズル中心軸上の気体の変化を示したものである。気

表1 物性値

Property	Ar	SF_6
γ	1.67	1.18
C_p J/(kg K)	5.1877×10^2	3.7317×10^2
Γ kg/kmol	39.948	146.06
L J/kg	1.632×10^5	1.616×10^5
m kg	6.9538×10^{-26}	2.4245×10^{-25}
μ Pa s	2.22×10^{-5}	1.51×10^{-5}

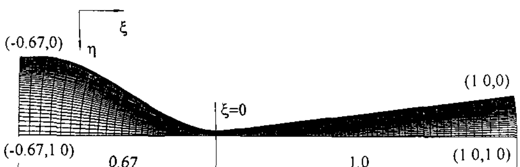


図2 計算格子

体は、断熱膨張により温度が降下し、飽和曲線を横切り、過飽和状態となる。曲線上の黒丸と白丸は、それぞれ、核生成率I_Nが最大となる点と初期のSF_6混合量の1%が凝縮した点を示す。後者の定義は、しばしば実験における凝縮開始点として定義されるものである。凝縮開始点については、過飽和度が最大となる点として定義する場合もあるが(17)、本論文では、核生成率と凝縮量との関係について考察することにする。

図からわかるように、本ノズル形状での過冷却度は約10Kから50Kである。よどみ圧が高い場合には、図に見られるように、凝縮の開始と共に急激に等エントロピー線からずれ始める。一方よどみ圧が低い20kPaの場合には、急激な凝縮は生じずに、p_0=100kPaに比べるとかなり緩やかな凝縮現象であることがわかる。p_0=50,100kPaにおいては、白丸と黒丸は、ほぼ一致するが、p_0=20kPaにおいては、かなり異なることがわかる。

4.2 ノズル軸上の分布と実験値との比較　混合気体のよどみ圧力を100,50,20kPaと変化させたときの、圧力、温度、密度および核生成率と凝縮量の分布を、それぞれ図4および図5に示す。各曲線はノズル対称軸上での値を示す。

図4には凝縮を考慮しないときの各状態量の変化、並びにノズル幾何形状から求まる準1次元等エントロピー変化の曲線も併せて示した。この図において、凝縮の開始による熱力学的状態量の変化の程度が示されている。凝縮の開始は、図5に示されているように、よどみ圧の減少によって、ノズルのスロートから後方に移動する。凝縮核の成長する領域は、この凝縮核生成率が急激に増加し始めてから、減少するまでの領域に相当しており、よどみ圧が低い場合には、この領域はノズル全体に広がることがわかる。すなわち、よどみ圧が高いと、凝縮による潜熱の放出は狭い領域で生じ、逆によどみ圧が低いと広い領域で発生する。この潜熱の放出は、当然、境界層に対して大きな影響を与え、潜熱の放出される領域の狭いp_0=100kPaの方がその影響は顕著であると言える。言い替えれば、よどみ圧の変化は、流れ場中での潜熱による熱付加率の大小として捉えることができる。

さて、凝縮を考えに入れないときの境界層の基本的な発達過程は、Re数のみに依存し、ノズル内の主流の速度はよどみ圧には余り依存しないから、乱流モデル

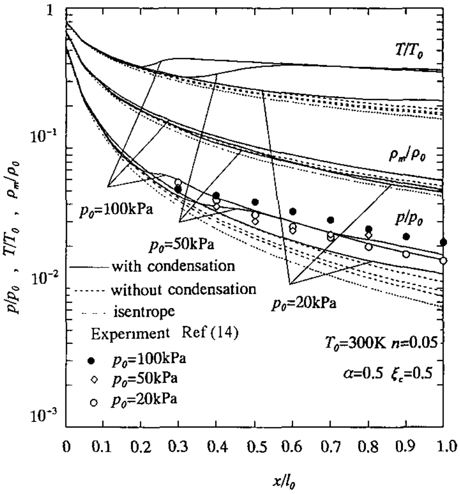


図4　ノズル中心軸上の圧力、温度と密度の分布

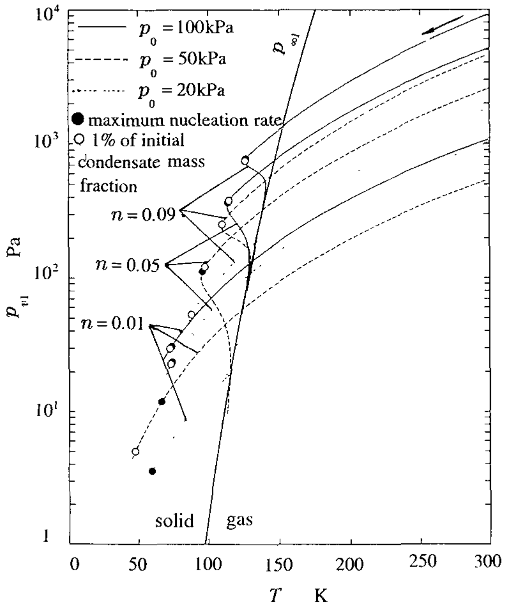


図3　p-T 線図

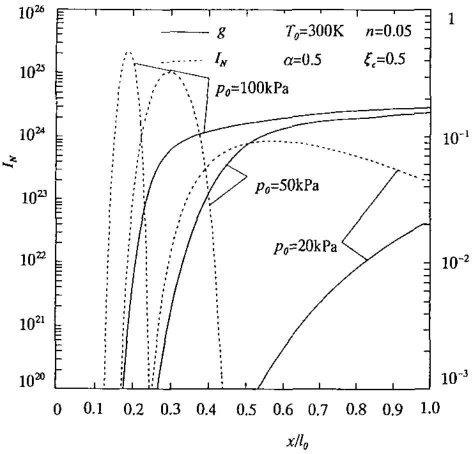


図5　ノズル中心軸上の凝縮量と核生成率の分布

を用いていない本計算法においては、よどみ圧が低い場合の方が速度境界層の発達は顕著であると考えられる。したがって、準1次元の計算値からのずれは、よどみ圧が小さいほど大きい傾向を示すということには注意を要する。境界層が凝縮の発生によって、どの程度影響を受けるかについては後の節において議論する。

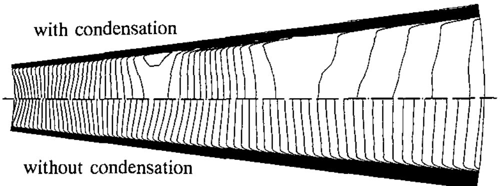
図4では、ノズル軸上の静圧の分布を文献(14)の実験値と比較するために示した。実験で使用されているノズルの2次元幾何形状は、本計算で仮定した幾何形状と同じであるが、文献(14)のノズルの流路幅は7mmで、3次元的な流れの影響を無視することはできない。図に示されているように、各よどみ圧における軸上での静圧の実験値は、計算値よりやや高めであるが、実験で得られた結果には、3次元流れとしての影響が含まれることを考えると、今回の計算値は充分妥当な結果を与えるものであると言える。

4.3 2次元分布　図6(a)から(e)は、p_0=100kPaの時のノズルスロート近傍から下流の領域の圧力、密度、温度、核生成率および凝縮量を示す等高線図である。図の上半分は凝縮を考慮した場合の線図で、下は凝縮を考慮しないときのものである。

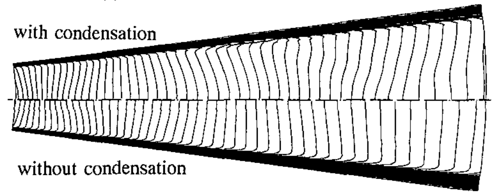
図の上下の等高線を比較すると、凝縮を考慮した場合の方が、考慮しないときのものに比べて、境界層の発達は緩やかで、計算結果より、定性的に境界層厚さが減少すると判断される。これは、文献(12)で述べられているように、凝縮の発生による潜熱の開放により、境界層排除厚さが減少するという結果と一致する。p_0=100 kPa では、凝縮の発生により、圧力が流れ方向に増加しているにもかかわらず、境界層の発達が抑制されているのは、密度の上昇により動粘性係数が減少したためであると考えられる。もちろん、この密度上昇には、温度の上昇と圧力の上昇が関係しており、特に主流から境界層に向かっての熱流束の存在によって温度境界層が大きく影響を受けているためであると考えられる。

次に、核生成率は、主流においては、急速に増加した後、すぐに減少してゼロとなる。境界層の外縁近傍では、主流よりやや遅れながら立ち上がるが、境界層内ではゼロである。主流での核生成率がゼロとなった後も、境界層外縁近傍では核生成率はゼロではなく、わずかながら核の生成が行われている。これは、今回の計算で局所平衡を仮定していることから生じる結果であるが、境界層外縁付近では、核生成の生じ得る状態が存続することを示すものである。

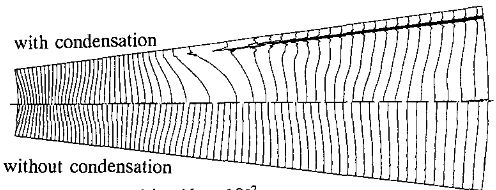
図7(a)から(e)に、p_0=20kPaに対して図6と同様にまとめた結果を示す。これを図6と比較すると、p_0=20kPaにおいては、発生する凝縮量が少ないため境界層に及ぼす影響も、それに応じて小さくなり、境界層は、p_0=100kPaの場合よりも発達している。また、



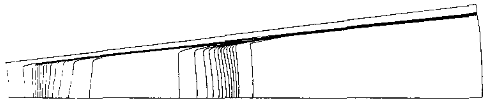
(a) 温度　$\Delta lnT=5\times10^{-3}$

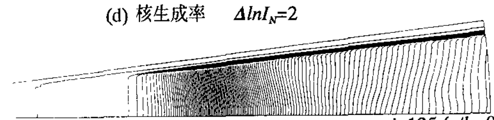


(b) 密度　$\Delta ln\rho_m=2\times10^{-2}$



(c) 圧力　$\Delta lnp=10^{-2}$


(d) 核生成率　$\Delta lnI_N=2$



(e) 凝縮量　$\Delta lng=2.5\times10^{-3}$

図6　超音速ノズル内の流れ場 (p_0= 100kPa)

壁面付近では、境界層外縁付近で生じる圧力の振動が小さくなることも分かる。p_0=20kPa場合には、核生成過程は、より広い範囲で発生し、境界層の変化も小さい。

図8は、任意格子断面における温度、速度の大きさの分布を、よどみ圧に対してそれぞれ示したものである。主流では、凝縮による潜熱の開放により温度が上昇し、潜熱の放出の少ない境界層外縁付近への熱伝導が生じる。この熱伝導によって、温度境界層が大きな変化を受ける。図に見られるように、p_0=100kPaの場合には、この影響は特に顕著であり、温度分布には、η=0.35~0.40付近に極小値が存在する。p_0=20kPaにおいても同様に境界層外縁付近で温度は極小値を持つ。凝縮開始点よりも下流では、温度境界層も速度境界層も共に薄くなり、主流における平均速度もかなり減少する。また、温度分布、速度分布のいずれも、凝縮の発生に伴って、その勾配は増加することが分かる。

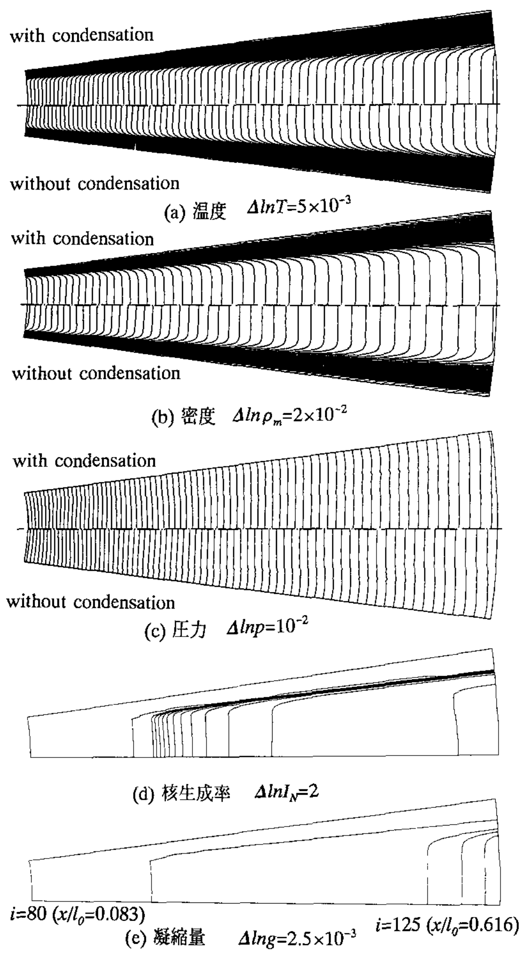


図7　超音速ノズル内の流れ場 (p_0= 20kPa)

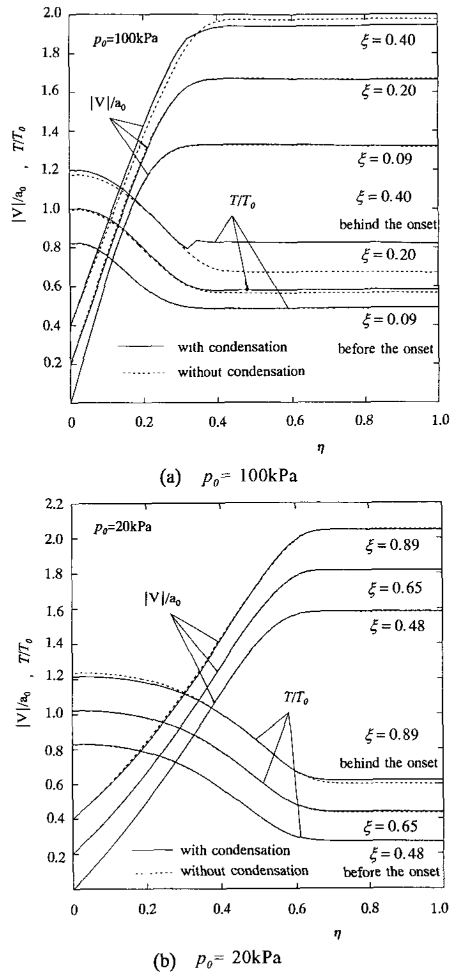


図8　温度分布及び速度分布

5. 結　言

超音速ノズル内におけるSF_6の非平衡凝縮を伴う圧縮性粘性流れに関する数値計算を行った。得られた結果を要約すると以下の通りである。

(1) 気体の粘性を考慮し、境界層を考慮することにより求めた計算結果は、凝縮開始点および圧力分布に関する実験結果とほぼ良い一致を示す。

(2) ノズル内に発達する境界層は、凝縮の発生による潜熱の放出の影響によって、温度境界層と速度境界層のいずれの境界層厚さも減少する。

(3) 温度境界層内の温度分布は、凝縮の発生により温度勾配が大きくなる。さらに、特定の条件下では温度分布が極小値を持つことがあり、境界層内の温度分布は、凝縮の発生により大きな影響を受ける。

(4) 速度境界層においても、凝縮の発生により速度勾配は大きくなり、その影響は顕著である。

文　献

(1) Abraham,F.F., *Homogeneous Nucleation Theory*(1974), Academic Press.
(2) Kotake,S., *Prog. Aero. Sci.*,19(1981),129.
(3) Sislian,J.P, *UTIAS Rep.*,201,(1975).
(4) 松尾,川越,園田,坂尾,機論B,50-459(1984),2577.
(5) 塩崎,川橋,鈴木,機論B,49-443(1973),1373.
(6) Studzinsky,W., *Int. J. Multi. Flow*, 5-3(1979), 185.
(7) Ryley,D.J., *J. Mech. Eng. Sci.*, 13-3(1971),190.
(8) Hiller,W.J. and Meier,G.E.A., *Max Planck-Inst., Bericht* 10(1971).
(9) Robinson,C.E., Bauer,R.C. and Nichols R.H., *AIAA Pa.*,85-5020(1985).
(10) Kachuriner,Yu.Ya., Trevgoda,A.M. and Yablonik,R.M., *Heat Trans. Soviet Res.*, 22-5(1990), 638.
(11) Young,J.B., *Tra. ASME, J.Turbo.*, 114(1992), 569.
(12) Schnerr,G., Bohning R., Breitling T. and Jantzen H.A., *AIAA J.*, 30-5(1992),1284.
(13) Schnerr,G. and Dohrmann,U., *ZAMM*, 69-6(1989),588.
(14) 塩崎,川橋,鈴木,機論B,52-477(1986),2202.
(15) Yee,H.C, *NASA TM*, 89464.
(16) Pulliam, T.H and Chaussee,D.S., *J. Comp. Phys.*, 39(1981), 347.
(17) Mikami,H., *PhysicoChemical Hydrodynamics*, 11-4(1989),441.