日本機械学会論文集(C編)
62巻595号(1996-3)

論文 No. 95-0836

歯付きベルトの振動特性に関する研究*
(移動負荷を受ける場合)

李 紹 昌*1, 大 滝 英 征*2, 綿 貫 啓 一*2

Analysis of Vibration of Timing Belt
(Under a Moving Load)

Shaochang LI, Hideyuki OHTAKI and Keiichi WATANUKI

Analytical results are presented for vibration of a wide timing belt under a moving load. The equation of motion is derived from Hamilton's principle, and approximate solutions to the basic equation are obtained using the Galerkin method. The steady-state responses are calculated using the harmonic balance method. Analytical results are presented which show the contributions of moving load position and moving load value to response curves. The response amplitude that varies with the width of timing belt. In the case of variable velocity, the response value shows very complicated behavior with pulley rotation. The response curves of vibration are greatly influenced by the moving load and the velocity.

Key Words: Machine Element, Forced Vibration, Moving Load, Wide Timing Belt, Meshing Impact

1. 緒 言

歯付きベルトの動特性解明は，振動問題に関連して重要な課題となってきている[(1)~(3)]．そこで，著者らはプーリと歯付きベルトのかみあい時における衝撃力の発生メカニズムをモデル化し，実際状態により近い幅広の歯付きベルトについて振動特性を理論的に解析してきた[(4)~(6)]．この解析では，歯付きベルトは往復動せず，一定方向に移動する場合を対象とし，いずれもベルトに加わる衝撃力の位置を一定としている．しかし，プリンタ等の情報端末機器や紙類を扱う自動化機器等では，歯付きベルトは往復運動機構として利用され，ベルト上に載荷して荷重を移動させる場合も多々ある．

そこて本報では，前報[(6)]を基に，ベルトの往復動に伴う移動負荷を受ける場合について幅広の歯付きベルトの二次元運動方程式を誘導した．解析では，まず，ベルトの移動方向と幅方向について，境界条件を満足する分離形関数を導入した．次いで，運動方程式に対して，Galerkin法を用いて多自由度の連立微分方程式を誘導した．この方程式に調和バランス法を適用して解析し，移動荷重とベルトの移動方向の切換え作用がベルトの非線形振動特性へ及ぼす影響を検討した．

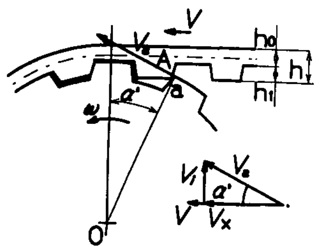
2. 基礎方程式

2·1 歯付きベルトのかみあいによる衝撃力の発生モデル 歯付きベルトのかみあい衝撃については，騒音解析に立脚した久保[(3)]らの考察に準拠すると，図1に示したように駆動側プーリの歯先部とベルトの歯底部とが衝突した瞬間に生じる．衝撃力の発生に至るまでのかみあい過程，発生する衝撃力の大きさ等については前報[(6)]にて述べた．ただし，本報では，ベルトの歯とプーリの歯とが徐々にかみあう状態へ移向する場合を駆動側として扱うこととする．

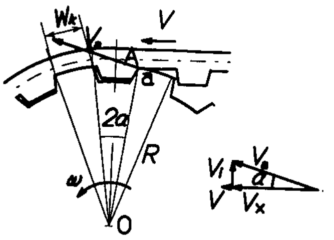
したがって，往復動する歯付きベルトの場合には，かみあい衝撃は図2のようにベルトの移動方向を切換えるたびごとに両プーリ間で交互に発生することとなる．また，ベルト上の載荷物による荷重は，ベルトに対しては，あたかも移動荷重と同じ扱いとなる．

解析に際しては，まず，プーリが時計方向へ回転し始める時点を初期時点($t=0$)とし，荷重は図2(a)に示した位置に位置しているものと仮定する．ベルトとプーリとのかみあいによるかみあい衝撃力は右側プーリ部で発生する．プーリの回転に伴い，右側のプーリ

* 原稿受付 1995年5月19日.
*1 正員，埼玉大学大学院(〒338 浦和市下久保255).
*2 正員，埼玉大学工学部.

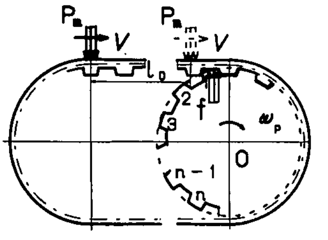


(a)

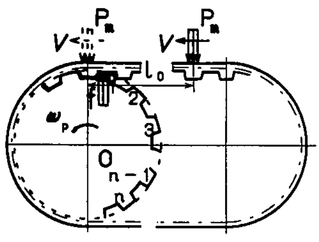


(b)

Fig. 1 Meshing collision of timing belt



(a)



(b)

Fig. 2 Position of impact force

の n 番めの歯とベルトとがかみあい終わって，移動荷重がある位置 (l_0) に至った後[図 2(a)の点線の位置]，逆転する．この間，プーリの回転速度が正弦関数 ($\omega_p=\omega_0 \sin \omega t$) の前半周期 ($t=0\sim\pi/\omega$) で変化している．逆転状態になった場合の負荷状態は図 2(b)に示したようになる．かみあい衝撃力は左側のプーリとベルトの衝突により発生することになる．かみあい衝撃は左側のプーリの 1 番めから発生し始め，n 番めの歯

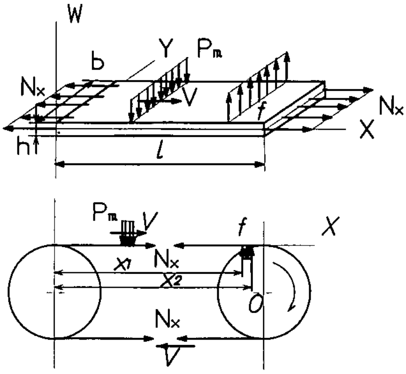


Fig. 3 Shematic of wide timing belt

で終わる．n 番めの歯がかみあった時点で，荷重は左側プーリの中心線上に至る．すなわち，初期の位置へと戻る．この間，プーリの回転速度は正弦関数で変化し後半周期 ($t=\pi/\omega\sim 2\pi/\omega$) を経過したことになる．

2・2 運動方程式　本報では，この振動系の運動方程式を誘導するに際し，まず，図 3 のようにプーリが時計方向へ回転している場合を対象とする．移動方向を切換えた後については，あたかも図 3 のモデルを反転した形となる．それゆえ，運動方程式中の速度項に周期性をもたせれば，逆転した場合にも適用できる．ただし，衝撃力の発生位置については，後述のようにプーリと衝突する歯の番号を選ぶことにより，変更できる．

さて，図 3 を対象とした場合，Hamilton 原理に立脚し誘導した前報の結果[(6)] を準用すると，移動負荷を受ける歯付きベルトの運動方程式は次のようになる．

$$D\nabla^4 W+\rho h\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}+2\rho h V\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial t} +(\rho h V^2-N_x)\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}=f-P_m \quad \cdots\cdots(1)$$

ここで，

D：ベルトの曲げ剛性　$D=Eh^3/12(1-v^2)$

∇^2：ラプラス演算記号　$=\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2$

$W(x, y, t)$：ベルトの横方向 z [ベルトの移動方向(x 方向)に対し直角方向] の変位

ρ：ベルト単位体積当たりの質量

h：ベルトの肉厚

E：ベルト材の縦弾性係数

v：ポアソン比

V：ベルトの移動速度

N_x：x 方向単位長さ当たりの張力

f：ベルトの歯とプーリの歯底とが接触し生じる

衝撃力

P_m：ベルトに加わる移動荷重

ベルトの肉厚 h は図1中に示したベルト寸法 h_0, h_1 を考慮して，$h=h_0+h_1/2$ と仮定した．この数値よりベルトの曲げ剛性 D を求め，さらにベルトの単位長さ当たりの張力 N_x をも求めた．

境界条件は

$$(W)_{x=0}=(W)_{x=l}=0 \qquad (2)$$

$$\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+v\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right)_{x=0}=\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+v\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right)_{x=l}=0 \qquad (3)$$

$$\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}\right)_{y=0}=\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}\right)_{y=b}=0 \qquad (4)$$

$$\left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}+v\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right)_{y=0}=\left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}+v\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right)_{y=b}=0 \qquad (5)$$

となる．

ベルトの往復運動を考慮するとすると

$$V=R_0\omega_p=R_0\omega_0\sin\omega t=V_0\sin\omega t \qquad (6)$$

R_0：プーリのピッチ円半径

ω_p：プーリの角速度 $=\omega_0\sin\omega t$

ω_0：プーリの最大角速度

ω：プーリが周期的に回転変動する場合の角振動数

V_0：ベルト移動時の最高速度 $=R_0\omega_0$

前報[6]で検討したと同様に，かみあい衝撃荷重は次のようになる．

$$f=F_i[u(x-x_1)-u(x-x_2)]\delta(t-t_i) \qquad (7)$$

f は時刻 t_i，衝撃区間 (x_1, x_2) に加わる衝撃力である．

F_i は図4に示したように歯のかみあいによる衝撃力が発生する区間 (x_1, x_2) でのベルト単位長さ当たりに作用するパルス力である．この値は前報[6]で述べたように，歯付きベルトの横方向衝突速度(図1中の V_i)を加味した力積より誘導できる．

$u(x-x_1)$，$u(x-x_2)$ は単位ステップ関数

$\delta(t-t_i)$ は $t=t_i$ におけるデルタ関数

t_i は図2のように i 番めの歯がかみあい衝撃を生じる時刻である．プーリが時計の方向へ回転している前半周期 $(t=0\sim\pi/\omega)$ の間では，右側のプーリの歯に対して，$i=1\sim n$ をとる．プーリが逆転している後半周期 $(t=\pi/\omega\sim2\pi/\omega)$ の場合は，i を左側のプーリの歯に対してとるのであるが，その場合は $i=n+j(j=1\sim n)$ として扱える．このようにすれば，式(1)を適用でき，しかも，時間の連続性が維持できる．

移動荷重 P_m は次のように与えられる．

$$P_m=P\delta(x-Vt) \qquad (8)$$

P：移動荷重の振幅

$\delta(x-Vt)$ は前半周期 $(t=0\sim\pi/\omega)$ において，移動荷重の存在位置 $(x=Vt)$ におけるデルタ関数，後半周期 $(t=\pi/\omega\sim2\pi/\omega)$ において，移動荷重の存在位置 $(x=Vt)$ におけるデルタ関数は $\delta\{x-[l_0-V(t-\pi/\omega)]\}$ となる．

以上のように，後半周期の解析は上記を勘案して，式(1)の展開中に含まれてくるかみあい歯の番号，デルタ関数などを切換えることで達成できる．

さて，式(6)，(7)および(8)を用いて，運動方程式(1)を書き改めると次式のようになる．

$$D\nabla^4 W+\rho h\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}+2\rho hV_0\sin\omega t\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial t}+[\rho h(V_0\sin\omega t)^2-N_x]\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}=F_i[u(x-x_1)-u(x-x_2)]\delta(t-t_i)-P\delta[x-(V_0\sin\omega t)t] \qquad (9)$$

式(9)の左辺第3項め，第4項め，右辺第2項めが移動荷重とベルトの往復動を考慮したために加味されるようになった項である．

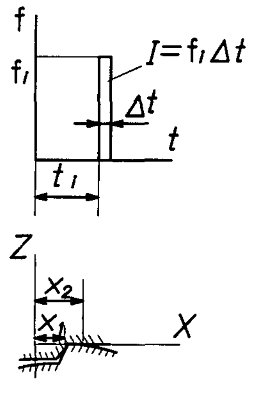


Fig. 4 Impact force

3. 解析方法

運動方程式(9)の解を求めるために，まず境界条件を満足する関数 $X_j(x)$，$Y_j(x)$ と未知時間関数 $q_{jk}(t)$ を用いて，ベルトの変位を

$$W(x,y,t)=\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}X_j(x)Y_k(y)q_{jk}(t) \qquad (10)$$

で表す．ただし，m は x 方向の m 次振動モード，n は y 方向の n 次振動モードを意味する．

ここで関数 $X_j(x)$，$Y_k(x)$ を次式で与え，

$$X_j(x)=\sin\frac{j\pi x}{l} \quad j=1,2,\cdots,m. \qquad (11)$$

$$Y_k(y)=A_k\cos\frac{\beta_k y}{b}+B_k\cosh\frac{\beta_k y}{b}$$
$$+C_k\sin\frac{\beta_k y}{b}+D_k\sinh\frac{\beta_k y}{b}\quad k=1,2,\cdots,n. \quad\cdots(12)$$

上式は境界条件式(2), (3)を満足する.

係数 A_k, B_k, C_k, D_k は次数 k に対応する未定係数で, 式(4), (5)の境界条件を満足させる時点で決定できる. すなわち式(12)を境界条件式(4), (5)に代入すると, 各次数 k に対応した β_k に関する条件式を得る. この条件式を解けば, β_k が求まるので, 未定係数 A_k, B_k, C_k, D_k が決定されることになる.

次に, 式(10)を式(9)に代入し, ガラーキン法を適用すると

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\int_0^l\int_0^b\Big[D\nabla^4 W+\rho h\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}+2\rho h V_0\sin\omega t\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial t}+[\rho h(V_0\sin\omega t)^2-N_x]\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}-F_i[u(x-x_1)$$
$$-u(x-x_2)]\delta(t-t_i)+P\delta(x-Vt)\Big]X_r Y_s dxdy=0\quad r=1,2,\cdots,m\,;\ s=1,2,\cdots,n \cdots(13)$$

ここで, $\Phi_{rs}=X_r(x)Y_s(y)(r=1,2,\cdots,m\,;\ s=1,2,\cdots,n)$ とおいて, $q_{jk}(j=1,2,\cdots,m\,;\ k=1,2,\cdots,n)$ に関する振動方程式を求めると,

$$[M]\ddot{\boldsymbol{q}}+V_0\sin\omega t[G]\dot{\boldsymbol{q}}+\Big[\Big(\frac{1}{2}\rho h V_0^2-N_x\Big)-\frac{1}{2}\rho h V_0^2\cos 2\omega t\Big][E]\boldsymbol{q}+[H]\boldsymbol{q}=F_i[Q]\delta(t-t_i)-P[\Psi]$$
$$\cdots(14)$$

ただし

$$[M]=M_{sr}=\rho h\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\int_0^l\int_0^b\Phi_{jk}\Phi_{rs}dxdy \quad\cdots(15)$$

$$[G]=G_{sr}=2\rho h\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\int_0^l\int_0^b\frac{\partial\Phi_{jk}}{\partial x}\Phi_{rs}dxdy \quad\cdots(16)$$

$$[E]=E_{sr}=\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\int_0^l\int_0^b\frac{\partial^2\Phi_{jk}}{\partial x^2}\Phi_{rs}dxdy \quad\cdots(17)$$

$$[H]=H_{sr}=\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\int_0^l\int_0^b D\Big[\frac{\partial^4\Phi_{jk}}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\Phi_{jk}}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4\Phi_{jk}}{\partial y^4}\Big]\Phi_{rs}dxdy \quad\cdots(18)$$

$$[Q]=Q_{sr}=\int_0^l\int_0^b[u(x-x_1)-u(x-x_2)]\Phi_{rs}dxdy \quad\cdots(19)$$

$$[\Psi]=\Psi_{sr}=\int_0^l\int_0^b\delta(x-Vt)\Phi_{rs}dxdy=X_r(Vt)\int_0^b Y_s(y)dy=\sin\frac{r\pi Vt}{l}\int_0^b Y_s(y)dy=\sin\frac{r\pi Vt}{l}[\Psi]_s$$
$$\cdots(20)$$

式(14)の形は前報[6]の場合に比較すると, 変動速度項と $P[\Psi]$ 項が含まれるのが特徴である. $[M]$ は $n\times m$ 次慣性マトリックス項を, $[E]$ は $n\times m$ 次縦剛性マトリックス項, $[H]$ は $n\times m$ 次曲げ剛性マトリックス項を意味する. $[G]$ は $n\times m$ 次回転マトリックス項で $G^T=-G$ の特性をもっている. $\boldsymbol{q}$, $[Q]$, $[\Psi]$ は $n\times m$ マトリックスであり, $[\Psi]_s$ は s 列めベクトルである. M_{sr}, G_{sr}, E_{sr}, H_{sr}, Q_{sr}, Ψ_{sr} はそれぞれマトリックスに対応する s 行め, r 列めの要素を示す.

ここで, 式(14)に対して調和バランス法を適用することを考える. 式(14)中の速度および移動荷重に関する正弦関数と余弦関数の項を歯のかみあいによって衝撃が発生する周期 $2\pi/z\omega$ (z：歯数)によって, フーリエ級数展開する.

すると, 式(14)は次のように書き改められる.

$$[M]\ddot{\boldsymbol{q}}+V_0\Big[S_{a0}+\sum_{j=0}^{\infty}(S_{ak}\cos zj\omega t+S_{bk}\sin zj\omega t)\Big][G]\dot{\boldsymbol{q}}+\Big[\Big(\frac{1}{2}\rho h V_0^2-N_x\Big)$$
$$-\frac{1}{2}\rho h V_0^2\Big\{C_{a0}+\sum_{k=0}^{\infty}(C_{ak}\cos zk\omega t+C_{bk}\sin zk\omega t)\Big\}\Big]\times[E]\boldsymbol{q}+[H]\boldsymbol{q}$$
$$=F_i[Q]\Big[d_0+\sum_{m=1}^{\infty}(d_m\cos zm\omega t+h_m\sin zm\omega t)\Big]-P[\Psi]_s\Big[P_{ra0}+\sum_{n=1}^{\infty}(P_{ran}\cos zn\omega t$$
$$+P_{rbn}\sin zn\omega t)\Big]\quad r=1,2,\cdots,m \quad\cdots(21)$$

$$P_{ra0}=\frac{z\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/z\omega}\sin\frac{r\pi Vt}{l}dt,\ P_{ran}=\frac{z\omega}{\pi}\int_0^{2\pi/z\omega}\sin\frac{r\pi Vt}{l}\cos nz\omega tdt,$$

$$P_{rbn}=\frac{z\omega}{\pi}\int_0^{2\pi/z\omega}\sin\frac{r\pi Vt}{l}\sin nz\omega tdt$$

ここで，S_{a0}, S_{ak}, S_{bk}, C_{a0}, C_{ak}, C_{bk}, d_0, d_m, h_m, P_{ra0}, P_{ran}, P_{rbn} はフーリエ級数展開した場合の係数である．

いま，式(21)の解 $\boldsymbol{q}=q_{jk}$ を次のように仮定する．

$$q_{jk}=\sum_{l=0}^{\xi}(A_{jkl}\cos lz\omega t+B_{jkl}\sin lz\omega t)\quad(j=1,2,\cdots,m\,;\ k=1,2,\cdots,n) \tag{22}$$

式(22)を式(21)に代入し整理すると，q_{jk} に関する $m\times n$ 個の振動方程式が得られる．これらの方程式に調和バランス法を用いると，以下の連立方程式が求まる．

$$\int_0^{2\pi/\omega z}\Big[[M]_{sr}\ddot{\boldsymbol{q}}+V_0\Big[S_{a0}+\sum_{j=1}^{\infty}(S_{ak}\cos zj\omega t+S_{bk}\sin zj\omega t)\Big][G]_{sr}\dot{\boldsymbol{q}}+\Big[\Big(\frac{1}{2}\rho hV_0^2-N_x\Big)$$
$$-\frac{1}{2}\rho hV_0^2\Big\{C_{a0}+\sum_{k=1}^{\infty}(C_{ak}\cos zk\omega t+C_{bk}\sin zk\omega t)\Big\}\Big]\times[E]_{sr}\boldsymbol{q}+[H]_{sr}\boldsymbol{q}$$
$$-F_i[Q]_{sr}\Big[d_0+\sum_{m=1}^{\infty}(d_m\cos zm\omega t+h_m\sin zm\omega t)\Big]+P[\Psi]_s\Big[P_{ra0}+\sum_{n=1}^{\infty}(P_{ran}\cos zn\omega t$$
$$+P_{rbn}\sin zn\omega t)\Big]\Big]\cos lz\omega tdt=0\quad(i=1,2,\cdots,n)(j=0,1,\cdots,n) \tag{23}$$

$$\int_0^{2\pi/\omega z}\Big[[M]_{sr}\ddot{\boldsymbol{q}}+V_0\Big[S_{a0}+\sum_{j=1}^{\infty}(S_{ak}\cos zj\omega t+S_{bk}\sin zj\omega t)\Big][G]_{sr}\dot{\boldsymbol{q}}+\Big[\Big(\frac{1}{2}\rho hV_0^2-N_x\Big)$$
$$-\frac{1}{2}\rho hV_0^2\Big\{C_{a0}+\sum_{k=1}^{\infty}(C_{ak}\cos zk\omega t+C_{bk}\sin zk\omega t)\Big\}\Big]\times[E]_{sr}\boldsymbol{q}+[H]_{sr}\boldsymbol{q}$$
$$-F_i[Q]_{sr}\Big[d_0+\sum_{m=1}^{\infty}(d_m\cos zm\omega t+h_m\sin zm\omega t)\Big]+P[\Psi]_s\Big[P_{ra0}+\sum_{n=1}^{\infty}(P_{ran}\cos zn\omega t$$
$$+P_{rbn}\sin zn\omega t)\Big]\Big]\sin lz\omega tdt=0\quad(i=1,2,\cdots,n)(j=0,1,\cdots,n) \tag{24}$$

上式の $[M]_{sr}\ddot{\boldsymbol{q}}$, $[G]_{sr}\dot{\boldsymbol{q}}$, $[E]_{sr}\boldsymbol{q}$, $[H]_{sr}\boldsymbol{q}$, はマトリックス $[M]$, $[G]$, $[E]$, $[H]$ の s 行めの要素を $\boldsymbol{q}$ の r 列めの要素に掛けることを意味する．さて，ここで，cos と sin 関数の直交性を利用すると，上式より A_{jkl}, B_{jkl} に関する一次元の $(2\xi+1)\times m\times n$ 連立方程式が得られる．この連立方程式に Gauss-Jordan 法を適用し解くことにより，最終的に周期的な衝撃力が作用する場合の A_{jkl}, B_{jkl} が得られる．かくして，式(10)および(22)によって，周期的な衝撃力下での応答振幅が求められることになる．後半周期については，式(7)の衝撃区間 (x_1, x_2) およびデルタ関数の t_i, 式(8)のデルタ関数を入れ換え同様に扱えばよい．

4. 計算結果と考察

式(23)，(24)で求めた連立方程式に対して，x 方向において最低次から第3次までの振動形を，y 方向において第1次の振動形を求めた ($m=3$, $n=1$, $\xi=3$)．振動状況を検討するため，その際，次に示す諸量を用いた．

ベルトの種類	：H (JIS 規格)
ピッチ	：12.7 mm
ベルト幅	：50.8 mm
ベルトの厚さ	：2.0 mm
密度	：2 000 kg/m^3
ヤング率	：160 GPa
ポアソン比	：0.4
歯数	：20
軸間距離 l	：400 mm
プーリのピーチ円半径 R_0	：40 mm
張力 N_x	：3 000 N/m

4·1 移動荷重の経過時間による振動波形　プーリを時計の方向へ，$\omega_0=35\ \mathrm{s^{-1}}$, $\omega=32.4\ \mathrm{s^{-1}}$ の速度で変動させ，$P=100$ N/m，プーリの回転速度が一つの周期の $0\sim2\pi/\omega$ 間に正弦波形で変化している．荷重は左側のプーリから右側のプーリへ向けて移動し，位置 $l_0=0.125$ m に至って逆転する．プーリの回転の開始から経過時間を $t=0.01\pi/\omega$, $0.2\pi/\omega$, $0.5\pi/\omega$, $0.99\pi/\omega$, $1.01\pi/\omega$, $1.5\pi/\omega$, $1.99\pi/\omega$ とする．そして，$y/b=0.4$ を計算位置とした場合についての解析結果を図5に示した．縦軸は応答振幅(mm)，横軸は両プーリの間の距離(m)である．図5(a)はプーリの前半周期における回転速度による振動波形，(b)はプーリの後半周期における回転速度による振動波形，(c)は一つの周期の開始 ($t=0.01\pi/\omega$) と終了 ($t=1.99\pi/\omega$) および速度が切り換わる過渡時点 ($t=0.99\pi/\omega$, $1.01\pi/\omega$) の振動波形である．この結果により，速度の切換え前の半周期(a)の間，切換え後の半周期(b)の間での振動の波形はほぼ同じであり，振幅の差があまり大きくない．図5(c)より，速度の切換えの瞬間 ($t=0.99\pi/\omega$, $1.01\pi/\omega$) と一つの周期が開始あるいは終了する時点

$(t=0.01\pi/\omega, 1.99\pi/\omega)$ の振動曲線が全然異なることにより，前半周期の応答振幅と後半周期の応答振幅との間に大きい差があることもわかった．

4・2 速度変動による振動 回転速度 $\omega_0=35\ \mathrm{s}^{-1}$，$\omega=32.4\ \mathrm{s}^{-1}$ の場合について，振動状況を検討した．位置 $x/l=0.6$，$y/b=0.40$ における解析結果を図6に示した．この図より，速度切換え前 $(t=0\sim\pi/\omega)$ の振動と速度切換え後 $(t=\pi/\omega\sim 2\pi/\omega)$ の振動波形はほぼ対称となる，振幅の変化は速度変動の影響を受け，$t=0.5\pi/\omega$，$1.5\pi/\omega$ における応答振幅が一番大きいことがわかった．

4・3 回転速度と移動荷重が振動に及ぼす影響 ベルトの速度を変動させ，移動荷重を左側のプーリから右側のプーリへ移動し，荷重が位置 $l_0=0.125\ \mathrm{m}$ に至った時点で反転させる．回転速度 $\omega_0=35\ \mathrm{s}^{-1}$，$\omega=32.4\ \mathrm{s}^{-1}$ と $\omega_0=100\ \mathrm{s}^{-1}$，$\omega=97.2\ \mathrm{s}^{-1}$ について解析した結果をそれぞれ図7(a)，(b)に示した．図7(a)と図6を比較すると，移動荷重が加わらず速度だけ変動させる場合には，速度の切換えがあっても，応答振幅は規則的に変化する．しかし，移動荷重が加わる場合には，前半周期の応答振幅は後半周期の応答振幅がかなり異なることがわかる．図7(a)，(b)を比較すれば，速度が大きい場合には，応答振幅が大きくなるとともに，半周期の間での最小と最大の応答振幅の差が大きくなることがわかる．

4・4 異なる y 断面の振動曲線 異なる y 断面位置での振動曲線を比較検討した．プーリの回転速度 $\omega_0=35\ \mathrm{s}^{-1}$，$\omega=32.4\ \mathrm{s}^{-1}$ の場合で，荷重の経過した時間時点 $t=0.5\pi/\omega$ について，$y/b=0.4$，$y/b=0.7$ における結果を図8に示した．これより，$y/b=0.4$ と $y/b=0.7$ の位置での振動応答をベルト長手方向にたどりながら比較してみると，両位置の振動応答の差は二つのプーリの中間位置に近いほど，その差が大きくなる現象がみられる．そして，移動荷重の増加に伴い，応答振

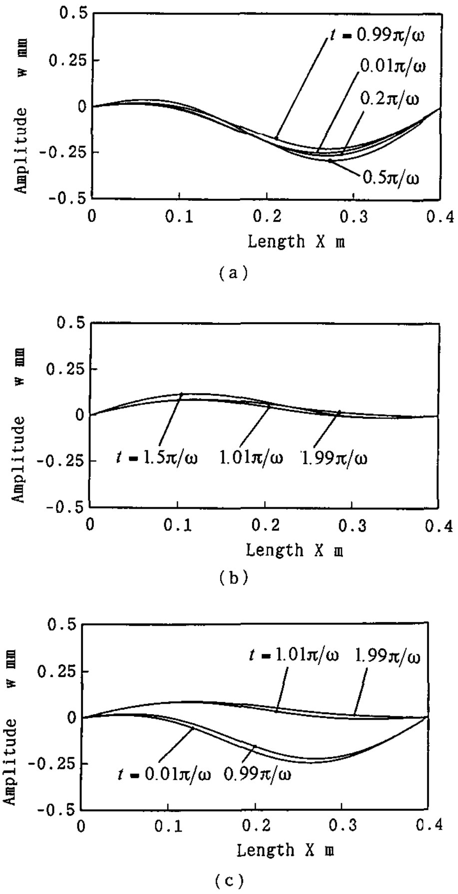


Fig. 5 Vibration of time elapsed

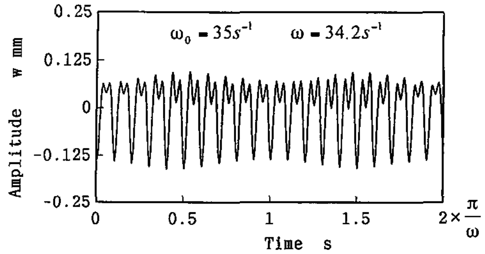


Fig. 6 Amplitude at the instance of rotational direction change

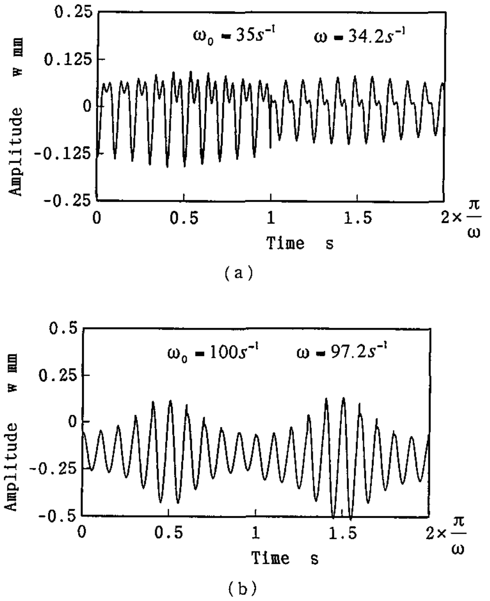


Fig. 7 Vibration by the velocity increase

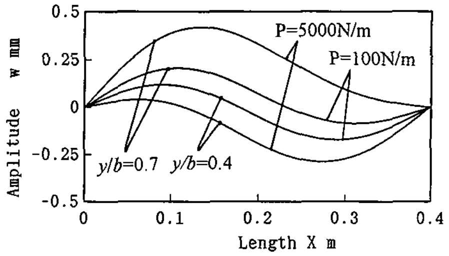


Fig. 8 Vibration of different y-cross section

幅の差も大きくなることがわかった.

5. まとめ

本報では, 移動荷重と衝撃力を受ける変動速度の幅広の歯付きベルトの振動特性を理論的に検討した. その結果

(1) 速度の切換えにより, ベルトの x 方向の前半周期の応答振幅と後半周期の応答振幅との間に大きい差があることがわかる.

(2) 速度だけ変動させ, 速度の切換えがあっても, 応答振幅が規則的に変動する. 移動荷重が加わる場合, 前半周期の応答振幅と後半周期の応答振幅はかなり異なる.

(3) y 断面の位置により, 異なる振幅応答があることがわかる. $y/b=0.4$ と $y/b=0.7$ の位置での振動応答をベルト長手方向にたどりながら比較してみると, 両位置の振動応答の差は二つのプーリの中間位置に近いほど, その差が大きくなる現象がみられる.

(4) プリンタ等の場合, 例えば, 図2の右側のプーリを正逆回転させて印字ヘッド等を移動させている. これに対し, 本研究では, ベルトとプーリとが徐々にかみ合う状態に移向する場合を駆動側として扱っているので, プーリを正回転させた場合には, 右側のプーリとベルトのかみあいが上記の状態となり, 図2(a)が該当する. 逆転させた場合には, 左側のプーリとベルトのかみあいが上記の状態となり, 図2(b)が該当することとなる. したがって, プリンタ等の場合にも本解析法は適用できるものと考えられる.

文献

(1) Koyama, T., ほか3名, *ASME J. Mech. Des.*, 112(1990), 419-423.
(2) Watanabe, K., ほか3名, *ASME, J. Mech. Des.*, 112 (1990), 424-429.
(3) 久保愛三・ほか3名, 機論, 37-293, (第3部) (1971), 197-202.
(4) 李紹昌・ほか3名, 機論, **59**-568, C(1993), 3902-3906.
(5) 李紹昌・ほか2名, 機論, **60**-575, C(1994), 2415-2421.
(6) 李紹昌・ほか2名, 機論, **61**-585, C(1995), 2037-2043.