

能動形動吸振器を利用した釣合い試験機の開発* (繰返し制御を利用した測定実験)

水野 毅*¹, 北島和也*², 荒木 獻次*¹

Balancing Machine with Active Dynamic Vibration Absorbers (Experimental Measurements Using Periodic Learning Control)

Takeshi MIZUNO, Kazuya KITAJIMA and Kenji ARAKI

The principles of measuring rotor unbalance are described for balancing machines with active dynamic vibration absorbers. In this type of balancing machine, an active dynamic vibration absorber is used to eliminate the vibration of a test table on which an unbalanced rotor is driven to rotate. The unbalance of the rotor can be identified accurately from the motion of the absorber mass when the table does not vibrate. Three methods of eliminating the vibration are presented. One of them is to use the absorber as an undamped dynamic vibration absorber. The application of the theory of output regulation is another method. The other is to apply repetitive or periodic learning control theories. In the experiments, the last method is adopted. The measurement results demonstrate that this method is suitable for precise measurement of rotor unbalance.

Key Words: Balancing, Rotor, Dynamic Vibration Absorber, Measurement, Vibration of Rotating Body, Learning Control, Vibration Control

1. 緒言

回転機械の釣合せは、回転機械製作の重要な工程の一つであり、従来から、用途や試験速度などに応じて、いろいろな種類の釣合い試験機が開発されてきた⁽¹⁾⁻⁽²⁾。著者らは、動吸振器を測定機構として利用する新しい形式の釣合い試験機を提案している⁽³⁾。

この試験機では、ロータを支持する軸受部（あるいはそれを支える試験台）にバネと吸振質量とからなる非減衰形動吸振器を取付け、動吸振器の固有振動数と等しい回転速度でロータを回転させる。すると、ロータに不釣合いがある場合でも、動吸振器の作用によって試験台は振動しない。このとき、動吸振器の吸振質量は、その振動振幅と質量の積がロータの不釣合い量と等しく、不釣合いによる調和強制力との位相差がちょうど180[deg]になるように振動する。したがって、その運動から、ロータの不釣合いの位置および大きさを正確に求めることができる。

著者らは、すでに、試作した基礎実験装置を用いて、このような現象を利用した不釣合い測定が実際に可能であることを示している⁽³⁾。

しかしながら、実際の動吸振器には、非減衰形として使われているものでも僅かではあるが減衰が存在する。また、実際に安定した状態で測定を行うには、ある程度の減衰が必要となる。このように吸振質量の支持機構に減衰がある場合には、試験台の振動は厳密には零にならないので測定点を正確に判断することが困難となり、測定誤差を生じる可能性がある。また、実際に動吸振器の固有振動数と回転速度とを一致させるには、微妙な調整を必要とする。

本論文では、動吸振器として非減衰形のものを用いなくても、何らかの方法で試験台の定常振動を零にすることができれば、正確に不釣合いを測定することができることを示す。そして、このような状態を達成するいくつかの方法のうち、繰返し制御を利用する方法について実験を行った結果を示す。

2. 測定の原理と特徴

2.1 測定原理 不釣合い測定方法の原理を、図1に示す能動形動吸振器系の基本モデルを用いて説明する。図でバネ k_p によって支持されている試験台 m_p 上で、試験回転体 m_r が回転速度 ω で回転しているとする。試験台には、吸振質量 m_a とそれを支持・駆動するアクチュエータとから構成される能動形動吸振器が取り付けられている。このアクチュエータは、フィードバック制御によ

* 原稿受付 1995年6月12日。

^{*1} 正員、埼玉大学工学部 (〒338 浦和市下大久保 255)。

^{*2} 首都高速道路公団 (〒100 東京都千代田区霞が関 1-4-1)。

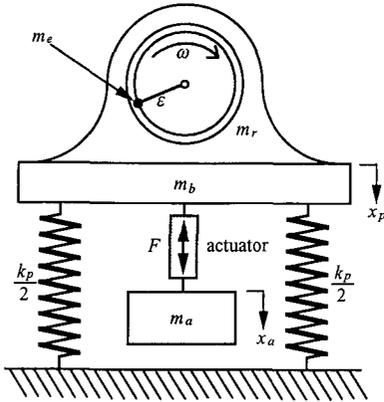


Fig.1 Basic model of a balancing machine with an active dynamic vibration absorber

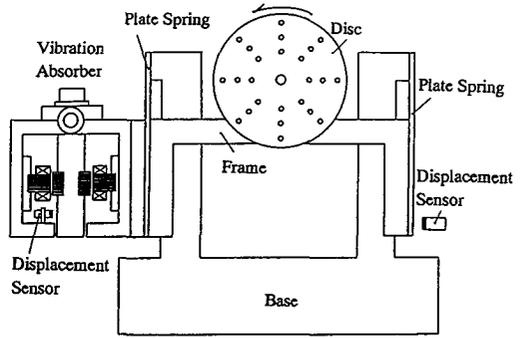


Fig.2 Schematic diagram of the experimental setup

てバネおよび減衰要素と等価な支持を実現し、さらに後述するいろいろな制御を実施するのに利用する。

本装置の運動方程式は次式のように求められる⁽³⁾。

$$m_p \ddot{x}_p(t) = -k_p x_p(t) + F(t) + P_0 \cos \omega t \quad (1)$$

$$m_a \ddot{x}_a(t) = -F(t) \quad (2)$$

ただし、

x_p, x_a : 試験台, 吸振質量の変位,

$$m_p = m_b + m_r, \quad P_0 = m_e \varepsilon \omega^2,$$

m_e : 不釣合い質量,

ε : 軸中心線から不釣合い質量までの距離,

$F(t)$: アクチュエータの発生する駆動力。

ここで、何らかの方法で

$$x_p(t) = 0, \quad (3)$$

すなわち試験台の振動を零にできたとすると、その方法に依らず、つぎの関係が成立することがわかる。

$$m_a \ddot{x}_a(t) = P_0 \cos \omega t \quad (4)$$

定常成分を求めるため、

$$x_a(t) = X_a \cos \omega t \quad (5)$$

とおくと、次式が得られる：

$$m_a X_a = -m_e \varepsilon \quad (6)$$

式(6)から、つぎのことがわかる。

(1)不釣合いの大きさは、吸振質量 m_a とその振動変位の振幅 X_a との積に等しい。

(2)不釣合い力と吸振質量の変位との位相差は、180[deg]である。

これらのことから、不釣合いの位置と大きさは、吸振質量の運動から決定できることがわかる。

2.2 試験機の特徴 提案する試験機では、動吸振器の作用によって試験台の振動を零にした状態で不釣合いを測定するので、大きな基礎を必要としないなど、非減衰形動吸振器を利用した釣合い試験機⁽³⁾と同様の特徴を持っている。また、測定原理からわかるように、正確な測定を実施するためには、試験台の定常振動をできる限り小さくする必要があるが、式(6)は、その方法とは無関

係に成立する。したがって、能動形動吸振器を備えた装置では、次節で述べるような様々な制御手法を適用することによって、測定精度の向上を図ることができる。

2.3 振動制御の方法 試験台の振動を零にする方法としては、つぎのような方法が挙げられる。

- I. 非減衰形動吸振器と等価な系を実現する⁽³⁾。
- II. 出力レギュレーション理論を適用する^{(4),(5)}。
- III. 繰返し・学習制御を適用する。

方法Iは、前報⁽³⁾で用いた方法で、変位フィードバックのゲインを調整して、動吸振器の固有振動数を回転速度に一致させることによって実現できる。この方法の問題点は、安定性を保ったまま減衰を零にすることが実際には困難なことである。

方法IIとしては、外乱オブザーバを構成しフィードフォワード制御を漸的に実現する方法⁽⁴⁾と、内部モデルをフィードバックループ内に挿入する方法とに大別できる⁽⁵⁾。前者の場合には動吸振器部のパラメータが変動すると出力レギュレーションが失われてしまうのに対し⁽⁶⁾、後者の場合には制御対象のパラメータが変動しても、内部安定性が保たれているならば必ず設定周波数で試験台の振動を零にすることができる⁽⁵⁾。

方法IIIは、ある周期を持った目標値と外乱に対し、非常に高い追従制御を実現する制御方法で、基本的には一周期前の制御結果を利用して制御入力を順次更新していくものである^{(7),(8)}。厳密には、繰返し制御と学習制御とは完全な閉ループ系を構成するか各試行を独立に行うかなどの点から区別されるが⁽⁷⁾、以下では、簡単のため、このような制御方法をまとめて繰返し制御と呼ぶ。この制御方法は、方法IIと比べると演算時間の問題が生じにくいので、デジタル制御装置によって簡単に実現できるなどの利点を持つ。また、本研究のような不釣合い測定に応用する場合には、過度特性を考慮する必要がほとんどないので、繰返し制御の弱点が現れにくい。

このような理由から、以下の実験では、試験台の振動を止める方法として繰返し制御を採用し、試作した実験装置を用いて実際に不釣合い測定を行った。

3. 実験方法

3.1 実験装置 実験に使用した装置を図2に示す。これは、非減衰形動吸振器を利用した不釣合い測定方法の有効性を実証するのに用いた装置である⁽³⁾。2枚の板バネを介してベースに結合されている試験台上には、DCモータが固定され、その回転軸に円板状の試験ロータが取り付けられている。試験台の側面には、電磁石をアクチュエータとする能動形動吸振器が取り付けられている。この動吸振器は、一端をベアリングによって回転支持されたアーム（吸振質量に相当する）の両側に一對の電磁石を配置した構造となっている。

試験ロータは、直径90mm、厚さ6mm、質量90.2gの円板状のもので、円板の表面にネジ穴が設けられている。実験では、この穴を利用して所定の位置・大きさを持つ不釣合いを付加する。

3.2 実験装置の基礎方程式 アームの振れ角 θ が微小であるとする、本装置の運動方程式は、以下のよう求められる⁽³⁾。

$$(m_1 + m_2) \ddot{x}_1(t) + c_1 \dot{x}_1(t) + k_1 x_1(t) + m_2 \ddot{x}_2(t) = p(t) \quad (7)$$

$$m_2 \ddot{x}_2(t) + m_a \ddot{x}_2(t) - k_2 x_2(t) = -k_\mu i(t) \quad (8)$$

ここで、

- m_1 : 試験台の質量（モータなどを含む）、
- m_2 : アームの質量、 x_1 : 試験台の変位、
- k_1, c_1 : 試験台とベースの間のばね定数、減衰係数、
- $m_a \varepsilon$: 不釣合い量、 ω : 回転速度、
- l_g, l_e : アームの支点から重心、電磁石までの距離、
- I : アームの重心回りの慣性モーメント、
- k_p, k_s : 電磁石の特性係数、 $i(t)$: 制御電流、
- $p(t) = P_0 \cos \omega t$, $P_0 = m_a \varepsilon \omega^2$, $x_2 = l_g \theta$,

$$m_a = m_2 + \frac{I}{l_g^2}, \quad k_\mu = 2k_s \frac{l_e}{l_g}, \quad k_2 = 2k_s \left(\frac{l_e}{l_g} \right)^2 - \frac{m_2 g}{l_g}.$$

試験台が動かない、すなわち、

$$x_1(t) = 0, \quad (9)$$

が成立するときには、式(7)から次式が得られる。

$$m_2 \ddot{x}_2(t) = p(t) \quad (10)$$

定常応答を求めるため、

$$x_2(t) = X_2 \cos \omega t \quad (11)$$

とおくと、式(10)から、次式が得られる。

$$m_a \varepsilon = -m_2 X_2 \quad (12)$$

前章で扱った基本モデルの場合と同様に、不釣合いの大きさは、アームの重心位置での振動振幅とアームの質量との積に等しく、不釣合い力とアームの振動との位相差は180[deg]となる。このことから、試験台の振動がないときのアームの運動から不釣合いの位置および大きさを推定できることがわかる。

3.3 制御系の設計 本実験では、電磁石の励磁に電流出力形アンプを用いているので、コイル電流 i を制御入力として制御系の設計を進める。制御系の設計は、ま

ず、減衰形動吸振器と等価な系を実現することによって系全体を安定化し、さらに、試験台の振動がなくなるように、繰返し制御の考え方を利用して、制御入力を構成していくという手順で行う。このため、制御入力をつぎのように定める。

$$i(t) = p_a \ddot{x}_2(t) + p_v \dot{x}_2(t) + u(t) \quad (13)$$

ここで、

p_a, p_v : 変位、速度フィードバック係数

$u(t)$: 繰返し制御のための補助入力

つぎに、繰返し制御系の設計について述べる。制御系の基本周期となるのは、ロータの回転周期である。しかし、不釣合いの測定を実施する場合には、定常状態での応答だけが重要なので、制御入力の更新は、各試行についての定常状態での応答に基づいて行い、過度状態での応答は無視する。したがって、実際の制御入力の更新は、数周期ごとに行われる。また、不釣合い力は単一の周波数しか持たないので、繰返し入力は回転速度と等しい角振動数を持つ正弦波信号に限定する。また、より少ない繰返し回数で偏差を零に収束させるために、逆伝達補償を併合した繰返し制御⁽⁹⁾を適用する。以下では、これらのことを考慮した制御方法を示し、解析を行う。

定常特性を解析するために、伝達関数を用いる。式(7)、(8)、(13)をラプラス変換し、整理すると次式が得られる。ただし、簡単のため、初期条件はすべて零としている。

$$X_1(s) = T(s)(U(s) + H(s)P(s)) \quad (14)$$

ここで、

$$X_1(s) = \mathcal{L}[x_1(t)], \quad U(s) = \mathcal{L}[u(t)], \quad P(s) = \mathcal{L}[p(t)],$$

$$T(s) = \frac{m_2 k_\mu s^2}{i(s)}, \quad H(s) = \frac{l_a(s)}{m_2 k_\mu s^2},$$

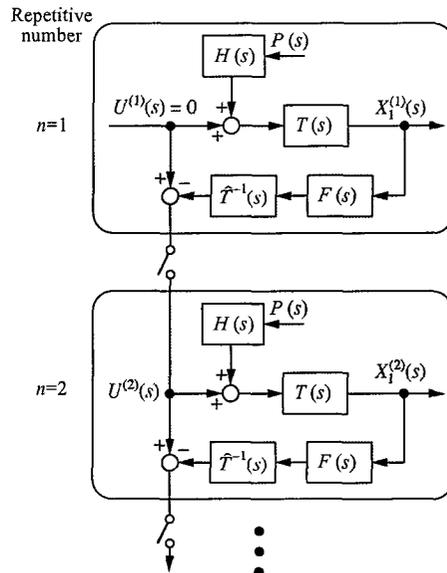


Fig.3 Block diagram of the periodic learning control

Table 1 System parameters

parameter	Value
m_1	16.7 kg
m_2	1.13 kg
k_1	5.32×10^5 N/m
I	2.82×10^{-3} kgm ²
c_1	1.72×10^2 Ns/m
k_s	2.79×10^4 N/m
k_i	2.81×10^1 N/A
l_g	65.0 mm
l_e	95.0 mm

$$t_a(s) = m_a s^2 + k_{\mu} p_a s + (k_{\mu} p_a - k_2)$$

$$i(s) = \{(m_1 + m_2)s^2 + c_1 s + k_1\} t_a(s) - m_2 \ddot{x}_1^4$$

逆伝達補償を併合した繰返し制御のブロック線図を図3に示す。図で、閉ループ伝達関数 $T(s)$ の逆伝達関数の推定値を $\hat{T}^{-1}(s)$ 、試行回数第 n 回目のときの試験台変位、補助制御入力をそれぞれ $X_1^{(n)}(s)$ 、 $U^{(n)}(s)$ としている。また、 $F(s)$ は、試験体の回転数と等しい周波数成分だけを通過させる理想的なフィルタである。

制御系の各要素間には、つぎのような関係が成立する。

$$U^{(1)}(s) = 0 \tag{15}$$

$$X_1^{(n)}(s) = T(s)(1 - \hat{T}^{-1}(s)F(s)T(s))^{n-1}H(s)P(s) \tag{16}$$

$$U^{(n+1)}(s) = U^{(n)}(s) - \hat{T}^{-1}(s)F(s)X_1^{(n)}(s) \tag{17}$$

したがって、次の条件が成立するとき、試行回数を増やしていくに連れて、試験台の変位は零に収束していく。

$$|1 - \hat{T}^{-1}(s)F(s)T(s)| < 1 \tag{18}$$

フィルタ $F(s)$ が通過させる信号は、角周波数 ω の成分だけであるので、式(17)は次式のように書換えられる。

$$|1 - \hat{T}^{-1}(j\omega)T(j\omega)| < 1 \tag{19}$$

ある特定の周波数の信号だけを通過させ、他の周波数の信号を完全に遮断するフィルタを物理的に実現することは不可能である。そこで、本研究では、定常的な状態での試験台の変位信号から、回転数と同じ周波数の信号成分（基本調波成分）をフーリエ級数展開を利用して求めている。

以上をまとめると、試行回数第 n 回目のときの繰返し制御入力を

$$u^{(n)}(t) = U^{(n)} \cos(\omega t + \alpha^{(n)}) \tag{20}$$

としたときの定常状態での試験台変位の基本調波成分を

$$x_1^{(n)} = X_1^{(n)} \cos(\omega t + \beta^{(n)}) \tag{21}$$

と表すと、試行第 $(n+1)$ 回目の繰返し制御入力は、次式に従って計算される。

$$u^{(n+1)}(t) = u^{(n)}(t) - |\hat{T}^{-1}(j\omega)| X_1^{(n)} \cos(\omega t + \beta^{(n)} + \angle \hat{T}^{-1}(j\omega)) \tag{22}$$

3.4 制御・測定システム 実験装置の諸元を表1に、実験システムの概略を図4に示す。試験台の変位は

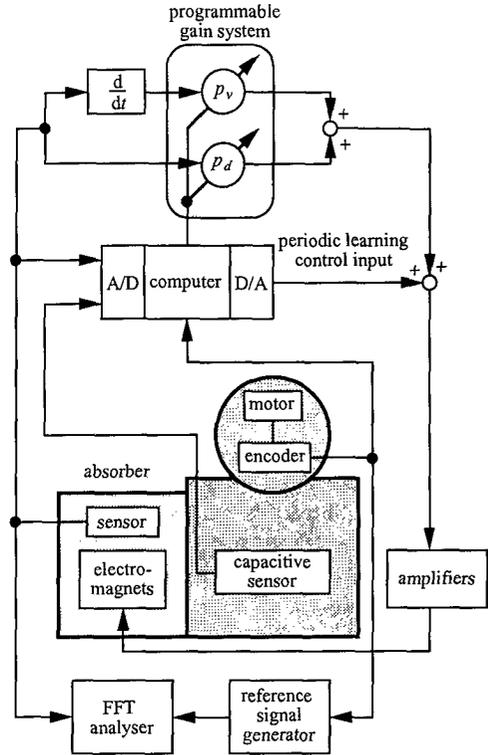


Fig. 4 Outline of the control and measurement system

容量形非接触変位計（分解能0.1 μ m）、アームの変位は渦電流形非接触変位計（分解能1 μ m）で検出している。

フィードバックゲイン p_d 、 p_v は、乗算形D/Aコンバータを利用した可変ゲインシステムによって、コンピュータからの指令値に応じて調整される。また、このコンピュータは、繰返し制御のための補償入力を計算するのにも用いられている。

実験では、繰返し補償入力を確実に回転に同期させるために、モータに取り付けられたエンコーダ（1000パルス/回転）からの信号をコンピュータに入力し、この信号に基づいて、A/D変換およびD/A変換を行っている。

また、エンコーダの出力信号は、回転に同期した基準正弦波を発生させるのにも用いられている。不釣合いの位置は、この基準正弦波とアームの変位信号との位相差をFFTアナライザによって測定して求めている。

4. 実験結果

4.1 逆伝達関数の測定 逆伝達関数補償を併合した繰返し制御を実施するためには、制御入力 $u(t)$ から試験台の変位 $x_1(t)$ までの周波数伝達関数の試験回転速度 ω における値の逆数が必要である。この逆伝達関数の値は、表1に示した各パラメータの値から計算することもできるが、本報では実験的に求めることにした。具体的には、

動吸振器が所定の固有振動数と減衰率を持つように変位・速度フィードバック係数を設定しておき、制御入力

$$v(t) = V_0 \cos 2\pi f t \quad (23)$$

として、変位 $x_1(t)$ の振幅および位相遅れから測定する。その結果の一例を図5に示す。この例では、動吸振器の動特性は、つぎのように設定されている。

$$\frac{f_d(s)}{m_a} = s^2 + 2\zeta_2\omega_2s + \omega_2^2, \quad \omega_2 = 2\pi \times 24.6 \text{ [1/s]}, \quad \zeta_2 = 0.48 \quad (24)$$

4.2 繰返し制御の効果 実測した逆伝達関数を利用して、繰返し制御を実施した結果を図6に示す。試験回転数は1800rpm、動吸振器の特性は式(24)のように設定されている。また、試験台の変位については、基本調波成分の大きさを示している。図から、試行6回目以降では、このような成分はほとんどなくなっていることがわかる。なお、逆伝達関数が完全に正確に同定されているならば、試行1回目で制御偏差が零になるはずであるが、実際には同定誤差があるため、収束するまでに数回の試行を要している。

4.3 不釣合い測定の結果 試験ロータに

- (1)13.6 gmm, (2)27.2 gmm

の大きさの不釣合いを付加して、回転速度を

- (a)1200rpm, (b)1500rpm, (c)1800rpm, (d)2100rpm

としたときの測定結果を図7に示す。不釣合いの位置は、ロータの円板面上で45[deg]づつずらして設定し、そのつど測定を行っている。図で、●は実際の不釣合いを、○はその測定値を表しており、円の中心からの距離は不釣合いの大きさに比例した値となっている。ただし、不釣合いの大きさに関しては、実測値は設定値より平均的に約10%小さくなっていましたが、このような偏りは測定系の校正を行えば取り除くことができるので、前報⁽³⁾と同様に、測定値の平均で校正された値が示されている。

測定結果から、不釣合いの大きさと位置に関して、測定誤差の平均 $\bar{\varepsilon}$ と標準偏差 σ とを求めると、以下のよう

- (1) $m_a \varepsilon = 13.6 \text{ gmm}$ の場合

$$\text{大きさ} : (\bar{\varepsilon}, \sigma) = (-1.4, 0.2) \text{ [gmm]}$$

$$\text{位置} : (\bar{\varepsilon}, \sigma) = (-0.2, 0.7) \text{ [deg]}$$

- (2) $m_a \varepsilon = 27.2 \text{ gmm}$ の場合

$$\text{大きさ} : (\bar{\varepsilon}, \sigma) = (-3.0, 0.2) \text{ [gmm]}$$

$$\text{位置} : (\bar{\varepsilon}, \sigma) = (-0.7, 0.7) \text{ [deg]}$$

いっぽう、動吸振器を非減衰形動吸振器として用いた測定では、つぎのような結果が得られている⁽³⁾。

- (1') $m_a \varepsilon = 25.1 \text{ gmm}$ の場合

$$\text{大きさ} : (\bar{\varepsilon}, \sigma) = (-2.3, 0.7) \text{ [gmm]}$$

$$\text{位置} : (\bar{\varepsilon}, \sigma) = (-3.3, 2.8) \text{ [deg]}$$

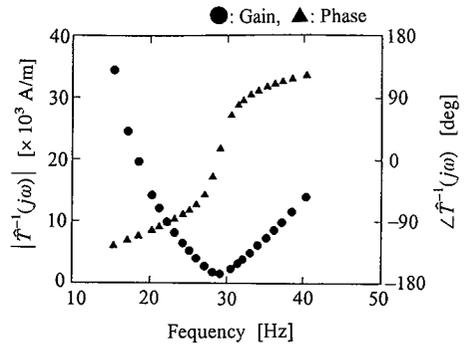


Fig.5 Measured frequency response of the inverse system

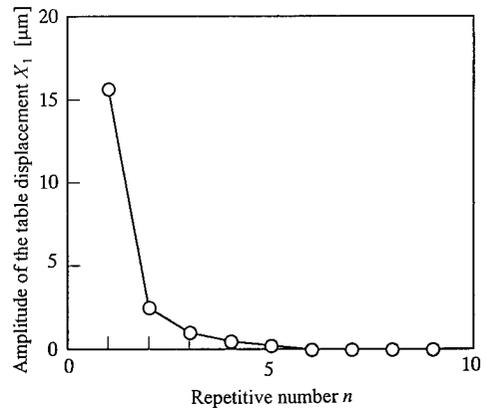


Fig.6 Results of the periodic learning control at 1800 rpm

- (2) $m_a \varepsilon = 50.2 \text{ gmm}$ の場合

$$\text{大きさ} : (\bar{\varepsilon}, \sigma) = (-3.8, 0.8) \text{ [gmm]}$$

$$\text{位置} : (\bar{\varepsilon}, \sigma) = (-1.6, 3.6) \text{ [deg]}$$

両者を比較すると、繰返し制御を利用した測定のほうがばらつきが小さく、特に不釣合いの位置に関しては、顕著に差が出ていることがわかる。

以上のことから、動吸振器を利用した釣合い試験機では、繰返し制御を適用することによって、より正確な不釣合い測定が可能になることが確認できる。

5. 結言

本論文の結論は、以下のようにまとめられる。

- (1) 能動形動吸振器を測定機構として利用した釣合い試験機において、動吸振器の作用によって試験台が振動しないときの吸振質量の運動から、不釣合いの位置と大きさを正確に推定することができることを示した。
- (2) 試験台の振動を止める方法として、つぎの3つの方法があることを指摘した。

- ① 非減衰形動吸振器を実現する。
- ② 出力レギュレーション理論を適用する。
- ③ 繰返し・学習制御を適用する。

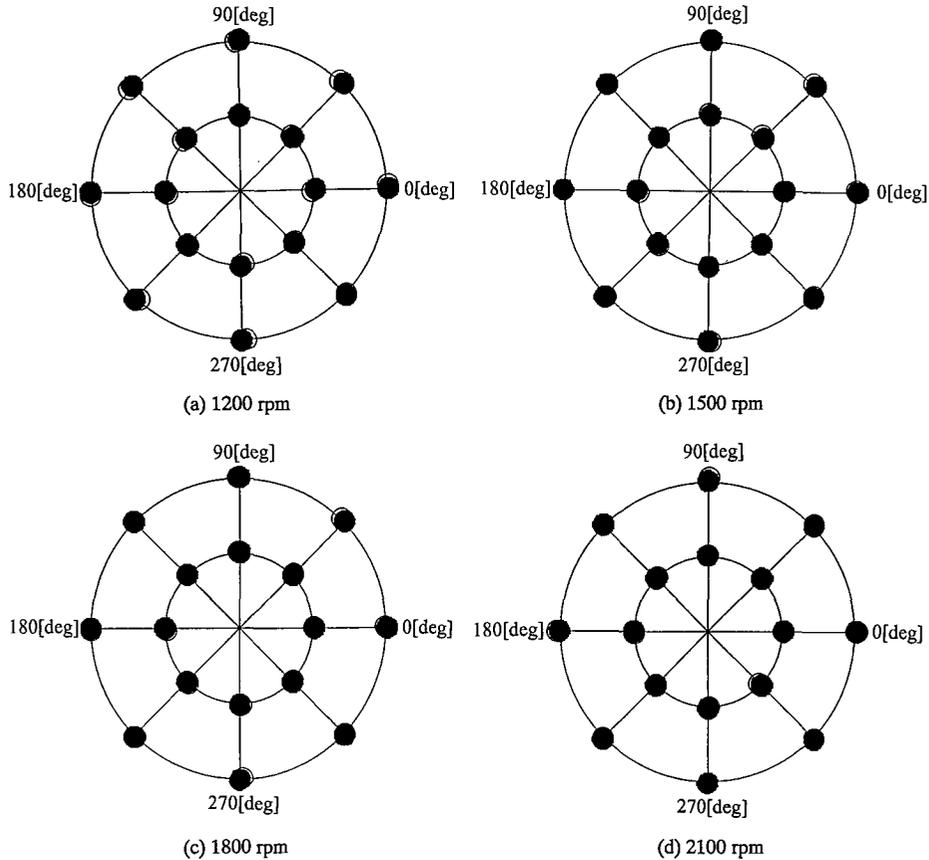


Fig.7 Comparison of unbalances measured at various speed with the actual unbalances (○:actual, ●:measured)

(3)電磁石をアクチュエータとする能動形動吸振器を備えた実験装置において、繰返し制御によって試験台の振動をなくした状態で不釣合いの測定の実験を行った。

(4)実験の結果、繰返し制御を利用した測定のほうが、非減衰形動吸振器を利用した場合より、高精度の不釣合い測定が行えることが確認された。

今後は、提案する測定機構を備えたより実用性の高い釣合い試験機を試作し、広汎な測定実験を行なうことによって、提案する不釣合い測定法の性能の限界を明らかにしていく予定である。また、2面釣合せの実験も実施する計画である。

なお、本研究の一部は平成2年度文部省科学研究費補助金(奨励研究(A))の助成を受けて実施された。

文 献

- (1)明石, 浅野, 下村: 動つりあい試験, (1976), 1 - 83, コロナ社.
- (2)三輪, 下村: 回転機械のつりあわせ, (1976), 68 - 144, コロナ社.
- (3)水野, 北島, 荒木: 動吸振器を利用した釣合い試験機の開発(非減衰形動吸振器を利用した測定方法), 機論, 61-582, C(1995), 519 - 524.
- (4)水野: 能動形動吸振器系の出力レギュレーション制御, 計測自動制御学会論文集, 24-4, (1988), 400 - 405.
- (5)Mizuno, T., M. Moriya and K.Araki, Robust Solutions to the Regulator Problem in an Active Dynamic Vibration Absorber System, Preprints of 12th World Congress IFAC, 4, (1993), 501 - 506.
- (6)水野, 森谷, 荒木: 電磁サーボ式能動形動吸振器出力レギュレーション制御, 機論, 58-556, C(1992), 3523 - 3530.
- (7)中野, 井上, 山本, 原: 繰返し制御, (1989), 16 - 23, 73 - 81, 計測自動制御学会.
- (8)川村, 宮崎, 有本: 学習制御方式のシステム論的考察, 計測自動制御学会論文集, 21-5, (1985), 445 - 450.
- (9)樋口, 水野, 大塚: 繰返し制御を利用した磁気軸受における不釣り合い補償, システム制御情報学会論文集, 3-5, (1990), 147 - 153.