

## 歯付きベルトの非線形振動特性に関する研究\*

### (第1報, 歯付きベルトの共振領域)

李紹昌<sup>\*1</sup>, 大滝英征<sup>\*2</sup>  
石川義雄<sup>\*2</sup>, 綿貫啓一<sup>\*2</sup>

## Analysis of Nonlinear Oscillations of the Timing Belt

### (1st Report, Regions of Resonance of the Timing Belt)

Shao-chang LI, Hideyuki OTAKI,  
Yoshio ISHIKAWA and Keiichi WATANUKI

The tension in timing belts is subject to periodic fluctuation. This is brought about by factors such as an eccentric pulley and error of one pitch of the pulley, etc. This paper presents the regions of resonance of a timing belt. The equation of an axially moving timing belt with tension of periodic variation is developed. For theoretical analysis, the perturbation method of multiple scales is used. A study is carried on the instability regions with subharmonic and summonic types of parametric resonance. The effects of various system parameters, such as the timing belt speed and the gyroscopic matrix, upon the instability regions have been studied.

**Key Words:** Nonlinear Vibration, Parametric Resonance, Multiple Time Scales, Perturbation Analysis, Instability Region

## 1. 緒言

歯付きベルトは精密機械, 産業機械, 事務機器などに広く利用される。現在では, 機械の高速化, 高伝達精度化などに伴い, ベルトの動特性などの解明が要望されている。

確かに, 歯付きベルトの動特性に関しては, プーリ軸の偏心によるベルト張力変化, プーリのピッチ差によるベルト張力変化などが最大の関心の的である。Gerber<sup>(1)</sup>はプーリの荷重分担を解析しているし, 籠谷ら<sup>(2)</sup>は回転静的伝達特性について理論的, 実験的研究をしている。また, 白鳥<sup>(3)</sup>は歯付きベルト動力伝達系の動特性を扱っている。しかし, 歯付きベルトの引き起こす非線形振動についてはほとんど解析されていない。

歯付きベルトはプーリ間を運動している一種の弦と見なすことができる。この類似系としてはバンドソー, チェーンなどがある。Moto, C. D.<sup>(4)(5)</sup>, Ulsoy, A. G.<sup>(6)(7)</sup>らは張力変化を受けるバンドソーの固有振動数の解析をしている。Wang, K. W.<sup>(8)</sup>らは衝撃荷重を

受けるバンドソーの振動特性を検討している。また, Ariaratnam, S. T.<sup>(9)</sup>, Wang, K. W.<sup>(10)(11)</sup>がチェーンの動的安定性を研究している。例えばチェーンの場合, 係数励振の振動数を  $\theta$ , 振動系の固有振動数を  $\omega_k$  ( $k=1, 2$ ) とするとき,  $\theta=2\omega_k$  近傍での単純共振領域,  $\theta=\omega_1+\omega_2$  近傍での和形結合共振領域の存在することがいわれている。しかし, 歯付きベルトの場合とは運動方程式がかなり異なるので, これらの結果から歯付きベルトの動特性を類推するのはむずかしい。

そこで, 本報告では, 共振領域の境界を明りょうな式の形で求めることを目的に, 歯付きベルトについての係数励振形非線形振動系を求めた。次いで, ガラーキン法で変換を行って, マルチスケール法<sup>(12)(13)</sup>を時間変数に対して導入し, 歯付きベルトの共振特性を検討した。

## 2. 基礎方程式

**2・1 振動方程式** 図1は, 歯付きベルトに一樣な分布荷重 ( $p=0 \quad 0 \leq x \leq x_1, \quad x_2 \leq x \leq l; \quad p=\text{constant} \quad x_1 < x < x_2$ ) が加わる場合の解析モデルを示したものである。

歯付きベルトはプーリ間を運動している弦と考え, しかも, 張力は Watanabe, K. ら<sup>(14)</sup>の実験の結果に

\* 原稿受付 平成5年5月18日。

\*1 准員, 埼玉大学大学院 (〒338 浦和市下久保255)。

\*2 正員, 埼玉大学工学部。

立脚し、プーリ軸の偏心などのため周期的に変動しているものとした。このような系の振動方程式は大滝<sup>(15)</sup>が巻き取り途中にある線状材の衝撃振動について求めた式と同様になり、

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + \left( v^2 - \frac{\tilde{T}}{\rho} \right) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{P}{\rho} \dots\dots\dots (1)$$

境界条件：

$$\begin{aligned} x=0 & \quad y=0 \\ x=l & \quad y=0 \end{aligned}$$

ここで

- $\tilde{T} = \tilde{T}_0(1 + \varepsilon \cos \theta t)$
- $\varepsilon$  : 張力の周期的変化を示す量,
- $v$  : 歯付きベルトの速度,
- $\tilde{T}$  : 歯付きベルトの受ける張力,
- $P$  : 歯付きベルトに作用する外力,
- $\rho$  : 歯付きベルトの線密度である。

この式はバンドソーについての Moto, C. D. による式やチェーンに関する Ariaratnam, S. T. の式と 2, 3 項目がかなり異なることを付記しておく。さて、以後の取扱いを簡単にするために、次の無次元量を導入する。

$$\begin{aligned} t' &= \frac{t \sqrt{\frac{\tilde{T}_0}{\rho}}}{l} & P' &= \frac{Pl}{T_0} \\ y' &= \frac{y}{l} & x' &= \frac{x}{l} \\ v' &= \frac{v}{\sqrt{\frac{\tilde{T}_0}{\rho}}} & \theta' &= \frac{\theta l}{\sqrt{\frac{\tilde{T}_0}{\rho}}} \end{aligned}$$

式(1)を書き改めると

$$\frac{\partial^2 y'}{\partial t'^2} + 2v' \frac{\partial^2 y'}{\partial x' \partial t'} + \{v'^2 - (1 + \varepsilon \cos \theta' t')\} \frac{\partial^2 y'}{\partial x'^2} = P' \dots\dots\dots (2)$$

となる。以後は肩の記号「'」を省略して扱う。

2・2 ガラーキン法の導入 式(2)の非線形方程式は厳密解を求めるのはむずかしいため、ガラーキン法を準用する。式(2)の解を

$$y = q_1(t) \sin \pi x + q_2(t) \sin 2\pi x \dots\dots\dots (3)$$

と仮定する。上式は  $x=0, x=1, y=0$  の境界条件を

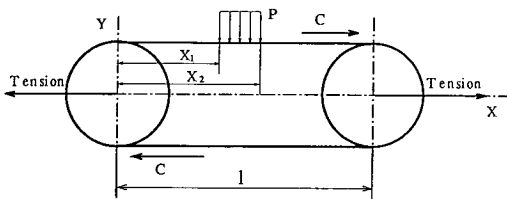


図1 歯付きベルトの解析モデル

満足する。式(3)を式(2)に代入し、ガラーキン法を適用すると

$$[M] \ddot{q} + [G] \dot{q} + [(1 + \varepsilon \cos \theta t) - v^2][E]q = [Q] \dots\dots\dots (4)$$

ここで

$$\begin{aligned} [M] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ [G] &= \begin{bmatrix} 0 & g_{12} \\ -g_{21} & 0 \end{bmatrix} & g_{12} = -g_{21} = -\frac{16}{3}v \\ [E] &= \begin{bmatrix} e_{11} & 0 \\ 0 & e_{22} \end{bmatrix} & e_{11} = \pi^2 & e_{22} = 4\pi^2 \\ [Q] &= \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} & Q_1 = \frac{2P'}{\pi}(\cos x_1\pi - \cos x_2\pi) \\ & & Q_2 = \frac{P'}{\pi}(\cos 2x_1\pi - \cos 2x_2\pi) \end{aligned}$$

$M$  は慣性マトリックスを、 $E$  は剛性マトリックスを意味する。 $G$  は回転マトリックス項で  $G^T = -G$  の特性をもっている。式(4)を展開すると、 $q_1, q_2$  に関する二つの微分方程式が得られる。

$$\ddot{q}_1 + g_{12} \dot{q}_2 + [(1 + \varepsilon \cos \theta t) - v^2] e_{11} q_1 = Q_1 \dots\dots\dots (5)$$

$$\ddot{q}_2 - g_{21} \dot{q}_1 + [(1 + \varepsilon \cos \theta t) - v^2] e_{22} q_2 = Q_2 \dots\dots\dots (6)$$

本報告では式(5)、(6)に対して、共振の安定、不安定境界を求めることとなる。

2・3 マルチスケール摂動解析 式(5)、(6)は第1次ジャイロ項  $\dot{q}_1$  と第2次ジャイロ項  $\dot{q}_2$  が相互作用する係数励振系であるので、通常の摂動法で解くのはむずかしい。本研究では特異摂動法の一つであるマルチスケール法<sup>(16)</sup>を用いて解析した。

$$\begin{aligned} q_j &= q_{j0}(T_0, T_1, T_2, \dots) \\ &+ q_{j1}(T_0, T_1, T_2, \dots) + \dots \quad (j=1, 2) \\ T_n &= \varepsilon^n t \quad (n=0, 1, 2, \dots) \dots\dots (7) \end{aligned}$$

とおく。このとき、時間変数  $t$  に関する微分は次のように摂動展開される。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} &= \frac{\partial T_0}{\partial t} \frac{\partial}{\partial T_0} + \frac{\partial T_1}{\partial t} \frac{\partial}{\partial T_1} + \dots = D_0 + \varepsilon D_1 + \dots \\ \frac{d^2}{dt^2} &= D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^2 (D_1^2 + 2D_0 D_2) + \dots \dots\dots (8) \end{aligned}$$

式(7)、(8)を用いて、式(5)、(6)を書き改めて、 $\varepsilon^0, \varepsilon^1$  で整理する。そして、それぞれの係数を零と置くことにより、 $q_{ji} (j=1, 2; i=0, 1)$  に関する微分方程式を得る。

$$D_0^2 q_{10} + g_{12} D_0 q_{20} + (1 - v^2) e_{11} q_{10} = Q_1 \dots\dots\dots (9)$$

$$D_0^2 q_{20} - g_{21} D_0 q_{10} + (1 - v^2) e_{22} q_{20} = Q_2 \dots\dots\dots (10)$$

$$D_0^2 q_{11} + g_{12} D_0 q_{21} + (1 - v^2) e_{11} q_{11} = -2D_0 D_1 q_{10} - g_{12} D_1 q_{20} - \cos \theta T_0 e_{11} q_{10} \dots\dots\dots (11)$$

$$D_0^2 q_{12} - g_{21} D_0 q_{11} + (1 - v^2) e_{22} q_{21} = -2D_0 D_1 q_{20} + g_{21} D_1 q_{10} - \cos \theta T_0 e_{22} q_{20} \dots\dots\dots (12)$$

ここで、まず式(9), (10)を満足する解を

$$q_{10} = A_1(T_1) e^{i\omega_1 T_0} + A_2(T_1) e^{i\omega_2 T_0} + \bar{A}_1(T_1) e^{-i\omega_1 T_0} + \bar{A}_2(T_1) e^{-i\omega_2 T_0} + \frac{Q_1}{(1 - v^2) e_{11}} \dots\dots\dots (13)$$

$$q_{20} = \frac{i[(1 - v^2) e_{11} - \omega_1^2]}{g_{12} \omega_1} [A_1(T_1) e^{i\omega_1 T_0} - \bar{A}_1(T_1) e^{-i\omega_1 T_0}] + \frac{i[(1 - v^2) e_{11} - \omega_2^2]}{g_{12} \omega_2} \times [A_2(T_1) e^{i\omega_2 T_0} - \bar{A}_2(T_1) e^{-i\omega_2 T_0}] + \frac{Q_2}{(1 - v^2) e_{22}} \dots\dots\dots (14)$$

とする。次に、式(13), (14)を式(11), (12)に代入すると次の式を得る。

$$D_0^2 q_{11} + g_{12} D_0 q_{21} + (1 - v^2) e_{11} q_{11} = -\frac{i[(1 - v^2) e_{11} + \omega_1^2]}{\omega_1} \times \left( \frac{dA_1}{dT_1} e^{i\omega_1 T_0} - \frac{d\bar{A}_1}{dT_1} e^{-i\omega_1 T_0} \right) - \frac{i[(1 - v^2) e_{11} + \omega_2^2]}{\omega_2} \times \left( \frac{dA_2}{dT_1} e^{i\omega_2 T_0} - \frac{d\bar{A}_2}{dT_1} e^{-i\omega_2 T_0} \right) - \frac{e_{11}}{2} [A_1(e^{i(\omega_1 + \theta)T_0} + e^{i(\omega_1 - \theta)T_0}) + A_2(e^{i(\omega_2 + \theta)T_0} + e^{i(\omega_2 - \theta)T_0}) + \bar{A}_1(e^{-i(\omega_1 + \theta)T_0} + e^{-i(\omega_1 - \theta)T_0}) + \bar{A}_2(e^{-i(\omega_2 + \theta)T_0} + e^{-i(\omega_2 - \theta)T_0})] - \frac{e_{11}}{2} (e^{i\theta T_0} + e^{-i\theta T_0}) \frac{Q_1}{(1 - v^2) e_{11}} \dots\dots\dots (15)$$

$$D_0^2 q_{21} - g_{21} D_0 q_{11} + (1 - v^2) e_{22} q_{21} = \frac{2(1 - v^2) e_{11} - 2\omega_1^2 + g_{21}^2}{g_{12}} \times \left( \frac{dA_1}{dT_1} e^{i\omega_1 T_0} + \frac{d\bar{A}_1}{dT_1} e^{-i\omega_1 T_0} \right) + \frac{2(1 - v^2) e_{11} - 2\omega_2^2 + g_{21}^2}{g_{12}} \times \left( \frac{dA_2}{dT_1} e^{i\omega_2 T_0} + \frac{d\bar{A}_2}{dT_1} e^{-i\omega_2 T_0} \right) - \frac{e_{22}}{2} \frac{i[(1 - v^2) e_{11} - \omega_1^2]}{g_{12} \omega_1} \times [A_1(e^{i(\omega_1 + \theta)T_0} + e^{i(\omega_1 - \theta)T_0}) - \bar{A}_1(e^{-i(\omega_1 + \theta)T_0} + e^{-i(\omega_1 - \theta)T_0})] + \frac{i[(1 - v^2) e_{11} - \omega_2^2]}{g_{12} \omega_2} \times [A_2(e^{i(\omega_2 + \theta)T_0} + e^{i(\omega_2 - \theta)T_0}) - \bar{A}_2(e^{-i(\omega_2 + \theta)T_0} + e^{-i(\omega_2 - \theta)T_0})]$$

$$+ e^{-i(\omega_2 + \theta)T_0}] \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 $\bar{A}_1, \bar{A}_2$  は  $A_1, A_2$  の共役複素数を示す。

### 3. 共振境界の決定

2・3節において、関数  $A_1(T_1), A_2(T_1)$  についての関数関係を得ることができた。そこで、この関数の安定性を調べることににより、系の共振領域の境界を決定する。系の共振領域の境界を解析するには、まず、結合共振の場合を論じる。

3・1 結合共振 結合共振  $\theta$  として、 $\theta = \omega_1 + \omega_2 + \varepsilon\sigma$  をとる。式(15), (16)の解を

$$q_{11} = P_1(T_1) e^{i\omega_1 T_0} + \bar{Q}_1(T_1) e^{i\omega_2 T_0} + \bar{P}_1(T_1) e^{-i\omega_1 T_0} + \bar{Q}_1(T_1) e^{-i\omega_2 T_0} \dots\dots\dots (17)$$

$$q_{21} = P_2(T_1) e^{i\omega_1 T_0} + Q_2(T_1) e^{i\omega_2 T_0} + \bar{P}_2(T_1) e^{-i\omega_1 T_0} + \bar{Q}_2(T_1) e^{-i\omega_2 T_0} \dots\dots\dots (18)$$

と仮定し、式(15), (16)に代入すると、式(15)より

$$\gamma_1 = \frac{dA_1}{dT_1} = i\beta_1 \bar{A}_2 e^{i\sigma T_1} \dots\dots\dots (19)$$

ここで

$$\gamma_1 = g_{21} [(1 - v^2) e_{11} + \omega_1^2] + [(1 - v^2) e_{11} - \omega_1^2] \times \frac{2(1 - v^2) e_{11} - 2\omega_1^2 + g_{21}^2}{g_{21}} \beta_1 = \frac{e_{11}}{2} g_{21} \omega_1 - [(1 - v^2) e_{11} - \omega_1^2] \times \frac{e_{22} [(1 - v^2) e_{11} - \omega_2^2]}{2g_{21} \omega_2}$$

式(16)より

$$\gamma_2 = \frac{dA_2}{dT_1} = i\beta_2 \bar{A}_1 e^{i\sigma T_1} \dots\dots\dots (20)$$

ここで

$$\gamma_2 = g_{21} [(1 - v^2) e_{11} + \omega_2^2] + [(1 - v^2) e_{11} - \omega_2^2] \times \frac{2(1 - v^2) e_{11} - 2\omega_2^2 + g_{21}^2}{g_{21}} \beta_2 = \frac{e_{11}}{2} g_{21} \omega_2 - [(1 - v^2) e_{11} - \omega_1^2] \times \frac{e_{22} [(1 - v^2) e_{11} - \omega_2^2]}{2g_{12} \omega_1}$$

式(19), (20)より  $A_2$  消去すると、 $A_1$  に関する微分方程式が得られ

$$\frac{d^2 A_1}{dT_1^2} - i\sigma \frac{dA_1}{dT_1} - \frac{\beta_1 \beta_2}{\gamma_1 \gamma_2} A_1 = 0 \dots\dots\dots (21)$$

ここで、 $A_1 = (a_r + ia_i) e^{sT_1}$  と仮定し、式(21)に代入すると、次の特性方程式が得られる。

$$s^2 - i\sigma s - \frac{\beta_1 \beta_2}{\gamma_1 \gamma_2} = 0 \dots\dots\dots (22)$$

$A_1$  は周期解であるから、 $s$  は虚数解しかもたない。したがって、安定の境界が次のように得られている。

$$\omega_1 + \omega_2 - \varepsilon\sigma' < \theta < \omega_1 + \omega_2 + \varepsilon\sigma' \dots\dots\dots (23)$$

$$\sigma' = 2\sqrt{\frac{\beta_1\beta_2}{\gamma_1\gamma_2}} \dots\dots\dots(24)$$

3・2 単純共振の場合  $\theta$ が $2\omega_1$ (あるいは $2\omega_2$ )の近傍にある場合、単純共振が起こる。共振を $\theta=2\omega_1 + \varepsilon\sigma$ とし、式(9)、(10)の解が次のようになると仮定する。

$$q_{10} = A_1 e^{i\omega_1\tau_0} + \bar{A}_1 e^{-i\omega_1\tau_0} + \frac{Q_1}{(1-\nu^2)e_{11}} \dots(25)$$

$$q_{20} = \frac{i[(1-\nu^2)e_{11} - \omega_1^2]}{g_{12}\omega_1} [A_1 e^{i\omega_1\tau_0} - \bar{A}_1 e^{-i\omega_1\tau_0}] + \frac{Q_2}{(1-\nu^2)e_{22}} \dots\dots\dots(26)$$

式(25)、(26)を式(11)、(12)に代入すると、結合共振の場合と同様、次の式が得られる。

式(11)より

$$\gamma_1 \frac{dA_1}{dT_1} = i\beta_1 \bar{A}_1 e^{i\sigma T_1} \dots\dots\dots(27)$$

式(12)より

$$\gamma_1 \frac{d\bar{A}_1}{dT_1} = -i\beta_1 A_1 e^{-i\sigma T_1} \dots\dots\dots(28)$$

ここで

$$\gamma_1 = g_{21}[(1-\nu^2)e_{11} + \omega_1^2] + [(1-\nu^2)e_{11} - \omega_1^2] \times \frac{2(1-\nu^2)e_{11} - 2\omega_1^2 + g_{21}^2}{g_{21}}$$

$$\beta_1 = \frac{e_{11}}{2} g_{21} \omega_1 - \frac{e_{22}[(1-\nu^2)e_{11} - \omega_1^2]^2}{2g_{12}\omega_1}$$

式(27)、(28)は等価な式となる。そこで、いま、 $A_1 = (a_r + ia_i)e^{sT_1}$ と仮定し、上式に代入すると、次の特性方程式を得られ

$$s^2 - ias - \frac{\beta_1^2}{\gamma_1^2} = 0 \dots\dots\dots(29)$$

$A_1$ は周期解をもっているから、 $s$ は虚数解しかもたないことを勘案すると、安定の境界は次のように得られる。

$$2\omega_1 - \varepsilon\sigma' < \theta < 2\omega_1 + \varepsilon\sigma' \dots\dots\dots(30)$$

$$\sigma' = 2\frac{\beta_1}{\gamma_1} \dots\dots\dots(31)$$

式(30)、(31)によって単純共振( $\theta=2\omega_1$ )の場合の共

振の境界を決めることができる。同様、単純共振( $\theta=2\omega_2$ )の場合の共振の境界も次式で求まる。

$$2\omega_2 - \varepsilon\sigma' < \theta < 2\omega_2 + \varepsilon\sigma' \dots\dots\dots(32)$$

$$\sigma' = \frac{\beta_2}{\gamma_2} \dots\dots\dots(33)$$

ここで

$$\gamma_2 = g_{21}[(1-\nu^2)e_{11} + \omega_2^2] + [(1-\nu^2)e_{11} - \omega_2^2] \times \frac{2(1-\nu^2)e_{11} - 2\omega_2^2 + g_{21}^2}{g_{21}}$$

$$\beta_2 = \frac{e_{11}}{2} g_{21} \omega_2 - \frac{e_{22}[(1-\nu^2)e_{11} - \omega_2^2]^2}{2g_{12}\omega_2}$$

4. 共振特性の検討

ここで、歯付きベルトの各パラメータが共振特性へ及ぼす影響を検討してみる。1例として、振動系のパラメータ値として  $T_0=200N$ ,  $P=50N/m$ ,  $\varepsilon=0.01$ ,  $\nu=5m/s$ ,  $l=1m$ ,  $\rho=0.5kg/m$ を採ってみると、系の単純振動と結合振動の角振動数は $\omega_1=2.95$ ,  $\omega_2=6.27$ ,  $\omega_1+\omega_2=9.22$ となる。共振境界を $\theta-\varepsilon$ 平面に示すと、図2のようになる。

図2より $\sigma$ が一定の条件下で、共振角振動数 $\omega$ が $\varepsilon$ によって変化する状況を把握することができる。 $\sigma$ は不安定領域の大きさを決定する。 $\sigma$ が大きければ大きいほど不安定領域が大きくなる。図2において、不安定領域は共振角振動数 $2\omega_1$ ,  $\omega_1+\omega_2$ ,  $2\omega_2$ の付近の狭

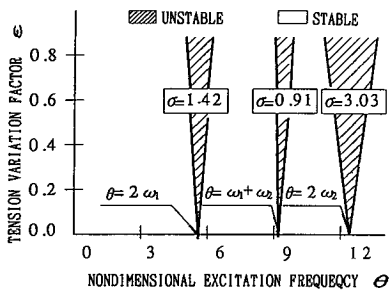


図2 安定と不安定の領域

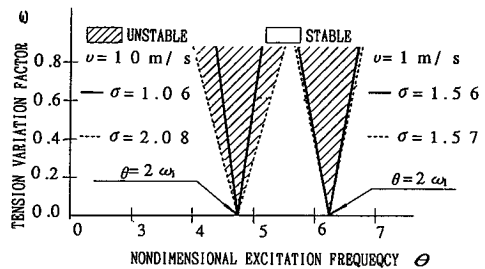


図3 回転マトリックスの影響

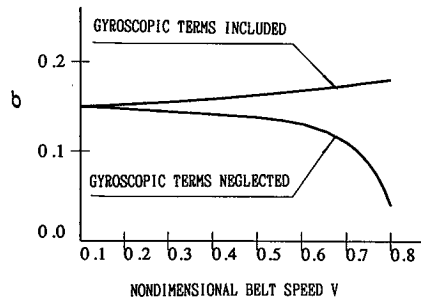


図4 不安定領域に対する速度の影響

い領域にしか存在しないことがわかる。

次にベルトの速度が非常に小さい場合には、式(4)中の回転マトリックス項が無視できる。この場合には、 $\theta=2\omega_1$ における不安定境界は次の式で与えられる。

$$2\omega_1 - \varepsilon \frac{\pi^2}{2\omega_1} < \theta < 2\omega_1 + \varepsilon \frac{\pi^2}{2\omega_1}$$

回転マトリックス項を考慮に入れる場合と回転マトリックス項を無視する場合との不安定領域の差異を図3に示した。また、回転マトリックス項が速度により、どのような影響を与えるかを把握するため、 $\sigma$ と無次元速度の関係を図4に示した。ここで、 $v=0.1$ という低速の場合には、不安定領域はほぼ同じである。 $v=1$ という高速の場合には、不安定領域は大きな差となって現れる傾向がある。さらに、低速の場合、回転マトリックスを考慮する場合には、 $\sigma$ の速度に関する変化は穏やかである。高速度の場合は、回転マトリックスを無視する場合には、 $\sigma$ は速度に対して急激に変化することがわかる。したがって、高速度で回転する歯付きベルトの振動特性を検討する場合には、回転マトリックス項を考慮に入れる必要がある。

## 5. ま と め

周期的に張力変化を受ける歯付きベルトの共振不安定領域を理論的に検討し、単純共振と結合共振領域の境界を与えた。その結果は張力の変化幅  $\varepsilon$ 、速度  $v$  および回転マトリックス項は不安定領域に大きな影響を及ぼす。 $\varepsilon$  が大きくなると不安定領域は広がるようになる。低速の場合には、回転マトリックスの不安定領域への影響は少ない。高速度の場合では、その影響

を考慮しなければならない。

本報では共振領域だけ理論的に検討したが、歯付きベルトの振動モードおよび実験解析などは次報で扱う。

## 文 献

- (1) Gerbert, G., ほか3名, *Load Distribution in Timing Belts*, & *ASME J. Mech. Design*, **100**(1978)208.
- (2) 籠谷・ほか4名, *機論*, **47**-419, C(1981), 891.
- (3) 白鳥, *精密機械*, **48**-2(1982), 77.
- (4) Mote, C. D., *Theoretical and Experimental Band Saw Vibrations & Journal of Engineering for Industry*, (1966), 151-157.
- (5) Moto, C. D., *Dynamic Stability of an Axially Moving Band & Journal of the Franklin Institute*, **285**-5(1968), 329-346.
- (6) Ulsoy, A. G., *Analysis of Band Saw Vibration & Wood Science*, (1980), 1-10.
- (7) Ulsoy, A. G., *Vibration of Wide Band Saw & Transactions of the ASME*, (1982), 71-78.
- (8) Wang, K. W., *Band/Wheel System Vibration Under Impulsive Boundary Excitation & Journal of Sound and Vibration*, **115**-2(1987), 203-216.
- (9) Ariaratnam, S. T., *Dynamic Stability of Chain Drives & Transactions of the ASME*, (1987), 412-418.
- (10) Wang, K. W., *On the Impact Intensity of Vibrating Axially Moving Roller Chains & ASME DE-36*(1991), 97-104.
- (11) Wang, K. W., *On the Stability of Chain Drive Systems Under Periodic Sprocket Oscillations & Journal of Vibration and Acoustics*, (1992), 119-126.
- (12) Nayfeh, A. H. and Mook, D. T., *Nonlinear Oscillations*, (1979), 258, John-Wiley.
- (13) 杉山・ほか2名, *機論*, **52**-476, A(1986), 1058.
- (14) Watanabe, K. *A study on Timing Belt Noise & Transactions of the ASME*, (1990), 424-429.
- (15) 大滝, *機論*, **50**-455, C(1984), 1199.
- (16) 角谷, *日本物理学会誌*, **31**-4(1976), 287.