

超音波顕微鏡による薄膜弾性係数測定手法の検討*

轟 章^{*1}, 小林英男^{*1}, 中村春夫^{*1}
朴 位 坤^{*1}, 荒居善雄^{*2}, 飯田英徳^{*3}Approach for Measuring Elastic Modulus of Thin Film
by Scanning Acoustic MicroscopeAkira TODOROKI, Hideo KOBAYASHI, Haruo NAKAMURA,
Wigon PARK, Yoshio ARAI and Hidenori IIDA

Measuring elastic properties of thin film on substrates is important in the analysis of residual stresses of advanced 3D LSI. In this study, an approach to for nondestructive measurement of the elastic properties of thin film on the substrate nondestructively with a scanning acoustic microscope is proposed. The approach was analyzed mathematically and was applied to aluminum film on glass substrates. As a result, this approach was proved to be excellent for the objective, and the elastic modulus of aluminum film on the glass substrate was 10% smaller than that of the bulk data.

Key Words: Elasticity, Material Testing, Nondestructive Inspection, Ultrasonic, Thin Film, Substrate, Scanning Acoustic Microscope, LSI

1. 緒 言

近年、三次元的多層積層構造を有する超 LSI が検討されるようになった。この多層積層構造超 LSI では、基盤上に絶縁層や半導体層、配線などの μm 程度の厚さの薄膜積層構造を有している。この形成には熱処理工程があり、各層の熱膨張係数の違いに起因する残留応力が発生し、信頼性低下をもたらす。このため、LSI 内部の応力解析が近年試みられているが⁽¹⁾、解析に用いられる弾性係数は巨視的試験片での値を用いており、巨視的試験片と結晶配列の異なる薄膜の弾性係数が巨視的試験片と同じである保証はない。従来の薄膜の弾性係数測定手法は、薄膜材料を基盤からはく離して変形させ、変形逆解析する方法⁽²⁾⁽³⁾や、薄膜に圧子を押し込み、接触論を利用した逆解析を行う方法⁽⁴⁾などがあるが、特殊な薄膜を要求したり、必要な膜厚が $100\ \mu\text{m}$ 程度であり、実際の薄膜には適当でない。超音波顕微鏡は試料表面近傍に表面波を励起することで試

料の弾性的性質の情報を引き出すシステムであり、薄膜はく離検出などに用いられているが、同時に非破壊的に表面弾性波を実測可能である。そこで本研究では、この超音波顕微鏡を用いて基盤上の薄膜弾性係数を測定する手法を解析的に検討し、ガラス基盤上のアルミニウム薄膜に適用し、その有効性を明らかにした。

2. 超音波顕微鏡による薄膜の音速解析

超音波顕微鏡を用いて試料の弾性表面波を実測するには、 $V(z)$ 曲線法が用いられる⁽⁵⁾。 $V(z)$ 曲線測定時には、超音波焦点を試料内部にデフォーカスし、試料から直接反射した超音波成分と Rayleigh の臨界角以上の入射角の超音波により誘起された試料表面を伝播する超音波から再放射された超音波を干渉させる。この超音波レンズと試料との距離 z を変化させると、出力 V は距離 z の変化に伴い図 1 のように変動する。この変動周期 Δz から、試料の表面弾性波速度 V_s が次式で求められる。

$$V_s = V_w / \{1 - (1 - V_w / 2f\Delta z)\}^{1/2} \dots\dots\dots (1)$$

上式で、 V_w はカップリング材(水)の音速、 f は超音波周波数である。

弾性表面波はほぼ波長(アルミニウムでは、400 MHz レンズではほぼ $7\ \mu\text{m}$)程度の深さまで伝ばしてお

* 平成 4 年 9 月 2 日 材料力学部門講演会において講演、原稿受付 平成 5 年 6 月 18 日。

^{*1} 正員、東京工業大学工学部 (〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。

^{*2} 正員、埼玉大学工学部 (〒331 浦和市下大久保 255)。

^{*3} 新日本製鉄(株) (〒299-12 富津市新富 20-1)。

り、LSIのように数 μm ~0.1 μm の厚さの薄膜が基盤上にある場合には、薄膜の弾性表面波は基盤の影響を受けるため、式(1)では薄膜と基盤の連性表面波速度が得られる(図2参照)。そこで、基盤上に薄膜がある場合の速度を解析することにより、その影響を定量的に評価する。

基盤上に薄膜がある場合を図3にモデル化する。カップリング材を3、薄膜を2、基盤を1とし、粒子速度、粒子変位、応力の関係式は以下になる⁽⁶⁾。

$$v^x = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \dots\dots\dots(2)$$

$$v^z = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \dots\dots\dots(3)$$

$$u^x = \frac{1}{-i\omega} v^x \dots\dots\dots(4)$$

$$u^z = \frac{1}{-i\omega} v^z \dots\dots\dots(5)$$

$$\sigma^z = \lambda \left(\frac{\partial u^x}{\partial x} + \frac{\partial u^z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u^z}{\partial z} \dots\dots\dots(6)$$

$$\sigma^{zx} = \mu \left(\frac{\partial u^x}{\partial z} + \frac{\partial u^z}{\partial x} \right) \dots\dots\dots(7)$$

ここで、 ω は角速度、 d は薄膜、 ρ は密度、 ϕ は縦波の速度ポテンシャル、 ψ は横波の速度ポテンシャル、 u は粒子変位、 v は粒子速度、 σ は応力、 λ および μ はLameの定数である。薄膜や基盤では縦波と横波が伝ばし、水中では縦波だけが伝ばするので、各媒質中の音速の速度ポテンシャルを以下に仮定する。

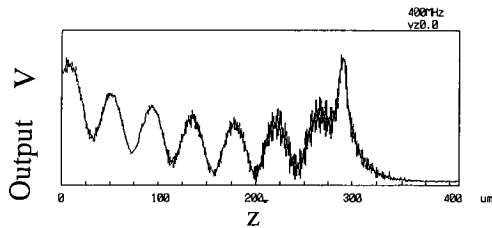


図1 超音波顕微鏡の典型的 V(z) 曲線

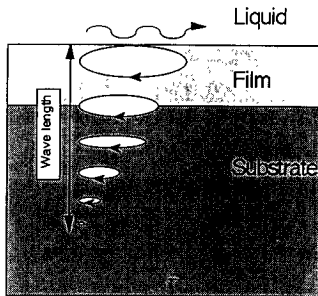


図2 基盤上薄膜を伝ばする表面波

$$\phi_3 = \{ \phi_3^+ e^{i\alpha_3 z} + \phi_3^- e^{-i\alpha_3 z} \} e^{i(\gamma x - \omega t)} \dots\dots\dots(8)$$

$$\phi_2 = \{ \phi_2^+ e^{i\alpha_2(z-d)} + \phi_2^- e^{-i\alpha_2(z-d)} \} e^{i(\gamma x - \omega t)} \dots\dots(9)$$

$$\phi_1 = \{ \phi_1^+ e^{i\beta_1(z-d)} + \phi_1^- e^{-i\beta_1(z-d)} \} e^{i(\gamma x - \omega t)} \dots\dots(10)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_1 &= \phi_1^+ e^{i\alpha_1(z-d)} e^{i(\gamma x - \omega t)} \dots\dots\dots(11) \\ \phi_1 &= \phi_1^- e^{i\beta_1(z-d)} e^{i(\gamma x - \omega t)} \dots\dots\dots(12) \end{aligned} \right.$$

ここで、 k は縦波の伝ば定数、 x は横波の伝ば定数、 α は縦波の伝ばベクトルの z 成分、 β は横波の伝ばベクトルの z 成分、 γ は縦波と横波の伝ばベクトルの x 成分(Snellの法則により両者は等しい)。ただし、以下の式が成立する⁽⁶⁾⁽⁷⁾

$$\alpha^2 + \beta^2 = k^2, \beta^2 + \gamma^2 = x^2 \dots\dots\dots(13)$$

境界条件は、 $z=0$ において、粒子速度の Z 成分が等しい、 z 面に作用する応力の Z 成分が等しい、 z 面に作用する応力の X 成分が等しくその値が零であり、

$$v_3^z|_{z=0} = v_2^z|_{z=0} \dots\dots\dots(14)$$

$$\sigma_3^z|_{z=0} = \sigma_2^z|_{z=0} \dots\dots\dots(15)$$

$$\sigma_3^x|_{z=0} = \sigma_2^x|_{z=0} = 0 \dots\dots\dots(16)$$

$$v_2^z|_{z=d} = v_1^z|_{z=d} \dots\dots\dots(17)$$

$$v_2^x|_{z=d} = v_1^x|_{z=d} \dots\dots\dots(18)$$

$$\sigma_2^z|_{z=d} = \sigma_1^z|_{z=d} \dots\dots\dots(19)$$

$$\sigma_2^x|_{z=d} = \sigma_1^x|_{z=d} \dots\dots\dots(20)$$

以上を解くと、振幅反射率(反射関数) $R = \phi_3^- / \phi_3^+$ は以下の式になる。

$$R = \frac{(d_{31}d_{43} - d_{33}d_{41}) + \frac{\lambda_3 k_3^2}{\alpha_3 \omega} (d_{21}d_{43} - d_{23}d_{41})}{(d_{31}d_{43} - d_{33}d_{41}) - \frac{\lambda_3 k_3^2}{\alpha_3 \omega} (d_{21}d_{43} - d_{23}d_{41})} \dots\dots\dots(21)$$

ここで、 d_{ij} は以下のとおりである。

$$d_{21} = C_{21} + C_{22} \dots\dots\dots(22)$$

$$d_{23} = C_{23} + C_{24} \dots\dots\dots(23)$$

$$d_{31} = C_{31} + C_{32} \dots\dots\dots(24)$$

$$d_{33} = C_{33} + C_{34} \dots\dots\dots(25)$$

$$d_{41} = C_{41} + C_{42} \dots\dots\dots(26)$$

$$d_{43} = C_{43} + C_{44} \dots\dots\dots(27)$$

上記 C_{ij} は次式の行列 C の各成分である。

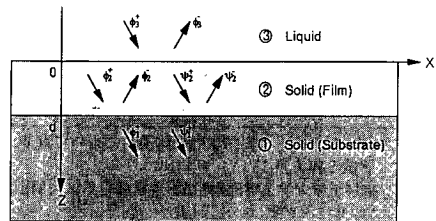


図3 基盤上薄膜を伝ばする超音波のモデル

$$C \equiv A_2(-d) \begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ & 1 & 1 & \\ & & & \frac{\mu_1}{\mu_2} \\ 0 & & & \end{bmatrix} P_1(0) \dots\dots\dots (28)$$

ただし、行列 A_2 と P は次式となる。

$$A_2(-d) = P_2(-d)P_2^{-1}(0) \dots\dots\dots (29)$$

$$P(x) = \begin{bmatrix} i\gamma \cos ax & -\gamma \sin ax & -i\beta \cos bx & \beta \sin bx \\ -a \sin ax & i\alpha \cos ax & -\gamma \sin bx & i\gamma \cos bx \\ -\frac{i(\lambda k^2 + 2\mu\alpha^2)}{\omega} \cos ax & \frac{\lambda k^2 + 2\mu\alpha^2}{\omega} \sin ax & -\frac{i2\mu\gamma\beta}{\omega} \cos bx & \frac{2\mu\gamma\beta}{\omega} \sin bx \\ \frac{\alpha\gamma}{\omega} \sin ax & -\frac{i\alpha\gamma}{\omega} \cos ax & \frac{\gamma^2 - \beta^2}{2\omega} \sin bx & -\frac{i(\gamma^2 - \beta^2)}{2\omega} \cos bx \end{bmatrix} \dots (30)$$

反射関数は Rayleigh の臨界角 θ_c の近傍で位相が急変する⁽⁹⁾。したがって、式(21)の反射関数の位相を解析し、これから臨界角 θ_c が得られ、Snell の法則から表面弾性波速度 V_s が導出される。

$$V_s = V_w / \sin \theta_c \dots\dots\dots (31)$$

式(21)から薄膜の表面弾性波速度 V_s は膜厚および超音波周波数に依存していることがわかる。したがって、薄膜の膜厚を変えた試験片で V_s を実測するか、超音波顕微鏡の入射超音波周波数を変えて表面波速度を実測すれば、未知数の薄膜の縦弾性係数 E 、横弾性係数 G 、密度 ρ が式(21)の逆問題として得られることがわかる。

ただし、上記は薄膜および基盤とも等方性材料を前提としており、実際のシリコン基盤などの直交異方性材料では厳密解ではない。

3. 実験的検証

実験に用いた超音波顕微鏡はオリンパス製 UH 3 である。薄膜試験片としては、ガラス基盤(HOYA NA 40)に代表的配線用金属のアルミニウム薄膜を電子ビーム蒸着した板を用いた。作成膜厚は 0.65, 1.35,

2.00, 2.70 μm の 4 種類である。用いた超音波周波数は 200, 400, 800 MHz の 3 種である。

薄膜音速測定前に、理論音速が既知の Si 単結晶基盤(100)を用いて、超音波顕微鏡の $V(z)$ 曲線法による表面弾性波速度測定の測定再現性と測定精度の検討を行った。測定には、表面波の伝ば方向を制御できる 400 MHz 線収束レンズを用い、試料を回転ステージ上に乗せ、0~180° までの間で、回転させて各点で 100 回繰返し測定を行った。実測した(100)Si 基盤の結果を図 4 に示す。図中黒丸印は得られた $V(z)$ 曲線をそのまま高速フーリエ変換(FFT)し、 Δz を求めた結果から式(1)で計算した音速分布の平均値であり、白抜き印は、下記の補正を実施した結果の平均値である。また、実線は弾性係数から得られた音速⁽⁹⁾である。なお、白抜き印の値は以下の補正を行った。

- ① 全デフォーカス距離 Z の実測値(設定値 400 μm)を用いる。
- ② 実測 $V(z)$ 曲線の高周波数成分除去のため、Savitzky-Golay のスムージング処理を実施した。
- ③ 実測した $V(z)$ 曲線を FFT 解析する場合 $V(z)$ 曲線の山と山の部分を 3 山程度切断し、これを多数接続したデータを FFT 解析処理した。
- ④ FFT 解析は $10^{10} \sim 10^{13}$ の離散化を実施した。

図から明らかに、これらの補正によって、高精度の表面波速度の実測値が得られていることがわかる。また、繰返し誤差の多くはデフォーカス距離 Z の作動誤差に起因しており、単純に設定条件だけから表面波速度を解析すると、実用的でない結果が得られることがわかる。なお、本研究では、(111)Si 基盤でも表面波速度分布を実測し、上記の補正後の結果を(100)および(111)Si の表面波速度理論値に一致させるように超音波周波数および水の音速の補正を実施している。補正の結果、周波数 f は $f=406.9$ MHz、水中の音速は

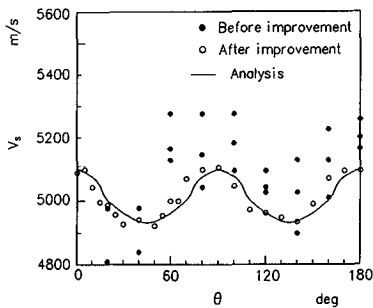


図 4 Si 基盤の表面波速度分布実測結果

1528 m/s が得られた。その結果、絶対精度は ±0.49% が得られ、弾性係数測定に十分な精度が得られることが明らかになった。

ガラス基盤上にアルミニウム薄膜がある試験片の表面波速度を 400 MHz の点収束レンズを用いて実測した結果を図 5 に示す。図では、膜厚が薄い場合、ガラス基盤の表面波速度(約 3230 m/s)から膜厚増大に伴い、アルミニウム単体のバルク状態の表面波速度(約 2900 m/s)に漸近している。

周波数を変化させた際の実測値を膜厚 0.65 と 2.7 μm の場合を比較して図 6 に示す。図から明らかに、膜厚が厚いほど、周波数依存性が顕著であることがわかる。また、膜厚 0.65 μm の場合に周波数依存性を明確に実測するには、超音波周波数がおよそ 1 GHz 以上必要であることが推察される。

なお、留異応力が表面波速度に及ぼす影響を調査するため、X線法でアルミニウム薄膜の残留応力を測定した結果、残留応力は最大 10 MPa 程度であった。アルミニウムの音弾性係数は 100 MPa 当たりで 5×10^{-3} 程度であるので⁽⁹⁾、本研究において残留応力が弾性係数測定時の音速に及ぼす影響は無視できる。

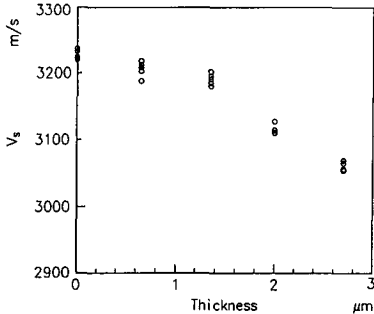


図 5 表面波速度実測結果(膜厚依存性)

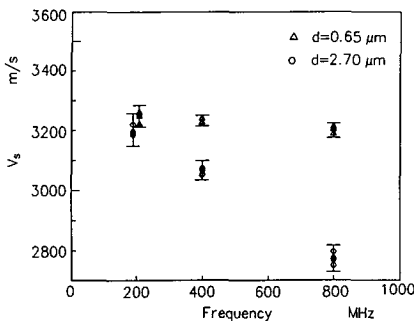


図 6 表面波速度実測結果(周波数依存性)

4. 逆問題解析による弾性係数の決定

4.1 簡易解析手法 式(21)をそのまま解析的に逆問題として解くことは困難である。ガラス基盤に蒸着させたアルミニウム薄膜の微構造を観察したところ(図 7 参照)、表面は粒径 0.5 μm 程度の結晶で構成される多結晶であった。そこで、薄膜の表面および結晶粒界には多くのポイドが存在し、厚さ方向に極端に小さい微細な多結晶による異方性(面内は等方性)が存在するものと仮定し、薄膜における弾性係数、密度のバルク値との差異はこのポイドの存在による影響と、異方性の影響の 2 種の因子を考慮した。以下これらを具体的に示す。

ポイドの影響は、薄膜中に球形ポイドが存在するモデルを用いて等価介在物法⁽⁹⁾⁻⁽¹¹⁾で近似解析した。解析手法を付録に示す。この結果、工学弾性係数 E^* 、 G^* が次式で得られる。

$$E^* = \frac{E(1-\phi)(C_{11}-C_{11}T_{1111}-2C_{12}T_{3311})}{(1-\phi)(C_{11}-C_{11}T_{1111}-2C_{12}T_{3311})+E\phi} \dots\dots\dots (32)$$

$$G^* = \frac{G(1-\phi)(1-T_{1212})C_{12}}{(1-\phi)(1-T_{1212})C_{12}+4G\phi} \dots\dots\dots (33)$$

密度 ρ は単純に以下の式を用いた。

$$\rho^* = \rho(1-\phi) \dots\dots\dots (34)$$

この式からポイドの体積含有率 ϕ だけの関数として E, G, ρ が得られる。

異方性の影響はまったく未知であるのでここでは単純に定数 ξ を E, G だけに掛け合わせた次式を用いる。

$$E' = E^*\xi, G' = G^*\xi, \rho' = \rho^* \dots\dots\dots (35)$$

4.2 簡易解析手法の適用と検討 薄膜弾性係数、密度にアルミニウムの巨視的試験片で得られた値 ($E = 71 \text{ GPa}, G = 26 \text{ GPa}, \rho = 2690 \text{ kg/m}^3$): 以下バルク

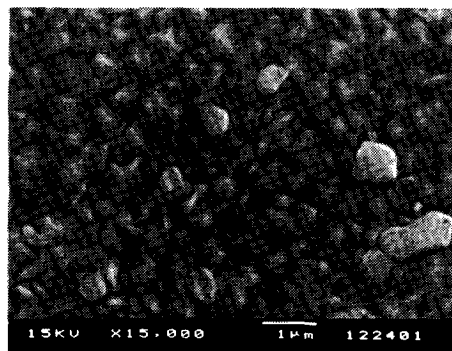


図 7 アルミニウム薄膜の微構造

値と略記)を用いて、表面波速度の膜厚依存性を解析した結果を実測した表面波速度と比較して図8に示す。膜厚が薄くその影響が小さい場合には、実測値と解析値は一致するが、膜厚が増大するにつれて解析値は実測値より大きくなる。周波数依存性の解析結果を実測値と比較して図9、10に示す。膜厚が薄い場合(図9: 0.65 μm)には解析値と実測値は一致するが、膜厚が厚い場合(図10: 2.70 μm)には、実測値よりも解析値は大きい。これより、薄膜の弾性係数、密度はバルク値と異なることがわかる。そこで、密度、縦弾性係数、横弾性係数が解析結果に及ぼす影響を調査するため、3種のパラメータの一つに注目し、他の2種は固定して、その値を10%減少させて表面波速度の膜厚依存性

を解析し、実測値と比較した結果を、図11に示す。通常の音速と同様に薄膜密度 ρ の低下は膜厚増加に伴い音速増加をもたらす、薄膜弾性係数 E の低下は表面波速度減少をもたらす。しかし、10%の G の減少はポアソン比 ν の上昇($\nu=0.48$)をもたらす、これによるレーリー波速度の増加を誘起する効果が大きいため、音速増加をもたらすことが明らかとなった。

前述した等価介在物法に基づく簡易解析手法を適用し、解析した結果を図12~14に示す。膜厚依存性の結果(図12参照)は周波数依存性の結果とともに、薄膜の影響の大きい膜厚の大きい場合に実測値よりも解析

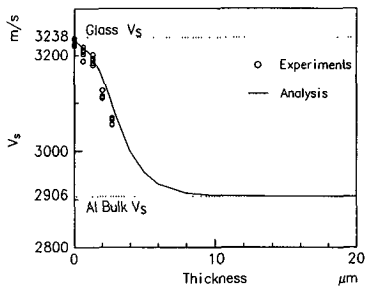


図8 バルク弾性係数による膜厚依存性解析値と実測値の比較

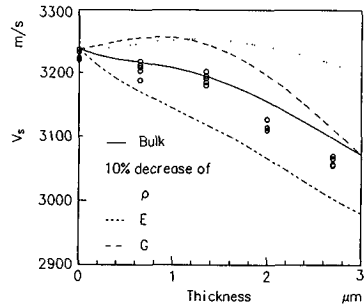


図11 ρ, E, G の変化による表面波速度変化の膜厚依存性解析結果

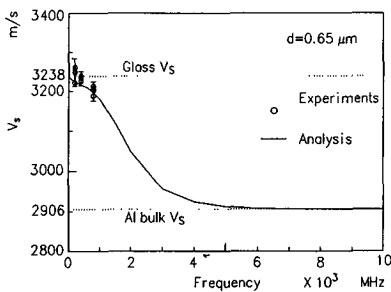


図9 バルク弾性係数による周波数依存性解析値と実測値の比較(膜厚 0.65 μm)

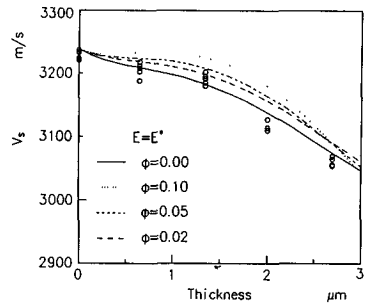


図12 等価介在物法に基づく弾性係数による膜厚依存性解析値と実測値の比較

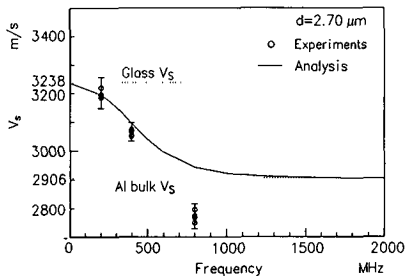


図10 バルク弾性係数による周波数依存性解析値と実測値の比較(膜厚 2.70 μm)

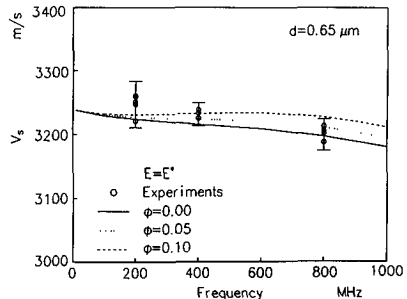


図13 等価介在物法に基づく弾性係数による周波数依存性解析値と実測値の比較(膜厚 0.65 μm)

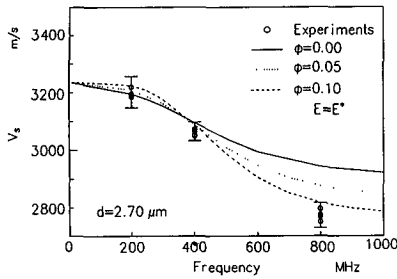


図 14 等価介在物法に基づく弾性係数による周波数依存性解析値と実測値の比較(膜厚 2.70 μm)

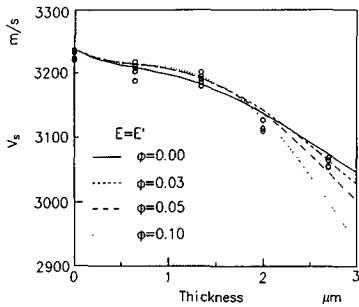


図 15 修正法に基づく弾性係数による膜厚依存性解析値と実測値の比較

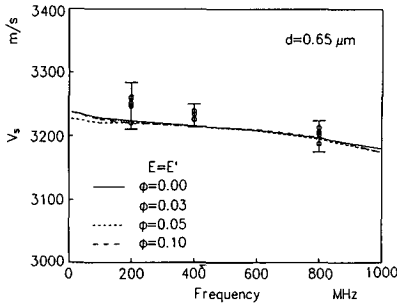


図 16 修正法に基づく弾性係数による周波数依存性解析値と実測値の比較(膜厚 0.65 μm)

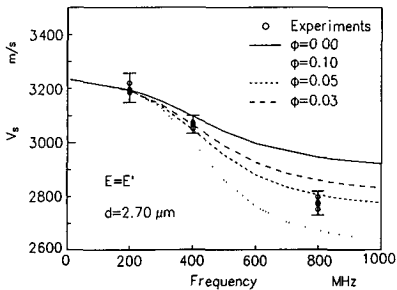


図 17 修正法に基づく弾性係数による周波数依存性解析値と実測値の比較(膜厚 2.70 μm)

値が若干大きくなっている。これは、等価介在物法で評価したボイドの影響よりもさらに弾性係数の低下が生じているためである。そこで、前述した異方性の影響 ξ [式(35)] を考慮するため、 ξ を以下のボイド率の関数として、解析した。

$$\xi = (1 - \phi) \dots \dots \dots (36)$$

式(36)に物理的背景はない。式(35)、(36)を用いて修正した E' 、 G' 、 ρ' ($\rho' = \rho^*$) を用いて解析結果と実測値を比較して図 15~17 に示す。また、解析に用いた弾性係数 E 、 G とボイド率の関係と密度 ρ とボイド率の関係を、ばねの並列問題と同様の方法で近似したフォークトモデルの結果 (E_v 、 G_v 、 ρ_v)、等価介在物法の結果 (E^* 、 G^* 、 ρ^*) および式(36)を用いて修正した結果 (E' 、 G' 、 ρ') を比較してそれぞれ図 18~20 に示す。図 15~17 の結果から、 $\phi = 0.05$ の解析値が実測値と非常によく一致している。この結果、図 18~20 の修正法の

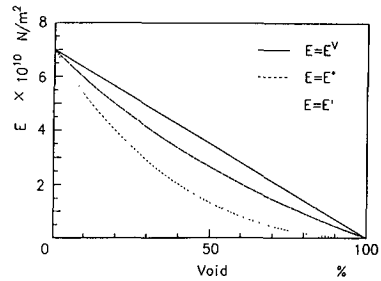


図 18 修正法に基づく E のボイド率による変化

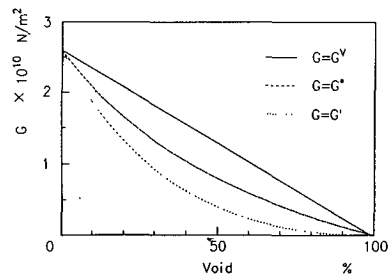


図 19 修正法に基づく G のボイド率による変化

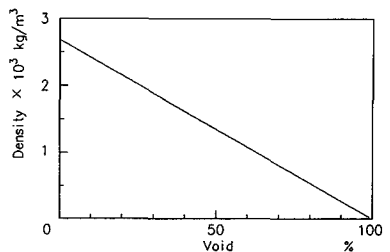


図 20 修正法に基づく ρ のボイド率による変化

結果から、アルミニウム薄膜はバルクよりも10%程度弾性係数が減少していることがわかる(アルミニウム薄膜: $E=62$ GPa, $G=23$ GPa, $\rho=2560$ kg/cm³)。

以上から、本手法の有効性が明らかとなった。ただし、逆解析手法は十分ではなく、今後検討する必要がある。また、基盤が異方性材料であるSi基盤では、速度ポテンシャルの式が異なるため、本手法をそのまま用いることができない。したがって、実用化には今後の詳細な研究が必要である。

5. 結 言

薄膜の弾性係数測定に試料表面の弾性的特性の定量的評価が可能な超音波顕微鏡を適用した。薄膜試験片に対して実測値と解析値を比較し、薄膜の弾性係数を測定する手法を開発し、実際に適用した。得られた結果を要約すれば以下のとおりである。

(1) 超音波顕微鏡の音速測定精度は、各種影響因子を考慮することで向上し、絶対精度 ±0.49% が得られた。

(2) 薄膜試験片では、音速の膜厚依存性、周波数依存性が実測され、これを用いて、薄膜の弾性係数を評価する手法を示した。

(3) アルミニウム薄膜弾性係数はバルク状態よりも10%程度減少した。

本研究の遂行に当たり、コマツの援助により試験片を作成していただいた。また、超音波顕微鏡に関しては、オリンパス光学工業(株)の宮坂千晶氏のご協力を得た。関係各位に謝意を表する。

付 録

マトリックス(弾性係数 C_{ijkl})中に弾性係数の異なる領域(弾性係数 C_{ijkl}^*)がある場合を考える。有限の物体の内部に eigen ひずみ e_{ij}^* を有する領域が一樣に多数分布しており、その体積含有率を ϕ とする。このとき、等価 eigen ひずみは以下の e_{ij}^* に関する9元一次方程式を解くことで得られる。

$$(1-\phi)(C_{pqmn}^* - C_{pqmn})T_{mnij}(\Omega)e_{ij}^* + \phi(C_{pqmn}^* - C_{pqmn})e_{mn}^* + C_{pqmn}e_{mn}^* = (C_{pqmn} - C_{pqmn}^*)e_{mn}^A \dots\dots\dots (37)$$

ここで、 $T_{mnij}(\Omega)$ は Eshelby のテンソルである。また、マトリックスだけの物体に一樣外力 P_i を負荷したときの一樣ひずみを e_{ij}^A 、一樣応力を σ_{ij}^A とする。ここでは、介在物はポイドなので、 C_{pqmn}^* を零として展開し、 $C_{1111}=C_{11}$, $C_{1122}=C_{12}=C_{1133}=C_{13}$ を用いると以下の関係式が得られる。

$$e_{11}^* = \frac{C_{11}e_{11}^A}{(1-\phi)(C_{11}-C_{11}T_{1111}-2C_{12}T_{3311})} \dots\dots (38)$$

$$e_{12}^* = \frac{e_{12}^A}{(1-\phi)(1-T_{1212})} \dots\dots\dots (39)$$

ポイドによる弾性エネルギー増分 ΔW は次式となる。

$$\Delta W = \frac{\phi\sigma_{ij}^A e_{mn}^*}{2} \dots\dots\dots (40)$$

マトリックスのコンプライアンスを S_{ijkl} とすると、均質なマトリックスに一樣な応力 σ_{ij}^A を負荷したときの弾性エネルギー W_0 は次式となる。

$$W_0 = \frac{S_{ijkl}\sigma_{ij}^A\sigma_{kl}^A}{2} \dots\dots\dots (41)$$

ポイド材の見掛けのコンプライアンス S_{ijkl}^* は次式で定義される。

$$W_0 + \Delta W = \frac{S_{ijkl}^*\sigma_{ij}^A\sigma_{kl}^A}{2} \dots\dots\dots (42)$$

工学弾性係数では、 $E=1/S_{11}=1/S_{1111}$, $G=1/S_{66}=1/4S_{1212}$ であるから、式(38)~(42)から、 E^* , G^* が式(32), (33)で得られる。

文 献

- (1) 神林・ほか3名, SDM 88-166, (1989), 33, 電子情報通信学会.
- (2) 田畑・杉山・五十嵐, 日本機械学会第3回計算力学講演論文集, No. 900-69(1990-10), 111.
- (3) 金原, 「薄膜ハンドブック」, (1983), 327, オーム社.
- (4) 山田・尾田・久保田, 日本機械学会材料力学講演会講演論文集, No. 910-71(1991-11), 161.
- (5) 御子柴・生嶋編, 「超音波スペクトロスコープ[応用編]」, (1990), 147, 培風館.
- (6) Brekhovskikh, L. M., WAVES IN LAYERED MEDEIA, (1980), 1, Academic Press.
- (7) 十文字・富川, 望月, 「固体振動論の基礎」, (1982), 45, オーム社.
- (8) 比企, 「弾性・非弾性」, (1972), 73, 共立出版社.
- (9) 荒居・ほか2名, 機論, 51-471, A(1985), 2544.
- (10) Eshelby, J. D., Proc. R. Soc. London, A, 241(1957), 376.
- (11) Eshelby, J. D., Proc. R. Soc. London, A, 252(1959), 561.
- (12) Mura, T., Micromechanics of defects in solid, (1982), 74, Martinus Nijhoff Publishers.