

セラミックス/金属接合残留応力の 有限要素解析の基礎的検討*

(残留応力の弾塑性特異性に及ぼす中間層の厚さの影響)

佐藤 拓哉*¹, 小林 英男*², 荒居 善雄*³

Finite-Element Analysis of Residual Stresses of Ceramic/Metal Joint (Size Effects of Interlayer on Elastic-Plastic Singularity of Residual Stresses)

Takuya SATO, Hideo KOBAYASHI and Yoshio ARAI

In general, a very thin metal with low yield strength is inserted into a ceramic/metal joint as an interlayer to reduce the residual stresses. A two-dimensional finite-element analysis was performed to study the effect of the thickness of the interlayer on an elastic-plastic singularity of residual stresses in the ceramic/metal joint. The yielding of the interlayer caused the change of the singularity. In the case of the joint with a relatively thick interlayer, the exponent of the elastic-plastic singularity depends on only the elastic-plastic properties of the materials. When the interlayer is very thin, however, the exponent depends on not only the elastic-plastic properties but also the thickness of the interlayer. This elastic-plastic singularity can be approximately estimated by a simplified elastic-plastic analysis.

Key Words: Stress Analysis, Elastic-Plastic Behavior, Ceramic/Metal Joint, Residual Stress Stress Singularity, Finite-Element Analysis

1. 緒 言

セラミックスの優れた特性を構造材料として活用する方法として、金属との接合が試みられている。セラミックス/金属接合材の強度を支配する力学因子として、熱膨張係数、弾性係数の差異に起因する接合残留応力が重要である⁽¹⁾。接合残留応力の大きさと分布については、X線などによる実測と有限要素法による解析の両面から、多くの研究が行われている^{(2)~(6)}。接合界面の自由端に発生する応力の特異性に関して、弾性解析^{(7)~(11)}、弾塑性解析⁽¹²⁾および強度評価への適用が行われている⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾。しかし、セラミックス/中間層/金属の三層構造における中間層の弾塑性挙動を考慮した応力特異性の研究はない。著者らは、セラミックス側が弾性、金属側が弾塑性の場合のセラミックス側の応力特異性を弾塑性特異性と定義して、接合残留応力について検討し、中間層の隆伏によって残留応力の特異応力場の強さと全体的な分布は低下するが、特異性の

指数は大きくなること、中間層の弾塑性特性を割線剛性法によって近似した簡易弾塑性モデルを用いて、残留応力の弾塑性特異性を評価できることを示した⁽¹⁵⁾。

本研究では、銅を中間層としてセラミックス(Si_3N_4)と炭素鋼(S 45 C)を接合した場合の接合残留応力を、有限要素法による二次元弾性および弾塑性解析によって調べ、セラミックス側の接合残留応力の弾塑性特異性に及ぼす中間層の厚さ影響について検討した。また、著者らが提案した簡易弾塑性解析によって、この弾塑性特異性を簡便に、精度よく評価できることを示した。

2. 応力特異場パラメータ

接合材の接合界面近傍を起点とする破壊に最も関係するのは、 x 方向(接合界面垂直方向)残留応力 σ_x であるので⁽¹⁶⁾、 x 方向残留応力に着目する。

弾性特性の異なる二つの半無限板の接合界面において、残留応力の弾性特異性は負荷応力の場合と同様に、理論的に得られている⁽¹⁷⁾。図1に示すように、異種材料が自由表面に垂直な界面で完全に接合されている場合、接合界面と端面(自由表面)の交点S(x, y 座標の原点0)が応力特異点となり、端面に沿う x 方向残留

* 平成3年11月2日 材料力学講演会において講演、原稿受付 平成3年9月4日。

*¹ 正員、日揮(株)(〒232 横浜市南区別所 1-14-1)。

*² 正員、東京工業大学工学部(〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。

*³ 正員、埼玉大学工学部(〒338 浦和市下大久保 255)。

応力の分布は次式で表示される^{(7)~(9)(14)}。

$$\sigma_x = K/x^\lambda \dots\dots\dots(1)$$

ここで、

σ_x : x 方向残留応力 MPa

x : 端面に沿った特異点からの距離 mm

K : 応力特異場の強さ

λ : 特異性の指数

であり、 K と λ は被接合材料の縦弾性係数 E_1, E_2 , ポアソン比 ν_1, ν_2 に依存する。特異性の指数 λ は、界面連続条件と自由境界の境界条件から得られる特性方程式の解である⁽⁷⁾。

接合界面の応力特異性は、き裂先端の応力特異性と同様に、大規模降伏ならば弾塑性特異性が問題にされる。銅を中間層としたセラミックス/金属接合材の場合、接合工程と負荷のいずれに際しても、基本的にはセラミックスは塑性変形(降伏)しないが、中間層は接合界面に沿って全断面降伏(大規模降伏)する。この場合、セラミックス側の特異応力場は、中間層の降伏の影響を強く受け、弾塑性特異性(セラミックス側が弾性、中間層が弾塑性、金属が弾性である三層構造のセラミックス側の応力特異性)が問題となる⁽¹⁵⁾。

3. 解析方法

銅を中間層としたセラミックス(Si_3N_4)と炭素鋼(S45C)の活性金属法による接合を対象とする。この接合は高温で行われるが、高温ではロウ材が強度を持たないので、セラミックス、金属ともに自由に變形し、

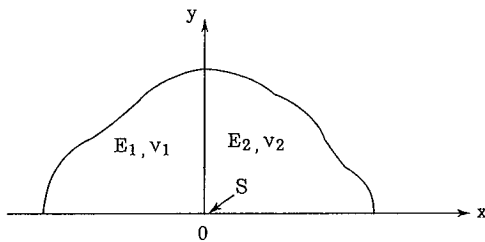


図1 接合界面の力学モデル

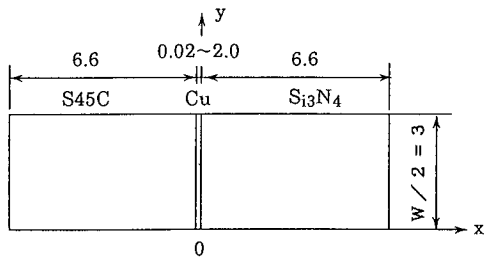


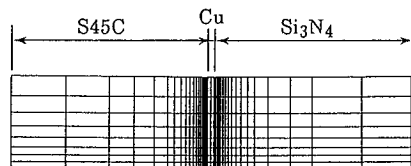
図2 解析モデル

応力は生じない。ここでは、ロウ材が強度を持ち始める温度を 800 K とし⁽¹⁾、この温度から 300 K (室温)までゆっくり冷却した場合について、汎用構造解析プログラム MARC を用いて、弾塑性応力解析を行った。なお、ロウ材は非常に薄く、塑性拘束が大きいので、銅、セラミックスあるいは炭素鋼と同一の変形をすると思なすことができる。したがって、解析モデルにはロウ材を含めない。この場合、銅の材料特性、特に弾塑性特性はロウ材の弾塑性特性を含むと解釈する。

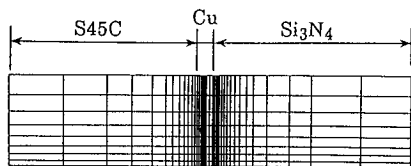
解析モデルの形状、寸法を図2に、中間層の厚さを表1に示す。セラミックスと銅の接合界面を y 軸、接合材端面を x 軸に座標軸を定めた。対称性を考慮して 1/2 モデルとした。要素分割を図3に示す。モデル EP002~EP020, SP002~SP020 は、図3(a)に示すように、中間層を厚さ方向に2分割とし、要素の厚さを変化させた。モデル EP050~EPDIR, SP050~SPDIR は、モデルの寸法と要素分割はモデル EP020 と同一とし、図3(b)に示すように、中間

表1 中間層の厚さ

Model No.	Thickness	Type of model
EP002	0.02 mm	Elastic-plastic model
EP004	0.04 mm	Elastic-plastic model
EP006	0.06 mm	Elastic-plastic model
EP010	0.10 mm	Elastic-plastic model
EP020	0.20 mm	Elastic-plastic model
EP050	0.50 mm	Elastic-plastic model
EP200	2.00 mm	Elastic-plastic model
EPDIR	Direct	Elastic-plastic model
SP002	0.02 mm	Simplified plastic model
SP004	0.04 mm	Simplified plastic model
SP006	0.06 mm	Simplified plastic model
SP010	0.10 mm	Simplified plastic model
SP020	0.20 mm	Simplified plastic model
SP050	0.50 mm	Simplified plastic model
SP200	2.00 mm	Simplified plastic model
SPDIR	Direct	Simplified plastic model



(a) モデル EP002~EP020 およびモデル SP002~SP020



(b) モデル EP050, SP050

図3 要素分割

層の厚さの範囲の要素に銅の材料特性を与えた。要素数は320、節点数は1057である。解析は平面応力状態を仮定し、8節点アイソパラメトリック要素を用いた。

モデルEPDIR, SPDIRはセラミックスと銅の直接接合(中間層が極端に厚い場合に相当)である。モデルEP002~EPDIRは中間層の銅を線形硬化弾塑性体としたものである。モデルSP002~SPDIRは、セラミックスと炭素鋼の熱膨張差から求めたせん断ひずみに基づき、銅の弾塑性特性を割線剛性法によって近似した簡易弾塑性モデルであり、次式で表示される銅の見かけ上の縦弾性係数を用いて弾性解析を行う⁽¹⁵⁾。

$$E' = \sqrt{3/2} \cdot \sigma_y d / (\alpha_s - \alpha_c) \Delta T y' + H' \dots\dots\dots (2)$$

ここで、

- σ_y : 銅の降伏点 MPa
- H' : 銅の線形硬化のひずみ硬化係数 MPa
- d : 銅の厚さ mm
- α_c : セラミックスの熱膨張係数 /K
- α_s : 炭素鋼の熱膨張係数 /K
- ΔT : 接合後の温度変化 K
- y' : 接合材の中央からの距離 mm
= $W/2 - y$
- y : 接合材の端面からの距離 mm
- W : 接合材の幅 mm

である。ただし、モデルSP200, SPDIRの見かけ上の縦弾性係数は、中間層の厚さを0.5mmと仮定して決めた値を用いた。

各材料の材料特性を表2に示す。接合時の温度条件は、800Kから300K(室温)に一樣に降下させた。したがって、解析に際して、縦弾性係数は300Kにおける値を用いた。温度が800Kから300Kまで変化した場合の熱ひずみは、逆に800Kから300Kまで変化した場合と絶対値が等しいので、熱膨張係数は800Kにおける値を用いた。降伏点と線形硬化のひずみ硬化係

数は温度によらず一定とした。

4. 解析結果

接合材の接合界面近傍を起点とする破壊に最も関係するx方向残留応力 σ_x について、解析結果を示す。中間層の厚さの異なる弾塑性モデルEP006(厚さ0.06mm), EP020(厚さ0.2mm), EP200(厚さ2.00mm)のx方向残留応力 σ_x と相当塑性ひずみ(ミーゼスの相当塑性ひずみ) ϵ^p の分布を図4~6に示す。中間層の薄いモデルEP006の場合[図4(a)], x方向残留応力は接合界面近傍、かつ自由表面(端面)近傍に集中し、セラミックス側で引張り、炭素鋼側で圧縮となっている。中間層の降伏は、図4(b)に示すように、中間層/セラミックス接合界面全面、かつ厚さ全体にわたって生じており、相当塑性ひずみは端面近傍に集中している。モデルEP020[図5(a)および(b)]も、定性的に同様な分布を示している。モデルEP002, EP004, EP010, EP050の結果は省略するが、定性的にモデルEP006, EP020と同様な分布であった。

一方、中間層が厚いモデルEP200は定性的にも異なる分布となっている。例えば、端面近傍のx方向残留応力は、図6(a)に示すように、セラミックス側だけでなく、炭素鋼側でも引張りとなっている(ただし、中間層と炭素鋼の接合界面近傍は要素分割が粗いので、この領域の計算精度は悪い)。また、中間層の降伏は、図6(b)に示すように、中間層/セラミックス接合

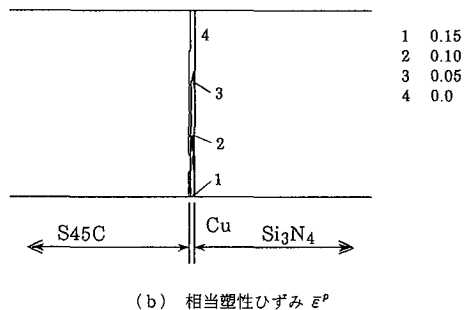
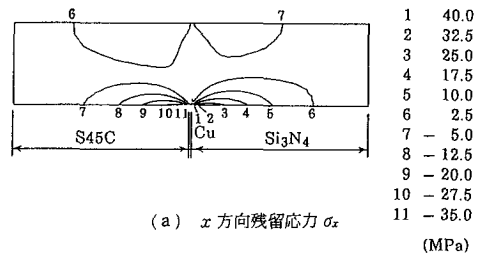


図4 x方向残留応力 σ_x および相当塑性ひずみ ϵ^p の分布(モデルEP006)

表2 材料特性

	Temp	Si ₃ N ₄	Cu	S45C
E (GPa)	300 K	304	108	206
	800 K	304	83	188
ν	300 K	0.27	0.33	0.3
	800 K	0.27	0.33	0.3
σ_y (MPa)	300 K	--	20	--
	800 K	--	20	--
H' (MPa)	300 K	--	84	--
	800 K	--	84	--
α (x10 ⁻⁶)	300 K	3.0	17.7	12.0
	800 K	3.0	21.0	14.0

界面全面にわたって生じているものの、厚さ方向には接合界面近傍に限られ、中間層と炭素鋼の接合界面近傍ではほとんど生じていない。したがって、モデル EP 200 は、銅を中間層とした接合材というより、セラミックス/銅/炭素鋼の 3 種類の材料の直接接合とみなすことができる。

強度上問題となるのはセラミックス側の応力なの

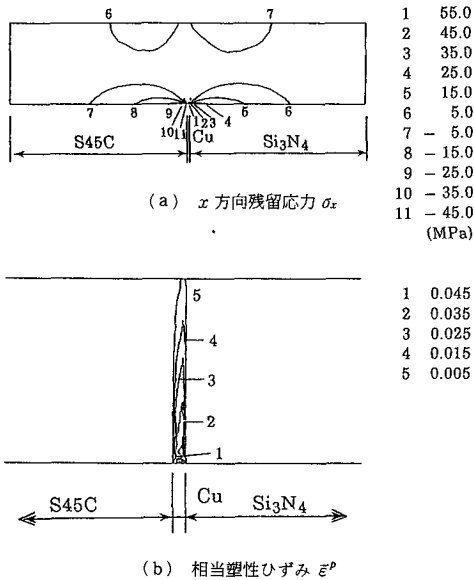


図 5 x 方向残留応力 σ_x および相当塑性ひずみ ϵ^p の分布 (モデル EP 020)

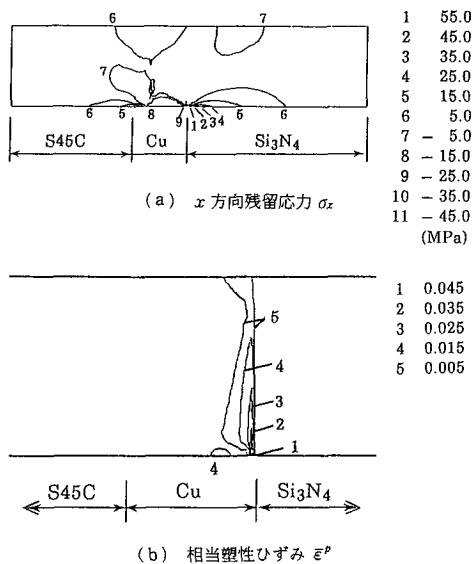


図 6 x 方向残留応力 σ_x および相当塑性ひずみ ϵ^p の分布 (モデル EP 200)

で、以下ではセラミックス側についての結果を示す。

各弾塑性モデルの x 方向残留応力の端面に沿った分布を図 7 に示す。中間層が極端に薄いモデルを除いて、応力分布はほぼ一致する。セラミックス側の接合界面の近傍の分布を詳細に見ると、モデルによって応力こう配に差があることがわかる。

図 7 の結果を両対数線図上に表示して図 8 に示す。応力は接合界面に近づくに伴い、最大値を示してからわずかに低下している。この場合、応力は端面近傍におけるガウス積分点 ($y=0.0205$ mm) で評価しており、計算結果から端面に沿った x 方向残留応力の特異応力場の特性 (特異性の指数と強さ) を同時に評価できる利点を持つ。しかし、特異点 (接合界面と端面の交点, $x=0, y=0$) の極近傍では特異応力場の特性を正確に表すことはできない。接合界面の極近傍の応力の低下はこの問題に起因する現象である。したがって、以下では最大値を示す位置 (モデル EP 002 は $x>0.3$ mm, EP 004 は $x>0.2$ mm, EP 006 は $x>0.1$ mm, それ以外のモデルは $x>0.07$ mm) までの応力分布を検討の対象とする。

図 8 に示すように、接合界面近傍 ($x<約 0.3$ mm) では、モデルによって最大応力の近傍の応力こう配が

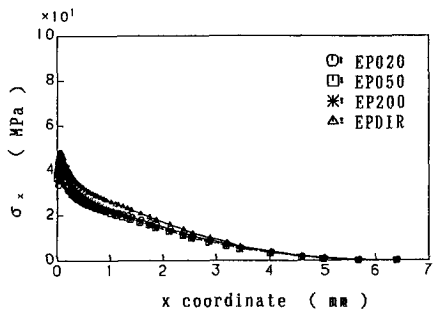
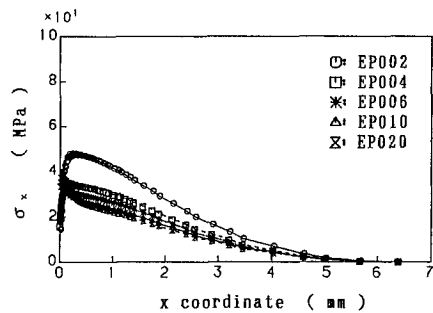


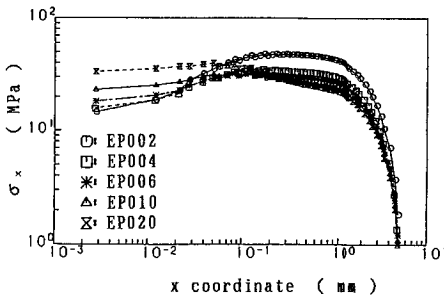
図 7 セラミックス側の端面に沿う x 方向残留応力 σ_x の分布 (弾塑性解析)

異なる。中間層が極端に薄い場合(モデル EP 002), こう配は最も小さく, 中間層厚さの増加に伴いこう配が増加する。しかし, 厚さ 0.2 mm 以上ではほぼ一定値となる。

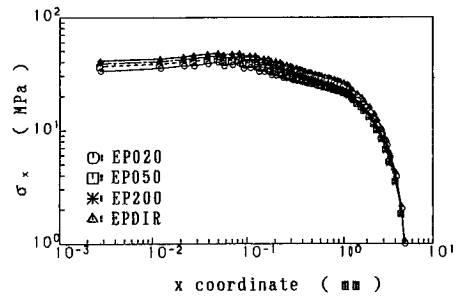
中間層の厚さを 0.06, 0.20, 2.0 mm とした場合とセラミックスと炭素鋼を直接接合した場合の x 方向残留応力について, 弾塑性解析の結果(モデル EP 006, EP 020, EP 200, EPDIR)と簡易弾塑性解析の結果(モデル SP 006, SP 020, SP 200, SPDIR)を比較して図 9 に示す。モデルによっては, 簡易弾塑性解析による応力が多少小さめとなっているが, 応力の分布形はよく一致している。図中の直線のこう配は, 弾塑性解析

の結果から最小二乗法により求めた最大応力近傍のこう配 λ_1 と, セラミックスと見かけ上の縦弾性係数 [式 (2)] を持つ銅の組合せに対する弾塑性特異性の指数の理論解 λ_2 である。傾き λ_1 の直線と比較するために, 傾き λ_2 の直線も最大応力の点を通る直線とした。中間層が極端に薄い場合(モデル EP 006), λ_1 と λ_2 は一致しないが, 中間層が極端に薄くない場合(モデル EP 020, EP 200, EPDIR), 両者はよく一致する。

中間層の厚さと弾塑性特異性の関係を図 10 に示す。 λ_1 は中間層が厚くなるとともに増加し, 厚さ 0.2 mm 以上ではほぼ一定値となる。一方, λ_2 は中間層の厚さにほとんど影響されず, ほぼ一定値となる。

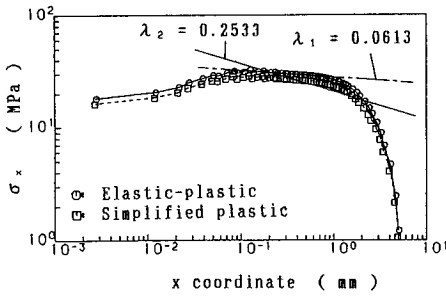


(a) モデル EP 002~EP 020

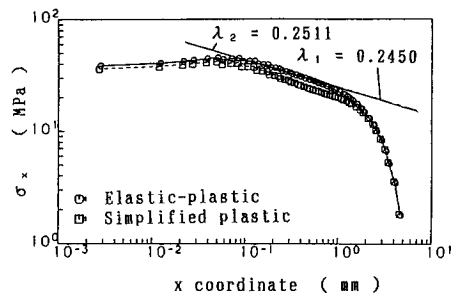


(b) モデル EP 020~EPDIR

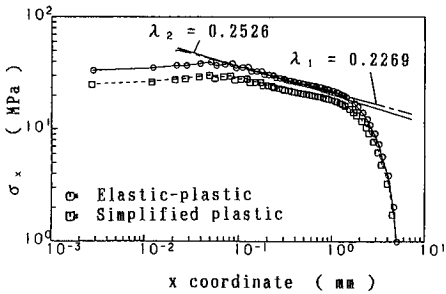
図 8 セラミックス側の端面に沿う x 方向残留応力 σ_x の分布の対数表示 (弾塑性解析)



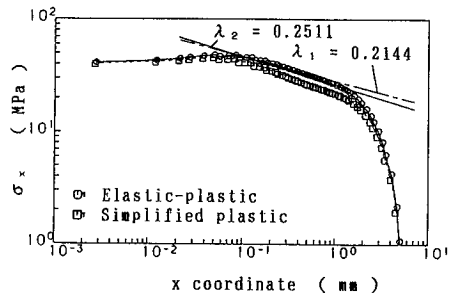
(a) モデル EP 006, SP 006



(c) モデル EP 200, SP 200



(b) モデル EP 020, SP 020



(d) モデル EPDIR, SPDIR

図 9 x 方向残留応力 σ_x の弾塑性特異性

5. 考 察

図7によれば、中間層が極めて薄い場合（モデル EP 002）を除いて、セラミックス側の端面に沿う x 方向残留応力分布は、接合界面の近傍を除いて、ほぼ一義的に表示できる（中間層の厚さに無関係に分布形が決まる）。接合界面近傍の分布は中間層の厚さの影響を受ける。この影響は、中間層の銅が降伏し、剛性（あるいは見かけ上の縦弾性係数）が炭素鋼の縦弾性係数と比較して極端に小さくなるため、セラミックス側の x 方向残留応力の弾塑性応力特異性に、炭素鋼の縦弾性係数の影響が現れることによると考えられる。したがって、影響の程度は中間層の厚さに依存し、薄い程影響が大きい。中間層が極めて薄い場合は影響が顕著に現れ、接合界面から離れた領域の残留応力分布も影響を受ける。

図10によれば、弾塑性解析に基づく弾塑性特異性の指数 λ は、中間層が厚くなるに従って大きくなり、厚さ 0.2 mm 以上でほぼ一定値となっている。この傾向は、銅の弾塑性特性を割線剛性法によって近似した簡易弾塑性解析でも同様である。一方、簡易弾塑性モデルの見かけ上の縦弾性係数を用いて理論的に求めた弾塑性特異性の指数 λ_2 は、中間層の厚さに無関係にほぼ一定値である。この傾向の違いについて考察する。

セラミックス側の x 方向残留応力が弾塑性特異性を示すのは接合界面から 0.3~0.5 mm 程度の領域であり、 x 座標を接合材の幅 W (=6 mm) で正規化すると、 $x/W=0.05\sim 0.08$ である。弾塑性特異性が支配的な領域の大きさを $x/W=0.08$ と仮定し、それぞれのモデルについてその領域を描くと、図11のようになる。

図11(a)のように中間層が薄い場合（モデル EP 002, EP 004, EP 006）、弾塑性特異性が銅の弾塑性特性によって一義的に決まらない。セラミックスと

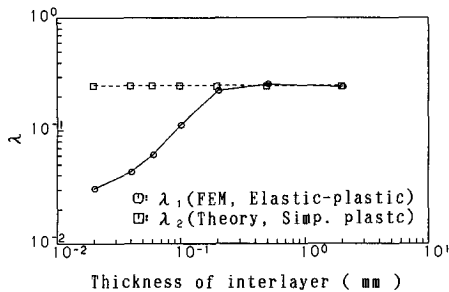
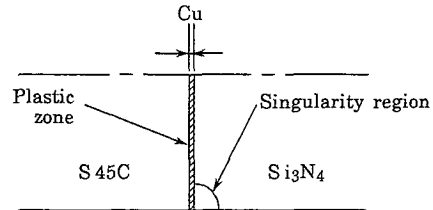


図10 x 方向残留応力 σ_x の弾塑性特異性の指数に及ぼす中間層の厚さの影響

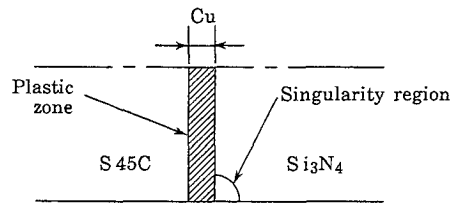
炭素鋼（弾性体を仮定）の直接接合の場合、弾塑性特異性の指数は小さい値となることから⁽¹⁵⁾、中間層が薄い場合、炭素鋼の弾塑性特性の影響により弾塑性特異性の指数が小さい値となると考えられる。その影響は中間層が薄いほど大きく、厚さの増加に伴い減少する。これが中間層が厚くなるに従って弾塑性特異性の指数が大きくなる理由と考えられる。

図11(b)のように、弾塑性特異性が支配的な領域の大きさと中間層の厚さが同程度の場合（モデル EP 010, EP 020, EP 050）、弾塑性特異性は銅の弾塑性特性によって一義的に決まり、弾塑性特異性の指数は中間層の厚さに対して不敏感となる。

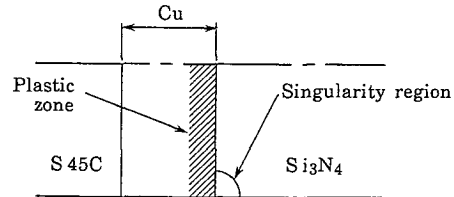
図11(c)のように中間層が厚い場合（モデル EP 200）には、銅の塑性変形はセラミックスの接合界面側に集中し、中間層の厚さ全体にわたらない。そして、塑性域の厚さは中間層の厚さに依存しない。したがって、弾塑性特異性は銅の弾塑性特性によって一義的に決まり、特異性の指数は中間層の厚さに依存しないと考えられる。すなわち、中間層がある程度（この場合 $x/W=0.05$ 程度）厚くなると、残留応力の緩和効果



(a) 弾塑性特異性が支配的な領域に対して中間層が薄い場合



(b) 弾塑性特異性が支配的な領域と中間層が同程度の場合



(c) 弾塑性特異性が支配的な領域に対して中間層が厚い場合

図11 弾塑性特異性が支配的な領域の大きさと中間層の厚さの関係

が飽和すると考えられる。

図9に示すように、中間層の厚さによらず、銅の弾塑性特性を割線剛性法によって近似した簡易弾塑性モデルを用いて、セラミックス側の残留応力分布を簡便に、精度よく評価できる。ただし、弾塑性特異性が支配的となる領域の大きさに対して中間層が厚い場合には、図12に示すように、その領域の大きさ程度の範囲のみが塑性変形し、セラミックスと炭素鋼の収縮量の差をすべてその範囲で吸収するものと仮定した簡易弾塑性モデルによって、近似的に弾塑性特異性を評価できる。

6. 結 論

本研究では、銅を中間層としてセラミックス(Si_3N_4)と炭素鋼(S45C)を接合した場合の接合残留応力を、有限要素法による二次元弾塑性解析によって調べ、セラミックス側の接合残留応力の弾塑性特異性に及ぼす中間層の厚さの影響について検討した。得られた結果を要約すれば、以下のとおりである。

(1) 中間層が極端に薄い場合を除いて、接合界面近傍以外のセラミックス側の x 方向接合残留応力分布はほぼ一義的に表示できる(中間層の厚さに無関係に分布形が決まる)。

(2) 弾塑性特異性が支配的な領域の大きさと比較して中間層が薄い場合、弾塑性特異性は銅の弾塑性特性によって一義的に決まらず、炭素鋼の弾塑性特性の影響を受ける。その影響は中間層が厚くなるに従って小さくなる。

(3) 弾塑性特異性が支配的な領域の大きさと比較して中間層が同程度か厚い場合、弾塑性特異性は銅の弾塑性特性によって一義的に決まり、特異性の指数は中間層の厚さに対して不敏感となる。

(4) 弾塑性特異性が支配的な領域の大きさと比較して中間層が厚い場合、銅の塑性変形はセラミックス

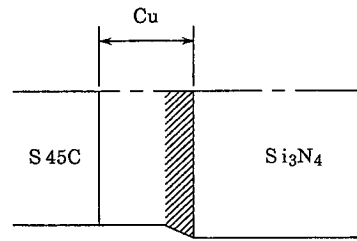


図12 弾塑性特異性が支配的な領域に対して中間層が厚い場合の簡易弾塑性モデル

との接合界面側に集中し、中間層の厚さ全体にわたらない。そして、塑性域の厚さは中間層の厚さに依存しない。これが上記(3)の理由と考えられる。

(5) 中間層の厚さを変化させた場合についても、銅の弾塑性特性を割線剛性法によって近似した簡易弾塑性モデルを用いて、セラミックス側の接合残留応力分布を簡便に、精度よく評価できる。

文 献

- (1) 小林・荒居・中村・中村, 機論, 55-512, A (1989), 750.
- (2) 佐藤・小林・荒居, 圧力技術, 29-4 (1991), 46.
- (3) 佐藤・小林・荒居, 機論, 57-540, A (1991), 1801.
- (4) 古口・加屋・矢田, 機論, 56-520, A (1989), 2527.
- (5) 栗田・井原・佐藤・斎藤・福沢・田中, 機論, 56-524, A (1990), 978.
- (6) 中尾・西本・才田・中村・堅田, 溶接学会論文集, 7-2 (1989), 275.
- (7) Williams, M. L., *Trans. ASME*, 74 (1952), 526.
- (8) Bogy, D. B., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 35 (1968), 460.
- (9) 笠野・松本, 接着協会誌, 21-9 (1985), 373.
- (10) 久保・大路, 機論, 57-535, A (1991), 632.
- (11) 平島・浜野・広瀬・木村, 文献(10)の637ページ.
- (12) 古口・金子・熊倉・矢田, 機論, 57-537, A (1991), 1175.
- (13) 須賀, 金属学会報, 25-5 (1986), 419.
- (14) 服部・坂田・初田・村上, 機論, 54-499, A (1988), 597.
- (15) 佐藤・小林・荒居, 機論, 57-543, A (1991), 2702.
- (16) 小林・荒居・長島, 材料, 40-453 (1991).
- (17) Blanchard, J. P. and Ghonem, N. M., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 56 (1989), 756.