

## 自由曲線を有する板の外周研削に関する基礎的研究\*

佐藤 周治\*<sup>1</sup>, 大滝 英征\*<sup>2</sup>, 石川 義雄\*<sup>2</sup>

## A Basic Study of Grinding Mechanism on a Template of Arbitrary Contour

Syuji SATO, Hideyuki OHTAKI, and Yosio ISHIKAWA

A wheel, when secured to the spin axis of the gyroscope, exerts a force on the workpiece and tracks the contour of the workpiece due to the gyroscopic effect. If a workpiece is used as a template, the force will provide the necessary cutting force of the grinding operation. The conditions for the grinding are influenced by many factors including the template geometry and the normal and tangential reactions at the point of contact. This report examines the mathematical model governing the mechanism of gyrogrinding and proven optimal conditions for continuous grinding with no dynamic shattering of the template.

**Key Words:** Machine Element, Gyroscopic Effect, Tracking, Grinding, Template

## 1. ま え が き

ジンバルによって支持されたロータの回転軸を延長して、その先端を任意形状の物体に接触させると、先端は物体の形状に沿って移動する。いわゆるトラッキング現象が見られる。このトラッキング時には回転軸の先端はロータのジャイロ効果により、かなりの押付け力を持って物体に接触している。そこでこの回転軸の先端に別途加工用の回転工具を取付け、その回転条件を適切に設定してやれば、自由曲線とか自由曲面によって構成される物体の表面をトラッキングしながら研削などの加工を施すことができるものと考えられる。

本研究ではトラッキング時の物体と回転工具との接触状況や、接触荷重などを理論解析するとともに実験的にも把握し、加工への適用の可能性について検討した。

本報で使用した主な記号は以下のとおりである。

$(X, Y, Z), (x, y, z)$ : 図 1 中に示した座標

$(\theta, \phi, \psi)$ : ロータの回転軸の方向角

$Z, k, j$ :  $Z, z, y$  軸方向の単位ベクトル

$M_x, M_y, M_z$ :  $x, y, z$  軸回りのモーメント

$I$ : ロータの慣性モーメント

$I_o$ : ロータの  $x$  軸および  $y$  軸回りの慣性モーメント

$I_s$ : 回転軸の  $x$  軸および  $y$  軸回りの慣性モーメント

$\dot{\phi}_o$ : 回転軸先端部の角速度

$L_{op}$ : 図 1 中の寸法

$F$ : 回転軸と物体との接触荷重

$m_s$ : 回転軸の質量

$L_s$ : 回転軸の長さ

$D$ : 円弧の直径

$d$ : 回転軸の直径

$$r = \frac{d}{d+D}$$

## 2. トラッキングの理論解析

図 1 は、本研究で試作したトラッキング機構の原理を模式的に示したもので、ロータの重心を互いに直交した 2 方向に揺動する十字継手により支持し、ロータ側に固定された回転軸を延長した構造をしている。いま、この運動特性を検討してみる。

\* 昭和 63 年 9 月 30 日 北陸信越支部信越地方講演会において講演、原稿受付 昭和 63 年 3 月 22 日。

\*<sup>1</sup> 学生員、埼玉大学工学部 (〒338 浦和市下大久保 255)。

\*<sup>2</sup> 正員、埼玉大学工学部。

図1のようにロータ中心を原点とした座標軸(X, Y, Z)をとり、次いでロータに固定した座標(x, y, z)をとり回転軸の方向をz軸、Z軸に直交する方向をx軸となるように選ぶ。

いま、ロータの回転軸の方向角を(θ, φ, ψ)とすると、ロータの角速度ωは、

$$\omega = \dot{\phi}Z + \dot{\theta}j + \dot{\psi}k \dots\dots\dots(1)$$

と表される。Zは、

$$Z = -\sin \theta i + \cos \theta k \dots\dots\dots(2)$$

で表されることを考慮すると、式(1)は、

$$\omega = -\dot{\phi} \sin \theta i + \dot{\theta}j + (\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta)k \dots\dots(3)$$

と書き改められる。

ここで、ωの成分のそれぞれにx, y, z軸まわりのロータの慣性モーメントを乗ずると角運動量Hが得られる。

$$H = -I_o \dot{\phi} \sin \theta i + I_o \dot{\theta}j + I(\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta)k \dots\dots\dots(4)$$

この角運動量Hは式(5)で示される角速度Ωを持つ。

$$\Omega = \dot{\phi}Z + \dot{\theta}j = -\dot{\phi} \sin \theta i + \dot{\theta}j + \dot{\phi} \cos \theta k \dots\dots\dots(5)$$

そこでいま、回転に関する運動方程式

$$M_o = \frac{\delta H_o}{\delta t} + (\Omega \times H_o) \dots\dots\dots(6)$$

に式(4)、(5)を代入すると、式(7)~(9)によりM<sub>x</sub>, M<sub>y</sub>, M<sub>z</sub>が得られる。

$$M_x = -I_x(\dot{\phi} \sin \theta + 2\dot{\theta}\dot{\phi} \cos \theta) + I\dot{\theta}(\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta) \dots\dots\dots(7)$$

$$M_y = I_x(\ddot{\theta} - \dot{\phi}^2 \sin \theta \cos \theta)$$

$$+ I\dot{\phi} \sin \theta (\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta) \dots\dots\dots(8)$$

$$M_z = I \frac{d}{dt}(\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta) \dots\dots\dots(9)$$

θは図1にも示したように物体の幾何学的形状と回転軸との位置関係とで決まる角度で、ロータに取付けた軸先端が回転しながら物体表面を転がることにより生じる。このθの時間的变化によるθ̇, θ̈によってM<sub>x</sub>, M<sub>y</sub>, M<sub>z</sub>が生じることになるわけであるが、結局これが物体と回転軸との押付け力を発生させ常に接触を維持させる。

θ等の方向角はトラッキングさせる物体の形状寸法により異なるので、ここでは次の二つの場合を例にとってトラッキングの速度と接触荷重との関係を検討してみる。

(i) 円弧の外周に沿ってのトラッキング；

外周の一部に円弧を有する板をトラッキングさせる場合を検討する。その際はZ軸に直角となるように設置されているものとする。回転軸の先端部は回転数のみを独立に変化させる機構とし、物体外周を定回転で転がりながら移動するものとする。その場合には、

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= \text{const.} \\ \dot{\phi} &= \frac{d}{D+d} \dot{\psi}_o \\ \ddot{\phi} &= 0, \quad \ddot{\psi} = 0, \quad \ddot{\theta} = \dot{\theta} = 0 \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

となる。式(9)に代入すると回転軸先端にはM<sub>y</sub>しか発生せず

$$M_y = -I_x \dot{\phi}^2 \cos \theta \sin \theta + I\dot{\phi} \sin \theta (\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta) \dots\dots\dots(11)$$

これより、物体との接触荷重Fは、

$$\begin{aligned} F &= -\frac{M_y}{L_{op}} \\ &= -\frac{1}{L_{op}}(I_x + I_o - I) \sin \theta \cos \theta r^2 \dot{\phi}_o^2 \\ &\quad + \frac{1}{L_{op}} I r \sin \theta \dot{\psi}_o + \frac{1}{2} m_s g \sin \theta \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

図2は式(12)により接触荷重を求めた結果を示したものである。回転数に対して2次関数的に増大することがわかる。

(ii) 直線に沿ってのトラッキング；

図3のように直線とロータ中心を通る平面が鉛直方向とαだけ傾いている場合を考える。この場合には式(7)~(9)で与えられるモーメントのほかに軸に働く重力によるx軸まわりのモーメントを併せ考える必要がある。前者は、

$$\dot{\phi} = \ddot{\phi} = 0, \quad \dot{\psi} = 0 \dots\dots\dots(13)$$

となることより、

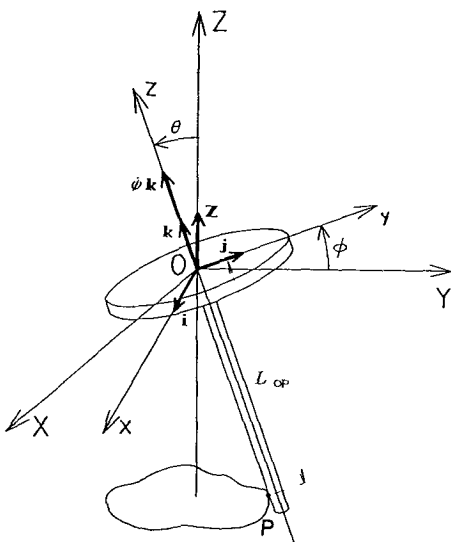


図1 トラッキング機構の原理

$$M_x' = I\dot{\theta}\dot{\psi}$$

後者は

$$M_x'' = \frac{1}{2} m_s g \sin \alpha \cos \theta L_s$$

で与えられる。よって、 $x$  軸回りのモーメントは

$$M_x = I\dot{\theta}\dot{\psi} + \frac{1}{2} m_s g \sin \alpha \cos \theta L_s \dots\dots\dots(14)$$

ここでロータ中心と直線との距離を  $l_0$  とすると、接触点とロータ中心の距離  $l_{op}$  は、

$$l_{op} = \frac{l_0}{\cos \theta} \dots\dots\dots(15)$$

となる。また  $\dot{\theta}$  は、

$$\dot{\theta} = \frac{d}{2l_0} \dot{\psi} \cos \theta \dots\dots\dots(16)$$

で与えられる。

以上より、物体との接触荷重は、

$$F = \frac{d}{16} I \dot{\psi} \dot{\psi}' \cos^2 \theta + \frac{1}{2} m_s g \sin \alpha \cos \theta \dots\dots(17)$$

図4は、式(17)により接触荷重を求めた結果を示したものである。

### 3. 実験装置

図5は、実験に使用したトラッキング機構を示したものである。ロータは主軸上端のプーリ、Vベルトを介してモータにより駆動され、直交する2方向に自在に揺動する十字継手を介して駆動軸に取付けられている。ロータにはロータの回転とは独立に回転軸に回転を与えることができるような補助回転装置が取付けてある。この補助回転装置の電流の供給は駆動軸上端の

スリップリングを介して行っている。また、回転軸先端には、各種の研削加工ができるように砥石等が取付けられる構造としてある。

### 4. 実験結果および考察

#### 4.1 トラッキング現象の把握

(i) 円の外周に沿ってのトラッキング；

円板(直径 80 mm)の外周に沿って軸の先端をトラッキングさせた場合、軸先端の回転数とロータの回転数を同じにしたままで回転数を上げててもトラッキングは正確に行われた。この際回転数を上げることにより軸先端の移動速度が増し、遠心力とのかね合いから軸が物体から離れるおそれがあったがそのような現象は

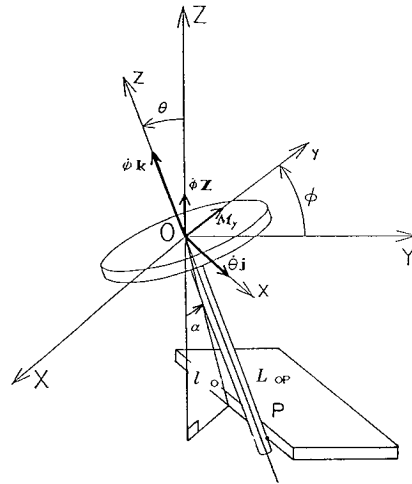


図3 直線に沿ってのトラッキング

○ Experimental Value  
 — Theoretical Value ( $I=0.047 \text{ kgm}^2$ )

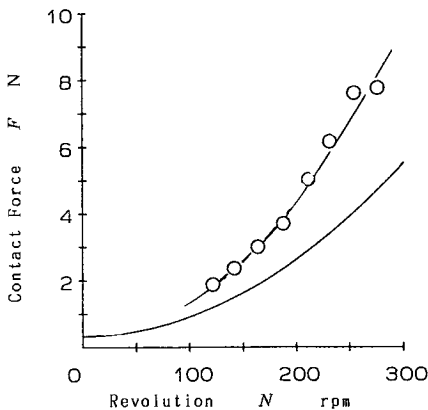


図2 回転数と接触荷重の関係 (円の外周に沿ってのトラッキング)

○ Experimental Value  
 — Theoretical Value ( $I=0.047 \text{ kgm}^2$ )

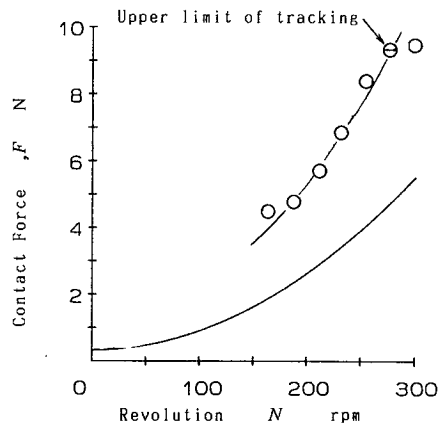


図4 回転数と接触荷重の関係 (直線に沿ってのトラッキング)

見られなかった。

次いで、ロータを一定回転速度で回転させた状態で軸先端の回転速度を独立に変化させても、軸先端が外周に沿って正確にトラッキングを行った。

(ii) 尖点を有する外周に沿ってのトラッキング；

任意形状を有する外周をトラッキングさせた場合、正確なトラッキングが最も困難であると考えられるのは尖点を有する場合である。そこで、尖点を有する例として正方形（一辺 80 mm）の外周をトラッキングさせて軸先端の移動状況を観察した。

ロータの回転数が低過ぎる場合には、尖点である角部付近を回り込む際接触荷重が減るので軸先端が物体から離れる。その際には歳差運動をしながら再び接触するという挙動が見られた。しかしロータの回転数を適度に上げると、正方形の外周に沿って正確にトラッキングをする。このことは板外周に塗料を塗布し、そのはく離状況を観察することによっても確認できた。

しかし、さらに回転数を上げると、軸が尖点を通過後、板を離れ、再び接触するといういわゆるジャンピング現象が見られた。このジャンピングは、軸の移動速度が極めて速い場合には一度では納まらず二度以上起きることが板材の変形状況から把握された。

次にロータを一定回転速度で回転させ、軸先端を独立に回転駆動してみた。軸先端の回転速度がロータの回転速度より低く、同方向に回転している場合には正確なトラッキングを期することができた。また軸先端がロータの回転と相殺し合って回転していない状態でも、軸先端は板外周に沿って移動しトラッキングすることが見受けられた。さらには、回転工具を極低速で板に対して移動方向と反対方向に回転させてもトラッ

キング現象は見られた。しかし板との接触荷重はこの場合比較的小さくなり、回転軸は接触面に垂直な方向に微小な振動をきたし完全なるトラッキングを行っているとはいえなかった。

(iii) 自由曲線に沿ってのトラッキング；

自由曲線をトラッキングさせる場合の例として、図 6 に示したような歯形形状の板を例として取り上げた。この場合、回転工具の移動速度が極めて低い場合、歯底から歯のフランクにかけての変曲点通過時には、回転軸に作用する重力によって工具の移動速度が減速し、板から離れるのが観察された。しかし、軸の移動速度を早めれば、このような自由曲線に関しても外周に沿って完全なトラッキングを行った。

**4.2 接触荷重** トラッキング時に生じる接触荷重は物体への加工性に大きな影響を及ぼす。そこで、図 5 中に示したような接触荷重測定装置を試作し、測定した。この機構は、軸直角方向の変位を円筒リングにより軸方向への変位に変換し、これをバネに貼ったストレインゲージにて検出する。

(i) 円の外周に沿ってトラッキングさせた場合；

図 7 は、円板（直径 80 mm）の外周をトラッキングさせた場合の検出器の出力波形を示したものである。出力波形は大きな変動がなくトラッキング時の接触荷

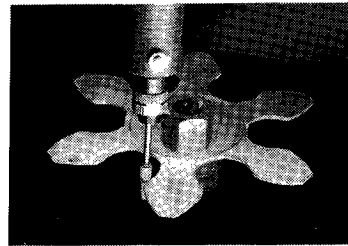
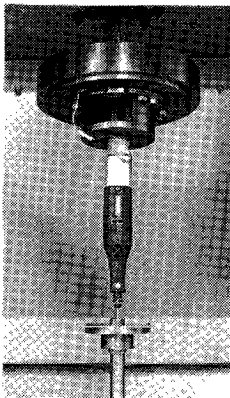
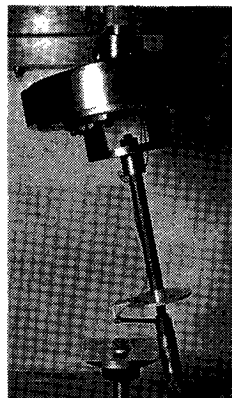


図 6 自由曲線に沿ってのトラッキング



(a) 研削機構



(b) 接触荷重測定装置

図 5 トラッキング機構外観

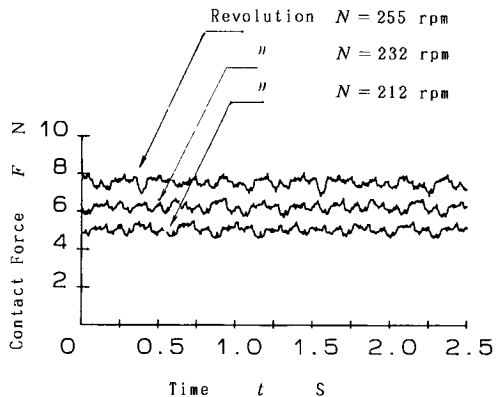


図 7 接触荷重（円の外周の場合）

重はほぼ一定であることが判る。

この際の接触荷重と回転数との関係を図2中に併記した。測定値は理論計算値よりも若干大きな値となっているが、これはロータの慣性モーメント算出誤差等によるものと考えられる。

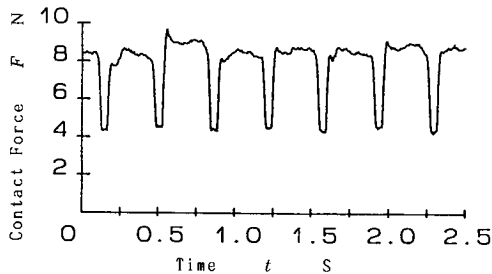
(ii) 尖点を有する外周に沿ってトラッキングさせた場合；

図8は正方形板(一辺80mm)の外周をトラッキングさせた場合の結果を示したものである。台形状の出力が周期的に見られるが、その大きさはいずれもほとんど変わらない。この1周期分が一辺の通過分に該当する。接触荷重と回転数との関係は図4中に併記したようになる。理論計算結果とほぼ同じ傾向をとる。しかし値は若干大きくなった。

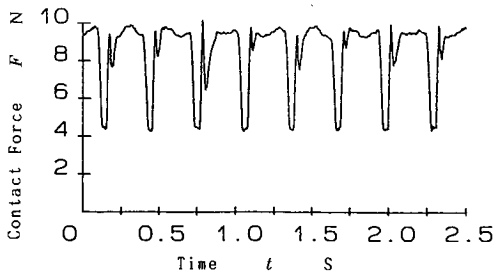
回転数を高くすると接触荷重も大きくなるが、あまり高くすると、台形状の出力の左上にピークが見られるようになる。これは、ジャンピング現象が起こったことを示すものである。その限界を検討してみると本機構では図4中に示したようになり、かなり高い接触荷重まで得られることがわかった。

以上の結果から尖点を持つ外周のトラッキングでは尖点の通過の際に、ある回転数を越えるとジャンピング現象をきたすので工具回転数を適度に制御する必要がある。

(iii) 角部に丸みを持たせた頂部をトラッキングさせた場合；



(a) 回転数  $N=255$  rpm



(b) 回転数  $N=300$  rpm

図8 接触荷重(尖点を有する外周の場合)

正方形板の頂部の一つに丸みを持たせた場合をトラッキングさせると図8と類似の波形を示すが、丸みをもたせた頂部を通過する際、接触荷重は減少し、尖点を有する場合に述べたようなピークは見られず、回転軸は板を離れていないことがわかる。

以上より尖点を有する場合以外本機構を採用すれば正確にトラッキングを行い、かなり高い接触荷重を得ることができる。それゆえ、加工への可能性が十分あることがわかった。

## 5. 自由曲線の研削特性

ここでは、前章で明らかとなった本機構によるトラッキングの特性を利用し、研削加工への適用化を図る。

いま回転工具として直径 $\phi 10$ 、粗さ#60の回転砥石を取付け種々の形状の板材の外周を研削させた。加工物表面の状態は表面粗さ計により粗さを、光学顕微鏡により表面の状況を観察した。研削対象物はアルミ板を図6のように歯型形状にカットでおおまかに切ったものおよびシャーリングにより正方形に切断したものを使用した。

図9は歯形形状について通過回数と表面状況の変化状況を示したものである。これより表面の形状が徐々に滑らかになっていくのがわかる。表面の粗さは、ロータ回転数が高く接触荷重が大きいかほど同一通過回数に対しては小さくなるようである。

ちなみに図10は、正方形板の側面について表面粗さと通過回数の関係を示したもので、ほぼ1200回で

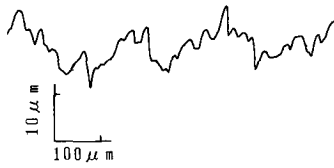


(a) 通過回数 150回

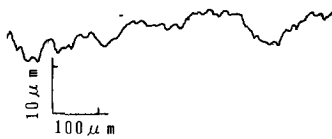


(b) 通過回数 450回

図9 歯形形状板の研削



(a) 加工前



(b) 通過回数 600回



(c) 通過回数 1200回

図 10 通過回数と表面粗さの関係

$R_{max}$  は  $8 \mu\text{m}$  程度まで減少することがわかる。これより本研究で試作したような機構を利用すれば簡便に自

由曲線に対して研削加工を行いうる可能性のあることがわかった。

## 6. ま と め

本研究の結果は以下のとおりである。

(1) ジャイロ効果を利用して自由曲線をトラッキングできる機構を考案した。これにより円弧形状を有する板の外周をトラッキングさせた場合にはほぼ一定の接触荷重を維持し正確にトラッキングした。尖点を有する板の場合にはロータの回転速度をあまり高くするとジャンプする現象が見られる。

(2) トラッキング時の回転軸と物体との接触荷重は理論解析値と実験値とがほぼ同じ傾向、値を示した。またトラッキングを起こさせる最適な回転軸の速度等を求めることができた。

(3) ロータの回転速度に対して回転軸先端の回転速度を自由に可変できる機構を採用すると自由曲線に沿って正確にトラッキングしながら研削できることがわかった。本機構にさらに回転軸の回転数制御回路等を付加すればより多くの尖点を有する加工物に対しても研削が可能となるであろう。この点については今後に残された課題となる。

## 文 献

- (1) F. P. ペア；工学のための力学(下)(昭57)、ブレイン図書出版。

## 討 論

〔質問〕 岸 浪 建 史〔北海道大学工学部〕

ロータのジャイロ効果を利用した自由曲面のトラッキング研削の意義について、以下の観点からご質問させていただきます。

(1) 加工とはある要求境界形状を生成するために、なされる形状生成操作であると考えるとき、要求形状をどのようにして、提案する加工方法を教示するのか。

(2) 提案する研削加工方法が実際に利用できるのであれば、どのような分野に利用できるのか。

(3) 提案する加工法は端面において垂直面の生成は困難であると考えられる。この欠点をどのような方法で解決されようとしているのか。

〔回答〕 (1) 本手法はジャイロ効果を利用して任意形状をトラッキングするのが特徴である。そのため、加工対象物の幾何学的形状寸法を計算機に教示さ

せ、それによってトラッキングをするという必要性はない。

(2) 薄板より打抜き成形した製品、プレス成形した製品の外縁の研削、あるいは切削製作した歯車の端面の研削に利用できるものと考えている。また、ロータの慣性モーメントを変えることにより接触圧を変えられることができるので、加工機も金属のみならずプラスチックなど多くの材料を対象とすることができる。

(3) ロータ軸と加工物との間でなす角  $\theta$  を小さくすれば、垂直面の研削も砥石形状を適切にすればある程度可能となるが難しい。それゆえ、本手法では、(2)でも述べたような薄板外縁の研削等に的を絞った方が良いと考えている。

他には、付図1にも示したように、ロータ自体を $z$ 軸方向に移動制御し、研削面を移動させれば任意曲面を有する製品の研削も可能であると考えている。

〔質問〕 臼井 清一

〔東京都立科学技術大学〕

トラッキング現象の研削への応用を試みられたものとして興味深く読ませていただいた。

(1) 座標系  $(x, y, z)$  は、 $z$  軸をロータ回転軸方向に、 $y$  軸を  $z$  軸と直交する方向にとり、ロータに固定されていないのではないか。

(2) 直線のトラッキングでは、 $\phi, \theta$  は一定でなく、接触荷重は主に  $M_y$  に依存するのではないか。さらに直(曲)線の内と外のどちら側をトラッキングするかは、明確に区別すべきではないか。

(3) 理論計算および実験における主要な諸元を教えてください。

(4) 接触荷重を回転軸側から測定するのは容易でないと思う。図 7, 8 の荷重はどのようにして得られたのかご説明いただきたい。

(5) ジャンピング現象中は接触荷重が 0 となるはずだが、図 8 (b) ではつねにあるレベル以上の値を示している。これについてどのようにお考えか。

〔回答〕 (1) 論文中、 $Z$  軸に直交する方向を  $x$  軸…となっているが、 $Z$  は小文字  $z$  の誤りである。したがって、 $x, y, z$  軸はロータに固定されている。

(2) 本機構は本文中にも記したように、0 点でインナジンバルによりロータを支持している。これを判り易くするため、模式的に示すと付図 2 のようになる。これを考慮すると式(1)~(6)が導かれる [文献(1)]。そこで直線に沿ってトラッキングする場合には、 $\phi$  が一定と考えられるので式(13)が導かれることとなる。

また、直線の内外に沿ってトラッキングする場合は、図 3 をみても判るように  $\theta$  の符号が正負逆になる。しかし接触荷重に対しては式(17)より  $\theta$  の正負が変わっても変わらず同じ値になることが判る。

(3) 主要な諸元は論文中随所に記入してある。た

だしロータの形状は付図 3 のようなものである。

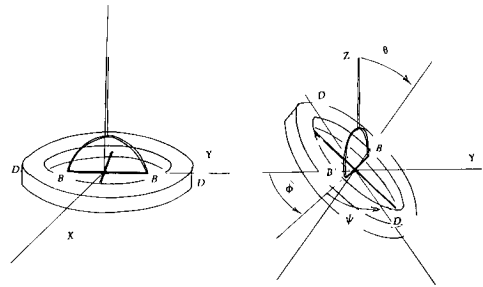
(4) 接触荷重を検出する装置として付図 4 のようなものを用いた。両端内側に円錐部を持つ円筒と、円錐状のガイドおよび板ばねから構成されている。円筒側面に荷重が加わるとガイドの円錐部で軸方向分力が生じるので、これを板ばねに貼ったストレングージで検出する。配線は回転軸内を通し、上部のスリッピングより出力した。

(5) 付図 4 で示した荷重検出機構のため、除荷側にて、摩擦等の影響がでているためである。付加していく段階では横荷重が軸方向荷重に正確に変換されるので、本研究の目的である接触荷重を把握する上では問題はない。

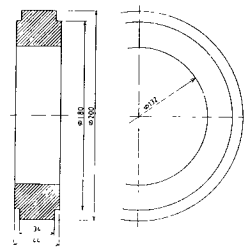
〔質問〕 臼井 清一

解析に関する基本的な事項と考えられるので、質問(1), (2)について、再度質問させていただきたい。

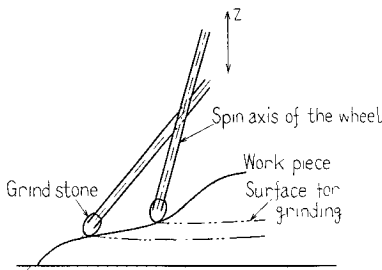
(1) (文献名 1) が質問者に寄せられた本文およ



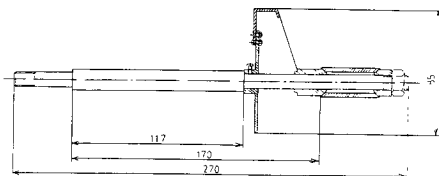
付図 2 ロータの支持形式



付図 3 ロータ形状



付図 1

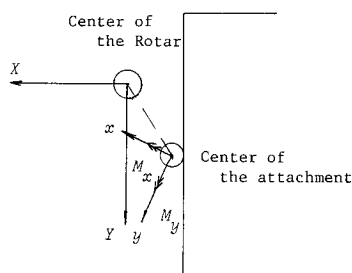


付図 4 接触荷重測定装置

び回答中に記されていないので、詳細は分かりかねるが) 式(1)~(6)はこまなどの運動解析によく用いられる関係式であり、これは座標系 $(x, y, z)$ を $z$ 軸をロータ軸方向に、 $y$ 軸を $Z, z$ 軸に垂直に $XY$ 平面内にとったときに成立するものではないか。つまり、式(2)が成立するためには、 $j$ つまり $y$ 軸はつねに $XY$ 平面内になければならない。そのためには $(x, y, z)$ はロータに固定されていない座標系である必要がある。そして、ロータは $(x, y, z)$ 上を $z$ 軸の周りに $\dot{\phi}$ の角速度で早く回転するが、 $(x, y, z)$ はロータ軸 $z$ の方向だけで定まり、その動きは比較的遅いと考えますが、いかがか。

(2) (1)で記したように、座標系 $(x, y, z)$ つまり $\theta, \phi$ はロータ軸 $z$ の方向だけで定まり、 $\phi$ は $Y$ 軸と $y$ 軸のなす角であり付図2で示されている $BB'$ (つまり駆動軸)の回転角とは別物ではないか。そして、 $\theta, \phi$ はトラッキングしている場合は物体との接点 $P$ の位置から定まり、直線のトラッキングの場合は一般に $\phi, \dot{\phi}$ は一定でなく、 $\dot{\phi}$ も0にはならないと思われる。さらに、接触荷重に対する重力の影響は直線(あるいは曲線)の外側と内側をトラッキングする場合で正負が逆になると考えられるが、いかがか。

〔回答〕 (1) 座標系の取り方については、すでに紹介した文献[ペアー、ジョンストン:工学のための力学 下 プレイン図書出版(昭和57)856]あるいは他のジャイロに関する書を参照していただければ幸いである。座標系の取り方についての表現はなかなか難しいが、著者の意味するところは、 $z$ 軸をロータ軸に取り、ロータ平面と $XY$ 平面と交わってできる交線を $y$ 軸に、それと直交する方向に軸を取る。このことから、 $x$ 軸、 $y$ 軸はロータ平面上にのっており、ロータの傾きによって位置を変えることとなる。その結果、このようなジャイロ系に特有な式(2)、(3)が



付図 5

誘導されることになる。結果として、質問者のご指摘されている内容と同じであると判断している。

(2) ご指摘の点は付図2で判りずらかったと思う。しかし上記のように座標系を取っていることをご判断いただければご理解頂けると思う。

次に $\phi, \dot{\phi}$ の件であるが、ロータの自転は $\dot{\phi}$ に依存し大きな値となるが、 $\phi, \dot{\phi}$ はロータ軸の方向変化の $z$ 軸方向成分であり、御指摘のように本来は0ではない。しかし、この値は微小と考えられるので $\dot{\phi}=0, \phi=0$ とした。

ここで、付記しておくが、トラッキングする場合、軸先端とトラッキング対象物との位置関係は付図5のようになる。それゆえ、接触荷重を求める際には、厳密には $M_x, M_y$ による合力成分を考慮する必要があるが、本論文では $M_x$ のみ記述した。式(8)より同様に $M_y$ も求まる。

さて、内側と、外側トラッキングの件ですが、軸の重力成分による分につきましては、ご指摘のとおりである。これについては、式(17)にて $\alpha$ が正の場合が内側トラッキングに対応し、 $\alpha$ が負の場合が外側トラッキングに対応する。