

マッハ反射における滑り面に関する研究

平原裕行*¹, 松尾一泰*², 川橋正昭*¹

Investigation of the Slipstream in Mach Reflections

Hiroyuki HIRAHARA, Kazuyasu MATSUO and Masaaki KAWAHASHI

A slipstream emanating from a triple point in the Mach reflection of a shock wave, which is assumed to be a discontinuous surface in the three-shock theory, forms a high-speed mixing layer. In the present paper, the slipstream in the Mach reflection has been investigated in detail and visualized by means of the shadowgraph method. Numerical simulations have been performed using the discrete vortex method. Also, the transition from laminar to turbulent mixing layer and the growth of a fully developed turbulent mixing layer have been studied experimentally and numerically.

Key Words: Compressible Flow, Unsteady Flow, Shock Wave, Mach Reflection, Slipstream, Mixing Layer, Discrete Vortex Method

1. まえがき

静止気体中を伝ばする平面衝撃波が、その伝ば方向に対して傾いた壁面から反射する場合の反射形態は、一般に正常反射、単純マッハ反射、複合マッハ反射、及び二重マッハ反射に分類される⁽¹⁾。マッハ反射の三重点回りの流れ場の諸量は、従来より三衝撃波理論により解析されているが、実験値と理論値は単純マッハ反射と複合マッハ反射の遷移境界の領域でよく一致するが、それ以外の領域では両者の差は大きい⁽²⁾。この問題に対し三重点より生じる滑り面を境界層排除厚さの近似式を用い、三衝撃波理論に修正を加えた解析がなされている⁽³⁾。この様にすべり面の挙動がマッハ反射の解析において近年着目されて来たにもかかわらず、入射衝撃波マッハ数や壁面の傾斜角等の実験条件による滑り面の流れ場の変化については、未だ不明な点が多い。このため、本研究では種々の入射衝撃波マッハ数及び壁面傾斜角に対して実験を行い、マッハ

反射における滑り面を詳細に観察するとともに、離散渦法を用いて三重点近傍の流れ場の数値シミュレーションを行った。

2. 三重点近傍の流れ場

2. 1 三衝撃波理論 図1(a)に示すように速度 U_1 で右から左へ移動する平面衝撃波が傾斜角 θ_0 のくさび面でマッハ反射する場合を考える。この場合の反射形態は時間とともに相似拡大し、入射衝撃波IT、反射衝撃波TR及びマッハ衝撃波TMを直線であると見なせば、三重点近傍では図1(b)に示すように表わすことができる。従来の研究では一般に領域③と④の流れの速度方向と圧力は等しく、速度の大きさ、マッハ数、温度及び密度の異なる不連続面TCを形成すると仮定されている。この場合の領域③と④の流れ場の諸量は三衝撃波理論により計算される。図2は領域③と④の速度 u_3 と u_4 及び速度差 $u_3 - u_4$ を入射衝撃波マッハ数 M_1 に対して示したものである。計算は初期温度300Kの炭酸ガスに対して行った。図から分かるように u_3 , u_4 , $u_3 - u_4$ のいずれも M_1 の増加とともに増大する。

* 昭和63年8月25日 第952回講演会において講演、原稿受付 昭和63年2月24日。

*¹ 正員、埼玉大学工学部 (〒338 浦和市大久保255)。

*² 正員、九州大学総合理工学研究科 (〒816 春日市春日公園6-1)。

従来の研究によれば、乱流混合層の成長率は、二つの流れの速度の比 $r = u_3 / u_4$ に強く依存し、 r の関数であるパラメータ $\lambda = (u_3 - u_4) / (u_3 + u_4) = (1-r) / (1+r)$ によって整理される^{(4), (5)}。図3は横軸に M_s をとり $\theta_w = 10, 20, 30^\circ$ の場合の r と λ を示したものである。 $r=0$ および $\lambda=1.0$ は低速側の流れの速度が0の場合に対応するが、今の場合には1より大きい全ての M_s に対してこの様な流れは存在しない。 λ は M_s とともに増加し、 $\theta_w = 30^\circ$ の場合には、 $M_s = 5.0$ で $\lambda = 0.47$ である。

2.2 離散渦法によるモデル 本報では、三重点から発達する混合層を離散渦法によって数値計算した。離散渦法で用いた座標系の概略を図4に示す。離散渦法の基礎方程式は、今の場合、次式で表わされる。

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = U_c + \sum_j \frac{\Gamma_j}{2\pi} \times \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^2} \quad (1)$$

ここに、 \vec{r}_i は i 番目の渦点の座標、 Γ_j は j 番目の渦点の持つ循環、 U_c は渦の平均移動速度を表わす。式(1)は一般に時間ステップ Δt でオイラー法または、ルンゲクッタ法で時間積分することにより解かれる。計算の打ち切り誤差は、人工粘性の効果を生ずるが⁽⁶⁾、本報では、上記の二つの積分法を比較した結果、オイラー法を選択した。式(1)で用いた U_c 、 Γ_j は与えられた M_s と θ_w に対して前述の三衝撃波理論により得られる u_3, u_4 を用いて次式で与えられる。

$$\Gamma_j = \frac{1}{2} (u_3^2 - u_4^2) \Delta t \quad (2)$$

$$U_c = \frac{1}{2} (u_3 + u_4) \quad (3)$$

また、渦点の接近の結果生ずる非現実的誘起速度を抑える方法として、本報では核半径 ϵ を導入した。 ϵ を用いて x 方向及び y 方向の誘起速度は次式で求まる。

$$u_i = \sum_j \frac{\Gamma_j}{2\pi} \cdot \frac{(y_i - y_j)}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + \epsilon^2} \quad (4)$$

$$v_i = -\sum_j \frac{\Gamma_j}{2\pi} \cdot \frac{(x_i - x_j)}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + \epsilon^2} \quad (5)$$

従来の計算では ϵ は $0.15 \sim 0.6 l$ ($l = U_c \Delta t$: 渦点の放出間隔) が用いられている⁽⁶⁾。本報では $\epsilon = 0.6 l$ で $\Delta t = 5 \times 10^{-7}$ s とした。また、混合層の座標原点 O (図4参照)の上流に半無限の速度の不連続流れがあると仮定して、原点 O の上流に200個の渦点を配置し、更に計算の初期の段階で下流側に100個の渦点を配置した。なお、本計算において、計算値は全て無次元化せずに行った。

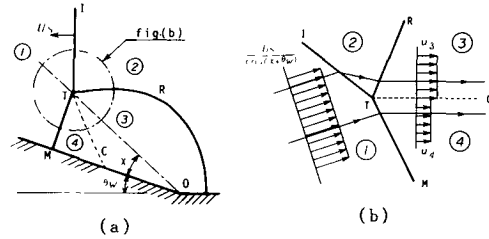


図1 マッハ反射における滑り面

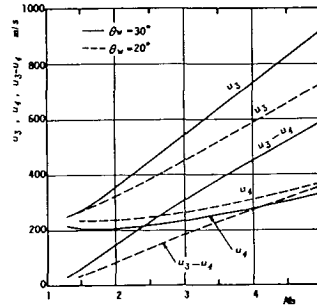


図2 速度および速度差

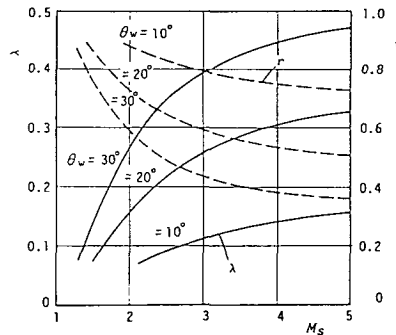


図3 パラメータ r と λ

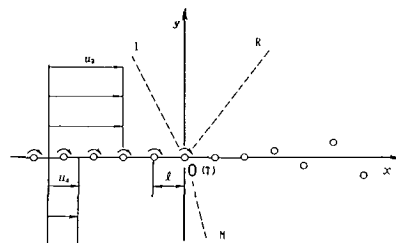


図4 離散渦法の座標系

3. 実験装置と方法

本実験に使用した衝撃波管、計測装置及び実験方法はすべて文献(1)と同じである。試験気体には炭酸ガスを用いた。入射衝撃波マッハ数 M_1 は1.5から5.0の範囲で、くさびの傾斜角 θ_w は 10, 20, 30° の3種類について実験を行った。光学観察には、パルス幅20nSのパルスレーザーを光源とするシャドウグラフ法を用いた。

4. 実験と計算の結果及び考察

4.1 実験結果 滑り面が三重点Tから生じ壁面に達するまでの流れ場を示す代表的シャドウグラフ写真を図5に示す。実験条件はそれぞれ図の右に示してある。図から分かるように λ が増加するとともに小さな渦構造が形成され、混合層の厚さが増大するのが分かる。図(a), (b)とも壁面付近で滑り面は入射衝撃波の進行方向に大きく巻き上がっている。また図(a)では三重点と壁面の中間付近で、規則的に並んだ渦同士が合体している状態が観察される。

次に、三重点近傍における混合層の発達の様子を λ の値の順に図6に示す。それぞれの実験条件は同様に写真の右に示してある。ここに、 p, ρ はそれぞれ圧力、密度で、添字3, 4は領域③, ④の値であることを示す。図から分かるように、混合層の発達は λ に強く依存し、 λ の増加と共に混合層の厚さは増大する。また三重点直後の混合層には渦構造は観察されず、渦構造が明確に観察されるまでの長さ x_0 は、 λ の増加と共に減少する。渦構造が観察される位置より下流では、混合層の厚さは x にほぼ比例して増加し、この結果は従来の乱流混合層の実験結果と定性的に一致する。

4.2 離散渦法による計算結果との比較 離散渦法によって計算される三重点近傍の混合層の流れ場を図7、8に示す。図7、8はそれぞれ図6(a)及び(d)の実験条件と同じで、それぞれの図の(a)~(c)は時刻 $t = 1.5, 2.0, 2.5 \times 10^{-5}$ S に対する結果である。図7は λ が比較的小さい0.10の場合で渦糸が乱れ始める点(以下点0'とする)は t に関してほぼ一定である。点0'より下流では、渦糸の乱れの幅は、点0'からの距離にほぼ比例していると言える。図8は λ が比較的大きい0.30の場合である。この条件でも図7と同様に点0'は t に関しほぼ一定で渦糸の広がりは幅は点0'からの距離に比例して増大する。これは、本実験結果及び従来の実験結果(1)と定性的に一致する。

次に、図8の条件に対して離散渦法により任意の時

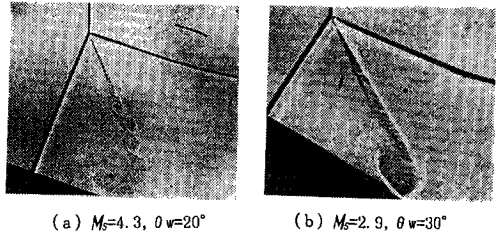


図5 滑り面のシャドウグラフ写真

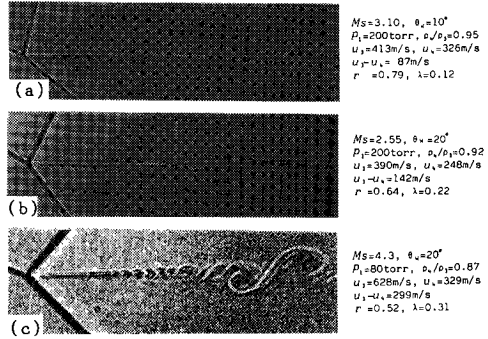


図6 三重点近傍の滑り面

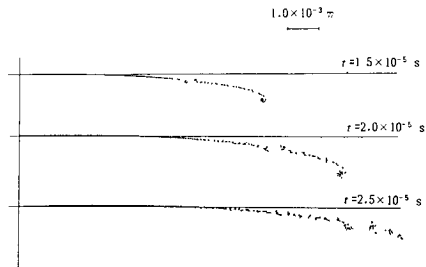


図7 離散渦法によるシミュレーション ($\lambda=0.12$)

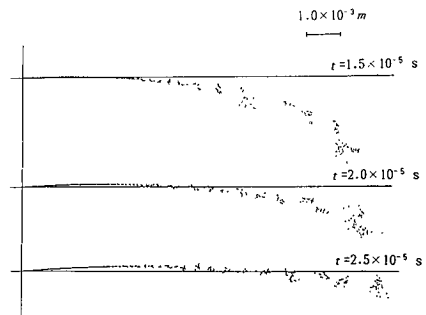


図8 離散渦法によるシミュレーション ($\lambda=0.31$)

刻の速度分布を計算した結果を図9(a),(b)に示す。図(a),(b)の縦軸はそれぞれ y および $\eta = \sigma y / (x - x_0')$ であり、 η は乱流混合層の解析において用いられるGörtlerのパラメータで、 σ は比例定数である。仮想原点 x_0' は本計算においては原点0と一致する。計算値は、各点における時刻 t 以前の時間 $m \Delta t$ の平均をとったもので、今回の計算では、 $m=100$ とした。図(a)は、点0から点0'の間の、図(b)は点0'より下流の速度分布を示す。前述のように図(a)のサンプリング点の範囲では、渦点はほとんど乱れていないため速度分布の変化はないが、図(b)では、点0'より渦糸が乱れ始め、速度分布は乱流混合層におけるパラメータ η を用いて整理できる。パラメータ η に用いた係数 σ は、従来の実験によれば $\sigma = \sigma_0 / \lambda$ ($\sigma_0: \lambda = 1$ の場合の σ の値)の関係があり、 σ_0 は約11である⁽⁷⁾。この値を用いて計算される乱流混合層の速度分布を図(b)に実線で示す。この様に三重重点よりある程度離れた下流では、乱流混合層の速度分布を示すことがわかる。

以上に述べたように、マッハ反射の三重重点から生じる混合層において、三重重点より混合層が形成され、下流において乱流混合層に遷移する事は、実験及び離散渦法の計算結果より明らかである。層流混合層から乱流混合層への遷移が、実験で得られたシャドウグラフ写真をもとに、渦構造が発達する点で起こると仮定すれば、図6(d)の場合、 $x_0 = 2.5\text{mm}$ で、 $u_3 = 628\text{m/s}$ 、動粘性係数 $\nu_3 = 3.1 \times 10^{-5} \text{m}^2/\text{s}$ を用いた遷移レイノルズ数は $Re_{t,r} = 5.1 \times 10^4$ となる。この値は、従来の実験結果において得られている値 $Re_{t,r} = 7.0 \times 10^5$ ⁽⁸⁾より小さい。このことは、遷移の定義が異なるため、そのまま比較することはできないが、三衝撃波理論の修正においては、層流混合層から乱流混合層へ遷移するまでの距離が特に重要であると思われ、この $Re_{t,r}$ の値の決定は今後の課題である。

5. 結論

マッハ反射の三重重点より生じる滑り面に関して、実験及び離散渦法による数値計算を行った。得られた結果を要約すると以下の通りである。

- (1) 滑り面の向側の速度比 τ は入射衝撃波マッハ数及び壁面傾斜角の増加とともに減少し、乱流混合層の特性を表わすパラメータ $\lambda = (1 - \tau) / (1 + \tau)$ は増加する。
- (2) マッハ反射における滑り面は混合層を形成し、そ

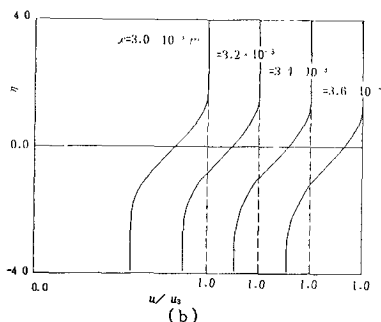
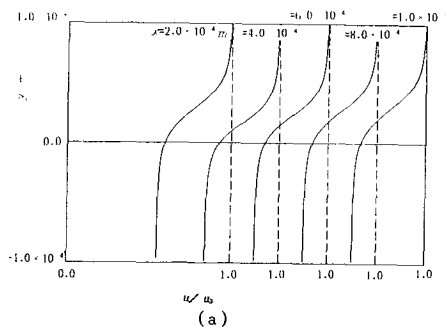


図9 離散渦法による速度分布

の流れ場はパラメータ λ によって特徴づけられる。 λ が小さい場合、混合層はほとんど広がらず壁面に滑らかに接するが、 λ が大きくなると規則的渦構造が形成され、乱流混合層に遷移する。

- (3) マッハ反射の滑り面に関して、離散渦法による計算を行った結果、渦の形成過程に関する実験と計算の結果はほぼよい一致を示すことが明らかとなった。

文献

- (1) 生井・ほか3名, 機論, 48-426, B(昭57), 212.
- (2) 松尾・ほか4名, 機論, 51-466, B(昭60), 1941.
- (3) Ben-Dor, G., J. Fluid Mech. 181(1987), 467.
- (4) Brown, G. L. and Roshko, A., J. Fluid Mech., 64-3 (1974), 775.
- (5) 井上, 日本物理学会誌, 39-11(1984), 817.
- (6) Inoue, O., AIAA J., 23-3(1985), 367.
- (7) Sabin, C. M., Trans. ASME Ser. D, 87(1965), 421
- (8) Bradshaw, P., J. Fluid Mech., 26-2(1966), 225