

セラミックス/金属接合残留応力の有限要素解析の基礎的検討\*  
(残留応力の弾塑性特異性)佐藤拓哉\*<sup>1</sup>, 小林英男\*<sup>2</sup>, 荒居善雄\*<sup>3</sup>Finite-Element Analysis of Residual Stresses of Ceramic/Metal Joints  
(Elastic-Plastic Singularity of Residual Stresses)

Takuya SATO, Hideo KOBAYASHI and Yoshio ARAI

A two-dimensional finite-element analysis was performed to study an elastic-plastic singularity of residual stresses in a ceramic/metal joint. The comparison of the elastic singularity by finite-element analysis with the idealized theoretical results showed that the elastic singularity of residual stresses in the ceramics side was characterized by elastic properties of the ceramics and the insert material. The yielding of the insert material resulted in the change of the singularity. The exponent of the elastic-plastic singularity was larger than that of the elastic singularity. This elastic-plastic singularity can be approximately estimated by a simplified elastic-plastic analysis.

**Key Words:** Stress Analysis, Elastic-plastic Behavior, Ceramic/Metal Joint, Residual Stress, Stress Singularity, Finite-Element Analysis

## 1. 緒 言

セラミックスの優れた特性を構造材料として活用する方法として、金属との接合が試みられている。セラミックス/金属接合材の強度を支配する力学因子として、熱膨張係数、弾性係数の差異に起因する接合残留応力が重要である<sup>(1)</sup>。接合残留応力の大きさと分布については、X線などによる実測と有限要素法による解析の両面から、多くの研究が行われている<sup>(2)~(6)</sup>。

接合材の強度評価法を確立する上で難しい点は、材料特性の不連続性により、残留応力が接合界面で応力の特異性を持つため<sup>(7)~(10)</sup>、最大応力によって強度を評価できないことである。この特異性を明らかにすれば、接合材の適切な応力解析と強度評価が可能になると考えられる。

本研究では、銅を中間層としてセラミックス(窒化けい素)と炭素鋼(S 45 C)を接合した場合の接合残留応力を、有限要素法による二次元弾性および弾塑性解析によって調べ、セラミックス側の接合残留応力の弾

塑性特異性について検討した。また、この弾塑性特異性を簡便に、精度よく評価する手法を提案した。

## 2. 応力特異場パラメータ

接合材の接合界面近傍を起点とする破壊に最も関係するのは、 $x$ 方向(接合界面垂直方向)残留応力 $\sigma_x$ であるので<sup>(11)</sup>、 $x$ 方向残留応力に着目する。

弾性特性の異なる二つの半無限板の接合界面において、残留応力の弾性特異性は負荷応力の場合と同様に、理論的に得られている。図1に示すように、異種材料が自由表面に垂直な界面で理想的に接合されている場合、接合界面と端面(自由表面)の交点Sが応力特異点となり、端面に沿う $x$ 方向残留応力の分布は次式で表示される<sup>(7)~(9)</sup>。

$$\sigma_x = K/x^\lambda \dots\dots\dots (1)$$

ここで、

$\sigma_x$ : 垂直応力 (MPa)

$x$ : 端面に沿った特異点からの距離 (mm)

$K$ : 応力特異場の強さ

$\lambda$ : 特異性の指数

であり、 $K$ と $\lambda$ は異種材料の縦弾性係数 $E$ 、ポアソン比 $\nu$ に依存する。

特異性の指数 $\lambda$ は、界面連続条件と自由境界の境界

\* 平成2年11月29日 材料力学講演会において講演、原稿受付 平成3年3月25日。

<sup>1</sup> 正員、日揮(株) (〒232 横浜市南区別所1-14-1)。

<sup>2</sup> 正員、東京工業大学工学部 (〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)。

<sup>3</sup> 正員、埼玉大学工学部 (〒338 浦和市下大久保255)。

条件から得られる特性方程式の解である。

平面応力を仮定すると、表1に示す材料特性を持つ窒化けい素と銅または炭素鋼の組合せに対し、

$$\begin{aligned} \lambda &= 0.0634 (\text{銅}) \\ \lambda &= 0.0105 (\text{炭素鋼}) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

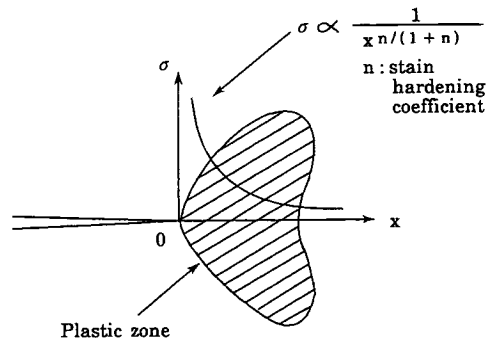
となる。

接合界面の応力特異性は、き裂先端の応力特異性に類似している。金属を対象とした場合、き裂先端で必ず塑性域が形成され、小規模降伏ならば弾性特異性が、大規模降伏ならば弾塑性特異性が問題にされる[図2(a)参照]。セラミックス/金属接合材の場合、接合工程と負荷のいずれに際しても、基本的にはセラミックスは塑性変形(降伏)しないが、金属は塑性変形すると考えられる。金属の塑性変形は接合界面の応力特異点(接合界面と端面の交点)で開始し、塑性域は図2(b)に示すように応力特異点の近傍に限定され、周囲の領域は弾性を保つ。このような状態に対して、き裂の場合と同様に、小規模降伏条件を設定すれば、その範囲内でセラミックス側の応力特異場は塑性域の影響を受けず、弾性特異性の結果は有効と考えられる。しかし、図2(c)に示すように、実際には接合工程と負荷のいずれに際しても、金属は大規模降伏、大規模変形する。この場合、セラミックス側の特異応力場は、金属の降伏の影響を強く受けると考えられる。以下では、このようなセラミックス側が弾性、金属側が弾塑性の場合のセラミックス側の応力特異性を、弾塑性特異性と定

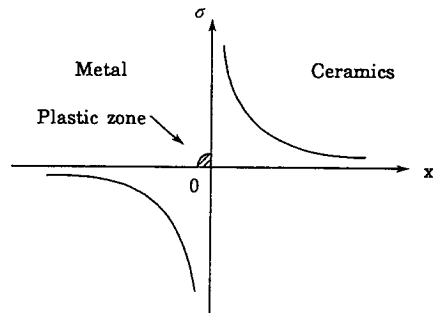
義する。

### 3. 解析方法

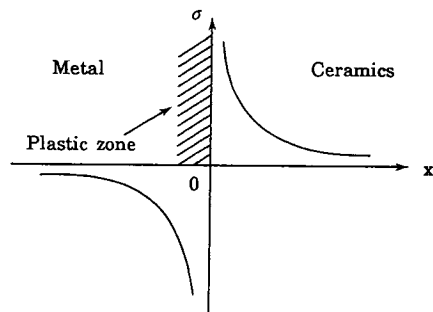
**3.1 解析モデル** 銅を中間層としたセラミックス(窒化けい素)と炭素鋼(S45C)の活性金属法による接合を対象とする。この接合は高温で行われるが、高温ではロウ材が強度を持たないので、セラミックス、金属ともに自由に変形し、応力は生じない。ここでは、ロウ材が強度を持ち始める温度を800 Kとし<sup>(1)</sup>、この温度から300 K(室温)までゆっくり冷却した場合について、汎用構造解析プログラムMARCを用いて、弾



(a) き裂先端の弾塑性特異性



(b) 接合界面の特異性(小規模降伏)



(c) 接合界面の特異性(大規模降伏)

表1 材料特性

	Temp	Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	Cu	S45C
E (GPa)	300 K	304	108	206
	800 K	304	83	188
ν	300 K	0.27	0.33	0.3
	800 K	0.27	0.33	0.3
σ <sub>y</sub> (MPa)	300 K	--	20~130	--
	800 K	--	20~130	--
H <sup>9</sup> (MPa)	300 K	--	84.0~546.2	--
	800 K	--	84.0~546.2	--
α (x10 <sup>-6</sup> )	300 K	3.0	17.7	12.0
	800 K	3.0	21.0	14.0

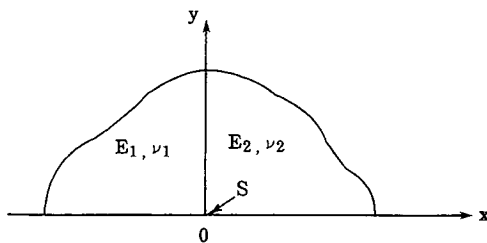


図1 接合界面の力学モデル

図2 き裂先端と接合界面の応力特異性

性および弾塑性応力解析を行った。なお、ロウ材は非常に薄く、塑性拘束が大きいので、銅、セラミックスあるいは炭素鋼と同一の変形をするとみなすことができる。したがって、解析モデルにはロウ材を含めない。この場合、銅の材料特性、特に弾塑性特性はロウ材の特性を含むと解釈する。

解析モデルの形状、寸法を図3に、接合材料の組合せを表2に示す。セラミックスと銅の接合界面をy軸、端面をx軸に座標軸を定めた。対称性を考慮して1/2モデルとした。要素分割を図4に示す。応力の集中する接合界面近傍および端面近傍を細分割した。要素数は320、節点数は1057である。解析は平面応力状態を仮定し、8節点アイソパラメトリックス要素を用いた。

モデル1はセラミックスと中間層の銅の直接接合、モデル2はセラミックスと炭素鋼の直接接合を意味し、いずれも有限要素法の弾性解析結果を理論弾性解と比較するためのものである。モデル3~6は実際の接合材(セラミックス/銅/炭素鋼)を対象としている。モデル3は中間層の銅を弾性体、モデル4は線形硬化弾塑性体としたものである。モデル5は後述するように、セラミックスと炭素鋼の熱膨張差から求めたせん断ひずみに基づき、銅の弾塑性特性を割線剛性法によって近似した簡易弾塑性モデルであり、銅の見かけ上の縦弾性係数を一様に低下させた。モデル6は基本的にモデル5と同じであるが、ひずみは端面で最大、中心で零とし、その間は直線分布すると仮定して、位置によって見かけ上の縦弾性係数を変化させた。モデル4A

表2 接合材料の組合せ

Model No.	Mat.1	Mat.2
1	Cu	Cu (elastic)
2	S45C	S45C(elastic)
3	S45C	Cu (elastic)
4A	S45C	Cu (plastic, $\sigma_y=20$ )
4B	S45C	Cu (plastic, $\sigma_y=40$ )
5A	S45C	Cu (simplified plastic, $\sigma_y=20$ )
5B	S45C	Cu (simplified plastic, $\sigma_y=40$ )
6A	S45C	Cu (simplified plastic, $\sigma_y=20$ )
6B	S45C	Cu (simplified plastic, $\sigma_y=40$ )

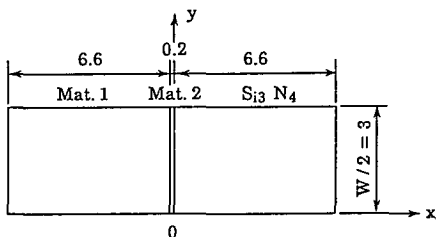


図3 解析モデル

~6Aは降伏点を20 MPa、モデル4B~6Bは40 MPaとした。

接合時の温度条件は、800 Kから300 K(室温)に一樣に降下させた。したがって、解析に際して、縦弾性係数は300 Kにおける値を用いた。温度が800 Kから300 Kまで変化した場合の熱ひずみは、逆に800 Kから300 Kまで変化した場合と絶対値が等しいので、熱膨張係数は800 Kにおける値を用いた。降伏点と線形硬化のひずみ硬化係数は温度によらず一定とした。

3・2 割線剛性法による縦弾性係数の近似 モデル5とモデル6は、中間層の銅の弾塑性特性を以下の手法によって近似した簡易弾塑性モデルである。

高温で接合された接合材は、接合の拘束がなければ、室温降下時に図5のように変形すると仮定する。セラミックスと炭素鋼の熱膨張係数をそれぞれ  $\alpha_c$ ,  $\alpha_s$ 、接合後の温度変化を  $\Delta T$  とすると、熱膨張差による変位の食違い量  $\delta$  は次式となる。

$$\delta = (\alpha_s - \alpha_c) \Delta T y' \dots\dots\dots (3)$$

$$y' = W/2 - y$$

ここで、 $y$  は接合材の端面から定めた座標である。銅の厚さを  $d$  とすれば、銅のせん断ひずみ  $\gamma$  は次式で表示される。

$$\gamma = \delta/d = (\alpha_s - \alpha_c) \Delta T y' / d \dots\dots\dots (4)$$

他のひずみ成分を零とし、式(4)のひずみをすべて塑性ひずみと仮定すると、ミーゼスの相当塑性ひずみ  $\bar{\epsilon}^p$  は次式で表示される。

$$\bar{\epsilon}^p = \sqrt{2/3} \cdot \gamma = \sqrt{2/3} \cdot (\alpha_s - \alpha_c) \Delta T y' / d \dots\dots\dots (5)$$

銅の応力-塑性ひずみ関係を図6のように近似すると、応力は割線剛性法による見かけ上の縦弾性係数  $E'$  を

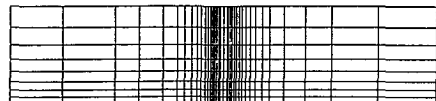


図4 要素分割

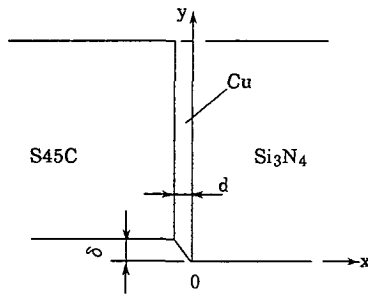


図5 拘束なしの接合材の室温降下時の変形の理想化

用いて、次式のように表示される。

$$\sigma = \sigma_y + H' \bar{\epsilon}^p = E' \bar{\epsilon}^p \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 $\sigma_y$  は降伏点、 $H'$  はひずみ硬化係数である。これにより、 $E'$  は次式となる。

$$E' = \sqrt{3}/2 \cdot \sigma_y d / (a_s - a_c) \Delta T y' + H' \dots\dots\dots (7)$$

上記の  $E'$  を縦弾性係数  $E$  に置き換えて弾性解析を行うことにより、弾塑性挙動を近似する。

モデル5では、図7に示すように、式(7)で  $y' = W/2$  とし ( $W$ : 試験片幅、塑性ひずみが一様)、銅の縦弾性係数を一様に低下させた。降伏点と  $E'$  の関係を表3に示す。モデル6では、式(7)において  $y$  を要素中心の  $y$  座標とし (塑性ひずみが端面で最大、中心で零、その間は直線分布)、要素ごとに  $E'$  を変化させた。

表3 降伏点と見かけ上の縦弾性係数、弾塑性特異性の指数の関係(モデル5)

$\sigma_y$ (MPa)	$E'$ (MPa)	$\lambda$
20	381	0.2526
40	761	0.2514
70	1333	0.2495
100	1904	0.2476
130	2475	0.2457

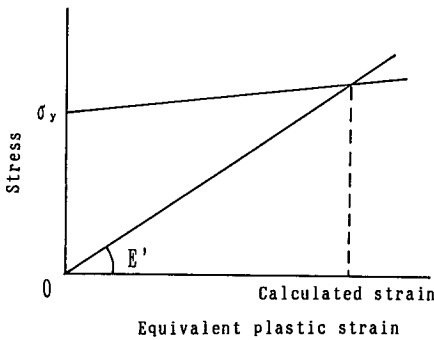


図6 銅の応力-塑性ひずみ関係

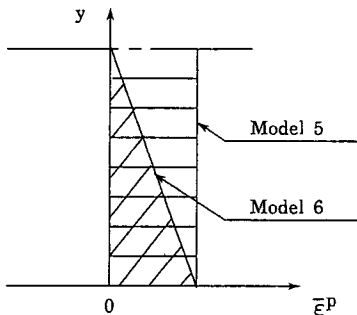


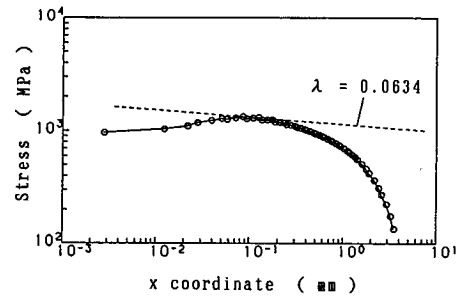
図7 塑性ひずみ分布の仮定

4. 解析結果

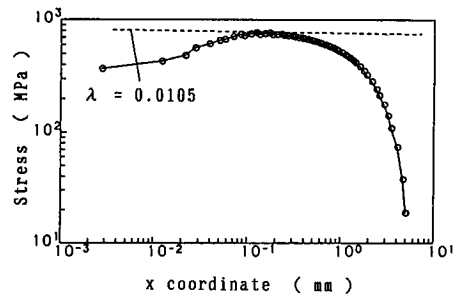
$x$  方向残留応力は接合界面近傍、かつ自由表面(下端面であるが、対称性から上端面も同じ)近傍に集中し、セラミックス側で引張り、炭素鋼側で圧縮となることが知られている<sup>(2)</sup>。強度上問題となるのはセラミックス側の応力なので、以下ではセラミックス側についての結果を示す。

モデル1~3(弾性解析)について、下端面近傍 ( $y = 0.0205 \text{ mm}$ ) における  $x$  方向残留応力を、両対数表示して図8に示す。また、図中に2章で示した弾性特異性の指数  $\lambda$  の理論解を、有限要素法による最大応力の近傍を通る直線として示す。

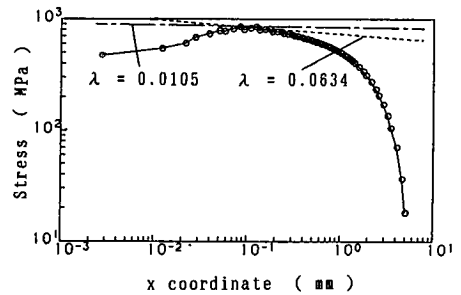
図8(a)(モデル1, セラミックスと銅の直接接合),



(a) モデル1



(b) モデル2



(c) モデル3

図8  $x$  方向残留応力  $\sigma_x$  の弾性特異性

図8(b)(モデル2, セラミックスと炭素鋼の直接接合)のいずれの場合も, 最大応力の近傍の応力こう配は, 弾性特異性の指数の理論解と一致している。応力は接合界面に近づくに従い, 最大値を示してからわずかに低下している。この場合, 応力は下端面近傍( $y=0.0205\text{ mm}$ )における積分点(ガウス積分点)で評価しており, 厳密には特異点(接合界面と下端面の交点)の特性を表していない。応力の低下はこの問題に起因する現象である。したがって, 以下では最大値を示す位置までの応力分布を検討の対象とする。

図8(c)(モデル3, 銅を中間層としたセラミックスと炭素鋼の接合)の場合, 応力の大きさは異なるが, 分

布形状は図8(a)の場合とよく一致しており, 最大応力の近傍の応力こう配もセラミックスと銅を直接接合した場合の弾性特異性の指数の理論解に近い。

この特異性に及ぼす中間層の降伏の影響を明らかにするため, モデル4A, 4Bの弾塑性解析を行った。結果を図9に示す。図8(c)と比較して, 最大応力の近傍では応力こう配が大きく,  $x>0.3\text{ mm}$ の領域では逆に応力こう配が小さくなっている。図中の直線は, セラミックスと式(7)から得られる見かけ上の縦弾性係数を持つ銅の組合せに対する弾塑性特異性の指数の理論解を示しているが, 最大応力の近傍で, 有限要素法の結果とよく一致している。降伏点異なるモデル4Aとモデル4Bの結果を比較すると, 応力の大きさは降伏点にほぼ比例して上昇するが, 全体の分布形状と最大応力の近傍の応力こう配はほとんど変化していない。

銅の弾塑性挙動を, 割線剛性法によって近似した簡易弾塑性解析の結果を図10に示す。図10(a)はモデル5A, 5Bの結果, 図10(b)はモデル6A, 6Bの結果である。これらの結果を図9と比較すると, 応力の絶対値は20%程度低いが, 最大応力の近傍の応力こう配はよく一致している。特に, 図11に示すように, モ

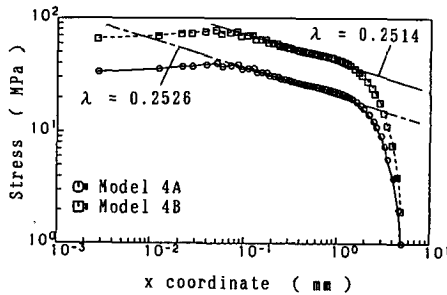
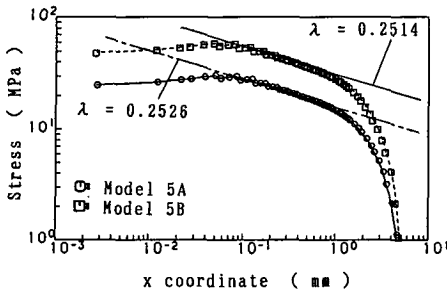
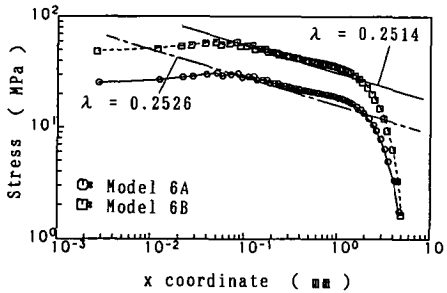


図9  $x$ 方向残留応力  $\sigma_x$  の弾塑性特異性 (モデル4A, 4B)



(a) モデル5A, 5B



(b) モデル6A, 6B

図10 簡易弾塑性解析による  $x$ 方向残留応力  $\sigma_x$  の弾塑性特異性

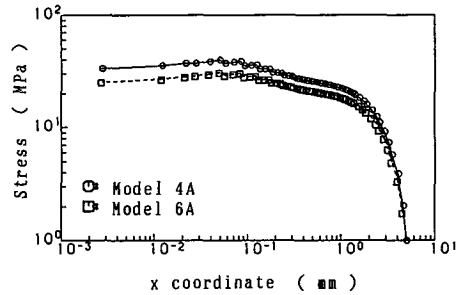


図11  $x$ 方向残留応力  $\sigma_x$  の弾塑性解析結果と簡易弾塑性解析結果の比較(モデル4Aと6A)

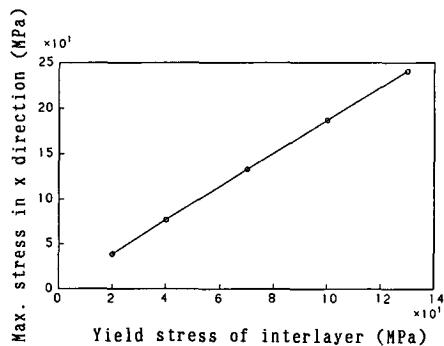


図12 特異点近傍の  $x$ 方向残留応力  $\sigma_x$  の最大値に及ぼす銅の降伏点の影響

デル4Aとモデル6Aの結果は、最大応力の近傍の応力こう配はもちろんであるが、全体の分布形状がよく一致している。

銅の降伏点を  $\sigma_y = 20 \sim 130$  MPa に変化させた場合について、 $x$  方向残留応力の最大値の変化を図12に示す。最大応力は降伏点にほぼ比例して上昇しており、特異応力場の強さ[式(1)の  $K$ ]は降伏点に敏感であることを示している。式(7)の見かけ上の縦弾性係数  $E'$  を用いて得られる弾塑性特異性の指数[式(1)の  $\lambda$ ]と降伏点の関係を表3に示す。弾塑性特異性の指数は、降伏点の上昇に伴い減少するが、その変化はわずかであり、降伏点に対して不敏感である。

## 5. 考 察

弾性特性の異なる二つの半無限板の接合界面について、残留応力の弾性特異性は理論的に得られている。しかし、今回の研究対象である銅を中間層としたセラミックス/炭素鋼接合材の場合は、銅が降伏し、かつセラミックス/銅/炭素鋼という二つの接合界面が近接して存在するから、残留応力の弾塑性特異性を理論的に得ることは難しい。

有限要素法によるモデル1(セラミックス/銅)とモデル3(セラミックス/銅/炭素鋼)の弾性解析結果を比較すると、接合界面近傍の残留応力の分布形状がよく一致している。このことは、銅を中間層としたセラミックス/炭素鋼接合残留応力の弾性特異性が、セラミックスと銅の弾性特性に支配されることを示している。

実際の接合材では、中間層の銅は容易に降伏するので、残留応力の弾塑性特異性を明らかにすることは重要である。モデル3(弾性)とモデル4A, 4B(弾塑性)の結果の比較から、銅の降伏によって残留応力は全体的に低下するが、特異性の指数は大きくなる。これは、銅が降伏することによってセラミックスに対する拘束が小さくなり、見かけ上、銅の縦弾性係数を小さくした場合の残留応力分布になるためである。

弾塑性特異応力場の強さは銅の降伏点に敏感であり、残留応力の最大値は降伏点にほぼ比例して上昇する。これは、銅の縦弾性係数に比較してひずみ硬化係数が小さい(ひずみ硬化が小さい)ので、残留応力の絶対値が銅の初期降伏時の状態に支配されることを意味している。

一方、弾塑性特異性の指数は銅の降伏点に不敏感である。その理由は次のように考えられる。接合温度からわずかに温度降下した時点で銅は降伏するが、ひず

み硬化係数が小さいので、その後大きな塑性ひずみを生じる。表3に示すように、銅の降伏点が  $20 \sim 130$  MPa と変化した場合、銅の見かけ上の縦弾性係数は  $381 \sim 2475$  MPa となり、セラミックスの縦弾性係数  $304000$  MPa に比較してはるかに小さい。したがって、弾塑性特異性の指数は銅の降伏点にほとんど依存しない。

以上の結果から、銅に生じるせん断ひずみに基づき、銅の弾塑性特性を割線剛性法によって近似した簡易弾塑性モデルを用いて、接合残留応力の弾塑性特異性を簡便に、精度よく評価できると判断される。

## 6. 結 論

本研究では、銅を中間層としてセラミックス(窒化けい素)と炭素鋼(S45C)を接合した場合の接合残留応力を、有限要素法による二次元弾性および弾塑性解析によって調べ、セラミックス側の接合残留応力の弾塑性特異性について検討した。得られた結果を要約すれば、以下のとおりである。

(1) 銅を中間層としたセラミックス/炭素鋼接合残留応力の弾性特異性は、セラミックスと銅の弾性特性に支配される。

(2) 銅の降伏によって残留応力は全体的に低下するが、弾塑性特異性の指数は弾性特異性の指数に比較して大きくなる。

(3) 残留応力の弾塑性特異応力場の強さは銅の降伏点に敏感であるが、弾塑性特異性の指数は降伏点に不敏感である。

(4) 銅の弾塑性特性を割線剛性法によって近似した簡易弾塑性モデルを用いて、残留応力の弾塑性特異性を簡便に、精度よく評価できる。

## 文 献

- (1) 小林・荒居・中村・中村, 機論, 55-512, A(1989), 750.
- (2) 佐藤・小林・荒居, 圧力技術, 29-4(1991), 46.
- (3) 佐藤・小林・荒居, 機論, 57-540, A(1991), 1801.
- (4) 古口・加屋・矢田, 機論, 55-520, A(1989), 2527.
- (5) 栗田・井原・佐藤・斎藤・福沢・田中, 機論, 56-524, A(1990), 978.
- (6) 中尾・西本・才田・中村・堅田, 溶接学会論文集, 7-2(1989), 275.
- (7) Bogy, D. B., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 35(1968), 460.
- (8) 笠野・松本, 接着協会誌, 21-9(1985), 373.
- (9) 服部・坂田・初田・村上, 機論, 54-499, A(1988), 597.
- (10) 須賀, 金属学会報, 25-5(1986), 419.
- (11) 小林・荒居・長島, 材料, 40-453(1991).